مجله تحقیقات اقتصادی / شماره ۵۸ / بهار و تابستان ۸۰ / صفحات ۴۷-۲۹

تعیین عرضه رقابتی کالای بادوام با نوسانات تصادفی در ذخیره کالا

مجید احمدیان

عضو هیأت علمی دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران

چکیده

این مقاله، مدل نظری تعیین میزان انتظاری عرضه کالای بادوام در شرایط رقابتی را ارایه می‌دهد که در آن ذخیره کالا در طول زمان با نوسانات تصادفی تغییر می‌کند. نتیجه مقاله عبارت از این است که تولیدکننده میزان انتظاری تولید را افزایش می‌دهد زیرا مبلغی به عنوان بیمه گریز از ریسک جهت جبران نوسانات تصادفی پرداخت می‌کند. از طرف دیگر، افزایش در قیمت سایه‌ای کالا از ارزش نهایی خدمات حاصل از استعمال کالا، به مراتب بیشتر می‌باشد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

کلید واژه‌ها

قیمت اجاره‌ای / قیمت سایه‌ای / قضیه آیتو / برنامه‌ریزی تصادفی پویا / معادله اساسی بهینگی

مقدمه

کالاهای اقتصادی بادوام، ویژگیهای متعددی دارند. اول، آنها از قطعات، ابزار و مواد بادوام نظیر فولاد، آهن، آلومینیم و مس ساخته می‌شوند. دوم، عمر این کالاها به درجه دوام آنها بستگی دارد. هر چقدر بادوامتر باشند، عمر مفید بیشتری خواهند داشت. به‌علاوه، نحوه استفاده و میزان استفاده آنها تابعی از دوام و عمر مفید می‌باشد. سوم، استفاده بیشتر از ظرفیت بالفعل این کالاها باعث می‌شود تا آنها زود مستهلک شوند. اگر استفاده نامطلوب از این کالاها ادامه یابد، در این صورت، در مدت کوتاهی به قراضه تبدیل می‌شوند و از نظر مصرف به عنوان کالاهای راکد و نامستعمل قلمداد می‌شوند. چهارم، هزینه استهلاک به صورت سرمایه‌گذاری جایگزینی عمر مفید آنها را افزایش می‌دهد. اگرچه میزان استعمال طول عمر را کاهش می‌دهد ولی سرمایه‌گذاریهای جایگزینی آن را ترمیم کرده و بازسازی می‌کند. پنجم، کالاهای بادوام به صورت ذخیره در اقتصاد نگهداری می‌شوند به‌طوری که کالاهای بادوام در سال گذشته بر موجودی تولید کالاهای بادوام در سال حاضر افزوده می‌شود و از این رو، برای صاحبان به‌عنوان ثروت و دارایی قلمداد می‌شوند. ششم، کالاهای بادوام ارزش استعمال دارند که برای صاحبان آنها خدماتی به وجود می‌آورند. افراد از خدمات کالاهای بادوام بهره‌مند می‌شوند. هرچقدر ارزش خدماتی بیشتر باشد، افراد مایلند در نگهداری و حفظ آنها دقت بیشتری نمایند. افراد در تصمیمات خود جهت خرید این کالاها به ارزش خدماتی آنها در طول زمان توجه می‌کنند و مایلند برای مدت زمان طولانی‌تری خدمات بیشتری از استعمال آنها داشته باشند.

نظریه‌های مربوط به تعیین عرضه کالاهای اقتصادی بادوام به دو گروه طبقه‌بندی می‌شوند. در گروه اول، نظریه‌هایی قرار دارند که نتیجه مقاله کوس[1] را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهند. کوس در مقاله خود رفتار انحصارگر را بیان می‌کند که کالای بادوام عرضه می‌کند و با واکنش انتظارات مصرف‌کنندگان مواجه می‌شود. زیرا مصرف کنندگان عرضه کالای بادوام در آینده را که از طرف انحصارگر عرضه می‌شود، از قبل پیش‌گویی می‌کنند و مقدار انتظاری آن را در زمان حال تعیین می‌کنند. انحصارگر نمی‌تواند

1- Coase (1972)

انتظارات آنها را تأمین کند، بدین‌جهت قدرت انحصاری را در بازار و در آینده از دست می‌دهد. این نتیجه را تصور و یا حدس کوس[1] می‌نامند. طبق حدس کوس، درجه دوام داشتن کالا از نظر استعمال در سود و عرضه انحصارگرا اثر می‌گذارد و از قدرت کارایی او در آینده می‌کاهد. در این زمینه مقالاتی توسط استوکی[2] (۱۹۸۱)، کاهن[3] (۱۹۸۶)، باند و ساموئلسن[4] (۱۹۸۴)، گول و همراهان[5] (۱۹۸۶) و در سال‌های اخیر توسط دریسکیل[6] (۱۹۹۷) تدوین شده‌اند. در این مقالات به نرخ استهلاک کالا، شکل تابع هزینه نهایی تولید، و همچنین تابع باور مصرف کننده درباره فروش انحصارگر در آینده، جهت تجزیه و تحلیل حدس کوس، توجه خاصی مبذول شده است. نظریه‌های گروه دوم براساس این فرض بنا شده‌اند که هر واحد از منابع انرژی پایان پذیر بادوام بعد از استخراج به یک واحد از کالای اقتصادی بادوام تبدیل می‌گردد. این نظریه‌ها برای بهره‌برداری بهینه از منابع پایان پذیر فلزی و مواد تنظیم شده‌اند که از آنها انواع گوناگون کالاهای اقتصادی بادوام تولید می‌گردد. مقالاتی که مالوگ و سالو[7] و کارپ[8] در این زمینه نوشته‌اند، تلاش می‌کنند صحت و سقم حدس کوس را مورد بررسی قرار دهند. از طرف دیگر، مقالاتی که استوارت[9] و لوهاری و پیندیک[10] نوشته‌اند بیشتر در ارتباط با صحت و سقم قاعده r- درصد هاتلینگ در شرایط بازار رقابتی و انحصاری می‌باشند. نتایج این مقالات بعداً توسط چیلتون[11] و هارتویک[12] توسعه یافتند و اصلاح گردیدند.

کالاهای بادوام در اقتصاد ذخیره می‌شوند و در طول زمان مورد بهره‌برداری قرار

1- Coase Conjecture
2- Stokey (1981)
3- Kahn (1986)
4- Bond and Samuelson (1984)
5- Gul et al. (1986)
6- Driskill (1997)
7- Malueg and Solow (1990, 1989)
8- Karp (1992)
9- Stewart (1980)
10- Levhari and Pindyck
11- Chilton (1984)
12- Hartwick (1993)

می‌گیرند و میزان تولید، ذخیره آنها را افزایش می‌دهد. در صورتی که میزان استهلاک ارزش ذخیره‌ای را کاهش می‌دهد. بنابراین، بین تولید و ذخیره کالاها رابطه‌ای وجود دارد که رابطه‌ای بین دوره‌ای است و موجودی یک دوره را به موجودی دوره دیگر مرتبط می‌کند. برای مثال، موجودی ذخیره کالا در زمان حال از مجموع دو عنصر تشکیل می‌یابد. عنصر اول، میزان تولید در زمان حال است و عنصر دوم، میزان موجودی سال گذشته بعد از کسر ارزش استهلاک می‌باشد. میزان استهلاک به صورت نسبتی از ذخیره کالا تعیین می‌شود. در اکثر مطالعات، رابطه مزبور در شرایط کاملاً مطمئن فرض شده است در صورتی که عامل زمان، نقش مؤثر در رابطه مزبور داشته و سبب می‌شود ذخیره کالا تغییر کند. بنابراین، رابطه بین تولید و ذخیره کالا یک رابطه تصادفی بوده و نوسانات تصادفی توسط عامل زمان در رابطه مزبور پدید می‌آید. مدلی که در این مقاله برای تعیین عرضه کالای بادوام طراحی شده است، برخلاف مقالات دیگران، رابطه مزبور را به‌صورت معادله تصادفی فرض می‌کند که به گروه اول تعلق دارد. در این مدل، زمان از جریان وینر[1] تبعیت می‌کند و بنابراین، ذخیره کالای بادوام در طول زمان با نوسانات تصادفی همراه است. در تعیین مسیر انتظاری عرضه کالای بادوام، از قضیه معروف آیتو[2] با بکار بردن روش برنامه‌ریزی تصادفی پویا استفاده خواهد شد.

در قسمت اول مقاله، مدل نظری ارایه می‌شود و پس از حل آن، نتایج مشخص می‌گردد. مسیر میزان انتظاری عرضه کالای بادوام و عوامل مؤثر در آن در قسمت دوم بررسی خواهد شد. سرانجام، نتایج مقاله به دست داده خواهد شد.

۱ـ مدل نظری و راه‌حل آن

مدل نظری که در این مقاله ارایه می‌شود، اجزای متفاوتی دارد. فرض می‌شود برنامه تولید از یک زمان معین شروع شده و در زمان انتهایی به پایان می‌رسد. زمان شروع را با t و زمان انتهایی را با T نشان می‌دهیم. چون زمان نوسانات تصادفی در ذخیره کالا به‌وجود می‌آورد، از این رو، مسیر عرضه در شرایط انتظاری تعیین می‌شود. رابطه بین تولید و

1- Wiener process

2- Ito's Lemma

ذخیره کالای بادوام به‌صورت محدودیت از اجزای دیگر مدل به‌شمار می‌رود. براساس این محدودیت، کالاهای بادوام تولید شده روی هم انباشته شده و ذخیره آینده را تشکیل می‌دهد. در این مدل، هدف به‌صورت ارزش انتظاری است که از تفاوت دو عنصر در طول برنامه تولید حاصل می‌شود. یکی از عناصر، هزینه تولید کالاهای بادوام است که تابعی از میزان تولید در هر زمان می‌باشد و هزینه نهایی از مشتق هزینه کل نسبت به میزان تولید به‌دست می‌آید که در هر زمان مثبت است. با افزایش میزان تولید، هزینه نهایی افزایش می‌یابد.

عنصر دیگر، ارزش خدمات ناشی از استعمال کالاهای بادوام می‌باشد زیرا مصرف کنندگان کالاهای بادوام را می‌خرند و سپس آنها را در سال‌های متمادی مورد استفاده قرار می‌دهند و در نتیجه، مطلوبیت کسب می‌کنند. معیار سنجش مطلوبیت ارزش خدماتی است که در سال‌های آینده نصیب مصرف کنندگان می‌شود. ارزش خدمات حاصل از استعمال کالاهای بادوام از ذخیره کالاهای بادوام تبعیت می‌کند و افزایش ارزش خدمات ناشی از افزایش یک واحد اضافی بر ذخیره کالاهای بادوام را قیمت اجاره‌ای می‌نامند. قیمت اجاره‌ای ارتباطی با قیمت بازاری ندارد بلکه با ذخیره کالا رابطه معکوس دارد.

برنامه تولید کالای بادوام توسط برنامه‌ریز اجتماعی به عنوان نماینده دولت در شرایط رقابتی انجام می‌گیرد و دولت براساس مدیریت برنامه‌ریزی کشور، تولید این کالاها را به‌عهده گرفته و تلاش می‌کند منابع جامعه را برای تولید کالاهای بادوام به طور بهینه اختصاص دهد. برنامه‌ریز اجتماعی، تابع ارزش خدمات حاصل از استعمال کالاها را به عنوان منافع ملی در نظر گرفته و برای تعیین منافع خالص تفاوت آن را از هزینه کل تولید به‌دست می‌آورد. از آن جایی که تولید در طول برنامه انجام می‌گیرد لذا منافع خالص حاصل در سال‌های آینده را تنزیل کرده و مجموع ارزش حال آنها را برای به‌دست آوردن تابع هدف محاسبه می‌کند. بنابراین، مجموع ارزش حال منافع خالص در طول برنامه تولید را به‌صورت تابع هدف مشخص می‌کند و آن را با درنظر گرفتن محدودیت ذخیره کالاهای بادوام به حداکثر می‌رساند و در نتیجه مسیر بهینه و انتظاری عرضه کالاهای بادوام را تعیین می‌کند. از آن جایی که دولت به‌دنبال تخصیص بهینه منابع مولد

جامعه در جهت تولید کالاهای بادوام است، بدین جهت عرضه کالاهای بادوام در شرایط رقابتی تعیین می‌شود.

استعمال کالاهای بادوام سبب می‌شود قسمتی از آنها مستهلک شده و بقیه جهت تأمین تقاضا در آینده بکار رود. فرض می‌گردد که میزان استهلاک h است و در طول زمان ثابت می‌باشد. ذخیره کالای اقتصادی بادوام در زمان معین t با x(t) نشان داده می‌شود که در این صورت، مقدار hx(t) در اثر استعمال، مستهلک شده و بقیه x(t) - hx(t) جهت استفاده مجدد در آینده باقی خواهد ماند. در زمان t+۱ ذخیره کالای بادوام به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$x(t+1) = q(t) + [x(t) - hx(t)] \qquad (۱)$$

رابطه (۱) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\Delta x(t) = q(t) - hx(t) \qquad (۲)$$

$\Delta x(t) = x(t+1) - x(t)$ است و تغییرات کالای اقتصادی بادوام را میان دو دوره t و (t+۱) بیان می‌کند. اگر زمان به صورت متغیر پیوسته فرض شود، در این حالت رابطه (۲) به صورت زیر خلاصه خواهد شد:

$$\frac{dx}{dt} = q - hx \qquad (۳)$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

برای سهولت محاسبات، زمان از متغیرها حذف می‌گردد. رابطه (۳) تغییرات کالای اقتصادی بادوام را در شرایط کاملاً مطمئن نشان می‌دهد به طوری که ذخیره به صورت تصادفی تغییر نمی‌کند و عامل زمان در آن نوسانات تصادفی به‌وجود نمی‌آورد. ولی امکان دارد قسمتی از تغییرات ذخیره به‌وسیله جریان تصادفی در طول زمان اتفاق بیافتد. در واقع، قسمتی از نوسانات ذخیره در اثر عامل زمان تصادفی می‌باشد. تحت این شرایط، رابطه (۳) به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$dx = (q - hx)dt + \sigma(x)dz \qquad (۴)$$

dz از جریان وینر[1] پیروی می‌کند به طوری که $E[dz] = 0$ و $var[dz] = dt$ می‌باشند. در این صورت $E[dx] = (q - bx)dt$ و $var[dx] = \sigma^2(x)dt$ خواهد شد[2]. واریانس $\sigma(x)$ تحت تأثیر ذخیره قرار می‌گیرد و با افزایش در آن واریانس بیشتر می‌شود.

مصرف کنندگان از استعمال کالاهای اقتصادی بادوام در طول زمان ارزش خدماتی به‌دست می‌آورند و بخاطر این ارزش، تصمیم می‌گیرند کالاها را خریداری نمایند. در زمان معین t، ارزش خدمات حاصل از استعمال کالای بادوام را برای مصرف کنندگان با تابع $S = s(x)$ نشان داده می‌شود که در آن، $S_x = \frac{ds}{dx} > 0$، ارزش نهایی خدمات است و منحنی تقاضا با شیب منفی را نشان می‌دهد. در تابع خدمات وقتی که $x = 0$ است $S(0) = 0$ می‌شود ولی $S_x(0)$ از صفر بزرگتر است[3]. درواقع، برای مقادیر معین x تابع S_x قیمت جاری[4] و یا قیمت اجاره‌ای را بیان می‌کند[5]. ولی $S_{xx} = \frac{d^2s}{dx} < 0$ می‌باشد و با افزایش در ذخیره ارزش نهایی خدمات کاهش می‌یابد. تابع $S_x = S_x(x)$ تابع ضمنی تقاضا است و شیب آن به صورت S_{xx} منفی می‌باشد و منحنی آن در نمودار زیر رسم شده است. روی محور افقی، مقادیر ذخیره کالا و روی محور عمودی، ارزش نهایی خدمات حاصل از استعمال کالاهای بادوام درج شده‌است. همان طوری که گفته شد، ارزش نهایی خدمات کالاهای بادوام مشتق تابع ارزش خدمات نسبت به ذخیره کالا است و مشتق مرتبه دوم آن شیب منحنی تابع تقاضای ضمنی می‌باشد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

1- Wiener Process

۲- برای به‌دست آوردن $var(dx^2)$ مقدار dx^2 از رابطه (۴) به صورت زیر به‌دست داده‌می‌شود.

$$dx^2 = (q - bx)^2dt^2 + s^2dz^2 + 2(q - bx)\sigma dzdt \qquad (i)$$

چون $var[dz] = Edz^2 - [Edz]^2 = dt$ است در نتیجه $E[dz^2] = dt$ خواهد شد.

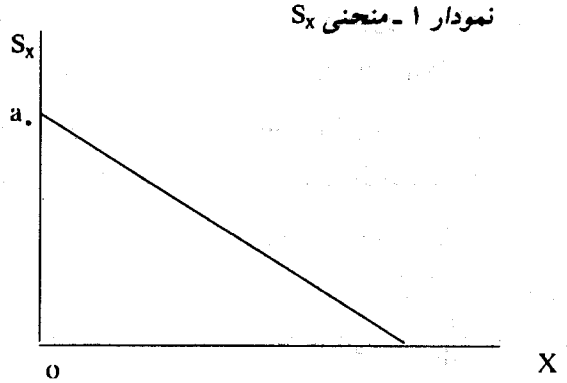
همچنین $var[dz^2] = 0$ است زیرا برای مقادیر خیلی کوچکتر dt مقدار $dt^n \to 0$ می‌باشد وقتی که $n > 1$ است. تحت این شرایط $E[dz^2] = dz^2 = dt$ خواهد شد. عملگر E را برای طرفین رابطه (i) به صورت زیر بکار می‌بریم و نتیجه به صورت $E[dx^2] = \sigma^2dt$ خواهد شد. چون $var[dx^2] = 0$ است در نتیجه $E[dx^2] = dx^2 = \sigma^2dt$ نوشته خواهد شد.

۳- تابع $S_x = a_0 - a_1x$ را در نظر می‌گیریم که در آن a_0 و a_1 هر دو مثبت هستند. اگر $x = 0$ باشد $S_x(0) = a_0$ خواهد شد و $S_{xx} = -a_1$ منفی می‌شود.

4- Flow Price

5- Rental Price

نمودار ۱ ـ منحنی S_x



عرضه کنندگان جهت فروش کالای اقتصادی بادوام، تصمیم می‌گیرند تا منفعت انتظاری خود را در زمان حال و زمانهای آینده محاسبه نمایند. در محاسبه منفعت انتظاری از نرخ تنزیل بجای نرخ ترجیح زمانی استفاده می‌کنند و همچنین، بجای درآمد ناخالص، ارزش کل خدمات حاصل از استعمال کالا را بکار می‌برند. در این صورت، منفعت خالص به صورت زیر خلاصه خواهد شد:

$$B(x,q) = [S(x) - C(q)]$$

$C(q)$ هزینه کل تولید است به طوری که $C_q = \frac{dc}{dq} > 0$ و $C_{qq} = \frac{d^2c}{dq^2} > 0$ می‌باشند. هزینه نهایی تولید را با C_q نشان می‌دهیم که با افزایش در مقدار کالا افزایش پیدا می‌کند.

برای به‌دست آوردن میزان عرضه کالا در حالت بهینه، عرضه کنندگان درصدد هستند تا مجموع ارزش حال انتظاری و تصادفی منفعت خالص را که از فروش کالا در طول زمان ناشی می‌شود، حداکثر نمایند. بنابراین، مسأله عرضه کنندگان به صورت زیر خلاصه خواهد شد:

$$\underset{q}{Max}\, E_t \left[\int_t^T B(x,q)\, e^{-r(u-t)}\, du \right] \qquad (۵)$$

E_t عملگر ارزش انتظاری است، و r نرخ تنزیل است و برنامه تولید از زمان t شروع شده و در زمان T پایان می‌پذیرد. برای به‌دست آوردن مسیر بهینه عرضه کالای بادوام از

برنامه‌ریزی پویای تصادفی[1] استفاده می‌کنیم. تابع هدف (۵) را نسبت به قید تصادفی (۴) به حداکثر می‌رسانیم و در این صورت، تابع ارزش بهینه[2] به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$e^{-rt}\, V(x) = \underset{q}{\text{Max}}\, E_t \left[\int_t^T B_d(x,q)\, du \right] \qquad (۶)$$

$B_d(x,q) = B(x,q)\, e^{-ru}$ می‌باشد و $V(x)$ تابع ارزش بهینه است و ارزش حال آن به صورت زیر خلاصه خواهد شد:

$$J(x,t) = e^{-rt} V(x) \qquad (۷)$$

تحت این‌شرایط معادله اساسی بهینگی[3] به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$0 = \underset{q}{\text{Max}} \left[B_d + \left(\frac{1}{dt}\right) E_t [d(j)] \right] \qquad (۸)$$

$\left(\frac{1}{dt}\right) E_t(d(j))$ عملگر دیفرانسیلی آیتو[4] می‌باشد و مقدار آن به صورت زیر است:

$$\left(\frac{1}{dt}\right) E_t [d(j)] = e^{-rt} \left[-rv + v_x (q - bx) + \frac{1}{2} v_{xx}\, \sigma^2(x) \right] \qquad (۹)$$

$v_x = \frac{dv}{dx}$ و $v_{xx} = \frac{d^2 v}{dx^2}$ می‌باشند. با جایگزین نمودن رابطه (۹) در رابطه (۸) معادله اساسی بهینگی به صورت زیر خلاصه خواهد شد:

$$rv = \underset{q}{\text{Max}} \left[B(x,q) + v_x (q - bx) + \frac{1}{2} v_{xx}\, \sigma^2(x) \right] \qquad (۱۰)$$

رابطه (۱۰) نشانگر این است که بازده حاصل از ارزش ذخیره کالای اقتصادی بادوام و

1- Stochastic Dynamic Programming
2- The Optimal Value Function
3- The Fundamental Equation of Optimality
4- Ito's Differential Operator

rv و[1] با مجموع دو جزء برابر است. مبلغ جریان نقدی خالص[2] که به صورت ارزش خدمات خالص است B(x,q) جزء اول را تشکیل می‌دهد. کالای اقتصادی بادوام دارایی و ثروت مصرف کنندگان محسوب می‌شود و در طول زمان ارزش سرمایه‌ای انتظاری[3] به‌وجود می‌آورد که جزء دوم را تشکیل می‌دهد. این جزء به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$(\frac{1}{dt})\,E_t\,(d(v)) = v_x\,(q - bx) + \frac{1}{2}\,v_{xx}\,\sigma^2 \qquad (11)$$

برای تعیین مسیر بهینه عرضه کالای اقتصادی بادوام، از رابطه بهینگی (۱۰) نسبت به q و x مشتق می‌گیریم:

$$\frac{\partial \dot{B}}{\partial q} + v_x = 0 \qquad (12)$$

$$rv_x = \frac{\partial B}{\partial x} + (\frac{1}{dt})\,E_t(d(v_x)) - bv_x + \sigma\sigma' v_{xx} \qquad (13)$$

$\frac{\partial B}{\partial q} = -C_q$ و $\frac{\partial B}{\partial x} = S_x$ می‌باشد. با جایگزین کردن آنها در مشتق‌های مرتبه اول، نتیجه نهایی به صورت زیر خواهد شد:

$$C_q = v_x \qquad (14)$$

$$(r + b)v_x - \sigma\sigma' v_{xx} = S_x + (\frac{1}{dt})\,E_t\,[d(v_x)] \qquad (15)$$

در رابطه (۱۵) مشتق واریانس σ نسبت به x با $\sigma' = \frac{d\sigma}{dx}$ نشان داده شده است و S_x ارزش نهایی خدماتی است که از استعمال کالای بادوام نصیب مصرف کنندگان می‌گردد. با مشتق‌گیری از رابطه (۱۰) نسبت به q رابطه (۱۴) به‌دست آمده است. همچنین، رابطه

1- Return on the Durable Goods Stock

2- Net Cash Flow

3- Expected Capital Gain

(۱۵) با گرفتن مشتق نسبت به x از رابطه (۱۰) حاصل شده است که در آن از قضیه آیتو در مورد $v_x = v_x(x)$ به صورت زیر استفاده به‌عمل آمده است:

$$(\frac{1}{dt})\, E_t\, [d(v_x) = v_{xx}\,(q - bx) + \frac{1}{2} v_{xxx}\,\sigma^2 \qquad (۱۶)$$

چون v_x تابعی از جریان تصادفی است از این رو نمی‌توانیم از طرفین رابطه (۱۴) نسبت به زمان مشتق‌گیری کنیم اما می‌توانیم قضیه آیتو را در مورد طرفین رابطه (۱۴) به صورت زیر بکار ببریم:

$$C_{qq}\,(\frac{1}{dt})\, E_t(dq) = (\frac{1}{dt})\, E_t[dv_x] \qquad (۱۷)$$

رابطه (۱۷) را با رابطه (۱۵) ترکیب می‌کنیم تا بتوانیم میزان عرضه را در حالت بهینه تعیین کنیم در این صورت خواهیم داشت:

$$C_{qq}\,(\frac{1}{dt})\, E_t[dq] = (r + b)v_x - \sigma\sigma' v_{xx} - S_x \qquad (۱۸)$$

از رابطه (۱۸) مسیر انتظاری تولید کالای بادوام در شرایط رقابتی بدست می‌آید.

۴ـ مسیر بهینه تولید انتظاری کالای بادوام

وقتی که یک واحد اضافی از کالای بادوام تولید می‌شود، اولاً، هزینه کل تولید افزایش می‌یابد و دوم، یک واحد بر ذخیره موجود کالای بادوام اضافه شده که در اثر آن تابع ارزش تولید کننده افزایش می‌یابد. درنتیجه، تولید کننده زمانی اقدام به تولید و عرضه کالای بادوام می‌نماید که افزایش هزینه کل با افزایش تابع ارزش با هم برابر باشند. در غیر این صورت، عرضه کالای بادوام برای تولید کننده از نظر اقتصادی مقرون به صرفه نخواهد بود. رابطه (۱۴) تساوی میان افزایش هزینه را با افزایش تابع ارزش در اثر افزایش یک

واحد اضافی در ذخیره کالای بادوام نشان می‌دهد. این رابطه را با رابطه (۱۷) بعد از بکار بردن قضیه معروف آیتو ترکیب می‌کنیم تا رابطه (۱۸) به‌دست داده شود و سپس از آن استفاده کرده و مسیر انتظاری و بهینه میزان عرضه صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$(\frac{1}{dt})\, E_t[dq] = \frac{1}{C_{qq}}|(r + b + \sigma\sigma' A)\, v_x - S_x| \qquad (۱۹)$$

$C_{qq} = \frac{d^2c}{dq^2}$ مثبت است و افزایش صعودی هزینه نهایی تولید در اثر افزایش میزان تولید را نشان می‌دهد. فرض می‌شود که C_{qq} وجود دارد و مقدار آن مثبت است تا بتوان رشد تصادفی میزان تولید کالای بادوام را تعیین نمود.

در رابطه (۱۹)، مقدار v_x قیمت سایه‌ای است و از مشتق تابع ارزش $v(x)$ نسبت به x به‌دست می‌آید یعنی $v_x = \frac{dv}{dx}$ است، و $v(x)$ تابع هدف غیرمستقیم نیز است. تابع هدف غیرمستقیم از تابع هدف مستقیم به‌دست می‌آید که در واقع مقدار حداکثر شده آن می‌باشد. یافتن حداکثر مجموع ارزش حال منفعت خالص انتظاری حاصل از عرضه و فروش کالای اقتصادی بادوام در طول یک برنامه تولید معین، هدف مستقیم تولید کننده را تشکیل می‌دهد. هدف غیرمستقیم، حداکثر مجموع ارزش حال منفعت خالص انتظاری است که به‌وسیله مسیر بهینه میزان تولید انتظاری تعیین گردیده است. چون ذخیره کالای بادوام به طور تصادفی در طول زمان نوسان می‌کند از این رو، $v(x)$ یک تابع تصادفی است. افزایش تابع ارزش درنتیجه افزایش یک واحد اضافی در ذخیره کالای بادوام، مقدار قیمت سایه‌ای را اندازه‌گیری می‌کند. قیمت سایه‌ای مقدار اضافه شده در مجموع ارزش حال انتظاری منفعت خالص حداکثر شده است که درنتیجه افزایش یک واحد اضافی در ذخیره کالای بادوام حاصل شده است. قیمت سایه‌ای ارزش ذاتی و اصلی هر واحد از ذخیره کالای بادوام را نشان می‌دهد. چون ذخیره کالای بادوام در طول زمان نوسانات تصادفی دارد از این رو، قیمت سایه‌ای با نوسانات تصادفی تغییر می‌کند. پس، قیمت سایه‌ای تابعی از ذخیره کالای بادوام است و از اثر نوسانات تصادفی آن تبعیت می‌کند. مصرف کنندگان برای دستیابی به یک واحد اضافی از کالای بادوام حاضرند

مقدار v_x را به تولیدکنندگان پرداخت نمایند زیرا تولید هر واحد از ذخیره به اندازه v_x ارزش اضافی برای تولیدکنندگان ایجاد می‌کند. مصرف‌کنندگان با خرید هر واحد اضافی از کالای بادوام موجب می‌شوند تا اولاً آن واحد دوباره تولید شود و دوم، یک واحد بر ذخیره موجود اضافه گردد. ارزش ذاتی و طبیعی آن واحد برای مصرف‌کنندگان v_x است.

رابطه (۱۹) معادله دینامیک تصادفی میزان تولید است که در آن افزایش نوسانات تصادفی در ذخیره کالا اثر افزایشی در تولید کالا می‌گذارد. در این رابطه، واریانس تغییر ذخیره کالای بادوام در طول زمان $\sigma(x)$ است که تابع صعودی نسبت به ذخیره کالا می‌باشد. با افزایش یک واحد اضافی در عرضه کالای بادوام، ذخیره کالا به اندازه یک واحد اضافه می‌شود و درنتیجه واریانس به اندازه $\sigma' = \frac{d\sigma}{dx}$ افزایش پیدا می‌کند. از طرف دیگر، $A(x) = -\frac{v_{xx}}{v_x}$ شاخص ضمنی گریز از ریسک از نظر تولیدکننده می‌باشد. چون تابع منفعت خالص B مقعر است از این رو، $v(x)$ تابع غیرمستقیم آن مقعر خواهد شد و در نتیجه $v_{xx} = \frac{d^2v}{dx^2}$ منفی شده و سرانجام $A(x)$ مقدار مثبت خواهد داشت. بنابراین، $A(x)$ مبلغی است که تولیدکننده جهت جبران و گریز از ریسک می‌پردازد. چون $\sigma' > 0$ است بنابراین با افزایش x میزان رشد انتظاری q نیز افزایش پیدا می‌کنند. عبارت $\sigma'\sigma A$ حق بیمه ریسک را اندازه‌گیری می‌کند. زیرا $A(x)$ شاخصی است که جهت سنجش گریز ضمنی تولیدکننده از ریسک بکار می‌رود. از طرف دیگر، $\sigma'\sigma$ مقدار نوسانات تصادفی را اندازه‌گیری می‌کنند که هر واحد آن به اندازه $A(x)$ برای تولیدکننده، هزینه ریسک دربر دارد. درنتیجه، تولیدکننده مجبور است برای جبران هزینه حاصل از نوسانات تصادفی مبلغ $\sigma'\sigma A$ را پرداخت نماید تا بتواند اثرات نامطلوب نوسانات تصادفی را در افزایش تولید کالای بادوام حذف نماید. پس، با افزایش σ و یا σ' نوسانات تصادفی تشدید می‌شود و به دنبال آن، تولید کننده باید مبلغ بیشتری را جهت تنزیل و حذف نوسانات تصادفی پرداخت نماید تا بتواند تولید خود را افزایش دهد.

ذخیره کالای بادوام، ثروت و دارایی مصرف کننده را تشکیل می‌دهد و در طول زمان اضافه ارزش به‌دست می‌آورد. رشد انتظاری قیمت سایه‌ای، درآمد انتظاری سرمایه‌ای[1]

1- Capital Gain

را برای مصرف کننده به‌وجود می‌آورد که توسط $\frac{1}{dt} E_t [d(v_x)]$ اندازه‌گیری می‌شود. وقتی که مصرف کننده یک واحد اضافی از کالای اقتصادی بادوام را می‌خرد، اولاً، به اندازه یک واحد بر دارایی و سرمایه وی افزوده می‌شود و به اندازه hv_x هزینه استهلاک سالیانه خواهد داشت. دوم، اگر وی از خرید کالا منصرف شود و مبلغ v_x ریال را در بانک پس‌انداز کند سالیانه مبلغ rv_x بهره دریافت خواهد کرد. بدین ترتیب، داشتن کالای بادوام برای مصرف کننده به اندازه $(r+h)v_x$ هزینه فرصت به‌وجود می‌آورد. در رابطه (۱۹)، هزینه فرصت توسط عامل تصادفی $\sigma'\sigma A$ تعدیل شده است.

همان طوری که می‌توان از معادله (۱۹) ملاحظه کرد، رشد تصادفی میزان تولید وقتی در طول زمان صعودی است که رابطه زیر را داشته باشیم:

$$(r + h + \sigma'\sigma A) > \frac{S_x}{v_x} \qquad (۲۰)$$

در این رابطه، نسبت S_x به v_x به صورت $\frac{\Delta S}{\Delta v}$ نوشته می‌شود که نشان می‌دهد افزایش تابع ارزش، چقدر منجربه افزایش تابع ارزش خدمات شده است. اگر تولید و فروش کالای بادوام به اندازه یک واحد اضافی ارزش انتظاری نصیب تولیدکننده کند، به‌دنبال آن ارزش خدمات حاصل از استعمال کالا برای مصرف کننده به اندازه ΔS خواهد بود. درواقع، $\frac{\Delta S}{\Delta v}$ افزایش ارزش نهایی خدمات را در اثر افزایش یک واحد اضافی در تابع ارزش منفعت نشان می‌دهد. اگر این ارزش نهایی خدمات از هزینه فرصت تصادفی کمتر باشد تولید تصادفی روند افزایشی خواهد داشت. اگر تساوی میان آن دو برقرار باشد، در این صورت رشد انتظاری تولید صفر شده و به‌دنبال آن میزان تولید در شرایط ایستا[1] تعیین می‌گردد.

در رابطه (۱۹)، اگر $h = 0$ باشد در این صورت میزان استهلاک صفر شده و در نتیجه کالا در زمره کالای کاملاً بادوام مانند طلا و نقره محسوب می‌گردد. کالای کاملاً بادوام در طول زمان مستهلک نمی‌شود و می‌تواند کاملاً جهت تأمین تقاضا به آینده منتقل شود.

1- Steady - State

تحت این شرایط، مسیر زمانی رشد تصادفی کالای صددرصد بادوام از رابطه (۱۹) به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$(\frac{۱}{dt})\, E_t\,[dq] = \frac{۱}{C_{qq}}\,[r + \sigma\sigma' A)\, v_x - S_x]$$

در این رابطه، مقدار پرداختی از طرف تولیدکننده جهت جبران خسارات ناشی از نوسانات تصادفی موجب افزایش در تولید کالا می‌گردد.

اگر در رابطه (۱۹) مقدار σ' مساوی صفر باشد، در این صورت خواهیم داشت:

$$(\frac{۱}{dt})\, E_t\,[dq] = \frac{۱}{C_{qq}}\,[r + b)\, v_x - S_x] \qquad (۲۱)$$

در این رابطه، واریانس مستقل از ذخیره کالا است و با مقدار ثابتی در طول زمان نوسان می‌کند[۱]. چون عامل سنجش جبران خطرات نوسانات تصادفی در رابطه (۲۱) وجود ندارد، بنابراین، رشد انتظاری تولید کمتر می‌شود. اگر $\sigma = ۰$ باشد در این صورت، میزان تولید در شرایط کاملاً مطمئنی تعیین می‌شود. تحت این شرایط، رابطه (۱۹) به رابطه زیر تبدیل خواهد شد:

$$q = \frac{۱}{C_{qq}}[(r + b)\, v_x - S_x] \qquad (۲۲)$$

با مقایسه روابط (۲۱) و (۲۲) نتیجه می‌گیریم که اگر واریانس ذخیره کالای بادوام در طول زمان مقدار ثابتی باشد، در این صورت جریان تصادفی در میزان رشد عرضه کالای بادوام در طول زمان اثری نخواهد گذاشت.

۱ـ اگر $\sigma = a$ باشد در این صورت $\sigma\dot{\epsilon} = \frac{d\sigma}{dx} = ۰$ خواهد شد. تحت این شرایط رشد ذخیره در شرایط تصادفی به صورت $dx = (q - bx)\, dt + a dz$ نوشته می‌شود.

نتیجه‌گیری

در مقالات مربوط به عرضه کالای بادوام، در مدل‌های مطرح شده، رابطه بین تولید و ذخیره کالای بادوام در دو دوره متوالی به صورت محدودیت با نوسانات تصادفی همراه نمی‌باشد. در صورتی که در مقاله حاضر، رابطه مزبور تصادفی بوده و عامل زمان، نوسانات تصادفی ذخیره کالا را توجیه می‌کند. زمان به عنوان متغیر تصادفی از جریان وینر تبعیت کرده و همراه با روش برنامه‌ریزی تصادفی پویا و با استفاده از قضیه معروف آیتو در تعیین عرضه انتظاری کالای بادوام بکار می‌رود. در نتیجه، عرضه انتظاری با جایگزین نمودن رابطه (۱۴) در رابطه (۱۹) به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$(\frac{1}{dt})\, E_t\,(dq) = \frac{1}{C_{qq}}[r + b + \sigma\sigma'\, A_{(x)})\, C_q - S_x] \qquad (۲۳)$$

C_q هزینه نهایی تولید است. عبارت $\sigma\sigma'\, A_{(x)}$ یافته اصلی این مقاله است و بخاطر وجود واریانس در ذخیره کالا در طول زمان در رابطه (۲۳) ظاهر شده است. عبارت مزبور، وجه تمایز این مقاله با مقالات دیگران تا به امروز می‌باشد. به عنوان مثال، دریسکیل[1] رابطه محدودیت را در شرایط کاملاً مطمئن فرض می‌کند و مسیر انتظاری عرضه کالای بادوام را در وضعیت ساده‌تری مانند رابطه (۲۲) تعیین می‌نماید.

اگر تولیدکننده یک واحد اضافی از کالای بادوام را در شرایط رقابتی تولید کند، موجب می‌شود تا یک واحد اضافی بر ذخیره موجود افزوده شود. افزایش ذخیره، واریانس را افزایش می‌دهد و درنتیجه تولیدکننده باید مبلغ بیشتری جهت جبران خسارات ناشی از نوسانات تصادفی پرداخت نماید تا بتواند روند انتظاری تولید را افزایش دهد. از طرف دیگر، افزایش در ذخیره کالا، ارزش نهایی خدمات حاصل از استعمال کالا را کاهش می‌دهد ولی قیمت سایه‌ای را افزایش می‌دهد و درنتیجه تولیدکننده میزان عرضه انتظاری را افزایش می‌دهد.

چون تولیدکننده برای مقابله با نوسانات تصادفی، مبلغی را به‌عنوان بیمه گریز از

1- Driskill (1997)

ریسک پرداخت می‌کند بدین جهت میزان تولید در شرایط تصادفی بیشتر از شرایط کاملاً مطمئن می‌باشد. اگر واریانس ذخیره کالا در طول زمان مقدار ثابتی داشته باشد، در این صورت، روند زمانی عرضه کالا تحت تأثیر اثر تصادفی قرار نخواهد گرفت و مانند شرایط کاملاً مطمئن تعیین خواهد شد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

1- Bond, E. and Samuelson, L. (1984), **Durable Goods Monopolies with Rational Expectation and Replacement Sales**, Rand Journal of Economics, 15, 336-45.

2- Chilton, J. (1984), **The pricing of Durable Exhaustible Resources: Comment**, The Quarterly Journal of Economics.

3- Coase, R. (1972), **Durability and Monopoly**, Journal of Law and Economics, 15, 143-9.

4- Driskill, R. (1997), Durable - **Goods Monopoly, Increasing Marginal Cost and Depreciation**, Economica, 64, 137-54.

5- Gul, F., Sannenschlin, H. and Wilson, R. (1986), **Foundations of Dynamic Monopoly and the Case Conjecture**. Journal of Economic Theory, 39, 155-90.

6- Hartwick, J.M., (1993), **The Generalized r% Rule for Semi - Durable Exhaustible Resources**, Resource and Energy Economics, 15, 147-152.

7- Hotelling, H. (1931), **The Economics of Exhaustible Resources**, Journal of Political Economy, XXXIX, 137-75.

8- Kahn, C. (1966), **The Durable Goods Monopolist, and Consistency with Increasing Costs**, Econometrica, 54, 275-94.

9- Karp, L. (1993), **Monopoly Extraction of a Durable Nonrenewable Resource: Failure of the Coase Conjecture**, Economica, 60, 13-26.

10- Levhari, D. and Pindyck, R.S. (1981), **The Pricing of Durable Exhaustible Resources**, Quarterly Journal of Economics, 96, 365-377.

11- Malueg, D.A. and J.L. Solow, (1990), **Monopoly Production of Durable Exhaustible Resources**, Economica, 57, 29-47.

12- Stewart, M.B. (1980), **Monopoly and the Intertemporal Production of A Durable Extractable Resource**, Quarterly Journal of Economics, XCIV, 99-112.

13- Stokey, N. (1981), **Rational Expectations and Durable Goods Pricing**, Bell Journal of Economics, 12, 112-28.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی