مجله تحقیقات اقتصادی / شماره ۶۹ / تابستان ۱۳۸۴ / صفحات ۲۷۶-۲۶۱

مدل مالیاتی بازی‌های ریاضی در وضعیت گریز مالیاتی و تبانی

دکتر حمید رضا نویدی*

تاریخ دریافت ۸۳/۹/۳ تاریخ پذیرش ۸۳/۱۱/۶

چکیده

در این مقاله مدل نظری بازی‌های ریاضی در ارتباط با گریز مالیاتی و فساد در سیستم مالیاتی مورد بررسی قرار گرفته است، که درآن مرکز کنترل مالیاتی می‌تواند بازرسان مالیاتی را از دو دسته صادق یا غیرصادق به کار گیرد. امکان تبانی بازرسان غیرصادق با مالیات‌دهندگان وجود دارد. در این مدل یک بازی سه نفره در عکس العمل بین مالیات گیرنده، مالیات‌دهنده و بازرس صورت می‌گیرد. مالیات گیرنده به‌دنبال یافتن یک استراتژی از میان گزینه‌های ممکن است تا درآمد خالص خزانه بهینه شود. استراتژی‌های مالیات گیرنده (دولت) و تابع هدف (تابع درآمد) آن، توصیف و در نهایت استراتژی بهینه مالیات گیرنده نسبت به استراتژی‌های طرفین بازی و پارامترهای مدل به‌دست می‌آید.

طبقه‌بندی JEL: C71، C72.

کلید واژه: استراتژی، بازرس صادق و غیرصادق، تبانی و رشوه، تراز جدیت، درآمد مالیاتی، کنترل (بازرسی) مالیاتی.

* استادیار گروه ریاضی دانشگاه شاهد. navidi@shahed. ac. ir

۱- مقدمه

امروزه کاربرد علم ریاضی در گرایش‌های مختلف علوم، راهگشای کمی و کیفی در حل مسایل متعدد است. انگیزه استفاده از ریاضی در این شاخه‌ها، تعیین ساختار منطقی برای حل مسایل بوده و ایجاد توانایی در پیش‌بینی‌های ممکن، این انگیزه را قوت بخشیده است. یقیناً موفقیت یک مدیر منوط به تصمیم و استراتژی مناسب است که در شرایط خاص خود اتخاذ می‌کند. مبحث نظریه تصمیم در بسیاری از شاخه‌های علوم مورد بررسی قرار گرفته است که از جمله آنان شاخه تحقیق در عملیات است. یکی از جدید ترین شاخه‌های تحقیق در عملیات، نظریه بازی‌ها[1] است که به‌طور اخص در علوم انسانی، زیست شناسی، کشاورزی و به‌ویژه اقتصاد کاربرد دارد. در واقع نظریه بازی‌ها بهینه‌سازی یا یافتن تصمیم بهینه در شرایط تصادم است. در عمل، نظریه بازی‌ها در اواسط قرن بیستم توسط فون نویمن و مورگان ارائه شد و در اواخر همان قرن توسعه یافت. کاربرد نظریه بازی‌ها در مباحث اقتصادی از اوایل دهه ۹۰ به اوج خود رسید. مدل‌های بازی به‌طور وسیع برای آنالیز عکس العمل‌های اقتصادی مورد استفاده قرار گرفت و تحت تأثیر آن، استراتژی رفتاری طرفین بازی از اصول نظری بهینه‌سازی، معین می‌شد. یکی از مهم ترین اصول بهینه در بازی‌های غیر تعاونی، *اصل تعادل نش*[2] است. امروزه *نظریه بازی‌ها* از شاخه‌های مشترک بین رشته‌های ریاضی، اقتصاد، مدیریت و مهندسی صنایع به حساب می‌آید.

در دو دهه اخیر ساختار دستگاه‌های مالیاتی، یکی از مهم‌ترین موضوعات در فرایند توسعه اقتصاد بازار بوده و به همین جهت مشکل انحراف در پرداخت مالیاتی به‌طور وسیعی در منابع علمی - اقتصادی مورد بررسی قرار گرفته است. مطالعات زیادی در چارچوب نظریه بازی‌ها در ارتباط با انحراف مالیاتی وجود دارد، که از جمله آنان می‌توان به تعدادی از مقاله‌های هندریکس[3] (۱۹۹۹)،

1- Game theory.
2- Nash.
3- Hindriks (1999).

چانـدر و وایلـد[1] (۱۹۹۲) و وازیـن و پـانوا[2] (۲۰۰۰) اشـاره کـرد. در بعـضی از پژوهش‌ها به عنوان مثال در مقاله سانچز و سوبل[3] به مسأله درآمد بهینه مالیاتی با امکان انحراف در پرداخـت مالیـاتی اشـاره شـده، ولـی امکـان تبـانی در میـان مالیات‌دهنده و بازرس در نظر گرفته نـشده اسـت. در ایـن مقالـه، کنتـرل بهینـه مالیات‌دهنده از طرف سیستم مالیاتی با شرط امکان تبانی بین مالیات‌دهندگان و بازرسان مورد بررسی قـرار گرفتـه اسـت. . در بنـد ۲ بـه بیـان مـدل پرداختـه و استراتژی‌های ممکن برای مرکز کنترل مالیاتی را بیان کـرده، پارامترهـای لازم را توصیف خواهیم کرد. بند ۳ شامل توصیف و حـل مـدل در شـرایط پدیـد آمـده است. در قضایای ۳، ۲، ۱ در این بند استراتژی بهینه بازرسی در هر وضعیت مورد بررسی قرار گرفته و درآمد خالص نسبت به هـر اسـتراتژی بهینـه در هـر شـرایط محاسبه شده است. بند ۴ حاوی نتایج حاصله در قضایای فوق است.

۲- طرح مدل

در مقاله حاضر یک مدل نظریه بازی‌ها در ارتباط با گریز و فرار مالیاتی و فساد در دستگاه مالیاتی ارائه می‌شود. فرض کنید، دولت می‌تواند بازرسان مالیـاتی را از دو دسته صادق یا غیرصادق به‌کار گیرد (اغلب صادق بودن و یا غیـرصـادق بـودن بازرسان از نظر مرکز کنترل مالیاتی، وابسته به میزان گزارشات نادرستی است که بازرس اعلام می‌کند، و در کنترل گزارش مالیاتی معین می‌شـود. در واقـع اثبـات وجود تبانی در کار بازرس ساده نیست). امتیاز و فرق ایـن دو دسـته در اخـتلاف قیمت بازرسی آنهاست. بازرس صادق از قیمت و هزینه بیشتری نسبت به بـازرس نوع دیگر برخوردار است. در این شرایط برای دولت سه *استراتژی* بـه شـرح ذیـل برای به‌کارگیری بازرسان وجود خواهد داشت:

استراتژی اول(V1) - به‌کارگیری بازرسان فقط از نوع صادق(گروه اول). در ایـن حالت نیازی به کنترل مجدد گزارش بازرسی مالیاتی نیست.

1- Chander & Wild (1992).
2- Vasin & Panova (2000).
3- Sanchez & Sobel (1993).

استراتژی دوم (V2) - به‌کارگیری بازرسان از هر دو دسته صادق (گروه اول) و غیرصادق (گروه دوم). در این حالت بازرسان گروه دوم، گزارش مالیات‌دهندگان را بررسی می‌کنند و بازرسان گروه اول، گزارش بازرسان گروه دوم را بررسی مجدد خواهند کرد. در شرایط موجود، دولت مالیات‌دهنده را به علت گزارش غلط و همچنین بازرس غیرصادق را، در صورت اثبات اشتباه وی توسط بازرس گروه اول، به خاطر اشتباه در گزارش جریمه خواهد کرد.

استراتژی سوم(V3)- به‌کارگیری بازرسانی از نوع غیرصادق (گروه دوم). در این حالت، چون امکان انحراف در بازرسی مجدد و اعلام گزارش نادرست نیز وجود خواهد داشت، دولت بازرسی مجدد انجام نمی‌دهد.

فرض می‌کنیم که دو سطح در آمدی I_L (درآمد پایین) و I_H (درآمد بالا) به ترتیب با احتمالات 1-q و q برای مالیات‌دهندگان وجود دارند ($I_H<I_L$).

مالیات‌دهنده با درآمد پایین از پرداخت مالیات معاف است و مالیات‌دهنده با درآمد بالاباید مالیات T بپردازد. بنابراین مالیات‌دهنده با درآمد بالا می‌تواند انگیزه آن را داشته باشد که در گزارش مالیاتی درآمد خود را I_L اعلام کند و سیستم، گزارش‌های مالیاتی با درآمد I_L را با احتمال p بررسی می‌کند. در بعضی موارد برای استفاده از بازرسان گروه دوم نیاز است که استراتژیی را مد نظر قرار دهیم که در آن $p\in[0,\infty)$. اما اگر

$$p = K + p', \qquad K \in N, \qquad 0 \le p' \le 1$$

باشد، این بدان معناست که به‌طور قطع تعداد K بازرس، بازرسی می‌کنند و (K+1)مین بازرسی با احتمال 'p صورت می‌پذیرد.

یک بررسی مالیاتی با بازرس گروه دوم c و با بازرس گروه اول $\tilde{c}$ هزینه خواهد داشت و $c<\tilde{c}$. فرض برآن است که در بازرسی همیشه حقیقت کشف می‌شود. در صورت مشخص شدن گزارش غلط، مالیات‌دهنده باید جریمه F را پرداخت کند.

فرض می‌کنیم استراتژی V_2 برقرار باشد. مرکز بازرسی مالیاتی می‌تواند بازرس دومی (گروه اول) را برای بازرسی مجدد اعزام کند. اگر بازرس اول گزارش مالیاتی

I_L مالیات‌دهنده را صحه گذاشته باشد، درصورتی‌که بازرس گروه اول صحت آن را تأیید نکند، بازرس اول جریمه خواهد شد. (اگر چه احتمال تبانی وجود دارد ولی اکثراوقات این امر قابل اثبات نیست.) مقدار جریمه بـرای بـازرس اول $\tilde{F}$ خواهـد بود. احتمالات p و p_H را به ترتیب احتمال بازرسی گزارش مالیات‌دهنده و احتمال بازرسی گزارش بازرس اول درنظر خواهیم گرفت. هدف، مـاکزیمم کـردن درآمـد خالص دولت که شامل مالیات‌ها و جریمه‌های واصله منهای هزینـه‌هـای بازرسـی است. برای هر استراتژی مرکز مالیاتی تحت به خدمت گرفتن بازرسان، بـه‌دنبـال استراتژی بهینـه بازرسـی و بازرسـی مجـدد اسـت تـا درآمـد حاصـله در خزانـه ماکسیمم شود. به همین علت آنـالیز درآمـد در اسـتراتژی‌هـای مختلـف را ارائـه می‌دهیم و مشخص می‌کنیم تحت چه شـرایطی بهینـه اسـت. در نهایـت درآمـد بهینه در هر استراتژی را معین خواهیم کرد.

۳- توصیف مدل در شرایط مختلف و حل آنها

در ادامه به توصیف مدل در سه استراتژی موجود برای مرکـز کنتـرل مالیـاتی می‌پردازیم و در هر وضعیت، استراتژی بهینـه و درآمـد حاصـل از آن را بـه‌دسـت می‌آوریم.

الف - استراتژی V1، که در آن فقط از بازرسان گروه اول بهره می‌گیرند. در این حالت هزینه بازرسی $\hat{c}$ است. رفتار مالیات‌دهنده با درآمـد بـالا در ایـن حالـت از مقایسه مقادیر T و pF معین می‌شود. اگر $pF < T$ یا $p < \frac{T}{F}$ باشد، آنگـاه بـرای مالیات‌دهنده مقرون به صرفه است که درآمد بالای خود را پایین‌تر اعلام کند. امـا اگر $pF \geq T$ یا $p \geq \frac{T}{F}$ باشد، آنگـاه مالیـات‌دهنـده حتمـا گـزارش درسـتی خواهد داشت. اگر $\hat{p} = \frac{T}{F}$ تعریف کنیم، آنگاه حکم زیرین را ثابت کردیم:

لم ۱: مقدار $\hat{p}$ مرز احتمال بازرسی است. یعنی اگـر $p \geq \hat{p}$ باشـد نیـازی بـه بازرسی نیست و رفتار مالیات‌دهنده صادقانه است. در غیر ایـن‌صـورتباید بازرسـی

صورت پذیرد.

اگر درآمد مالیات گیرنده را در وضعیت استراتژی اول با $R_1(p)$ نمایش دهیم، آماده‌ایم قضیه اساسی در این وضعیت را بیان کنیم:

قضیه ۱:

۱- اگر $p < \hat{p}$، آنگاه استراتژی بهینه دولت برابر است با $\hat{p}$ و درآمد بهینه او از رابطه $R_1^* = \hat{p}(qF - \tilde{c})$ به‌دست می‌آید.

۲- اگر $p \geq \hat{p}$، درصورتی‌که $qT \leq (1-q)\hat{p}\tilde{c}$، آنگاه احتمال بهینه بازرسی $p^* = 0$ و در نتیجه درآمد بهینه دولت $R_1^* = 0$ است. در صورتی‌که $qT > (1-q)\hat{p}\tilde{c}$ آنگاه احتمال بازرسی بهینه $p^* = \hat{p}$ و ماکسیمم درآمد خالص مالیاتی برابر است با: $R_1^* = qT - \hat{p}\tilde{c}(1-q)$

اثبات: ۱- در حالت ۱ داریم $p < \hat{p}$. با توجه به دو سطح درآمد برای مالیات‌دهندگان امید ریاضی تابع درآمد (تابع پیروزی) برای مالیات گیرنده را محاسبه می‌کنیم. یعنی:

$$\begin{aligned} R_1(p) &= q[p(F - \tilde{c})] + (1-q)(-\tilde{c}) \\ &= p(qF - \tilde{c}) \end{aligned}$$

که تابع خطی از p است. اگر $qF - c > 0$، آنگاه $R_1(p)$ ماکسیمم خود را در $\hat{p}$ می‌گیرد و مقدار آن برابر با $R_1^* = \hat{p}(qF - c)$ است. اما اگر $qF - \tilde{c} \leq 0$، آنگاه احتمال بهینه بازرسی یعنی $p^* = 0$ و از آنجا داریم $R_1^* = 0$.

۲- در حالت ۲ داریم $p \geq \hat{p}$. بنابر این امید ریاضی تابع درآمد (تابع پیروزی) مالیات گیرنده برابر است.

$$\begin{aligned} R_1(p) &= qT + (1-q)p(0 - \tilde{c}) \\ &= qT - (1-q)p\tilde{c} \end{aligned}$$

اگر $qT > (1-q)\hat{p}$، آنگاه احتمال بهینه بازرسی $p^* = \hat{p}$ بوده و درآمد بهینه از رابطه $R_1^* = qT - (1-q)\hat{p}\tilde{c}$ محاسبه می‌شود. و در غیر این صورت $p^* = 0$ و $R_1^* = 0$.

ب- استراتژی V2، در این وضعیت استراتژی مرکز مالیاتی بـه خـدمت گـرفتن بازرسان از هر دو گروه اول و دوم است. در این حالت گزارش‌های مالیات‌دهندگان را بازرسان گروه دوم با احتمال p و گزارش این بازرسان، توسط بازرسان گروه اول با احتمال p_H مورد بررسـی قـرار مـی‌گیـرد. جـستجو مـی‌کنـیم مقـدار بهینـه احتمـالات $p\ ,\ p_H$ تـا درآمـد خـالص مالیـاتی در بودجـه یعنـی $R_2(p, p_H)$ ماکسیمم شود.

بحث را با موضوع تبانی بین مالیات‌دهنده و بازرس گروه دوم ادامه مـی‌دهـیم. حداکثر مقدار رشوه b برای مالیات‌دهنده از مقایسه بـین مقـادیر F و $b + p_H F$ معین می‌شود و از آنجا نتیجه می‌شـود کـه $b_{max} = (1 - p_H)F$ بیـشترین مقـدار رشوه قابل پرداخت برای مالیـات‌دهنـده اسـت. کمتـرین مقـدار آن $b_{min} = p_H \tilde{F}$ خواهد بود، که کمترین مقدار رشـوه‌ای اسـت کـه بـرای بـازرس گـروه دوم قابـل دریافت است و اگر $b_{min}<b_{max}$، تبانی محتمل بین مالیات‌دهنده و بـازرس گـروه دوم خواهد بود. بنابراین می‌توان نوشت :

$$b = \gamma F(1 - p_H) + (1 - \gamma) p_H \tilde{F} \quad , \quad \gamma \in (0,1)$$

که γ درآن *تراز جدیت* بازرس گروه دوم برای تبانی را مشخص می‌کند.

لم ۲: اگر $p_H \geq \dfrac{F}{F + \tilde{F}}$ باشد، آنگاه برای مالیـات‌دهنـده تبـانی مقـرون بـه صـرفه نیـست. در نتیجـه نیـازی بـه بازرسـی مجـدد نیـست. در حـالتی کـه $p_H < \dfrac{F}{F + \tilde{F}}$ امکان تبانی وجود دارد و بازرسی مجدد صورت می‌پذیرد.

اثبات: چنـان‌کـه در گذشـته توصـیف کـردیم تبـانی امکـان‌پـذیر اسـت اگـر $b_{min}<b_{max}$ یا به عبـارت دیگـر $p_H \tilde{F} < (1 - p_H)F$. امـا از آن نتیجـه مـی‌شـود $p_H < \dfrac{F}{F + \tilde{F}}$. یعنی در این وضعیت امکان تبانی هـست وبایـد بازرسـی مجـدد صورت گیرد. در حالتی که $p_H \tilde{F} \geq (1 - p_H)F$ شرایط برای تبانی بـرای طـرفین مقرون به صرفه نیست، و بنابر این نیازی به بازرسی مجدد نیست.

یادآور می‌شویم که مقدارهای ثابت $\hat{p}_H = \frac{F}{F+\tilde{F}}$ ، $\hat{p} = \frac{T}{F}$ را به ترتیب *مرز احتمال بازرسی و مرز احتمال بازرسی مجدد* تعریف کردیم.

بدیهی است یک مالیات‌دهنده با درآمد بالا اگر $p(b+p_H F)<T$ گزارش نادرست اعلام می‌کند. اما اگر $p_H\tilde{F} \geq (1-p_H)F$ ، آنگاه در حالت $p<\hat{p}$ مالیات‌دهنده با درآمد بالا گزارش نادرست اعلام خواهد کرد ولی رشوه نخواهد داد.

با توجه به این‌که مالیات‌دهنده و بازرس گروه دوم دارای دو اختیار، قبول یا عدم قبول رشوه‌اند چهار حالت زیر قابل تصور است:

(a $p(b+p_H F)<T$ و $p_H\tilde{F} < F(1-p_H)$

در این حالت مالیات‌دهنده منحرف می‌شود و بازرس مالیاتی نیز رشوه قبول می‌کند. درآمد خالص مالیاتی در یک حسابرسی برابراست با:

$$R_{2a} = p\left\{p_H\left(q\left\{F+\tilde{F}\right\}-\tilde{c}\right)-c\right\}$$

(b $pF<T$ و $p_H\tilde{F} > F(1-p_H)$.

در این حالت مالیات‌دهنده منحرف می‌شود، ولی بازرس رشوه قبول نمی‌کند(مقرون به صرفه نیست). درآمد خالص مالیاتی در یک حسابرسی برابراست با:

$$R_{2b} = p\left\{qF - c - p_H\tilde{c}(1-q)\right\}$$

(c_1 $pF>T$ و $p_H\tilde{F} > F(1-p_H)$.

در این حالت مالیات‌دهنده منحرف نمی‌شود و بازرس رشوه قبول نمی‌کند. یعنی هردو رفتاری صادقانه دارند. درآمد خالص مالیاتی در یک حسابرسی برابراست با:

$$R_{2c_1} = qT - p(1-q)(c+p_H\tilde{c})$$

(c_2 $p(b+p_H F)>T$ و $p_H\tilde{F} < F(1-p_H)$.

در این حالت مالیات‌دهنده منحرف نمی‌شود، ولی بازرس رشوه قبول

نمی‌کند. یعنی هردو رفتاری صادقانه دارند. درآمد خالص مالیاتی در یک حسابرسی برابراست با:

$$R_{2c_2} = qT - p(1-q)(c + p_H \tilde{c})$$

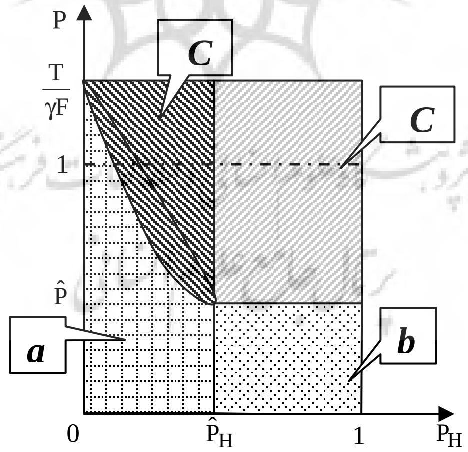
در حالات داده شده بالا می‌توان استراتژی بهینه مرکز کنترل مالیاتی را در دو وضعیت نسبت به متغیر مرز احتمال بازرسی $\hat{p}$ و تراز جدیت تبانی γ مورد بررسی قرار داد.

I) $\hat{p} \leq \gamma$

I I) $\hat{p} > \gamma$

تراز جدیت γ، که همان ضریب خطی متغیر رشوه b است. به یقین در کشورهای مختلف متفاوت است، و می‌توان به عنوان پژوهشی میدانی و تجربی مقدار آن را در هر کشور محاسبه کرد. چنان‌که در بعضی از کشورها در این مورد کار شده است.

در ادامه مقاله، ناحیه مربوط به هر یک از حالات چهارگانه فوق را در وضعیت $\hat{p} > \gamma$ در نمودار ۱ رسم کرده و بررسی می‌کنیم. چهار حالت توصیف شده به شکل چهار ناحیه در زیر ترسیم شده است که به اسامی نواحی a و b و c_1 و c_2 نامگذاری شده است.



نمودار ۱- نواحی چهارگانه تعادلی

توصیف حدود نواحی چهارگانه با توجه تقسیم‌بندی چهارگانه بالا است. ناحیه‌های c_i $(i=1, 2)$ مطلوب نظر مرکز کنترل مالیاتی است زیرا در این وضعیت مالیات‌دهنده حاضر به تبانی نیست. محور افقی نمایشگر متغیر p_H و محور عمودی نمایشگر متغیر p است.

قضیه اساسی زیر را در وضعیت $\hat{p} > \gamma$ فرمول‌بندی می‌کنیم. در قضیه زیر p^* احتمال بهینه بازرسی و p_H^* احتمال بهینه بازرسی مجدد و R^* درآمد بهینه دولت در نظر گرفته شده‌اند.

قضیه ۲:

فرض می‌کنیم $\hat{p} > \gamma$. دراینصورت احکام زیر برقرارند:

۱) اگر داشته باشیم $\hat{p}_H \geq \frac{c(1-\gamma)}{\gamma\tilde{c}}$. درصورتی که $qT > (1-q)\left(c+\tilde{c}\,\frac{T-\gamma F}{(1-\gamma)(F+\tilde{F})}\right)$ آنگاه استراتژی بهینه مرکزکنترل مالیاتی و درآمد حاصل از آن برابر است با:

$$p^* = 1, \quad p_H^* = \frac{T-\gamma F}{(1-\gamma)(F+\tilde{F})}, \quad R_{2C_2}^* = qT-(1-q)\left\{c+\frac{\hat{p}-\gamma}{1-\gamma}\hat{p}_H\tilde{c}\right\}$$

و در غیر این صورت بازرسی برای مرکزکنترل مالیاتی مقرون به صرفه نیست. یعنی: $(p^* = p_H^* = 0)$

۲) اگر داشته باشیم $\hat{p}_H < \frac{c(1-\gamma)}{\gamma\tilde{c}}$. درصورتی که $qF > (1-q)(c+\tilde{c}\hat{p}_H)$ آنگاه استراتژی بهینه مرکزکنترل مالیاتی و درآمد حاصل از آن برابر است با:

$$p^* = \frac{T}{F}, \quad p_H^* = \frac{F}{F+\tilde{F}}, \quad R_{2C_2}^* = R_{2C_1}^* = qT-\hat{p}(c+\hat{p}_H\tilde{c})$$

و در غیر این صورت بازرسی برای مرکزکنترل مالیاتی مقرون به صرفه نیست. یعنی: $(p^* = p_H^* = 0)$

اثبات: برای مقایسه در آمدها در چهار ناحیه توصیف شده، ابتدا استراتژی بهینه مرکز و درآمد بهینه نسبت به آن را در هر ناحیه استخراج می‌کنیم.

a) در این ناحیه $p(b+p_H F)<T$ ، $p_H\tilde{F}<F(1-p_H)$

و $R_{2a}(p,p_H)= p\{p_H(q\{F+\tilde{F}\}-\tilde{c})-c\}$

تابع درآمد تابعی از متغیرهای p و p_H است. از محدودیت‌های بالا نتیجه می‌شود که

$$p_H<\hat{p}_H,\quad p<\frac{T}{b+p_H F}$$

در نتیجه شرایط تبانی وجود دارد و مقدار رشوه به شکل تابع $b=\gamma(1-p_H)F+(1-\gamma)p_H\tilde{F}$ خواهد بود. با قرار دادن در نامساوی اول نتیجه می‌شود که $p<\dfrac{T}{\gamma F+p_H(1-\gamma)(F+\tilde{F})}$.

اگر $q(F+\tilde{F})<\tilde{c}$، آنگاه $R_{2a}(p,p_H)$ نسبت به متغیرهای p و p_H نزولی بوده ودر نتیجه

$$R^*_{2a}=0,\ p^*=0,\ p^*_H=0$$

اگر $q(F+\tilde{F})>\tilde{c}$، آنگاه $R_{2a}(p,p_H)$ نسبت به p_H صعودیست. در صورتی‌که $p_H<\dfrac{c}{q(F+\tilde{F})-\tilde{c}}$، آنگاه $R_{2a}(p,p_H)$ نسبت به p نزولیست و $p^*=0, R^*_{2a}=0, \forall p_H$. و درصورتی‌که $p_H>\dfrac{c}{q(F+\tilde{F})-\tilde{c}}$، آنگاه $R_{2a}(p,p_H)$ نسبت به p (و نسبت به p_H) در نتیجه تابع $R_{2a}(p,p_H)$ ماکسیمم خود را در نقاط مرزی با ناحیه C_2 *حواهد گرفت*. یعنی:

$$R^*_{2a}=\max_{p_H}\frac{T\{p_H(q\{F+\tilde{F}\}-\tilde{c})-c\}}{\gamma F+p_H(1-\gamma)(F+\tilde{F})}$$

ماکسیمم تابع کسری فوق که دارای صورت و مخرج خطی بر حسب p_H و در آن p_H مثبت است.

در نتیجه چون $p(\hat{p}_H)=\hat{p}$ ، آنگاه:

$$p^*=\hat{p},\quad p^*_H=\hat{p}_H,\quad R^*_{2a}=R_{2a}(p^*,p^*_H)=\hat{p}\{\hat{p}_H(q(F+\tilde{F})-\tilde{c})-c\}$$

با ساده کردن آن خواهیم داشت: $R_{2a}^{*} = qT - \hat{p}\left(c + \hat{p}_H \tilde{c}\right)$

b) داریم $pF < T\ ,\ p_H \tilde{F} > F\left(1 - p_H\right),\ R_{2b} = p\left\{qF - c - p_H \tilde{c}\left(1 - q\right)\right\}$

از نامساوی‌های فوق معلوم می‌شود که $p < \hat{p}\ ,p_H > \hat{p}_H$. اما

$$(R_{2b})'_{p_H}(p, p_H) = -p\tilde{c}\left(1 - q\right) < 0,\ \forall p$$

پس تابع $R_b(p, p_H)$ تابعی نزولی نسبت به p_H در نتیجه $p_H^{*} = \hat{p}_H$. از طرفی:

$$(R_{2b})'_{p}(p, p_H) = qF - p_H \tilde{c}\left(1 - q\right) - c$$

اگر $qF < \hat{p}_H \tilde{c}\left(1 - q\right) + c$، آنگاه احتمال بهینه بازرسی برابر است با:

$$p^{*} = 0, R_{2b}^{*} = 0$$

در غیر این‌صورت ماکسیمم مقدار درآمد در نقطه $p_b^{*} = \hat{p}$ اتفاق می‌افتد. و

$$R_{2b}^{*} = R_{2b}(p, p_H) = \hat{p}\left\{qF - \hat{p}_H \tilde{c}\left(1 - q\right) - c\right\}$$

با ساده کردن مقدار فوق جواب بهینه در این ناحیه برابر است با:

$$p^{*} = \hat{p}, p_H^{*} = \hat{p}_H, R_{2b}^{*} = qT - \hat{p}\left(c + \hat{p}_H \tilde{c}\left\{1 - q\right\}\right)$$

C1) در این وضعیت $pF > T$ ، $p_H \tilde{F} > F\left(1 - p_H\right)$ و تابع درآمد:

$$R_{2c_1}(p, p_H) = qT - p\left(1 - q\right)\left(c + p_H \tilde{c}\right)$$

که نتیجه می‌شود: $p > \hat{p}\ ,p_H > \hat{p}_H$. اما

$$(R_{2c_1})'_{p}(p, p_H) = -\left(1 - q\right)\left(c + p_H \tilde{c}\right) < 0, \quad \forall p_H$$

$$(R_{2c_1})'_{p_H}(p, p_H) = -p\tilde{c}\left(1 - q\right) < 0, \quad \forall p$$

چنان‌که هویداست $R_{c_1}(p, p_H)$ نسبت به p و p_H نزولیست. در نتیجه احتمال بهینه بازرسی و درآمد بهینه برای آن برابر است با:

$$R_{c_1}^{*} = R_{c_1}(\hat{p}, \hat{p}_H) = qT - \hat{p}\left(1 - q\right)\left(c + \hat{p}_H \tilde{c}\right),\ \ p^{*} = \hat{p},\ \ p_H^{*} = \hat{p}_H$$

از مقادیر حاصله درآمد بهینه در ناحیه‌های بالا مشخص می‌شود که:

$$R_{2a}^{*} < R_{2b}^{*} < R_{2c_1}^{*}$$

C2) در این ناحیه $p\left(b + p_H F\right) > T$ ، $p_H \tilde{F} < F\left(1 - p_H\right)$ و تابع درآمد برابر است با:

$$R_{2c_2}(p, p_H) = qT - p\left(1 - q\right)\left(c + p_H \tilde{c}\right)$$

بنـــابراین $p > \frac{T}{\gamma F + p_H(1-\gamma)(F+\tilde{F})}$، $p_H < \hat{p}_H$. امـــا $R_{2c_2}(p, p_H)$ نسبت به p و p_H نزولیست. بنابراین مقـدار ماکـسیمم خـود را در نقـاط مـرزی ناحیه a *خواهد گرفت، جایی که* $p=p(p_H)$ یعنی:

$$R^*_{2C_2} = \max_{p_H}\left\{qT - \frac{T(1-q)(c+p_H\tilde{c})}{\gamma F + p_H(1-\gamma)(F+\tilde{F})}\right\} = qT - (1-q)T(\min_{p_H}\frac{c+p_H\tilde{c}}{\gamma F + p_H(1-\gamma)(F+\tilde{F})})$$

پـس از آنـالیز تـابع کـسری بـالا کـه صـورت و مخـرج آن نـسبت p_H خطـی می‌باشند، نتایج زیر به‌دست می‌آید:

- فرض‌کنید $p \in [0,1)$ و $\frac{T-\gamma F}{(1-\gamma)(F+\tilde{F})} \le p_H < \hat{p}_H$. اگر $\hat{p}_H > \frac{c(1-\gamma)}{\gamma\tilde{c}}$، آنگاه

$$p^* = 1, \quad p^*_H = \frac{T-\gamma F}{(1-\gamma)(F+\tilde{F})}, \quad R^*_{2C_2} = qT - (1-q)\left\{c + \frac{T-\gamma F}{(1-\gamma)(F+\tilde{F})}\tilde{c}\right\}$$

- در غیر این صورت احتمال بهینـه بازرسـی مـشابه ناحیـه c_1 یعنـی درآمـد مالیاتی مشابه در ناحیه c_1 برابر با

$$R^*_{2C_2} = R^*_{2C_1} = qT - \hat{p}(c + \hat{p}_H\tilde{c})$$

خواهد داشت.

- برای $p \in [0,\infty)$ و $\hat{p}_H > \frac{c(1-\gamma)}{\gamma\tilde{c}}$ احتمال بهینـه بازرسـی و درآمـد بهینـه برای آن برابر است با:

$$p^* = \frac{T}{\gamma F}, \quad p^*_H = 0, \quad R^* = qT - \frac{1}{\gamma}(1-q)c\hat{p}.$$

پ - استراتژی V3: در این استراتژی مرکز کنترل مالیـاتی بـه دلیـل پـایین‌تـر بودن هزینه بازرسی فقط از بازرسان گروه دوم بهره می‌گیرد. هزینـه هـر بازرسـی معادل با C خواهد بود و امکان تبانی وجود دارد. بازرسی مجدد گـزارش بازرسـان به دلیل امکان تبانی مجدد صورت نمی‌پذیرد.

قضیه۳:

اگر $p \in [0,1]$، آنگاه در وضعیت $\hat{p} > \gamma$ برای مالیات‌گیرنده بازرسی مقرون بـه

صرفه نیست و $p^* = 0, \quad R_3^* = 0$

اگر $p \in [0, \infty)$، آنگاه تحت شرایط $\gamma qF > (1-q)c$ احتمال بازرسی بهینه برابر با $p^* = \frac{T}{\gamma F}$ و درآمد حاصل از آن برابراست با: $R_3^* = qT - \frac{1}{\gamma}\hat{p}c(1-q)$

اثبات: در واقع قضیه ۳ حالت خاصی از قضیه ۲ است که در آن $p_H = 0$ است.

بر اساس نتایج بالا اگر $\hat{p} > \gamma$ برای استراتژی‌های V_1, V_2, V_3 به ترتیب درآمدهای مالیاتی بهینه زیرین در شرایط $p \in [0,1]$ برای دولت حاصل خواهد شد:

$$R_1^* = q \cdot T - \hat{p} \cdot (1-q) \cdot \tilde{c}, \quad p^* = \frac{T}{F} \qquad \text{(V1}$$

$$R_2^* = \begin{cases} \overline{R}_2 = qT - (1-q)\left(c + \tilde{c}\hat{p}_H \frac{\hat{p}-\gamma}{1-\gamma}\right), \ p^* = 1, \quad p_H^* = \frac{T - \gamma F}{(1-\gamma)(F + \tilde{F})}, \ \hat{p}_H \geq \frac{c(1-\gamma)}{\gamma \tilde{c}}, \ p \leq 1 \\ R_2 = qT - (1-q)\hat{p}(c + \hat{p}_H \tilde{c}), \quad p^* = \frac{T}{F}, \quad p_H^* = \frac{F}{F + \tilde{F}}, \quad \hat{p}_H < \frac{c(1-\gamma)}{\gamma \tilde{c}} \end{cases} \qquad \text{(V2}$$

(V3 $R_3^* = 0$ چون شرایط ایجاد تبانی وجود دارد و امکان بازرسی مجدد وجود ندارد.

۴- نتیجه‌گیری

در مقاله ارائه شده عکس العمل متقابل مالیات‌دهندگان و بازرسان در مقابل سه استراتژی ممکن در رابطه با به‌کارگیری بازرسان مورد بررسی قرارگرفته است. در استراتژی v_1، مرکز کنترل مالیاتی تنها از بازرسان صادق (نوع اول) استفاده می‌کند. در استراتژی v_2، مرکز از دو هر نوع بازرس صادق و غیرصادق (نوع دوم) استفاده خواهد کرد و در استراتژی v_3، مرکز کنترل مالیاتی تنها از بازرسان غیرصادق به‌کار می‌گیرد. مدل بر فرض امکان تبانی و انحراف در گزارش مالیاتی بنا شده است.

در جریان تحقیق احکام به صورت قضایا با نتایج زیر به‌دست آمده است:

برای استراتژی v_1 امکان تبانی نیست و استراتژی بهینه بازرسی برای مرکز کنترل مالیاتی همان مرز احتمال بازرسی یعنی $\hat{p}$ است. درآمد بهینه دولت نسبت

به این استراتژی محاسبه شده است. در استراتژی v_2، امکان تبانی وجود دارد در این وضعیت دو امکان وجود دارد. در وضعیت اول، بازرس نوع دوم با احتمالی گزارش مالیات‌دهنده را بررسی می‌کند وبا بازرس نوع اول گزارش بازرسی آن دسته از بازرسان نوع دوم را که درآمد پایین مالیات‌دهندگان را تأیید کردند با احتمالی مورد بررسی مجدد قرار می‌دهد. در وضعیت دوم، بازرسی مجدد صورت نمی‌پذیرد، ولی اثربخشی بازرسی مالیاتی چنان بالاست که انحراف در گزارش مالیاتی مقرون به صرفه نیست.

در قضایای ۱، ۲ و ۳ استراتژی بهینه بازرسی در وابستگی با پارامترهای مدل نسبت به هر کدام از استراتژی‌های به خدمت گرفته شده مرکز معین شده است و به‌دنبال آن درآمد بهینه دولت نسبت به استراتژی‌های مورد نظر محاسبه شده است.

فهرست منابع

1- Reinganum J. R, Wild L. L., (1993), "Income tax compliance in a principal- agent framework", *Journal of Public Economic*, v. 50, 345-369.

2- Vasin. A, Panova. E., (2000), "Tax collection and corruption in fiscal bodies", *The Economics Education and consortium*, No 99/10.

3- Navidi H. & Vasin A., (1999), "on the optimal organization of the tax service"- The 3rd, Moscow International conference on operations research.

4- Hindriks J. , Keen M. , Muthoo A., (1999), "Corruption, Extortion and Evasion", *Journal of Publish Economics*, 74, N3, 395-369.

5- Chander P. , Wilde L., (1992), "Corruption in tax administration", *Journal of Public Economics*, 49, 333-349.

6- Sanchez, I. , Sobel, J., (1993), "Hierarchical design and enforcement of income tax policies", *Journal of Public Economics*, 50, 345-69.