مطالعه تجربه های تصادفی نظریه احتمالات را تشکیل می‌دهد. برای روشن شدن این مطلب به مثال های زیر توجه می‌کنیم:

مثال ۱: هرگاه یک سکه را به هوا بیندازیم پس از نشستن سکه می توان گفت که آن سکه به رو یا به پشت نشسته است.

پرتاب سکه یک نمونه از تجربه های تصادفی است.

مثال ۲: سکه‌ای را به هوا پرتاب می‌کنیم ــ می‌دانیم که سکه دو طرف بیشتر ندارد و هر طرف شانس مساوی برای آمدن دارد گوئیم احتمال اینکه طرف مورد نظر در پرتاب سکه ظاهر شود $\frac{1}{2}$ یا ۵۰٪ است.

مثال ۳: ٦ طرف مکعبی را بوسیله اعداد ۱ الی ٦ شماره گذاری کرده‌ایم آنرا بهوا پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه طرف ۳ بیاید چقدر است؟ گوئیم هر ٦ طرف شانس مساوی درآمدن دارد پس احتمال یک طرف مورد نظر $\frac{1}{6}$ است یا در پرتاب این مکعب احتمال اینکه عدد ۲ یا ٤ یا ٦ بیاید $\frac{3}{6}$ یا $\frac{1}{2}$ است زیرا از ٦ حالت ممکن سه حالت از آن را می خواهیم اتفاق افتد.

مثال ٤ : گردونه ای را که اعداد از صفر تا ۹ روی آن نوشته شده است چرخانده و رها می سازیم احتمال اینکه عدد مورد نظر در مقابل نشانه قرار گیرد $\frac{1}{10}$ است.

مثال ۵: در کیسه ای محتوی ۱۰۰ مهره که ۵ تای آنها سیاهست یکی از مهره‌ها را بدون نگاه کردن به آن بطور تصادفی بیرون می آوریم احتمال اینکه مهره در دست ما سیاه باشد $\frac{5}{100}$ یا $\frac{1}{20}$ است.

مثال ٦: در یک ناحیه، ۲۰۰,۰۰۰ خانه وجود دارد اگر پیش بینی شود که در ١٦ تای آنها آتش‌سوزی رخ دهد احتمال آتش‌سوزی هر خانه $\frac{16}{200000}$ = ۰/۰۰۰۰۸ و یا ۸ درصد در هزار یا $\frac{0/08}{1000}$ است.

در مثالهای فوق توانستیم احتمال وقوع حادثه را قبل از مشاهده و تجربه حساب کنیم. به اینگونه احتمالها که قبلاً قابل محاسبه هستند احتمال تئوری یا نظری گویند.

در ضمن از مثالهای بالا نتیجه می‌گیریم که احتمال کسریست که صورتش معرف تعداد حالات موافق یا مساعد و مخرجش تعداد حالات ممکن می باشد. که بعداً به تفصیل در مورد این مفاهیم توضیح خواهیم داد. ضمناً این مثالها از مثالهای کوچک و ساده‌ای انتخاب شده‌اند ولی در عمل و تئوری مسائل مهمتر و حتی پیچیده‌تر و مشکلی مطرح می‌گردد که حل آنها جز با کمک ریاضیات امکان‌پذیر نیست به این جهت حساب احتمالات از رشته های مهم ریاضیات محسوب میشود. حساب احتمالات در علم و فنون موارد استعمال متعدد دارد که یکی از این موارد امر بیمه است.

حال به توضیح مفاهیمی که در احتمالات نیاز داریم می پردازیم:

فضای نمونه‌ای: هرگاه a_1 ، a_2 ، ... ، a_n همه نتیجه های ممکن یک تجربه تصادفی باشد مجموعه $S = [a_1, a_2, \ldots, a_n]$ بنام فضای نمونه ای خوانده میشود هر عضو S یک نقطه از فضای نمونه ای نامیده میشود در مثال پرتاب سکه، فضای نمونه ای عبارتست از [پشت و رو] = S.

پیشامد تصادفی: در یک تجربه تصادفی، پیشامد تصادفی، زیرمجموعه ای از فضای نمونه ای آن تجربه است (ACS) بعنوان مثال:

سکه فوق را دوبار به هوا می اندازیم، فضای نمونه ای هر پیشامد تصادفی را که عبارت از ظاهر شدن رو در هر دوبار پرتاب یا ظاهر شدن پشت در هر دوبار پرتاب باشد عبارتست از: [(پ و پ) و (روپ) و (پ‌رو) و (رور)] = S

پیشامد A = [(پ و پ) و (رور)]

حال می خواهیم بهر پیشامد تصادفی عددی نسبت دهیم و بوسیله آن شانس وقوع آن پیشامد را بسنجیم:

اگر تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای متناهی بوده و شانس ظاهر شدن این عضوها مساوی باشد احتمال هر پیشامد تصادفی مانند A که با P(A) نشان داده میشود:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{A تعداد عضوهای}}{\text{S تعداد عضوهای}}$$

$$= \frac{\text{A تعداد حالتهای مساعد برای رخ دادن}}{\text{همه حالتهای ممکن}}$$

و با توجه به اینکه همواره $0 \leqslant n(A) \leqslant n(S)$ است همیشه

$0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ خواهد بود یعنی احتمال هر پیشامد عددی است بین صفر و یک. در مثال پرتاب سکه اگر پیشامد عبارت از ظاهر شدن «رو» باشد در اینصورت:

S= [پ ور]، A = [ر] بنابراین $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2}$

حال ببینیم پیشامد حتمی و پیشامد نشدنی، چه حالتهایی از پیشامدها می باشد. گفتیم که هر زیرمجموعه ای از فضای نمونه S یک پیشامد است، بنابر این S و ϕ نیز دو پیشامد می باشند S بنام پیشامد حتمی خوانده میشود و احتمال آن برابر یک است یعنی پیشامد مورد نظر ما تمام حالات ممکن می باشد یعنی وقوع حادثه حتمی است: $P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1$ و ϕ را پیشامد نشدنی می خوانند و احتمای آن برابر است با صفر یعنی هیچ حالت مورد نظر ما وجود ندارد یعنی وقوع حادثه غیرممکن است:

$$P(\phi) = \frac{n(\phi)}{n(s)} = \frac{0}{n(S)} = 0$$

مکمل پیشامد A : هرگاه A زیرمجموعه‌ای از فضای نمونه ای S باشد چون A مجموعه است مکمل آن مجموعه A' خواهد بود در احتمالات اگر A پیشامد مفروضی باشد رخ دادن A' به مفهوم رخ ندادن A است. با مثالی مطلب را روشن می‌کنیم:

روی پنج کارت حروف j, i, c, b, a را نوشته یک کـارت را بطـور قرعه برمی‌داریم مطلوبسـت تعییـن

الف) احتمال آنکه روی ایـن کارت حرف نقطه‌دار باشد.

ب) احتمال آنکه روی ایـن کارت حرف نقطه‌دار نباشد.

S = a, b, c, i, j فضای نمونه ای

الف: پیشامد بیرون آمدن حرف نقطه‌دار A=[i, j]

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{5}$$

ب: پیشامد بیرون آمدن حرف بی‌نقطه A=[a، b،c]

احتمال اینکه A واقع نشود:

$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{3}{5}$ و $P(A) + P(A') = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$

این مطلب در حالت کلی نیز درست میباشد یعنی هرگاه A و A' به ترتیب پیشامد مفروض و متمم آن باشد خواهیم داشت $P(A) + P(A') = 1 \Longrightarrow P(A') = 1 - P(A)$

دو پیشامد A و B که عضو مشترکی نداشته باشند بنام دو پیشامد ناسازگار خوانده میشود در اینصورت:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$ مستقل بودن دو پیشامد A و B بدین معنی است که رخ دادن یا رخ ندادن یکی از آنها تأثیری در رخ دادن یا رخ ندادن دیگری ندارد، که از این قوانین بنام قواعد جمع و ضرب نامبرده شده است، لذا به بیان و مثال آنها نیز می پردازیم:

قاعده جمع: اگر A و B دو حادثه ای باشند که با هم نتوانند واقع شوند یعنی وقوع یکی مانع وقوع دیگری باشد احتمال اینکه لااقل یکی از این دو حادثه واقع شود برابر با مجموع احتمال آن دو حادثه است.

مثال ۱: در کیسه ای ۳ مهره سفید، ۵ مهره قرمز و ۳ مهره سیاه است یک مهره را بطور تصادفی از داخل کیسه بیرون می آوریم احتمال آنکه این مهره قرمز یا سفید باشد چیست؟ g: مهره قرمز c: مهره سفید m : مهره مشکی

$$S = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, C_1, C_2, C_3, m_1, m_2, m_3\}$$

$$A = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5\} \quad B = \{C_1, C_2, C_3\}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{11} + \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$$

مثال ۲ ـــ در کیسه ای ۱۰ مهره سفید، ۲۰ مهره قرمز، ۳۰ مهره مشکی وجود دارد یکی از این مهره‌ها را بیرون می‌کشیم احتمال اینکه این مهره سفید یا مشکی باشد چقدر است؟

گوئیم احتمال اینکه این مهره سفید باشد $\frac{10}{60}$ یا $\frac{1}{6}$ است و احتمال اینکه مشکی باشد $\frac{30}{60}$ یا $\frac{3}{6}$ است و احتمال اینکه مهره سفید یا سیاه باشد $\frac{2}{3}$ میباشد.

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

قاعده ضرب ـــ اگر A و B دو حادثه مستقل از هم باشند یعنی وقوع یا عدم وقوع یکی به وقوع یا عدم وقوع دیگری بستگی نداشته باشد، احتمال اینکه هردو با هم واقع شوند حاصلضرب احتمال آنهاست.

مثال: یک سکه و یک مکعب را با هم پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه سکه خط و مکعب عدد شش را نشان دهد $\frac{1}{12}$ است $(\frac{1}{6} \times \frac{1}{2})$ اغلب در عمل حالاتی وجود دارد که برای محاسبه احتمالشان لازم است از هر دو قاعده جمع و ضرب استفاده کنیم. مثال زیر مطلب را روشن میسازد.

مثال: آقای الف و آقای ب به یک هدف تیراندازی

می‌کنند احتمال اینکه تیر الف و تیر ب به هدف اصابت کند به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{3}{5}$ است هردو یکبار تیراندازی می‌کنند احتمال اینکه فقط یک تیر به هدف اصابت کند چقدر است؟

برای حل این مسئله گوئیم یکی از دو حالت زیر ممکن است اتفاق افتد: حالت اول، تیر الف اصابت کرده و تیر ب اصابت نکند، بنابراین احتمال این دو حادثه بترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{5}$ است (با توجه به تعریف پیشامد مکمل $\frac{2}{5} = \frac{3}{5} - 1$) درنتیجه:

قاعده ضرب $\frac{2}{15} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$

حالت دوم بر عکس تیر ب اصابت کرده و تیر الف اصابت نکند چون احتمال این دو حادثه $\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{3}$ ($\frac{2}{3} = \frac{1}{3} - 1$) است:

قاعده ضرب $\frac{6}{15} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$

احتمال اینکه یکی از این دو حالت اتفاق افتد یا بعبارت دیگر فقط یک تیر اصابت کند.

قاعده جمع $\frac{8}{15} = \frac{6}{15} + \frac{2}{15}$

جامعه: POPULATION

جامعه عبارتست از مجموعه یک عده افراد که دست کم از حیث یک صفت با هم مشترک باشند باید توجه داشت که جامعه در اصطلاح آمار بر خلاف معنی ادبی و جامعه شناسی آن به کلیه مجموعه هائی که افراد آن اقلاً یک صفت مشترک داشته باشند اطلاق میشود اعم از اینکه این افراد انسان، حیوان، نبات یا جماد باشند مانند جامعه زنان ایران که کلیه افراد آن در صفات زن بودن و ایرانی بودن مشترکند و یا جامعه نویسندگان مقالات اقتصادی ایران در سال ۱۳۴۵ و یا جامعه درختان جنگلهای مازندران و غیره صفت یا صفاتی که در تمام افراد جامعه مشترک است صفت یا صفات مشخص کننده جامعه خوانده میشود.

جامعه محدود یا نمونه: FINITE POPULATION

اگر جامعه طوری تعریف شده که شامل افرادی معین در زمانی محدود و مشخص باشد در اینصورت جامعه را محدود گویند مثلاً جامعه دانشجویان دانشگاه تهران در سال ۱۳۴۵ و یا جامعه زنان بین ۲۰ تا ۳۰ ساله کارمند دولت در سال ۱۳۴۴. خاصیت جامعه محدود اینست که اگر افراد آنرا یکی یکی برداریم سرانجام تمام خواهد شد.

احتمال تجربی: EMPIRICAL PROBABILITY

آنچه تاکنون مورد بحث قرار گرفت مربوط به مواردی بود که شمارش تعداد حالات مساعد و ممکن میسر بود مثلاً وقتی بخواهیم احتمال آمدن عدد ٦ را در یک انتخاب تصادفی از یکدسته کارت ۵۰ برگی که از یک الی ۵۰ شماره گذاری شده است حساب کنیم و می‌دانیم در این ۵۰ برگ فقط یک برگ عدد ٦ است و بنا بر این احتمال آمدن عدد ٦ را که برابر $\frac{1}{50}$ میباشد با استفاده از فرمول احتمال نظری محاسبه کنیم ولی در بسیاری از موارد شمارش تعداد حالات ممکن و مساعد برای ما میسر نیست مثلاً وقتی بخواهیم احتمال فوت یکنفر مرد ۵۰ ساله ایرانی را درمدت یکسال حساب کنیم نمی توانیم با استفاده از فرمول احتمال نظری به محاسبه بپردازیم زیرا نمی توانیم تعداد حالات مساعد و ممکن را در این واقعه بازشناسیم. یا اگر بخواهیم حساب کنیم که وقتی ابر معینی مثلاً ابر نوع A در آسمان ظاهر میشود چقدر احتمال دارد که باران بیاید و از این قبیل. در اینگونه موارد ناچار به تجربه و آزمایش دست می زنیم بدین ترتیب که مثلاً ۱۰۰۰ نفر مرد ۵۰ ساله ایرانی را در مدت یکسال درنظر می‌گیریم و موارد فوت را تا آخر سال یادداشت می نمائیم و معلوم می‌کنیم که در ظرف یکسال چند نفر از این ۱۰۰۰ نفر فوت شده‌اند مثلاً اگر تعداد فوت‌شدگان ۵ نفر باشد فراوانی نسبی فوت در جامعه مورد بررسی ۰/۰۰۵ خواهد بود این فراوانی نسبی Frequence را که بوسیله تجربه و آزمایش بدست آوردیم احتمال تجربی وقوع حادثه مورد نظر گویند. ولی آیا این مقدار درست مساوی احتمال حقیقی فوت یکمرد ۵۰ ساله ایرانی است؟ مسلماً چنین نیست بلکه این برآوردی از آن حقیقت است و ممکن است کم و بیش با احتمال حقیقی فرق داشته باشد تحقیقات تجربی نشان داده است که هرچه تعداد آزمایش را زیادتر کنیم بیشتر به حقیقت نزدیک خواهیم شد بطوریکه مثلاً اگر تعداد افراد مورد بررسی را از ۱۰۰۰ نفر به ۵۰۰۰ نفر افزایش دهیم مقداری که بعنوان احتمال تجربی وقوع حادثه مورد نظر بدست خواهیم آورد به حقیقت نزدیکتر خواهد بود بطوریکه از نظر تئوری اگر تعداد آزمایش به بینهایت برسد احتمال تجربی کاملاً برابر احتمال حقیقی خواهد شد بدیهی است چون نمی توانیم تعداد آزمایش را به بینهایت برسانیم هرگز به

مقدار حقیقی احتمال نخواهیم رسید ولی تجربه نشان داده است که اگر تعداد آزمایش از حد معینی بگذرد فراوانی نسبی یا احتمال تجربی تقریباً ثابت می ماند و تغییرات بعدی آن بسیار ناچیز است درحقیقت در این وقت است که به میزان احتمال حقیقی بسیار نزدیک شده‌ایم و معمولاً در تحقیقات عملی همین مقدار را می‌توان بعنوان احتمال حقیقی پذیرفت بنا بر آنچه که گفته شد احتمال تجربی که آنرا احتمال پسین نیز می خوانند بوسیله آزمایش بدست می آید و از تقسیم تعداد وقایع حادث شده بکل وقایع مورد آزمایش حاصل میگردد. بدیهی است چنانچه با تعداد کمی آزمایش نسبت به‌میزان احتمال قضاوت کنیم احتمال اشتباه در این قضاوت بسیار زیاد و در بعضی مواقع بسیار گمراه‌کننده است و اگر بخواهیم به‌میزان واقعی احتمال مورد نظر دست یابیم باید تعداد آزمایش را آنقدر زیاد کنیم که فراوانی نسبی به حد برسد یعنی با تقریب مورد لزوم تغییرات بعدی آن ناچیز باشد. برای اینکه مفهوم احتمال تجربی بهتر روشن شود بانجام یک آزمایش حقیقی مبادرت می ورزیم می خواهیم تحقیق کنیم که احتمال آمدن روی تصویر در یک سکه دوریالی چقدر است؟ وفرض می‌کنیم که نمی خواهیم این مقدار را بوسیله فرمول احتمال نظری بدست آوریم بلکه می خواهیم میزان احتمال را بوسیله تجربه و آزمایش بدست آوریم. ابتدا سکه را پنجاه بار می ریزیم و مشاهده می‌کنیم که ۲۹ بار روی تصویر آمده است، بنا بر این با توجه به این آزمایش فراوانی نسبی یا احتمال تجربی برابر خواهد بود با $P=\frac{۲۹}{۵۰}=۰/۵۸$ یعنی اگر بخواهیم با همین پنجاه مشاهده نسبت به‌میزان احتمال قضاوت کنیم باید بگوئیم که مقدار احتمال برابر ۰/۵۸ میباشد. حال تعداد آزمایش را افزایش می‌دهم و آنرا به ۱۰۰ می رسانیم و مشاهده می‌کنیم که در ۱۰۰ بار انداختن سکه تعداد دفعاتی که روی سکه آمده است برابر ۵۵ است و در نتیجه احتمال تجربی مساوی ۰/۵۵ بدست می آید و به همین نحو آزمایش انداختن سکه را تا ۶۰۰۰ بار ادامه می‌دهیم قسمتی از نتایج بدست آمده از آزمایش ر در جدول شماره یک مشاهده می‌کنیم.

بطوریکه از جدول (۱) مستفاد میگردد در آزمایشهای اولیه که تعداد مشاهده کم بوده است نوسان فراوانی نسبی نسبتاً زیاد است و به‌مرور که تعداد آزمایش زیاد میشود

جدول شماره ۱

۵۰	۲۹	۰/۵۸۰
۱۰۰	۵۵	۰/۵۵۰
.	.	.
.	.	.
۲۰۰	۱۰۹	۰/۵۴۵
.	.	.
.	.	.
۱۰۰۰	۴۹۲	۰/۴۹۲
.	.	.
.	.	.
۱۵۰۰	۷۴۹	۰/۴۹۹
.	.	.
.	.	.
۲۵۰۰	۱۲۴۷	۰/۴۹۹
.	.	.
.	.	.
۴۰۰۰	۱۹۹۹	۰/۴۹۹
.	.	.
.	.	.
۵۰۰۰	۲۴۸۵	۰/۴۹۸
.	.	.
.	.	.
۶۰۰۰	۲۹۸۸	۰/۴۹۸

تغییرات فراوانی نسبی کم میشود بطوریکه وقتی تعداد آزمایش از ۴۵۰۰ تجاوز می‌کند مقدار فراوانی نسبی ثابت می ماند و دیگر رقم سوم اعشار آن تغییری نمی‌کند و بدین ترتیب احتمال تجربی آمدن روی سکه با یک هزارم تقریب برابر ۰/۴۹۸ بدست می آید. از مجموع گفتار فوق چنین نتیجه می‌گیریم که هرگاه بخواهیم احتمال تجربی وقوع یک حادثه تصادفی را حساب کنیم باید به مشاهده و آزمایش بپردازیم و تا میتوانیم تعداد آزمایش را زیاد کنیم تا هرچه ممکن است به حقیقت نزدیکتر شویم. مفهوم فوق را در علم احتمالات بعنوان قانونی بیان می‌کنند، که بنام قانون اعداد

بزرگ خواننده این مسئله در ریاضی به این شکل عنوان میشود: در این فرمول n_w تعداد دفعاتی که برآمد w در آن ظاهر شده و n تعداد تکرار آزمایش

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n_w}{n} = P(\{w\})$$

یعنی فراوانی نسبی هر نقطه نمونه‌ای به احتمال اختصاص داده شده به این نقطه، میل می‌کند. پس، از مطلب فوق چنین نتیجه می‌گیریم که هرگاه بخواهیم احتمال تجربی وقوع یک حادثه تصادفی را حساب کنیم باید به مشاهده و آزمایش بپردازیم و تا میتوانیم تعداد آزمایش را زیاد کنیم تا هرچه ممکن است به حقیقت نزدیکتر شویم. قانون تعداد زیاد مبنی بر اینست که هرچه مشاهدات و تجربیات گذشته متکی به تعداد زیادتری باشد پیش بینی ما برای آینده بیشتر به حقیقت مقرون میگردد. بطوریکه اگر این تجربیات متکی به تعداد بینهایت حوادث باشد آنچه پیش بینی شده و آنچه در عمل بوقوع خواهد پیوست کاملاً یکی است. بعنوان مثالی دیگر، گردونه‌ای را که اعداد از ۰ تا ۹ روی آن ثبت شده چرخانده رها می‌گردانیم احتمال اینکه عدد مورد نظر در مقابل نشانه قرار گیرد $\frac{1}{10}$ یا ۱۰٪ است احتمال آنکه در هر بار آزمایش یکی از ۱۰ عدد از ۰ تا ۹ مثلاً عدد ۷ بیاید $\frac{1}{10}$ است چندین دست آزمایش را انجام و در هر دست تعداد دفعات را افزایش دهیم اگر نتایج مشاهدات را مرتباً در جدولی مانند جدول شماره ۲ یادداشت کنیم.

نتایج مهمی که از این یادداشتها بدست خواهیم آورد بشرح زیرمیباشد:

۱ ــ تعداد دفعات آزمایش را هرچه بیشتر کنیم احتمال تجربی به احتمال تئوری نزدیکتر و در تعدادهای بسیار زیاد آزمایش این دو احتمال برابر میشود.

۲ ــ تعداد دفعات هرچه زیادتر باشد پراکندگی نسبی رو به کاهش گذارده تا اینکه عملاً صفر میشود ولی پراکندگی مطلق افزایش می‌یابد. با کمک احتمالات میتوان دانست در هر تعداد معین آزمایش چند درصد احتمال است تا این پراکندگی ها از حدود معین تجاوز نکند.

این خاصیت مهم تنها مختص بازی گردونه نیست بلکه در تمام حوادث اتفاقی صادق می باشد. در قرن ۱۹ اولین کسی که توانست احتمال را براساس اصول موضوعی در قالب تئوری سنج بنا نهد کولموگوروف A. N. Kolmogrov بود کتاب او بنام مبانی تئوری احتمال در آلمان به سال ۱۹۳۳ منتشر شده و پایه بنای تئوری احتمال مدرن گردید نتیجه‌ای که تئوری احتمال را تا حد زیادی از قیود عوامل تجربی رهانید قضیه قانون اعداد بزرگ است بموجب این قضیه احتمالات موضوعی را حداقل برای آزمایشهائی که بطور مستقل و نامحدود قابل تکرارند به کمک مفهوم حد میتوان محاسبه کرد. که البته در قرن ۷ بلز پاسکال Blaise pascal دانشمند فرانسوی اولین بار به‌وجود

نتایج مشاهدات در آزمایشات مثال گردونه ــ جدول شماره ۲

تعداد آزمایش در هر نوبت	تعداد آمدن عدد ۷	محتمل ترین تعداد	احتمال تجربی	پراکندگی مطلق	پراکندگی نسبی
۱۰	۰	۱	۰/۰۰۰۰	۱	۰/۱۰۰۰
۱۰۰	۷	۱۰	۰/۰۷۰۰	۳	۰/۰۳۰۰
۱۰۰۰	۸۹	۱۰۰	۰/۰۸۹۰	۱۱	۰/۰۱۱۰
۱۰۰۰۰	۹۶۸	۱۰۰۰	۰/۰۹۶۸	۳۲	۰/۰۰۳۲
۱۰۰۰۰۰	۹۸۹۵	۱۰۰۰۰	۰/۰۹۸۹	۱۰۵	۰/۰۰۱۱
۱۰۰۰۰۰	۹۹۶۶۵	۱۰۰۰۰۰	۰/۰۹۹۶	۳۳۵	۰/۰۰۰٤
۱۰۰۰۰۰۰۰	۹۹۸۹۵۳	۱۰۰۰۰۰۰	۰/۰۹۹۸	۱۰٤۷	۰/۰۰۰۲
۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۹۹۶۶۶۸	۱۰۰۰۰۰۰۰	۰/۰۹۹۹	۳۳۳۲	۰/۰۰۰۰۱
⋮ ∞					⋮ ۰

چنین قانونی پی برد ولی ژاک برنولی Jacque Bernouli ریاضیدان سویسی در اوائل قرن ۱۸ آنرا بطور وضوح بیان داشته و ابهامات آنرا برطرف گردانید. در ضمن این قضیه توسط امیل بورل Emile Borel (۱۸۷۱-۱۹۵٦) برای آزمایشهای برنولی بیان واثبات گردید و سپس کولموگوروف آن را برای رشته هائی از متغیرهای تصادفی مستقل تعمیم داد.

مفاهیم پراکندگی نسبی و مطلق را طی مثال و آزمایش توضیح می‌دهیم:

فرکانس نسبی یا احتمال تجربی: سکه‌ای را چند نوبت بطور آزمایشی و هر نوبت چندین بار به هوا پرتاب می‌کنیم و تعداد دفعاتی که مثلاً خط ظاهر میشود یادداشت می نمائیم.

آزمایش اول: سکه را ۱۰ بارپرتاب کردیم مشاهده شد ٦ بار خط ظاهر گردید می‌دانیم که در این آزمایش کسر $\frac{٦}{١٠}$ را احتمال تجربی یا فرکانس نسبی گوئیم.

آزمایش دوم: همان سکه را ۱۰۰ بار به هوا پرتاب می‌کنیم مشاهده کردیم طرف مورد نظر ٤٥ بار ظاهر شده است پس فرکانس نسبی در این آزمایش ٠/٤٥ ($\frac{٤٥}{١٠٠}$) است.

آزمایش سوم: سکه را ۱۰۰۰ بار بهوا پرتاب می‌کنیم مشاهده می نمائیم که نشانه خط ۵۰۳ بار ظاهر شده است در این آزمایش فرکانس نسبی ٠/٥٠٣ یا ($\frac{٥٠٣}{١٠٠٠}$) است.

فرکانس مطلق ــ تعداد دفعات مشاهده شده واقعه مورد نظر را فرکانس مطلق نامند در آزمایشهای فوق فرکانس مطلق بترتیب ٦ و ٤٥ و ٥٠٣ است.

پراکندگی نسبی ــ اختلاف بین احتمال تئوری و احتمال تجربی را پراکندگی نسبی گویند. در آزمایشهای اول و دوم و سوم پراکندگی نسبی بترتیب عبارتند از:

$٠/٥ - ٠/٦ = -٠/١ ,$

$٠/٥ - ٠/٤٥ = ٠/٠٥ ,$

$٠/٥ - ٠/٥٠٣ = -٠/٠٠٣ ,$

محتملترین تعداد: درپرتاب سکه که احتمال تئوری آن ٠/٥ است وقتی سکه را ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ بار پرتاب کنیم احتمال بیشتر آن است که طرف مورد نظر سکه بترتیب

$(١٠ \times ٠/٥) = ٥ ,$

$(١٠٠ \times ٠/٥) = ٥٠ ,$

$(١٠٠٠ \times ٠/٥) = ٥٠٠ ,$

ظاهر شود اعداد ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ را محتمل‌ترین تعداد می نامیم یعنی حاصلضرب احتمال تئوری در تعداد دفعات آزمایش.

پراکندگی مطلق: تفاوت بین فرکانس مطلق و محتمل‌ترین تعداد را پراکندگی مطلق نامند. در آزمایش اول پراکندگی مطلق:

$٥ - ٦ = -١$

و در آزمایش دوم $٥٠ - ٤٥ = ٥$ و در آزمایش سوم $٥٠٠ - ٥٠٣ = -٣$

طبق قانون اعداد بزرگ، هرچه تعداد دفعات مشاهده بیشتر باشد احتمال تجربی به احتمال تئوری نزدیکتر گشته و پراکندگی نسبی رو به کاهش می‌گذارد ولی پراکندگی مطلق زیاد میشود. مفهوم پراکندگی نسبی و پراکندگی مطلق در قانون اعداد بزرگ که اساس محاسبات بیمه متکی بدانست اهمیت فوق العاده ای دارد.

خلاصه آنکه وقایع و حوادث طبیعی که احتمال وقوعشان برای ما مجهول است میتوانیم از طریق آزمایش و تجربه به حدود آن پی ببریم. باین طریق که تعداد مشاهدات و آزمایش خود را هرچه بتوانیم بیشتر گردانیم. فرکانس را که بدست می آوریم باحتمال وقوع آن حادثه نزدیکتر میباشد. پی بردن باحتمال وقوع یک حادثه یعنی شناسائی قانون وقوع آن. حوادث و اتفاقات گوناگونی که در عالم روی می‌دهد بنظر نامنظم و بی قاعده روی میدهد ولی اگر مشاهدات خود را زیادتر گردانیم خواهیم دید که این حوادث هر کدام با نظم و ترتیب معینی اتفاق می افتد بطوریکه ما را قادر می‌گرداند چگونگی وقوع آنها را در آینده پیش بینی کنیم این قانون (قانون اعداد بزرگ) در حقیقت بمنزله پلی است که گذشته را به آینده متصل میسازد.

اساس علمی بیمه بر روی پیش‌بینی صحیح تعداد حوادث در آینده است و حق بیمه تقریباً در کلیه انواع بیمه براساس تجارب گذشته و محاسبه اتفاقاتی که روی داده است تعیین می‌گردد. در بیمه عمر با توجه به تعداد و مشخصات اشخاصی که در خلال مدت معینی فوت می‌کنند، در بیمه آتش سوزی خساراتی که درمدت محدودی

وارد آمده مبنای برآورد حق بیمه را تشکیل میدهد ولی این معنا، با وجودیکه بسیار اساسی است، ممکن است بنابر مقتضیاتی برای نرخ‌بندی مورد اصلاح و جرح و تبدیل قرار گیرد چه‌بسا اتفاق افتاده که مثلاً در پنج سال گذشته بعلت شیوع مرض یا قحطی، تعداد اموات بالا بوده و این مصائب از بین رفته یا کمتر شده باشد، واضح است در اینصورت، وضع حاضر و تصور مقتضیات آینده در تعیین نرخ سال جاری یا بعد مؤثر خواهد بود یا بعکس در شهری که ساکنین آن با آرامش تمام مشغول کسب و کار و زندگانی بی سر و صدائی هستند، بر اثر کشف معدن مهمی در داخل یا اطراف آن، کارخانه و یا پالایشگاهی احداث شود و بر اثر آن بخواهند منازل و کارگاهها را با لوله های گاز مجهز سازند بدیهی است چون خطر آتش‌سوزی در صورت اخیر افزایش مییابد. حوادث گذشته آن محل نمی تواند ملاک عمل برای محاسبه نرخ بیمه شود این قبیل حوادث اشاره شده که اغلب جنبه موضعی و بی اهمیتی دارند فقط ممکن است در موارد خاصی حساب احتمالات را دگرگون و آنرا بی اعتبار سازد ولی اصولاً این اصل، اساس تعیین نرخ است و روی تعداد، احتمال آنرا برآورد می‌کنند. مثلاً فرض کنیم در سال گذشته از ۱۰۰,۰۰۰ خانه در شهـــر تهران ۱۰۰ خانه بر اثر آتش‌سوزی از بین رفته باشد پس احتمال آتش‌سوزی تهران ۱۰۰/۱۰۰,۰۰۰ یا یک در هزار است یا فی المثل آمار متوفیات در سال گذشته نشان دهد که در جریان آن سال از ۱۶۷۹۷ نفر شخص ۵۰ ساله ۱۸۱۵ نفرشان فوت کرده‌اند احتمال فوت یک فرد پنجاه ساله ۱۸۱۵/۱۶۷۹۷ یعنی حدود یک‌دهم است و امثالهم.

بنا بر این اگر بخواهیم از کاربرد احتمالات نتیجه قابل اعتماد و حتی الامکان صحیحی بدست آوریم بایستی: ۱ ــ ارقام زیادی مورد احتساب قرار گیرند ۲ ــ شرایط و مقتضیات آینده نیز مورد توجه واقع شوند. بعلاوه بیمه‌گر نبایستی کارهایش را فقط بر مبنای محاسبات ریاضی قرار دهد بلکه عامل پیش‌بینی نیز سهم بسزائی در برآوردهای او داشته و بدون آن به نتیجه مطلوبی نخواهد رسید. احتمال وقوع حادثه، معمولاً به شانس به معنای اعم تعبیر می شود و بایستی بین آن و میزان نامعلومی مربوط به حادث تفاوتی قائل شد؟ خاصیت بیمه در مرحله اول تقلیل نامعلومیها و در وهله بعد کاهش احتمال است مثلاً احتمال وقوع خســارت آتش‌سوزی بر اثر صاعقه در ظرف یکسال بسیار کم و حتی ممکن است در کشور واقع نشود و یا این احتمال هست که در ظرف سال دیگر در یک شهر ۵۰ خانه بر اثر صاعقه از بین برود حال اگر بخواهیم خطر آتش‌سوزی صاعقه را در ظرف یکسال معین مبنای تعیین نرخ قرار دهیم بطور قطع این نرخ ناصحیح و ممکن است برای یکسال فوق العاده بالا و برای سال دیگر بی اندازه پائین بحساب آید پس برای رفع این مشکل بایستی وقوع این حادثه و خسارات آتش‌سوزی مربوط به آنرا در ظرف لااقل ده سال مورد مطالعه قرار داد و نتایجی گرفت. بعبارت دیگر وقتی افزایش تعداد اتفاقات مورد مطالعه در سطح مکان میسر نباشد از وسعت زمان استفاده میکنیم، برای روشن شدن تفاوت بین احتمال و درجه نامعلومی، فرض کنیم از ۱۰,۰۰۰ نفر بطور متوسط هر سال ۱۰ نفر بمیرند. پس احتمال فوت یک در هزار میشود ولی این عده بطور یکنواخت در خلال سالهای بعدی از بین نخواهند رفت به این معنی که ممکن است در بعضی سالها ۷ نفر و سالهای دیگر ۱۳ نفر بمیرند و این اختلاف ۷ تا ۱۳ بطور متوسط در هر جهت ۳ واحد تفاوت نامعلومی یا ۳ در ۱۰,۰۰۰ موجود است و رقم هرچه بزرگتر باشد میزان ابهام بطور محسوسی کمتر خواهد شد باین معنی که اگر ۱,۰۰۰,۰۰۰ نفر را در نظر بگیرم و در فرض فوق نیز احتمال مرگ احتمال مرگ همان یک درهزار باشد، در اینصورت درجه نامعلومی از ۹۷۰ تا ۱۰۳۰ (که ۳۰ واحد در هر جهت یا ۳ در ۱۰۰,۰۰۰) خواهد بود که فوق العاده کمتر از ۳ در ۱۰,۰۰۰ است پس در عین اینکه میزان احتمال ثابت می ماند. درجه نامعلومی، طبق تجربیاتی که حاصل شده با سنجش اعداد زیادتر، کمتر خواهد شد. و نتیجه‌ای که بدست می آید معمولاً نزدیک باین ارقام است. به جدول شماره ۳ توجه کنید.

بیمه میتواند از روی بررسی گروه خطرات، درجه نامعلومی را تا حد زیادی تخفیف دهد، آینده از روی تعداد زیاد وقایع گذشته بهتر و صحیحتر پیش‌بینی میشود تا روی یک موضوع خطر واحد و مشخص.

حال برای اینکه بتوانیم حق بیمه را برای یک موضوع بیمه ای تعیین کنیم محتاج به ارزیابی شدت احتمال خطری

جدول شماره ۳

تعداد موضوع خطر	تعداد خسارت	احتمال خسارت	درجه نامعلومی
۱۰۰۰	۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۹۵
۱۰۰۰۰	۱۰	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۳۱
۱۰۰۰۰۰	۱۰۰	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۱۰
۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۰۳

که آنرا تهدید می‌کند، هستیم با فرض اینکه کیفیت و موقعیت عوامل ایجاد کننده خطر در طول زمان ثابت می ماند میتوان قبول کرد که شدت احتمال خطر برای یکدسته موضوعات مشابه برای یک دوره بیمه برابر است با شدت احتمال همان خطر در دوره‌های گذشته، بنا بر این می توانیم آمار خسارتهای پیش آمده در دوره‌های گذشته را که معرف شدت احتمال خطر در آن دوره‌هاست ملاکی برای پیش‌بینی وضع و ارزیابی خطر در دوره بیمه قرار دهیم و برای اینکه این پیش‌بینی و ارزیابی دقیق و نزدیک به واقعیت باشد بایستی آمار مربوط به چند دوره گذشته بطور تفکیک تهیه و مورد نظر قرار گیرد، تا جهت سیر تحول آن مشخص شود و ضمناً برای دقت بیشتر باید عوامل جدید معلومی هم که در کیفیت خطر برای دوره بیمه مؤثر خواهد بود مورد توجه قرار گیرد، بنا بر این اولین قدم در محاسبه حق بیمه تهیه آمار است قبل از آنکه بیمه گران به آمار درست و مطمئنی دست یابند محاسبات حق بیمه مبتنی بر حدس و فرضیات و فاقد ارزش علمی بود اما تهیه آمار در صورتی ممکن است که خطر مورد نظر از نوعی باشد که عادتاً به کرات واقع میشود تهیه آمار قابل اطمینان از خطراتی که بندرت واقع میشود میسر نیست و این نوع خطرات از نظر بیمه گران ـ غیرقابل قبول است مثل خطر آتش‌فشانی کوهها ـ از اینجا نیز اهمیت لزوم تعداد زیاد خطر آنهم خطرات مشابه و متجانس و دور از هم روشن میشود.

با تمام دقتی که در تهیه آمار بعمل می آید معهذا بعید نیست که با وجود ثابت ماندن شرایط و کیفیات، آنچه در دوره بیمه پیش می آید با آنچه قبلاً پیش بینی شده بود دقیقاً مطابق نباشد اگر آمار دوره‌های گذشته به ما این اطلاع را داده است که احتمال وقوع آتش‌سوزی در خانه‌های مسکونی یک درهزار است نمی توانیم کاملاً مطمئن باشیم که بیمه گری که هزار خانه را بیمه کرده است فقط و حتماً یک مورد خسارت خواهد پرداخت ممکن است در این هزار خانه بیمه شده دو مورد آتش‌سوزی واقع شود و یا برعکس یک مورد حریق هم پیش نیاید اگر چنین شد واقعیت با پیش‌بینی صد درصد اختلاف خواهد داشت یعنی یا بیمه گر معادل تمام حق بیمه نفع می برد و یا دو برابر حق بیمه‌ها خسارت خواهد پرداخت اگر بیمه گر ده هزار خانه‌را بیمه کرده باشد باز هم احتمال اینکه بین خسارتهای واقعه و خسارتهای پیش‌بینی شده یک مورد اختلاف باشد (مثلاً بجای ده آتش‌سوزی ۹ یا ۱۱ مورد آتش‌سوزی واقع گردد) وجود دارد اما در این حالت اختلاف واقعیت با پیش‌بینی ده درصد است بهمین ترتیب اگر تعداد موارد بیمه شده را صد هزار فرض کنیم اختلاف مورد بحث به یک درصد تقلیل می یابد و با این حساب اگر تعداد موضوعات بیمه شده به بینهایت برسد حد اختلاف نیز به صفر خواهد رسید و این خاصیت اعداد بزرگ است که اختلاف بین پیش‌بینی و واقعیت را به حد صفر می رساند، بدیهی است نمی توان تعداد مورد بیمه شده نزد، یک بیمه گر را به بینهایت رساند اما این مطلب روشن شد که هر قدر تعداد موضوعات بیمه بیشتر باشد نتیجه حاصل برای بیمه گر به پیش‌بینی نزدیکتر خواهد بود و در تعداد زیاد مثلاً صدهزار مورد بیمه اختلاف مورد اشاره مثلاً به حدود یک درصد میرسد که بآسانی برای بیمه گر قابل تحمل است در اینجا ضریب احتیاط مطرح میشود همانطور که ملاحظه شد معمولاً بین آنچه پیش خواهد آمد و آنچه پیش‌بینی شده اختلاف وجود دارد و هر قدر تعداد موارد بیمه

بیشتر باشد نسبت این اختلاف کوچکتر خواهد بود اما بالاخره صفر نخواهد شد و همین نسبت کوچک وقتی ارزش هر یک از موضوعات بیمه قابل ملاحظه باشد موجب ضرر احتمالی و احیاناً ورشکستگی بیمه گر یا منفعت نامتناسب او خواهد شد. بنا به اصول علم احتمالات اگر زمانی اختلاف مورد بحث موجب ضرر بیمه گر شود زمانی دیگر بر عکس برای او منفعت ایجاد خواهد کرد و اگر بیمه گر بنیه مالی خیلی قوی داشته باشد میتواند تا مدتی ضررها را تحمل و سپس در دوره منفعت آن را جبران کند اما باین شرط که اولاً وضع مالی او بسیار رضایت بخش باشد و ثانیاً معاملات بیمه ای را تا رسیدن به دوره خوش شانسی و اقبال ادامه دهد. برای روشن شدن این مطلب خوبست مثال زیر را در نظر بگیریم:

فرض کنیم دو نفر روی نتایج چند مسابقه اسبدوانی با سرمایه مساوی و با شرایط مساوی شرط بندی کنند بموجب اصول احتمال تئوری، این دو نفر بایستی پس از نتیجه چند مسابقه سرمایه خود را دراختیار داشته باشند چون وقتی شرایط مساوی باشد بایستی هرکدام پس از یک باربرنده شدن یکبار ببازد. بطوریکه شرط بندی برای هر دو طرف در مجموع بی نتیجه باشد، اما بین احتمال تجربی و احتمال تئوری همیشه اختلاف است و بعید نیست که چندین بار متوالی یکنفر شرط را ببرد و دیگری ببازد و حتی این وضع تا آنجا ادامه یابد که یکی تمام سرمایه خود را از دست بدهد. حال اگر سرمایه ای که نفر اول برای شرط بندی قرار داده هزار ریال و سرمایه نفر دوم ده هزار ریال باشد باز هم احتمال اینکه یکی تمام سرمایه دیگری را ببرد هست ولی احتمال اینکه نفر اول تمام سرمایه قلیل خود را از دست بدهد بیشتر از بی چیز شدن نفر دوم است که ده برابر نفر اول سرمایه دارد، بنا بر این در چنین حالتی شرط بندی با نفر دوم برای نفر اول خطرناک است از نظر تئوری در بیمه هم اختلاف مورد بحث میتواند موجب زیان یکی از طرفین شود، این زیان اگر برای بیمه گذاران ادامه یابد آنها را به ورشکستگی نمی‌کشاند.

چون بیمه گذاران افراد یک جامعه بوده و سرمایه مجموع آنها قابل تعبیر به بینهایت است، اما بیمه گر یک شخصی است که سرمایه محدودی در اختیار دارد و لذا احتمال ورشکستگی برای او وجود دارد. پس اگر در معامله بیمه شرایط بین دو طرف یعنی بیمه گر، از یکطرف و جمع بیمه گذاران از طرف دیگر کاملاً مساوی باشد احتمال ورشکستگی بیمه گر موجود است و لذا بایستی تساوی شرایط را به مقدار خیلی کم برهم زد، لذا شرکتهای بیمه حق بیمه های خود را طوری محاسبه و وصول می‌کنند که با آن بتوانند خسارات وارده را جبران کنند و همیشه بین دریافتیها وپرداختیهای بیمه گران تعادل مالی برقرار باشد.

مثلاً اگر احتمال وقوع آتش‌سوزی خانه یک در هزار است نبایستی دقیقاً یک در هزار ارزش موضوع بیمه، حق بیمه دریافت کرد بلکه باید مثلاً یکدهم در هزار به این حق بیمه اضافه کرد. طبیعی است این ترتیب موجب، اندکی گران شدن حق بیمه و اجحاف مختصری به بیمه گذار خواهد شد، لیکن برای رفع این اجحاف بعضی بیمه‌گران به بیمه گذاران خود وعده می‌دهند که اگر از این راه منفعتی حاصل کردند تمام یا قسمتی از آنرا بین بیمه گذاران تقسیم کنند و این ترتیبی است که در اصطلاح بیمه گران به مشارکت بیمه گذار درمنافع بیمه گر معروف شده است.

گفتیم بایستی تعداد خطرات مورد بیمه یا ریسک ها آنقدر زیاد باشد که محاسبه و استنتاج در مورد این خطرات میسر گردد ولی باید توجه داشت که تعداد زیاد وقتی نتیجه مطلوب را عاید میسازد که خطرات مورد نظر بیمه از یک جنس باشند زیرا اختلاف جنس بین خطرات مورد بیمه منجر به نتیجه آماری صحیح نمیگردد درضمن یک بیمه گر وقتی میتواند تعداد زیاد خطر متجانس را بیمه کند که این خطرات دریکجا و یا در فواصل نزدیک بهم قرار نداشته باشند اجتماع خطرات بیمه شده دریک محل ممکن است وضع بیمه گر را بصورت خطرناکی، متزلزل سازد زیرا با تحقق خطر دریکی از موضوعات بیمه و سرایت احتمالی آن به سایر موضوعات که همگی هم جوار آن هستند خسارات سنگینی را متوجه بیمه گر خواهد ساخت و لذا در بسیاری از بیمه ها بخصوص بیمه عمر و آتش‌سوزی و باربری مصلحت بیمه گرایجاب می‌کند که خطراتی را که بیمه می‌کند از نقاط مختلف انتخاب نماید تا ازعواقب اجتماع خطرات مصون بماند.

بنا بر این نتیجه گیری در مورد آمار یک جامعه از طریق نمونه بدو قانون یعنی قانون انتظام آماری و قانون ثبات گروههای بزرگ بستگی دارد:

الف: قانون انتظام آماری: این قانون براساس تئوری احتمالات استوار گردیده و مفهوم آن اینست که چنانچه تعداد نسبتاً زیادی اقلام بطور تصادفی از گروه بسیار بزرگ انتخاب کردند باحتمال قریب به‌یقین میتوان گفت که بطور متوسط آن تعداد دارای صفات گروه خواهند بود.

ب: قانون ثبات گروههای بزرگ: گروههای بزرگ نسبت به گروههای کوچک ثبات بیشتری نشان می‌دهند نوسانات یا اختلافات اجزاء رویهمرفته جبران یکدیگر را نموده و در نتیجه هرچه تعداد بیشتر باشد جبران کاملتر خواهد بود، این قانون در حقیقت نتیجه قانون انتظام آماری است در عمل بواسطه گرایش و نوسانات مختلفه موجود در بعضی از جوامع کوچک ممکن است خلاف این قوانین ثابت شود ولی با وجود همه نوسانات چنانچه اندازه جامعه بزرگتر گردد نوسانات یکدیگر را جبران کرده و قوانین فوق تائید میگردد. بهترین مثال را میتوان در مورد تولید غله دنیا بیان کرد چنانچه تولید غله سالانه یک کشور بخصوص را در نظر بگیریم از آنجا که جامعه کوچک است بواسطه عواملی چون آب و هوا وغیره امکان اینکه نوساناتی در آن ظاهر گردد بسیار است ولی چنانچه این مطالعه را در مورد تمام کشورها انجام دهیم ثبات بیشتری در محصول سالانه غله دنیا ملاحظه خواهد شد.

از آنچه گذشت روشن میگردد:

اولاً شرط اصلی و بنیادی عملیات بیمه فراهم شدن تعداد زیادی خطر (ریسک) مشابه و همجنس است. بموجب همین قانون است که بیمه‌گران باید بکوشند تا هرچه بیشتر خطرهای متجانس را جمع‌آوری کنند و تا زمانیکه اطمینان به جمع‌آوری تعداد زیاد خطر نداشته باشند باید آنها را نزد سایر بیمه‌گران، اتکائی کنند تا در جمع شرط اساسی «اعداد بزرگ» فراهم شود.

ثانیاً چون زیاد شدن تعداد خطر، پراکندگی مطلق زیاد شده و ممکن است موجب زیان بیمه‌گر شود، لذا بیمه‌گران برای جبران آن چند درصدی بعنوان ضریب اطمینان به حق بیمه‌های محاسبه شده اضافه می‌نمایند.

ثالثاً شرط تعادل مالی بیمه‌گر در آنست که میزان مبالغ بیمه شده همه نزدیک هم باشند زیرا اگر مبلغ بیمه شده‌ای از حد متوسط میزان مبالغ بیمه شده زیاد تجاوز کند با بوقوع پیوستن آن تعادل مالی بیمه‌گر برهم خورده متحمل زیان میگردد.

رابعاً: این خطرات متعدد و متجانس بطور پراکنده باشد و در یک جا جمع نگردد زیرا یک حادثه میتواند باعث خسارت برای تمامی موضوعات بیمه، گردیده و تعادل مالی بیمه‌گر را برهم زند.

این چهار شرط اساسی فنی عملیات هرگونه بیمه‌ای را تشکیل میدهد.

البته همانطور که اشاره شد، شرکتهای بیمه برای حفظ تعادل مالی خود را در مقابل ریسکهائی که دارای شرایط فوق الذکر نباشد مبادرت به بیمه مجدد مینمایند که به آن بیمه اتکائی میگویند. در بیمه اتکائی، بیمه‌گر اصلی که به آن واگذارنده میگویند قسمتی از ریسکهای خود را که با شرایط اشاره شده فوق مطابقت نداشته باشد در ازای پرداخت قسمتی از حق بیمه‌ها به بیمه‌گر اتکائی واگذار مینماید، زیرا بیمه‌گر اتکائی از اینگونه خطرات به تعداد زیاد دارد.

لازم به توضیح است بیمه‌گران اتکائی در مقابل بیمه‌گذاران تعهدی ندارند و فقط در قبال بیمه‌گر اصلی (واگذارنده) متعهد می‌باشند.