

**برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران: مقایسه مدل‌های  
نلسون-سیگل و اسپالین**

\* سید سعید موسوی ثمرین  
 \*\* سید ضیاءالدین کیاالحسینی  
 \*\*\* سید محسن سجادی  
 \*\*\*\* مجید رضایی

DOI: <https://doi.org/10.22096/esp.2025.2072880.1842>

[تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۷/۰۵ - تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۸/۲۵]

**چکیده**

منحنی بازده نقش مهمی در ارزیابی هزینه‌های بدهی دولت، ریسک و انتظارات نرخ سود دارد. با افزایش اتکای دولت به انتشار بدهی، شناسایی دقیق‌تر منحنی اهمیت بیشتری می‌یابد. در ایران تمرکز مطالعات بر اوراق خزانه اسلامی (اخزا/ITBs) بوده است، اما این پژوهش با ترکیب داده‌های اخزا و اوراق مراحه دولتی (اراد/GMBs)، منحنی بازده را با مدل‌های نلسون-سیگل-اسونسن (NSS)، نلسون-سیگل (NS) و اسپالین برآورد می‌کند. افزودن اراد سبب بهبود برازش منحنی می‌شود، هرچند اخزا به‌تنهایی نیز عملکرد قابل قبولی دارد. آزمون دایوولد-ماریانو تفاوت معناداری میان مدل‌ها نشان نمی‌دهد، اما سایر شاخص‌ها نشانگر برتری مدل NSS نسبت به NS و برتری اسپالین نسبت به NSS است، هم‌خطی در مدل نلسون-سیگل رد و در مدل پایه تأیید می‌شود. در مدل پایه، پویایی عامل سطح  $(\beta_0)$  و شیب  $(\beta_1)$  بررسی و مانا بودند. با توجه به محدودیت تنوع سررسید، حجم پایین معاملات و کوتاه‌مدت بودن اکثریت اوراق و بی‌معنایی آزمون اصلی تفاوت مدل‌ها، مدل نلسون-سیگل برای استفاده‌های آتی توصیه می‌شود. اقداماتی مانند انتشار اوراق با سررسیدهای متنوع، معرفی ابزارهای کوتاه‌مدت بدون سودبرگ، اوراق بلندمدت شاخصی، اعلام تقویم انتشار و تقویت هماهنگی وزارت اقتصاد و بانک مرکزی، باعث بهبود کیفیت داده، پیوستگی منحنی و اثربخشی سیاست پولی می‌شود.

**واژگان کلیدی:** منحنی بازده؛ مدل‌سازی ساختار زمانی نرخ سود؛ اسناد خزانه اسلامی؛ اوراق مراحه دولتی (صکوک دولتی)؛ مدل نلسون-سیگل، برآورد اسپالین.

**طبقه‌بندی موضوعی:** E43, G12, C32, C14, G18.

\* دانشجوی دکتری اقتصاد پولی، دپارتمان اقتصاد، دانشگاه مفید، قم، ایران. (نویسنده مسئول)

Email: [musavisaeid@gmail.com](mailto:musavisaeid@gmail.com)Email: [kiaalhoseini@mofidu.ir](mailto:kiaalhoseini@mofidu.ir)Email: [sajjadi@mofidu.ac.ir](mailto:sajjadi@mofidu.ac.ir)Email: [rezai@mofidu.ac.ir](mailto:rezai@mofidu.ac.ir)

\*\* استادیار، دپارتمان اقتصاد، دانشگاه مفید، قم، ایران.

\*\*\* استادیار، دپارتمان اقتصاد، دانشگاه مفید، قم، ایران.

\*\*\*\* استادیار، دپارتمان اقتصاد، دانشگاه مفید، قم، ایران.



## ۱. مقدمه

برآزش دقیق منحنی بازده (Yield Curve) اهمیت حیاتی دارد، زیرا این منحنی، نقش اساسی در تعیین هزینه (Servicing cost) تأمین مالی دولت، ارزیابی ریسک، شناسایی نرخ‌های آتی و پیش‌بینی تغییرات کوتاه‌مدت و بلندمدت نرخ سود ایفا می‌کند. بانک‌های مرکزی نیز این منحنی را برای تصمیم‌گیری در عملیات بازار باز بررسی می‌کنند. پس ادبیات علمی توجه ویژه‌ای به ابعاد این موضوع داشته است. در ایران، نظر به نو بودن بازار بدهی در کشور، مطالعات اقتصادی و مالی توجه بایسته‌ای به این موضوع نشان نداده‌اند و مطالعات موجود نیز صرفاً اسناد خزانه اسلامی<sup>۱</sup> را مورد توجه قرار داده‌اند؛<sup>۲</sup> ولی مقاله حاضر با توجه به سهم عمده اوراق مرابحه<sup>۳</sup> عام دولتی<sup>۴</sup> از اوراق اسلامی دولت با استفاده از مجموعه‌ای از داده‌های آماری (Data Set) هموارسازی شده از آنها به صورت تفکیکی و یکجا با تکیه بر خانواده مدل‌های نلسون-سیگل<sup>۵</sup> به استخراج منحنی اوراق مذکور و اجزای نهفته (Latent Factors) آن یعنی سطح (Level)، شیب (Slope) و انحنای (Curvature) پرداخته است. پرسش این است که آیا افزودن داده‌های اراد باعث تقویت برآزش می‌شود و بهترین مدل برای برآزش منحنی کدام است. فرضیه اول این است که داده‌های ترکیبی آخر و اراد باعث تقویت برآزش منحنی بازده اوراق دولتی در ایران می‌شود. در صورت تأیید، این یکی از مشارکت‌های جدی این پژوهش خواهد بود. فرضیه دوم این است که در داده‌های آخر تفاوت معنی‌داری بین مدل‌های جایگزین یعنی نلسون-سیگل-اسونسون ((Nelson, Siegel and Svenson (NSS)، نلسون-سیگل و اسپلاین (Splin) وجود ندارد، ولی در مجموعه‌های ترکیبی، تفاوت‌ها معنی‌دار خواهد بود. مبنای آزمون فرضیه مذکور آزمون دایوولد-ماریانو<sup>۶</sup> است. پس از پرداختن به پیشینه پژوهش و مبانی نظری در بخش دوم، در بخش سوم داده‌ها و مدل ارائه

۱. از این پس به جای کلمه اسناد خزانه اسلامی و اوراق مرابحه عام به ترتیب از کلمه آخر و اراد استفاده می‌شود.  
۲. آخر، ریسک سرمایه‌گذاری مجدد سودبرگ‌ها را نداشته، بهترین مبنا برای اندازه‌گیری نرخ سود بدون ریسک اقتصاد است. تخمین نرخ‌های نقطه‌ای از اوراق بدون سودبرگ ساده است، زیرا این اوراق تنها به پرداخت نهایی وابسته‌اند، درحالی‌که برای اوراق با سودبرگ، تعیین نرخ نیازمند در نظر گرفتن جریان نقدی و استفاده از روش‌هایی مثل باز نمونه‌گیری است که نرخ بازدهی بدون سودبرگ آنها را محاسبه نماید. به این دلیل، پژوهش‌های داخلی صرفاً آخر را مدل‌سازی کرده‌اند.

۳. علاقه‌مندان به اطلاعات بیشتر در این خصوص می‌توانند به کتاب مصوبات کمیته فقهی سازمان بورس مراجعه کنند.

4. Charles R. Nelson and Andrew F. Siegel, "Parsimonious Modeling of Yield Curves," *Journal of Business* 60, no. 4 (1987): 473-489.

5. Francis X. Diebold and Roberto S. Mariano, "Comparing Predictive Accuracy," *Journal of Business & Economic Statistics* 13, no. 3 (1995): 253-263.

برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا الحسینی و ... ۹

می‌شود و در بخش چهارم براساس داده‌های آماری هموارسازی شده، منحنی و عوامل استخراج و در بخش پنجم نتایج ارائه و پیشنهادهای پژوهشی-سیاستی ارائه شده است.

## ۲. پیشینه پژوهش و مبانی نظری

منحنی یا ساختار زمانی نرخ سود (Term Structure) اوراق دولتی رابطه بین نرخ بازده تا سررسید اوراق بدون ریسک دولتی و سررسیدهای مختلف آنهاست که انتظارات بازار از نرخ‌های سود، تورم و ریسک نقدشوندگی را منعکس می‌کند. انواع منحنی‌های بازده و تفسیر اقتصادی اشکال مختلف آن در جدول و جدول آمده است. هرچه حجم معاملات، تنوع سررسید (Maturity)، انواع سودبرگ (Coupon) و اختیارهای معاملاتی (Options) بیشتر باشد، منحنی اعتبار بیشتری دارد. ترسیم دقیق منحنی به دولت کمک می‌کند تا استراتژی تأمین مالی خود را اعم از تعیین سهم بار سود (Interest Burden)، بهینه‌یابی سررسیدها، تعیین نرخ سودبرگ و ... مشخص کند.

جدول (۱): انواع منحنی‌های بازده

|   | نوع منحنی         | تعریف                                                                                   | کاربرد اصلی                                                  |
|---|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| ۱ | منحنی بازده       | منحنی بازده تا سررسید اوراق بدون ریسک با سررسیدهای مختلف در یک روز                      | تحلیل سیاست پولی، انتظارات تورمی و ریسک نقدینگی              |
| ۲ | منحنی نرخ نقطه‌ای | منحنی بازده براساس اوراق بدون سودبرگ در یک روز                                          | ارزش‌گذاری، پیش‌بینی نرخ برای سررسیدهای بلندمدت              |
| ۳ | منحنی نرخ اسمی    | منحنی بازده بر این مبنا که قیمت معامله اوراق مساوی با ارزش اسمی باشد.                   | مقایسه نرخ بازار اوراق با سودبرگ                             |
| ۴ | منحنی نرخ‌های آتی | مثلاً انتظار بازار از نرخ ورقه یک‌ساله در یک سال بعد معادل نرخ آتی یک‌ویک است: $F(1,1)$ | تحلیل انتظارات بازار از نرخ‌های آتی و استراتژی‌های پوشش ریسک |
| ۵ | منحنی در آینده    | پیش‌بینی منحنی بازده برای آینده (غیر از امروز)                                          | سنجش اثر سیاست مفروض بر منحنی در آینده                       |

منبع: یافته‌های تحقیق

## ۱-۲. مدل‌های تخمین منحنی بازده

وسیچک<sup>۶</sup> مدل‌های تصادفی تعادلی (Stochastic equilibrium models) را با هدف توصیف پویایی نرخ سود معرفی کرد. این مدل براساس چهارچوب‌های آفین (Affine/No) (Affine models)، پویایی‌های نرخ سود را با ویژگی بازگشت به میانگین (mean-reverting) و محدودیت‌های اقتصادی واقع‌بینانه‌تر توضیح می‌دهد. برای تحلیل ریسک و قیمت‌گذاری مشتقات نرخ سود نیز کاربرد دارد. کاکس، اینجرسول و راس ملقب به مدل CIR<sup>۷</sup> کار وسیچک را به نحوی اصلاح کردند که امکان منفی شدن نرخ‌های سود را منتفی می‌کرد. سینگلتن<sup>۸</sup> به تحلیل ساختار ریسک در مدل‌های تعادلی-تصادفی خطی پرداخت و نشان داد که تغییرات در بازده اضافی مورد انتظار (Expected excess return)، ناشی از تغییرات در انتظارات بازار و ریسک‌های کوتاه‌مدت است. سنت تعادلی، معمولاً بر استفاده از مدل‌های آفین تمرکز دارد و نرخ سایر سررسیدها را تحت مفروضات مختلف در مورد صرف ریسک (risk premium) استخراج می‌کند. این مدل، پایه‌ای برای توسعه مدل‌های بدون آربیتراژ (no-arbitrage models) و مدل‌های عاملی (Factor Models) پویا شد. نسخه‌های تعادلی-پارامتریک مثل پلی میان مدل‌های تجربی و مدل‌های اقتصادی عمل می‌کنند. فریدمن<sup>۹</sup> بر اهمیت مدل‌های صرفه‌جویانه (Parsimonious) (کم‌پارامتر) تأکید کرد. مدل‌های ساده‌تر می‌توانند با حذف پیچیدگی‌های غیرضرور، برازش مؤثری ارائه کنند. این دیدگاه، مبنایی برای توسعه مدل‌های تجربی مانند مدل نلسون-سیگل، اسپلاین و کرنل اسموتینگ فراهم کرد.

مدل‌های تجربی که شکل خاصی از تابع تنزیل (Discount Function) را مفروض می‌گیرند از روش‌های باز نمونه‌گیری (Bootstrapping) یا الگوریتم‌های تکراری، منحنی را به صورت گام‌به‌گام استخراج می‌کنند. در این میان، خانواده مدل‌های پارامتریک NS یکی از مؤثرترین روش‌ها برای تخمین سطح، شیب و انحنای منحنی شناخته می‌شود. از نظر

6. Oldrich Vasicek, "An Equilibrium Characterization of the Term Structure," *Journal of Financial Economics* 5, no. 2 (1977): 177-188.

7. John C. Cox, Jonathan E. Ingersoll Jr., and Stephen A. Ross, "A Theory of the Term Structure of Interest Rates," *Econometrica* 53, no. 2 (1985): 385-407.

8. Kenneth J. Singleton, "Dynamic Term Structure Modeling," *Annual Review of Financial Economics* 4, no. 1 (2012): 21-43.

9. Milton Friedman, *A Program for Monetary Stability* (New York: Fordham University Press, 1960).

مک کولاج<sup>۱۰</sup> مدل‌های ساده خطی یا چندجمله‌ای (Polynomial) نمی‌توانند شکل واقعی منحنی را توصیف کنند، زیرا انعطاف کافی ندارند و باعث بروز خطا در نقاط با شیب یا انحنای شدید می‌شوند. او مدل غیرپارامتریک اسپلاین چندجمله‌ای (piecewise polynomial splines) را معرفی کرد. تنگارد<sup>۱۱</sup> با استفاده از اسپلاین به هموارسازی داده‌های اوراق با سود برگ پرداخته، زمینه را برای توسعه تکنیک‌های انعطاف‌پذیرتر فراهم کرد. همچنین، لنتو و همکاران<sup>۱۲</sup> روش‌های غیرپارامتریک هموارسازی کرنل Kernel (Smoothing (KS) مبتنی بر توابع هسته‌ای مانند پنجره پارزن (Kernel density estimation or Parzen-window method)) را در تخمین منحنی به کار گرفته، مزیت آن را در مواجهه با ساختارهای غیرخطی و داده‌های نویزی نشان دادند. لیو و وو<sup>۱۳</sup> با این مدل، بدون فرض تصریح خاص در مورد فرم تابع با استفاده از پهنای باند تطبیقی (adaptive bandwidth)، منحنی جدیدی از اوراق آمریکا ارائه کردند که با وزن‌دهی به اطلاعات محلی (Local)، بیشتر آنها را حفظ می‌کند و خطای قیمت‌گذاری را کاهش می‌دهد.<sup>۱۴</sup> این مدل‌ها گرچه انعطاف‌پذیری بالاتری دارند، دچار خطر بیش‌برازش (Overfitting) و عدم قابلیت تفسیر اقتصادی (در مقابل مدل‌های صرفه‌جویانه) هستند. هر یک از روش‌های تجربی در شرایط خاصی برتری دارند. مدل NS با بهره‌گیری از پارامترهای قابل تفسیر اقتصادی، در تحلیل‌های کلان و پیش‌بینی نرخ‌های سود عملکرد مناسبی دارد؛ درحالی‌که روش هموارسازی کرنل و اسپلاین در بازسازی دقیق داده‌های تجربی و ثبت نوسانات محلی مؤثرتر است. پس معامله‌گران از اسپلاین و کرنل و اقتصاددانان از خانواده NS استفاده می‌کنند. بلیس<sup>۱۵</sup> تعدادی از مدل‌ها را مقایسه کرد، مدل‌های صرفه‌جویانه مانند NS را نسبت به

10. J. Huston McCulloch, "Measuring the Term Structure of Interest Rates," *Journal of Business* 44, no. 1 (1971): 19-31.

11. C. Tanggaard, "Nonparametric Smoothing of Yield Curves," *Review of Quantitative Finance and Accounting* 9 (1997): 251-267.

12. Oliver B. Linton et al., "Yield Curve Estimation by Kernel Smoothing Methods," *Working paper* (April 3, 2000). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.222369>.

13. Yan Liu and Jing Cynthia Wu, "Reconstructing the Yield Curve," *Journal of Financial Economics* 142, no. 3 (2021): 1395-1425.

۱۴. به همین دلیل، مدل‌های اقتصادی منحنی بازده مثل فیشر (۱۸۹۶)، معمولاً مورد انتقاد پژوهشگران معتقد به روش پارزن بودند.

15. Robert R. Bliss, "Testing Term Structure Estimation Methods", in *Advances in Futures and Options Research*, eds. Phelim P. Boyle, George Pennacchi, and Peter Ritchken (Bingley, UK: Emerald Group Publishing, 1999).

روش‌های انعطاف‌پذیرتر، بهتر یافت. این مدل با تفسیر اقتصادی روشن و قابلیت برازش منعطف به یکی از ابزارهای اصلی در تحلیل ساختار زمانی نرخ سود و سیاست‌گذاری مالی تبدیل شده است. اینجا به دلیل مرجعیت خانواده NS در بین بانک‌های مرکزی<sup>۱۶</sup> همین رویکرد مبنا قرار گرفته با اسپلین مقایسه شده است. در ادامه به معرفی بیشتر خانواده مدل‌های NS می‌پردازیم.

## ۲-۲. خانواده مدل‌های NS

روش غیرپارامتریک اسپلین در برازش بر اساس داده‌های واقعی عملکرد مناسب، اما در موضوع برون‌یابی (Extrapolation) نرخ‌های بلندمدت ضعیف بود.<sup>۱۷</sup> نلسون-سیگل در راستای حل مسئله فوق مدل صرفه‌جویانه‌ای ارائه کردند که در قالبی پارامتریک (معادله ۱) با چهار مؤلفه سطح (L)، عامل شیب (S)، عامل انحنا (C) و پارامتر نرخ زوال ( $\lambda$ ) طراحی شده است:

$$1) y(\tau) = \beta_0 + \beta_1 * ((1 - e^{(-\lambda\tau)}) / (\lambda\tau)) + \beta_2 * (((1 - e^{(-\lambda\tau)}) / (\lambda\tau)) - e^{(-\lambda\tau)})$$

### نلسون-سیگل

عامل سطح، مهم‌ترین مؤلفه، بیانگر نرخ سود بلندمدت است و تغییر آن بر نرخ‌ها در تمامی سررسیدها اثر می‌گذارد و نقشی کلیدی در سیاست‌گذاری پولی و تعیین نرخ سیاستی (Policy rate) دارد و در طراحی استراتژی‌های تأمین مالی دولت مورد استفاده است. عامل شیب، تفاوت میان نرخ‌های بلندمدت و کوتاه‌مدت را بازتاب می‌دهد و در جایگاه شاخصی پیش‌نگر برای شناسایی چرخه‌های تجاری به کار می‌رود؛ به گونه‌ای که شیب مثبت معمولاً نشان‌دهنده انتظار رشد اقتصادی و شیب منفی نشانه‌ای از رکود قریب‌الوقوع است.<sup>۱۸</sup> عامل انحنا که گاهی از آن با عنوان تحدب یا تقعر یاد می‌شود، تغییرات نرخ‌های میان‌مدت در افق کوتاه‌مدت را منعکس می‌کند. این عامل به‌ویژه در شرایط نوسان بازار و ناطمینانی اقتصادی اهمیت دارد و معیاری برای پیش‌بینی واکنش‌های کوتاه‌مدت بخش خصوصی به تغییرات

16. Bank for International Settlements, "Zero-Coupon Yield Curves Estimated by Central Banks," *BIS Papers*, no. 25 (2005). <https://www.bis.org/publ/bppdf/bisap25a.pdf>.

17. Nelson and Siegel, "Parsimonious Modeling of Yield Curves," 473-489.

18. Arturo Estrella and Gikas A. Hardouvelis, "The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity," *Journal of Finance* 46, no. 2 (1991): 555-576.

برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا، الحسینی و ... ۱۳

سیاست پولی است. انحنای بالای منحنی معمولاً نشان‌دهنده بی‌ثباتی بیشتر در انتظارات بازار است و می‌تواند به کاهش سرمایه‌گذاری و مصرف منجر شود. اسونسون<sup>۱۹</sup> نسخه دیگری (معادله ۲) از مدل NS را با افزودن مؤلفه انحنای دوم جمعاً پارامتر<sup>۲۰</sup> ارائه کرد:

$$2)y(\tau) = \beta_0 + \beta_1 * ((1 - e^{-(\lambda_1 \tau)}) / (\lambda_1 \tau)) + \beta_2 * (((1 - e^{-(\lambda_1 \tau)}) / (\lambda_1 \tau)) - e^{-(\lambda_1 \tau)}) + \beta_3 * (((1 - e^{-(\lambda_2 \tau)}) / (\lambda_2 \tau)) - e^{-(\lambda_2 \tau)})$$

معادله نلسون-سیگل-اسونسون

بسته به مقادیر این پارامترها، مدل اشکال متنوعی از منحنی را بازنمایی می‌کند؛ از جمله ساختارهای صعودی، نزولی یا محدب. (جدول ۲۶) این نسخه، انعطاف‌پذیری بیشتری در برازش منحنی‌های پیچیده‌تر داشت و در سررسیدهای طولانی‌تر با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی (Maximum Likelihood) برازش بهتری فراهم کرد. مسعودی و همکاران<sup>۲۱</sup> به مقایسه مدل‌های صرفه‌جویانه NSS و NS در برازش منحنی اخزا پرداختند و مدل اسونسون را مرجح دانستند. گورکایناک و همکاران<sup>۲۲</sup> با NS، منحنی آمریکا را تخمین زدند، اما نتایج در بخش‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت دچار خطای برازش و برون‌یابی بودند و بسط اسونسون را ترجیح دادند. یکی دیگر از نسخه‌های خانواده NS عبارت است از NS بدون آریترائز (AFNS) که کریستنسن و همکاران<sup>۲۳</sup> آن را طرح کردند تا ساختار انعطاف‌پذیر مدل NS را با اصول نظریه قیمت‌گذاری دارایی‌ها ترکیب کنند؛ به‌طوری که منحنی حاصل از مدل با عدم وجود فرصت آریترائز سازگار باشد. این مدل به‌ویژه برای بازارهایی که مشتقات نرخ سود در آنها فعال هستند،

19. Lars E.O. Svensson, "Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992–1994," *IMF Working Paper*, no. 94/114 (1994).

۲۰. تفسیر پارامترهای NSS در جدول آمده است. پارامترهای ۱ تا ۴ از این جدول مختص مدل NS است. مدل NSS به دلیل وجود پارامترهای نرخ زوال باید از روش غیرخطی (NLS) برازش شود؛ ولی اگر پارامترهای نرخ زوال ثابت فرض شوند (مثلاً مستند به تحقیقی دیگر) می‌توان آن را از روش خطی (OLS) برازش کرد.

21. Daniel Banholzer, Jens Fliege, and Rüdiger Werner, "Revisiting the Fitting of the Nelson–Siegel and Svensson Models," *Optimization* 73, no. 10 (2024): 3021–3053.

۲۲. سعید مسعودی، غلامرضا محفوظی، و سیدمظفر میربرگ‌کار، «ارائه الگوی مناسب منحنی بازده اسناد خزانه اسلامی با تکیه بر مدل‌های نلسون-سیگل و اسونسون در بازار مالی ایران»، *دانش سرمایه‌گذاری* ۱۴، شماره ۵۳ (۱۴۰۲): ۷۱۶–۶۸۷.

23. Refet S. Gürkaynak, Brian Sack, and Jonathan H. Wright, "The U.S. Treasury Yield Curve: 1961 to the Present," *Journal of Monetary Economics* 54, no. 8 (2007): 2291–2307.

24. Jens H. E. Christensen, Francis X. Diebold, and Glenn D. Rudebusch, "An Arbitrage-Free Generalized Nelson–Siegel Term Structure Model," *Econometrica Journal* 12, no. 3 (2009): C33–C64.



بسیار کاربردی است. با استفاده از آن، انتظارات بازار از نرخ‌های سود آتی استخراج و تأثیر سیاست‌های پولی بر منحنی بررسی می‌شود. مدل NS، گام مهمی در پیش‌بینی نرخ‌های آتی بود؛ گرچه در بعضی سررسیدها مخصوصاً بلندمدت با مشکل خارج شدن از حد (Overshooting) مواجه بود.<sup>۲۵</sup> به همین دلیل، دایبولد و لی<sup>۲۶</sup> NS پویا (Dynamic Nelson Siegel (DNS)) را معرفی کردند که ادعای پیش‌بینی‌های بهتری نسبت به مدل بدون آریترایز و NS سنتی دارد. محمدی اقدم و همکاران<sup>۲۷</sup> با انتخاب مدل NS پویا به تخمین منحنی آخرزا پرداخته و با استفاده از خودرگرسیون برداری-گارچ، الگوریتم مبتنی بر تقویت گرادیان ذیل یادگیری سطحی و مدل‌های شبکه عصبی پیچشی به پیش‌بینی مقادیر آتی عوامل سه‌گانه پرداخته‌اند؛ سپس دقت برآورد را آزمودند، روش خودرگرسیون برداری-گارچ را در تخمین سطح و مدل‌های یادگیری عمیق را در رابطه با دو عامل شیب و انحنا روش بهتر تشخیص دادند. این مدل نیازمند تراکم زیادی از داده‌های آماری مرتبط است که در ایران نایاب است.

از چالش‌های اصلی در به‌کارگیری مدل‌های NS و NSS، همخطی (Multicollinearity) میان پارامترهای شیب و انحنا است؛ زیرا توابع پایه‌ای در بسیاری از سررسیدها به‌ویژه افق‌های کوتاه‌مدت، شکل‌های مشابهی دارند و به‌سختی تفکیک می‌شوند.<sup>۲۸</sup> این، منجر به ناپایداری در برآورد ضرایب و کاهش دقت پیش‌بینی می‌شود. برای رفع آن، راهکارهایی از جمله مفروض گرفتن (Given) پارامترهای نرخ زوال (Decay rate)  $(\lambda_1, 2)$ ، حذف مؤلفه انحنا دوم و استفاده از فرم ساده‌تر NS، به‌کارگیری روش‌های تنظیم‌گر<sup>۲۹</sup> (Ridge regression) یا اعمال قیود اقتصادی بر ضرایب به‌منظور محدودسازی دامنه تغییرات آنها<sup>۳۰</sup> پیشنهاد شده است.

25. Nelson and Siegel, "Parsimonious Modeling of Yield Curves," 473-489.

26. Francis X. Diebold and Canlin Li, "Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields," *Journal of Econometrics* 130, no. 2 (2006): 337-364.

۲۷. سعید محمدی اقدم و دیگران، «پیش‌بینی منحنی بازده ایران: ترکیب مدل عاملی با رویکرد یادگیری ماشین»، چشم‌انداز مدیریت مالی، شماره ۱ (۱۴۰۴): ۳۹-۹.

28. Jan Annaert et al., "Estimating the Yield Curve Using the Nelson-Siegel Model: A Ridge Regression Approach," *International Review of Economics & Finance* 27 (2013): 482-496.

29. Ángel, León, Antonio Rubia, and Lidia Sanchis-Marco, "On Multicollinearity and the Value of the Shape Parameter in the Term Structure Nelson-Siegel Model," *AESTIMATIO, The IEB International Journal of Finance* 16 (2018): 8-29.

30. Jens H. E. Christensen, Jose A. Lopez, and Glenn D. Rudebusch, "Pricing Deflation Risk with U.S. Treasury Yields," *Federal Reserve Bank of San Francisco Working Paper*, no. 2012-07 (2011).



برآزش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا، الحسینی و ... ۱۵

جدول (۲): پارامترهای NS و NSS و نقش آن‌ها در مدل و تحلیل آنها

| ردیف | پارامتر                      | نقش در مدل                              | تفسیر اقتصادی                                              | نحوه تحلیل تغییرات                                 |
|------|------------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| ۱    | $\beta_0$ (Long-term level)  | سطح پایدار منحنی در افق‌های طولانی      | نرخ سود تعادلی بلندمدت یا انتظارات بازار از نرخ‌های پایدار | مقدار بزرگ‌تر: انتظارات بالاتر نسبت به نرخ‌های آتی |
| ۲    | $\beta_1$ (Slope)            | اختلاف بین نرخ‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت  | جهت اولیه منحنی و پاداش سررسید                             | -                                                  |
| ۳    | $\beta_2$ (Curvature 1)      | شکل محدب یا مقعر در سررسیدهای میانی     | وجود برآمدگی یا فرورفتگی در میانه منحنی                    | مقدار مثبت (منفی): برآمدگی (فرورفتگی)              |
| ۴    | $\beta_3$ (Curvature 2)      | انعطاف بیشتر در بخش‌های میانی و بلندمدت | امکان شکل‌های پیچیده‌تر در منحنی بازده                     | تعیین شدت و جهت اصلاح انحنای نواحی میانی/بلندمدت   |
| ۵    | $\lambda_1$ (Decay factor 1) | سرعت محو شدن اثر $\beta_1$ و $\beta_2$  | ماندگاری اثرات کوتاه‌مدت و میانی                           | مقدار بزرگ: زوال سریع؛ مقدار کوچک: اثر پایدارتر    |
| ۶    | $\lambda_2$ (Decay factor 2) | سرعت محو شدن اثر $\beta_3$              | مشابه $\lambda_1$ اما برای انحنای دوم                      | مقدار کوچک: خمیدگی دوم ماندگارتر                   |

منبع: دایوولد و همکاران<sup>۳۱</sup>

جدول (۳): انواع اشکال هندسی منحنی‌های بازده و تفسیر اقتصادی آن

| شکل منحنی بازده | تعریف                             | تفسیر اقتصادی                        |
|-----------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| صعودی           | نرخ‌های بلندمدت بالاتر از نرخ‌های | انتظار بازار از رشد اقتصادی و افزایش |

31. Diebold and Li, "Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields," 337–364.

| نظری                                         | کوتاه‌مدت                                                                   | احتمالی نرخ‌های سود در آینده |
|----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| نرخ‌های کوتاه‌مدت بالاتر از نرخ‌های بلندمدت  | شاخص پیش‌نگر قوی برای رکود، انتظار کاهش نرخ سود توسط بانک مرکزی             |                              |
| نرخ‌های کوتاه‌مدت/بلندمدت تقریباً برابر      | حاکمی از عدم اطمینان در مورد مسیر آتی اقتصاد یا انتقال بین دوره رشد و رکود  |                              |
| نرخ‌های میان‌مدت بالاتر از کوتاه‌مدت/بلندمدت | انتظار افزایش موقت نرخ سود یا شوک نقدینگی ناشی از سیاست‌های پولی مقطعی      |                              |
| نرخ‌های کوتاه‌مدت/بلندمدت بالاتر از میان‌مدت | کمتر رایج؛ شاید حاکمی از انتظار بازار از نوسانات بالا یا شرایط غیرعادی مالی |                              |

منبع: یافته‌های تحقیق

### ۳. معرفی داده‌ها و مدل

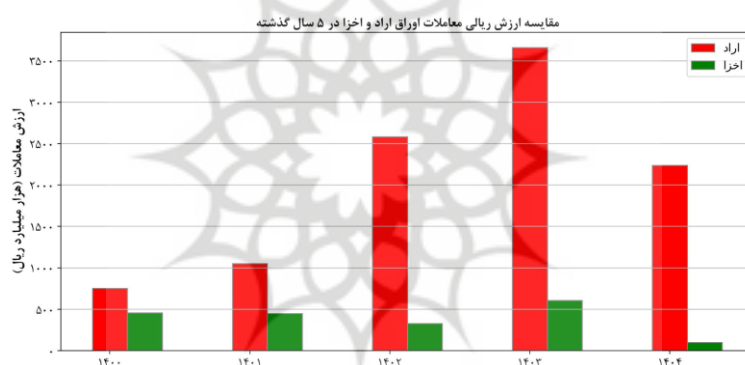
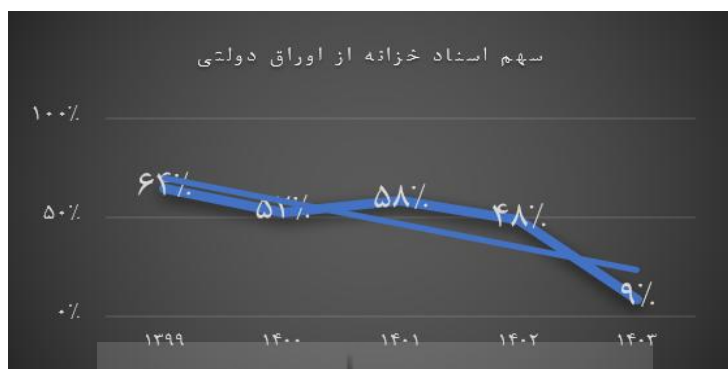
استفاده از اوراق با سودبرگ در مطالعات خارجی معمول است، چراکه داده‌های کافی از اوراق بدون سودبرگ در سررسیدهای مختلف (مخصوصاً بالاتر از ۱ سال) وجود ندارد. در ایران با توجه به محاسبه روزانه نرخ نقطه‌ای این اوراق در تارنمای فرابورس ایران دغدغه دوم وجود ندارد. از سویی، سهم آخزا از انتشار اوراق و همچنین حجم ریالی معاملات در ۵ سال اخیر کاهش یافته است. (نمودار ۱)<sup>۳۲</sup> با توجه به سهم عمده اراد، استفاده از داده‌های ترکیبی، برازش منحنی را تقویت خواهد کرد. (فرضیه ۱) با پایتون، منحنی‌های آخزا و اراد هموارسازی شده به صورت جداگانه و مجموع با استفاده از خانواده مدل‌های NS و اسپلاین برازش و مقایسه خواهد شد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی

۳۲. تا پایان تابستان ۱۴۰۴ هنوز آخزا منتشر نشده است. حجم ریالی معاملات آخزا در سال جاری هرگز به سقف خود در بهترین روز همراه سال ۱۴۰۳ معادل ۷۵۰ میلیارد تومان نرسیده است. حجم ریالی معاملات اراد و آخزا قابل مقایسه نیستند و نسبت آنها ۲۰ به ۱ است.

برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا، الحسینی و ... ۱۷

نمودار (۱): سهم آخزا از تأمین مالی اوراقی دولت (نمودار اول) و مقایسه ارزش ریالی معاملات آخزا و اراد (نمودار دوم)



منبع: نشریه مرکز مدیریت بدهی‌ها و دارایی‌های مالی عمومی وزارت اقتصاد، شهریور ۱۴۰۴

### ۱-۳. اهمیت هموارسازی داده‌ها

هموارسازی داده‌ها برای برازش منحنی حتی در بازارهای عمیق ضروری است. مسعودی و همکاران،<sup>۳۳</sup> آخزاها با سررسید کمتر از ۱ ماه، بیش از ۳ سال، روزهایی با کمتر از ۵ نماد، معاملات عمده، داده‌های پرت (Outlier) با سه انحراف معیار و معاملات کمتر از ۵ میلیون تومان را حذف کردند. گورکاپناک و همکاران،<sup>۳۴</sup> اوراق با اختیار خرید یا فروش، اوراق با

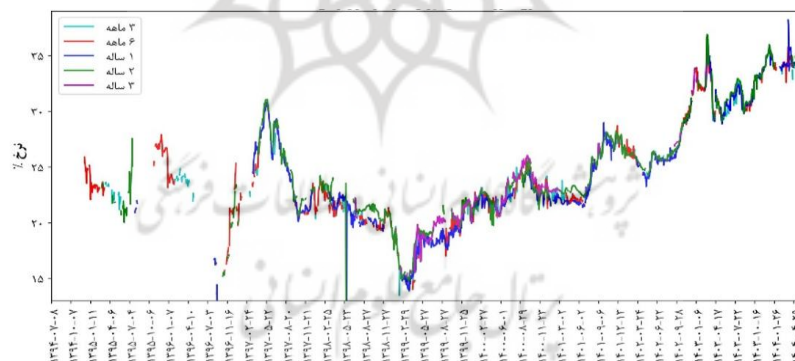
۳۳. مسعودی، محفوظی، و میرپرگار، «ارائه الگوی مناسب منحنی بازده اسناد خزانه اسلامی»، ۷۱۶-۶۸۷.

34. Gürkaynak, Sack, and Wright, "The U.S. Treasury Yield Curve: 1961 to the Present," 2291-2307.

کمتر از ۳ ماه تا سررسید، اوراق تازه منتشرشده به دلیل معامله به صرف (Permium) و اوراق کوتاه‌مدت را به دلیل نقدشوندگی پایین و تقاضای بخش‌بندی‌شده (Segmented Demand) حذف کردند.

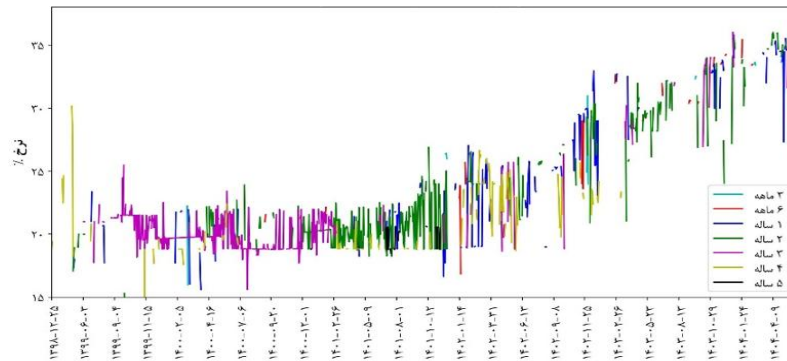
در نمودار ۲ سری زمانی نرخ بازدهی آخزا و اراد در سررسیدهای مختلف آمده است. سقف سررسید اوراق در آخزا ۳ و در اراد ۵ ساله است که با توجه به عدم استقبال بازار از اوراق بلندمدت، دولت درصدد حذف اوراق ۵ ساله اراد برآمده که این مشکلاتی را برای تخمین اراد ایجاد می‌کند. عدم تنوع سررسیدها، فقدان داده در بسیاری از سررسیدها، حجم و تواتر کم معاملات و ناهمواری زمانی انتشار اوراق از سوی دولت از جمله سایر مشکلات آماری این پژوهش است. معاملات ثانویه آخزا و اراد در نرخ‌های غیرمعمولی پدیده‌ای معمول است (نمودار ۳). یکی از مسائل این است که اوراق با سررسید و ریسک یکسان در یک روز معاملاتی در نرخ‌های کاملاً متفاوتی معامله می‌شوند. مثلاً در نمودار ۳، تعداد ۳ نماد معاملاتی با سررسید کمتر از ۱ ماه در اوراق آخزا وجود دارد که ۲ عدد از آنها در نرخ‌های پایین‌تری معامله شده‌اند.<sup>۳۵</sup>

نمودار (۲): سری زمانی نرخ بازدهی آخزا (نمودار اول) و اراد (نمودار دوم) در سررسیدهای مختلف از ابتدای انتشار



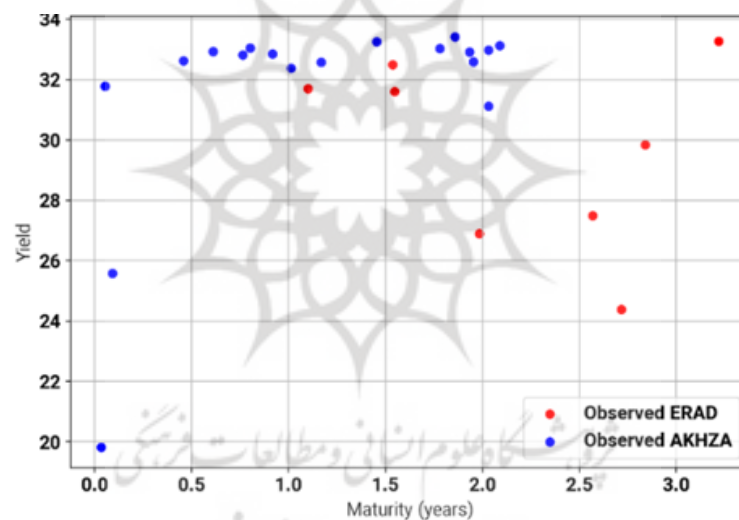
۳۵. بروز معاملات نامعمول/پرت در معاملات اراد زیاد است. در زمان نگارش این مقاله، وقوع معاملات ثانویه اراد در نرخ‌های زیر ۳۵ درصد معقول نیست. در چنین معاملاتی، فروشندگان به خریداران نرخ‌های ترجیحی ارائه می‌کنند. استراتژی حذف معاملات نامعمول به واقع‌نمایی منحنی‌های بازده کمک خواهد کرد.

برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا‌الحسینی و ... ۱۹



منبع: یافته‌های تحقیق

نمودار (۳): وجود معاملات با نرخ‌های غیرمعمول در آخزا و اراد در روز ۱۱ دی ۱۴۰۳



منبع: یافته‌های تحقیق

### ۲-۳. داده‌های آخزا، اراد و روش هموارسازی

در جدول ۴ با استفاده از تارنمای فرابورس آخزا و اراد به تفکیک از ابتدا<sup>۳۶</sup> تا تاریخ پنجم

۳۶. معاملات ثانویه آخزا و اراد به ترتیب از تاریخ ۸ مهر ۱۳۹۴ و ۲۵ اسفند ۱۳۹۸ آغاز شد.

شهریور سال ۱۴۰۴ به صورت روزانه جمع‌آوری شده است.<sup>۳۷</sup> در جدول ۵ و جدول ۶ روزهایی با بهترین حجم ریالی معاملات برای آخزا و اراد<sup>۳۸</sup> ارائه شده است.

جدول (۴): معرفی دو بال اصلی تأمین مالی اوراقی دولت

| نام اوراق                  | اسناد خزانه اسلامی | اوراق مراحه عام دولتی |
|----------------------------|--------------------|-----------------------|
| نماد اوراق                 | آخزا               | اراد                  |
| تعداد کل نمادهای منتشرشده  | 120                | 191                   |
| تعداد نمادهای سررسیدنشده   | 16                 | 92                    |
| حجم ریالی اوراق سررسیدنشده | 79.7 همت           | 670 همت               |
| تاریخ آغاز معاملات ثانویه  | 1394-07-08         | 1398-12-25            |
| پرحجم‌ترین روز معاملاتی    | 1403-07-24         | 1404-04-31            |

جدول (۵): بهترین روز معاملاتی آخزا و جزئیات مربوطه

| روز معاملاتی آخزا | تعداد نماد معامله‌شده | تعداد ورق معامله‌شده | ارزش معاملات (میلیارد تومان) | انحراف معیار نرخ اوراق |
|-------------------|-----------------------|----------------------|------------------------------|------------------------|
| 1403-07-24        | 23                    | 12,846,225           | 761                          | 1.069                  |

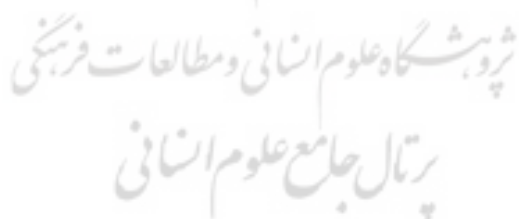
جدول (۶): بهترین روز معاملاتی اراد و جزئیات مربوطه

| روز معاملاتی اراد | تعداد نماد معامله‌شده | تعداد ورق معامله‌شده | ارزش معاملات (همت) | انحراف معیار نرخ اوراق |
|-------------------|-----------------------|----------------------|--------------------|------------------------|
| 1404-04-31        | 10                    | 207,881,319          | 19.4 همت           | 3.086                  |

۳۷. در این مقاله معاملات بلوکی در مجموعه‌های آماری وارد نشده‌اند.

۳۸. تعداد نمادهای منتشرشده اراد ۲۰۷ عدد است، ولی ۱۶ عدد از آنها داده قیمتی ندارند. سایر اوراق دولتی مثل کآخزا به دلیل ناچیز بودن ارزش معاملات و تعداد نمادهای آن از لیست حذف شدند.

اینجا، ۱۸ مجموعه آماری مختلف (یکتا (Unique Data Set)) احصا شده است. (جدول ۷ و جدول ۸) مثلاً در مجموعه ۳ برای نمادهای آخزا، ۵۰ روز برتر معاملاتی با ملاک ترکیبی میانگین حسابی حجم ریالی و تعداد نماد انتخاب شد. در هر روز از ۵۰ روز برتر، معاملات پرت با ملاک‌های حداقلی و حداکثری فیلتر شدند. در فیلتر حداقلی ۱. اوراق با بازدهی منفی؛<sup>۳۹</sup> ۲. اوراق با سررسیدهای کمتر از ۱ ماه؛ ۳. اوراق با ۳ برابر انحراف معیار کمتر و بیشتر از میانگین نرخ روزانه و ۴. روزهای با کمتر از ۷ نماد معاملاتی (۶ پارامتر داریم) حذف شدند. در نتیجه تعداد روزهای معاملاتی آخزا و اراد به ترتیب از ۲۳۰۸ و ۱۱۹۰ روز به ۱۷۶۸ و ۵۲۲ روز رسید. نمودار (۴) پراکنش انحراف معیار معاملات روزانه در برابر روزهای معاملاتی برای آخزا و اراد، بعد از اعمال این فیلتر، است. معاملات آخزا در بیشتر روزها انحراف معیار کمتری نسبت به معاملات اراد دارد و ضریب تغییرات بیشتر روزها برای آخزا زیر ۰.۱ است.<sup>۴۰</sup> در روش حداکثری با هدف حذف بهتر داده‌های پرت مخصوصاً برای اراد، معاملات دورتر از میانگین به ترتیب از ۳ تا ۱ انحراف معیار به صورت گام به گام حذف شدند تا جایی که ضریب تغییرات (Coefficient of Variation) معاملات برای همه روزهای نمونه معادل ۰.۱ شود. در نتیجه، تعداد روزهای معاملاتی آخزا و اراد از ۱۷۶۸ و ۵۲۲ به ۱۷۶۲ و ۳۸۱ روز رسید.



۳۹. برای بعضی روزها نرخ بازدهی منفی است که علت این موضوع مشخص نیست (احتمالاً خطای انسانی در سایت فرابورس)، ولی چون برای روزهای کمی اتفاق افتاده است، نادیده انگاشته شده است.

۴۰. در زمان نگارش مقاله، اراد در نرخ‌های حدود ۲۸.۷ درصد به صورت رسمی از سوی دولت منتشر می‌شود؛ اما با توجه به اینکه نرخ معاملات ثانویه در بازار حدود ۳۵ درصد است، مابه‌التفاوت این دو نرخ (پیشنهاد نرخ ترجیحی) از سوی ذینفع بخش خصوصی تأمین مالی می‌شود و دولت این تأمین مالی را در قالب بیش‌برآورد صورت وضعیت کالا و خدمات پرداخت می‌کند. لازم به ذکر است دولت درصدد اصلاح رویه فوق و واقعی‌سازی نرخ‌های عرضه این اوراق است.



نمودار پراکنش انحراف معیار معاملات روزانه در روش حداکثری است؛ همچنین برای داشتن توزیع مناسب روزهای معاملاتی در کل دوره، در هر ماه، حداکثر ۳ منحنی برازش‌شده برتر فهرست می‌شوند. در نهایت شرط نمونه‌های ترکیبی، وجود دست‌کم ۷ نماد آخزا و ۷ اراد در هر روز است.

جدول (۷): مبانی طبقه‌بندی مجموعه‌های آماری

| بهترین مجموعه آماری |          |           |                             |                |                               |                   |             |
|---------------------|----------|-----------|-----------------------------|----------------|-------------------------------|-------------------|-------------|
| بر حسب اوراق        |          |           | بر حسب بهترین روزهای مجموعه |                |                               | بر حسب فیلتراسیون |             |
| آخزا (A)            | اراد (E) | مجموع (T) | حجم ریالی (V)               | تعداد نماد (C) | میانگین حسابی حجم و تعداد (S) | حداقلی (F)        | حداکثری (N) |

جدول (۸): ترکیب مجموعه ۱۸ گانه

| اوراق تحت بررسی (A/E/T) | ملاک انتخاب روز (V/C/S) |                 |                      | حداقلی/حداکثری (F/N) |
|-------------------------|-------------------------|-----------------|----------------------|----------------------|
|                         | حجم ریالی (V)           | تعداد نماد (C)  | متوسط حجم و نماد (S) |                      |
| آخزا (A)                | مجموعه ۱ (AFV)          | مجموعه ۲ (AFC)  | مجموعه ۳ (AFS)       | حداکثری              |
|                         | مجموعه ۴ (ANV)          | مجموعه ۵ (ANC)  | مجموعه ۶ (ANS)       | حداقلی               |
| اراد (E)                | مجموعه ۷ (EFV)          | مجموعه ۸ (EFC)  | مجموعه ۹ (EFS)       | حداکثری              |
|                         | مجموعه ۱۰ (ENV)         | مجموعه ۱۱ (ENC) | مجموعه ۱۲ (ENS)      | حداقلی               |
| ترکیب آخزا و اراد (T)   | مجموعه ۱۳ (TFV)         | مجموعه ۱۴ (TFC) | مجموعه ۱۵ (TFS)      | حداکثری              |
|                         | مجموعه ۱۶ (TNV)         | مجموعه ۱۷ (TNC) | مجموعه ۱۸ (TNS)      | حداقلی               |

#### ۴. برازش منحنی بازده و بررسی نتایج

بر پایه NSS برای ۵۰ روز<sup>۴۱</sup> با رتبه برتر در هر مجموعه آماری از ۱۸ مجموعه، جمعاً ۹۰۰ منحنی برازش شد؛<sup>۴۲</sup> سپس همه منحنی‌های برازش شده نام گذاری شده و مجتمعاً فهرست شدند و شاخص‌های عملکردی هشت گانه (جدول ۹) برای آنها محاسبه شد. در نهایت، مجموعه‌هایی که بیشترین فراوانی را در بین ۱۰ رتبه برتر از هر کدام از ۸ شاخص عملکردی داشتند به ترتیب فراوانی فهرست شدند (جمعاً ۸۰ منحنی برتر).<sup>۴۳</sup> (نمودار ۶)<sup>۴۴</sup> بهترین مجموعه، مجموعه آماری شماره ۱ (AFV) است.<sup>۴۵</sup> در مجموع، داده‌های آخرای نتایج بهتری دارند، گرچه ۱. داده‌های اراد و ۲. داده‌های ترکیبی نیز ۳۰ رتبه کسب کرده‌اند. مخصوصاً احراز رتبه دوم برای مجموعه<sup>۴۶</sup> ۱۳ (مجموع آخرای-اراد-فیلتراسیون حداکثری) نشان می‌دهد که فرضیه اول رد نمی‌شود.

۴۱. نمودار ۱۳، نمودار ۱۴ و نمودار ۱۵ منحنی‌های سه بعدی بازده برای هر یک از مجموعه‌های ۱-آخرای، ۲-اراد و ۳-مجموع آخرای و اراد برای کل روزهای طی دوره و بر مبنای فیلتر حداکثری رسم شده است.
۴۲. در اینجا ۹۰۰ روز متفاوت مدنظر نیست. ممکن است بسیاری از منحنی‌ها در یک روز رسم شده باشند، در هر صورت هر منحنی ویژگی‌های خاص خود را دارد. چون هر کدام بر مبنای مجموعه داده‌های آماری یکتایی برازش شده است.
۴۳. از ۹۰۰ منحنی برازش شده تعداد ۲۶ منحنی به دلایل وجود مقادیر حدی در شاخص‌های هشت گانه مثلاً  $R2=1$  حذف شدند که اکثر آنها نیز در بین مجموعه‌های اراد بودند.
۴۴. اشکال و جداول این بخش در ضمیمه هستند.
۴۵. پژوهشگران از اهمیت حجم ریالی معاملات غفلت کرده‌اند. معنای عدد ۱۹ برای این مجموعه این است: از بین ۵۰ منحنی برازش شده برای بهترین ۵۰ روز از این مجموعه آماری (چون مبنای حجم ریالی است، پس بهترین ۵۰ روز از حیث حجم ریالی معاملات مدنظر است)، تعداد ۱۹ عدد در بین رتبه‌های ۱ تا ۱۰ ملاک‌های عملکردی ۸ گانه (۸۰ منحنی برتر) هستند؛ یعنی حدوداً ۲۵ درصد از بهترین منحنی‌های برازش شده از حیث عملکردی ۸ گانه در ذیل این مجموعه آماری برازش شده‌اند. بهترین روز نمونه، ۲۴ مهر سال ۱۴۰۳ است. جالب است که روز ۲۴ مهر از حیث تعداد نماد معاملاتی نیز نسبت به رتبه‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ برتر است. تعداد نمادهای معاملاتی روز مذکور ۲۳ عدد است که بعد از فیلتر اول ۲۱ عدد و بعد از فیلتر دوم ۱۹ عدد باقی مانده است. با توجه به تغییر تمرکز دولت از آخرای به اراد، پیش‌بینی‌پذیر است که در هیچ روزی در سال ۱۴۰۴ از حیث حجم ریالی معاملات روزانه، رکورد روزهای سال قبلی تکرار نشده است؛ همچنین نحوه توزیع ۵۰ روز برتر بین ماه‌های مختلف در سال‌های مختلف در جدول ۱۳ و برخی شاخص‌های مرکزی و پراکندگی پارامترهای تخمین زده شده برای ۵۰ روز برتر این نمونه در جدول ۱۴ آمده است.
۴۶. برخی شاخص‌های مرکزی و پراکندگی پارامترهای تخمین زده شده برای ۵۰ روز برتر این نمونه در جدول ۱۵ آمده است.

جدول (۹): معیارهای عملکردی برای مقایسه مجموعه‌های آماری

| شماره | معیار                   | توضیح کوتاه                                             |
|-------|-------------------------|---------------------------------------------------------|
| ۱     | MAE                     | میانگین قدر مطلق اختلاف بین مقادیر پیش‌بینی شده و واقعی |
| ۲     | RMSE                    | ریشه میانگین مربعات خطا                                 |
| ۳     | AIC                     | -                                                       |
| ۴     | BIC                     | -                                                       |
| ۵     | R <sup>2</sup>          | -                                                       |
| ۶     | Adjusted R <sup>2</sup> | -                                                       |
| ۷     | CV                      | -                                                       |
| ۸     | NRMSE                   | تقسیم RMSE بر دامنه یا میانگین داده‌ها                  |

#### منبع: یافته‌های تحقیق

برای بررسی فرضیه ۲، منحنی برای ۳ مدل و ۲ مجموعه برتر (جمعاً ۶ مدل) برازش شده، نتایج در نمودار ۷، نمودار ۸، نمودار ۹، نمودار ۱۰، نمودار ۱۱ و نمودار ۱۲ آمده است. یافته‌ها حاکی است در داده‌های آخزا، مدل‌های NS و NSS پارامترهای اصلی مدل‌ها (نمودار ۷ و نمودار ۹) به‌ویژه  $\beta_0$  تقریباً برابر و حدود ۳۳ درصد است. این رفتار قابل انتظار است، زیرا داده‌های آخزا، محدودیت‌هایی از نظر تنوع سررسید دارند و مدل‌ها تنها بخش محدودی از مشخصات آنها را تفکیک می‌کند. در این شرایط،  $\lambda_2$  در مدل NSS (نمایانگر انحنای کوتاه‌مدت) تأثیر چندانی ندارد و پارامترهای NSS و NS تقریباً یکسان می‌شوند. در مورد مدل اسپلین (خط آبی در نمودار ۱۱ و نمودار ۱۲)، نرخ‌ها در محدوده ۳۱ تا ۳۲.۵ درصد برای مجموعه یک، و معادل ۳۵ درصد برای مجموعه ۱۳ است. با این حال، هنگامی که داده‌های اراد به آخزا اضافه می‌شود (داده‌های ترکیبی)، تغییر قابل توجهی در مقادیر پارامترها رخ می‌دهد. در این حالت،  $\beta_0$  در مدل NSS (نمودار ۸) به ۶ درصد کاهش می‌یابد، درحالی‌که همین پارامتر در مدل NS (نمودار ۱۰) تقریباً ۱۸ درصد است.

نتایج حاصل از مقایسه عملکرد مدل‌ها براساس ملاک‌های هشت‌گانه و نیز شاخص‌های سه‌گانه NRMSE، RMSE و MAE در بهترین ۵۰ روز معاملاتی نشان می‌دهد در هر دو مجموعه آماری ۱ و ۱۳، مدل NSS نسبت به اسپلین و NS به‌ترتیب ضعیف‌تر و

برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا، الحسینی و ... ۲۵

قوی تر است، اما این برتری‌ها از نظر مقدار ناچیز است و در اغلب موارد اختلاف‌ها به هزارم درصد می‌رسد. (جدول ۱۰، سطر ۵ تا ۸ و بخش دوم از جدول ۱۱)

برای ارزیابی دقیق‌تر تفاوت عملکرد پیش‌بینی مدل‌ها، از آزمون دایوولد-ماریانو استفاده شده است. در این چارچوب، در هر روز معاملاتی، اوراق بدهی بر اساس سررسید به سه گروه کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت تقسیم شده و سپس نمونه‌ای تصادفی به نسبت ۸۰-۲۰ برای برآورد مدل و آزمون خارج از نمونه انتخاب شده است. خطای پیش‌بینی بر مبنای معیار MSE محاسبه و آماره آزمون بر اساس تفاضل خطای مدل مینا (NSS) و مدل‌های جایگزین استخراج شده است. نتایج نشان می‌دهد که در هر دو مجموعه، تفاوت معناداری میان خطای پیش‌بینی مدل NSS و مدل‌های جایگزین وجود ندارد. (جدول ۱۰ و جدول ۱۱ سطور ۱ تا ۴) این امر بیانگر آن است که افزودن داده‌های ترکیبی و تغییر در مقادیر پارامترها، هرچند بر سطح نرخ‌ها و شکل منحنی بازده اثرگذار بوده، منجر به تفاوت معنادار در دقت پیش‌بینی مدل‌ها نشده است. بر این اساس، می‌توان نتیجه گرفت که اگرچه در برخی مقاطع و بر اساس برخی شاخص‌های خطا، مدل اسپلین یا مدل NSS عملکرد نسبی بهتری نشان می‌دهند اما این تفاوت‌ها از منظر آماری معنادار نیستند. بنابراین، شواهد تجربی نشان از نبود تفاوت معنادار در دقت پیش‌بینی میان مدل NSS و مدل‌های جایگزین در هر دو مجموعه آماری مورد بررسی بوده و در نتیجه، فرضیه دوم پژوهش مبنی بر وجود تفاوت معنادار میان عملکرد این مدل‌ها رد می‌شود.

همچنین مسئله شایع هم‌خطی<sup>۴۷</sup> بین پارامترهای دو مدل بر اساس شاخص VIF (Variance inflation factor) بررسی و نهایتاً برای NS رد،<sup>۴۸</sup> ولی برای NSS تأیید و در بین مجموعه‌های آماری، هم‌خطی در مجموعه ۱۳ کمتر است. (جدول ۱۲) به منظور بررسی پایداری زمانی و ارزش آماری مدل NSS، پویایی و خودهمبستگی پارامترهای برآوردی مورد تحلیل قرار گرفت. با توجه به ساختار بازار بدهی ایران و محدودیت داده‌های مربوط به اوراق بلندمدت، صرفاً  $\beta_1/\beta_0$  در NSS تحلیل شدند. توابع خودهمبستگی (ACF)/ خودهمبستگی جزئی (PACF) (نمودار ۱۹ و نمودار ۲۰) نشان داد که این دو عمدتاً دارای همبستگی کوتاه‌مدت در وقفه‌های ابتدایی هستند و ضرایب به سرعت به محدوده اطمینان بازمی‌گردند

47. Annaert et al., "Estimating the Yield Curve Using the Nelson-Siegel Model," 482-496.

۴۸. هم‌خطی بین پارامترها وجود دارد، ولی مشخصاً در NS می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد، چون مقادیر شاخص VIF کمتر از ۱۰ است. مقدار شاخص برای NSS تقریباً نزدیک به ۱۰ است و می‌توان هم‌خطی برای NSS را تأیید کرد. (جدول)

(وجود پویایی محدود و رفتار مانا در ضرایب مدل).<sup>۴۹</sup> آزمون دیکی فولر تعمیم یافته (ADF (Augmented Dickey-Fuller)) مانایی پارامترها در سطوح مختلف خطا را تأیید می‌کند. (جدول ۱۳) آزمون خودرگرسیون از مرتبه بهینه (Autoregressive Test (AR)) نشان می‌دهد که ضرایب تأخیری در وقفه‌های پایین (عمدتاً تا وقفه ۵) از لحاظ آماری معنی‌دار و دارای مقادیر مثبت هستند که بیانگر وجود پویایی کوتاه‌مدت و بازگشت تدریجی ضرایب به مقدار تعادلی خود است. در همه موارد، مقادیر ویژه چندجمله‌ای مشخصه بزرگ‌تر از واحد بودند ( $|\lambda| > 1$ ) که حاکی از مانایی فرایند تولید ضرایب و نبود روند انفجاری در رفتار زمانی آنها است. به‌طور ویژه،  $\beta_0$  در هر دو مجموعه نشان‌دهنده ثبات کلی و رفتار همگرا نسبت به میانگین بلندمدت است؛ درحالی‌که  $\beta_1$  نوسانات محدود و پایداری را حول مقادیر تعادلی نشان می‌دهد. (نمودار ۲۱، نمودار ۲۲، نمودار ۲۳ و نمودار ۲۴)

## ۵. یافته‌ها و پیشنهادها و پژوهشی-سیاستی

دولت برای بهینه‌یابی استراتژی تأمین مالی خود اعم از بهینه‌یابی در سررسیدها، بار سود، نرخ سودبرگ، مسیر زمانی انتشار اوراق در طول برنامه‌های توسعه و غیره نیازمند تخمین صحیح منحنی بازده است. بانک مرکزی نیز برای دستیابی به اهداف خود در کنترل تورم و ایجاد رشد اقتصادی نیازمند درک و پیش‌بینی مسیر نرخ سود در افق زمان مخصوصاً از منظر انتظارات فعالان اقتصادی است. پس این مطالعات نه تنها به توسعه نظری ادبیات بازار بدهی در کشور کمک می‌کند، ابزارهای عملی در اختیار دولت و سیاست‌گذار پولی قرار می‌دهد تا در تصمیم‌گیری برای مدیریت بدهی و بار سود آن و همچنین کنترل تورم عملکرد بهتری صورت گیرد.

یافته‌ها حاکی است: ۱. افزودن اراد برآزش را بهبود می‌دهد و این یافته مشارکت جدی این مقاله است؛ ۲. در مقایسه دو مدل NSS و NS در هر دو مجموعه، مدل NSS بر اساس شاخص‌های مختلف عملکرد نسبی بهتری نشان می‌دهند. این نتیجه موافق با نتیجه مسعودی و همکاران<sup>۵۰</sup> است که در آخر، NSS را برتر از NS دیده است، اما اختلاف‌ها بسیار اندک و ناچیز است. به‌همین دلیل، نتایج آزمون دایوولد-ماریانو بیانگر آن است که در هر دو مجموعه آماری ۱ و ۱۳، تفاوت معناداری میان خطای پیش‌بینی مدل NSS با مدل‌های NS و اسپلین وجود ندارد و فرض برابری عملکرد در بیش از ۹۰ درصد روزها رد نمی‌شود؛ ازاین‌رو فرضیه

۴۹. این نتیجه مخالف نتیجه‌گیری محمدی‌ا قدم و همکاران (۱۴۰۴) در مورد  $\beta_0$  است.

۵۰. مسعودی، محفوظی، و میربرگ‌کار، «ارائه الگوی مناسب منحنی بازده اسناد خزانه اسلامی»، ۷۱۶-۶۸۷.

دوم پژوهش مبنی بر وجود تفاوت معنادار میان مدل NSS و مدل‌های جایگزین رد می‌شود. ۳. مشکل همخطی در NSS و مخصوصاً در آخزا وجود دارد؛ پس ترجیح قبلی ما در استفاده از NS در مقایسه با NSS و داده‌های ترکیبی تقویت می‌شود.

پژوهش‌های آتی می‌توانند با استفاده همزمان از اراد و آخزا، سایر مدل‌های خانواده NS مثل AFNS یا مدل‌های تعادلی مثل CIR را مدنظر قرار دهند و رفتار اجزای منحنی را در چهارچوبی سازگار با اصول اقتصادی تحلیل و نتایج را با مقاله حاضر مقایسه کنند؛ تحقیقات آتی می‌تواند بر بررسی دقیق‌تر پدیده همخطی میان پارامترها در مدل‌های NS تمرکز کند. چنین مطالعاتی می‌تواند راهکارهای پیشرفته‌تری برای کاهش همخطی، مانند اعمال قیود اقتصادی، به‌کارگیری روش‌های تنظیم‌گر یا مدل‌سازی عوامل دینامیک ارائه کنند؛ همچنین بررسی قدرت پیش‌بینی خارج-از-نمونه (Out-of-sample Forecasting) این مدل‌ها مفید است؛ در نهایت، بررسی اثر سیاست‌های پولی و انتشار اوراق بر منحنی به‌ویژه نحوه فعالیت بانک مرکزی در بازار ریو و اثر آن بر سطح نرخ‌های کوتاه‌مدت، شیب منحنی و انتظارات بازار مفید است. تحلیل این اثرات، دیدگاه عملی سیاست‌محور را بر مطالعات حاکم کرده به بانک مرکزی و وزارت اقتصاد کمک می‌کند تا اثر انتشار اوراق یا عملیات بازار باز را بر هزینه و سایر ابعاد تأمین مالی دولت ارزیابی کنند.

برای رسیدن به درک بهتر از منحنی بازده پیشنهاد‌های سیاستی زیر ارائه می‌شود: ۱. واقعی‌سازی قیمت‌های معاملاتی اراد هنگام عرضه از سوی دولت باعث اصلاح داده‌ها خواهد شد؛ ۲. انتشار اوراق با سررسیدهای متنوع‌تر به‌صورتی که همه سررسیدهای منحنی دارای داده مربوطه باشند، توزیع متوازن داده‌ها و پیوستگی منحنی را تضمین می‌کند؛ ۳. انتشار اوراق بلندمدت با تکیه بر ابزارهایی مثل اوراق شاخصی (Index-Linked Bonds or Indexed Bonds)، کمک شایانی به تقویت داده‌ها مخصوصاً در سررسیدهای بلندمدت‌تر و معنی‌دار شدن استفاده از NSS می‌کند؛ ۴. متنوع‌سازی تأمین مالی دولت با ارائه ابزارهای مالی جدید، افزایش سهم سایر ابزارهای موجود مثل اوراق وکالت و معرفی اوراق نقدی بدون سودبرگ کوتاه‌مدت (سررسید کمتر از یک سال) با توجه به روند رو به حذف کامل آخزا در استراتژی دولت،<sup>۵۱</sup> باعث تقویت مجموعه‌های آماری و برازش بهتر منحنی خواهد شد؛ همچنین در راستای تعمیق بازار بدهی توصیه می‌شود در حال حاضر بخش زیادی از اوراق عرضه‌شده در هر اعلامیه خریداری نمی‌شود. ارائه برنامه زمان‌بندی انتشار اوراق در لایحه

۵۱. اوراق مرابحه عام این قابلیت را دارد.

بودجه سالانه و پابندی به آن می‌تواند این مسئله را حل کند. این کار، همچنین باعث افزایش توجه بخش خصوصی به این بازار و در نتیجه تقویت جایگاه اوراق اسلامی در بازار سرمایه و تأمین مالی تولید می‌شود. در نتیجه عمیق‌تر شدن بازار، بانک مرکزی ابزار مناسب‌تری برای اعمال سیاست‌های پولی خود خواهد داشت؛ وجود هماهنگی بین وزارت اقتصاد و بانک مرکزی نقشی کلیدی در کاهش اعوجاج نرخ‌های کوتاه‌مدت و سایر مشخصات منحنی ایفا می‌کند. یکی از الزامات این موضوع، امکان مداخله مستقیم بانک مرکزی در بازار در هنگام عرضه اوراق است. در این راستا اقتصاددانان اسلامی می‌توانند عقد مناسبی برای این مهم پیشنهاد کنند.



## سیاهه منابع

### الف- منابع فارسی:

- محمدی اقدم، سعید، مسلم پیمانی فروشانی، میثم امیری، و محمد بحرانی. «پیش‌بینی منحنی بازده ایران: ترکیب مدل عاملی با رویکرد یادگیری ماشین»، چشم‌انداز مدیریت مالی ۱۵ شماره ۱ (۱۴۰۴): ۹-۳۹. 10.48308/jfmp.2025.238972.1476
- مسعودی، سعید، غلامرضا محفوظی، و سیدمظفر میربرگ‌کار. «ارائه الگوی مناسب منحنی بازده اسناد خزانه اسلامی با تکیه بر مدل‌های نلسون-سیگل و اسونسون در بازار مالی ایران»، دانش سرمایه‌گذاری، ۱۴ شماره ۵۳ (۱۴۰۲): ۶۸۷-۷۱۶. 10.30495/jik.0621.23483

### ب- منابع لاتین:

- Ángel, León, Antonio Rubia, and Lidia Sanchis-Marco. "On Multicollinearity and the Value of the Shape Parameter in the Term Structure Nelson-Siegel Model." *AESTIMATIO, The IEB International Journal of Finance*, no. 16 (2018): 8-29. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6638803.pdf>
- Annaert, Jan, Anouk Claes, Marc De Ceuster, and Hao Zhang. "Estimating the Yield Curve Using the Nelson-Siegel Model: A Ridge Regression Approach." *International Review of Economics & Finance* 27 (2013): 482-496. 10.1016/j.iref.2013.01.005
- Banholzer, Daniel, Jens Fliege, and Rüdiger Werner. "Revisiting the Fitting of the Nelson-Siegel and Svensson Models." *Optimization* 73, no. 10 (2024): 3021-3053. <https://doi.org/10.1080/02331934.2023.2250384>
- Bank for International Settlements. "Zero-Coupon Yield Curves Estimated by Central Banks." *BIS Papers*, no. 25 (2005). <https://www.bis.org/publ/bppdf/bispap25a.pdf>
- Bliss, Robert R. "Testing Term Structure Estimation Methods." In *Advances in Futures and Options Research*, edited by Phelim P. Boyle, George Pennacchi, and Peter Ritchken. Bingley, UK: Emerald Group Publishing, 1999.
- Christensen, Jens H. E., Francis X. Diebold, and Glenn D. Rudebusch. "An Arbitrage-Free Generalized Nelson-Siegel Term Structure Model." *Econometrics Journal* 12, no. 3 (2009): C33-C64. <https://doi.org/10.1111/j.1368-423X.2009.00291.x>
- Christensen, Jens H. E., Jose A. Lopez, and Glenn D. Rudebusch. "Pricing Deflation Risk with U.S. Treasury Yields." *Federal Reserve Bank of San Francisco Working Paper*, no. 2012-07 (2011). <https://www.frbsf.org/wp-content/uploads/wp12-07bk.pdf>
- Cox, John C., Jonathan E. Ingersoll Jr., and Stephen A. Ross. "A Theory of the Term Structure of Interest Rates." *Econometrica* 53, no. 2 (1985): 385-407.



<https://doi.org/10.2307/1911242>

Diebold, Francis X., and Canlin Li. "Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields." *Journal of Econometrics* 130, no. 2 (2006): 337-364. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2005.03.005>

Diebold, Francis X., and Glenn D. Rudebusch. *Yield Curve Modeling and Forecasting: The Dynamic Nelson-Siegel Approach*. 1st edition. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2012. <https://EconPapers.repec.org/RePEc:pup:pbooks:9895>.

Diebold, Francis X., and Roberto S. Mariano. "Comparing Predictive Accuracy." *Journal of Business & Economic Statistics* 13, no. 3 (1995): 253-263. <https://doi.org/10.1080/07350015.1995.10524599>

Estrella, Arturo, and Gikas A. Hardouvelis. "The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity." *Journal of Finance* 46, no. 2 (1991): 555-576. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1991.tb02661.x>

Fisher, Irving. *Appreciation and Interest: A Study of the Influence of the Appreciation and Depreciation of Money on Interest*. Volume 11, no. 4, New York: American Economic Association by the Macmillian Company, 1896.

Friedman, Milton. *A Program for Monetary Stability*. New York: Fordham University Press, 1960.

Gürkaynak, Refet S., Brian Sack, and Jonathan H. Wright. "The U.S. Treasury Yield Curve: 1961 to the Present." *Journal of Monetary Economics* 54, no. 8 (2007): 2291-2307. <https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2007.06.029>

Linton, Oliver B., Enno Mammen, Jens Perch Nielsen, and Carsten Tanggaard. "Yield Curve Estimation by Kernel Smoothing Methods." *Working paper* (April 3, 2000). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.222369>.

McCulloch, J. Huston. "Measuring the Term Structure of Interest Rates." *Journal of Business* 44, no. 1 (1971): 19-31.

Nelson, Charles R., and Andrew F. Siegel. "Parsimonious Modeling of Yield Curves." *Journal of Business* 60, no. 4 (1987): 473-489.

Singleton, Kenneth J. "Dynamic Term Structure Modeling." *Annual Review of Financial Economics* 4, no. 1 (2012): 21-43.

Svensson, Lars E.O. "Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994." *IMF Working Paper*, no. 94/114 (1994). <https://ssrn.com/abstract=883856>.

Tanggaard, C. "Nonparametric Smoothing of Yield Curves." *Review of Quantitative Finance and Accounting* 9 (1997): 251-267. <https://doi.org/10.1023/A:1008231600688>

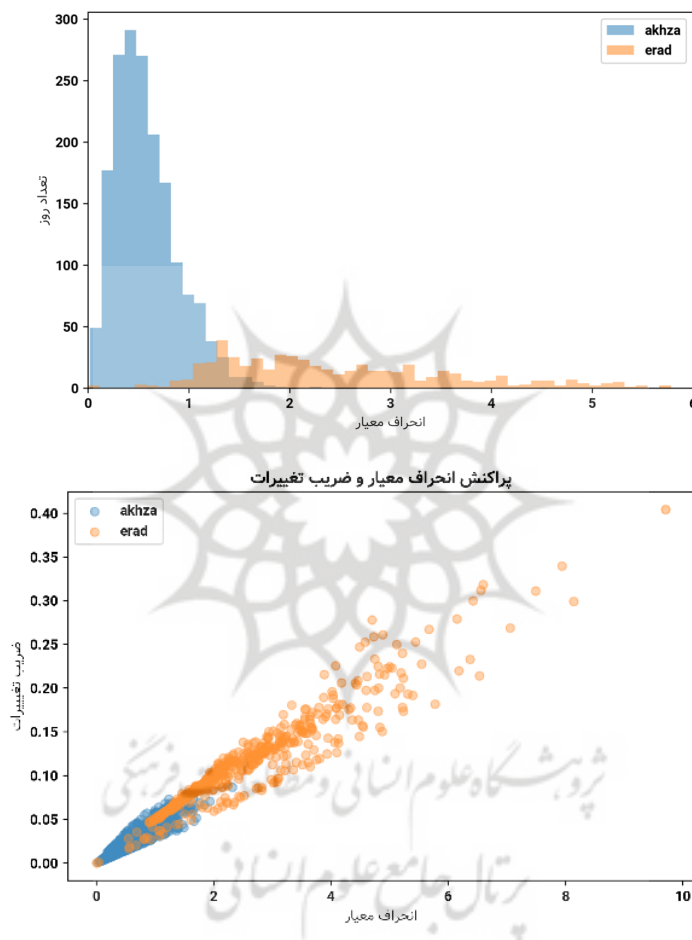
Thiese, MS, B. Ronna, and U. Ott. "P value interpretations and considerations." *Journal of thoracic disease* 8, no. 9 (2016): E928-E931. 10.21037/jtd.2016.08.16.

Vasicek, Oldrich. "An Equilibrium Characterization of the Term Structure." *Journal of Financial Economics* 5, no. 2 (1977): 177-188. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(77\)90016-2](https://doi.org/10.1016/0304-405X(77)90016-2).

Yan Liu, and Jing Cynthia Wu. "Reconstructing the yield curve." *Journal of Financial Economics* 142, no. 3 (2021): 1395-1425. <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3286785>

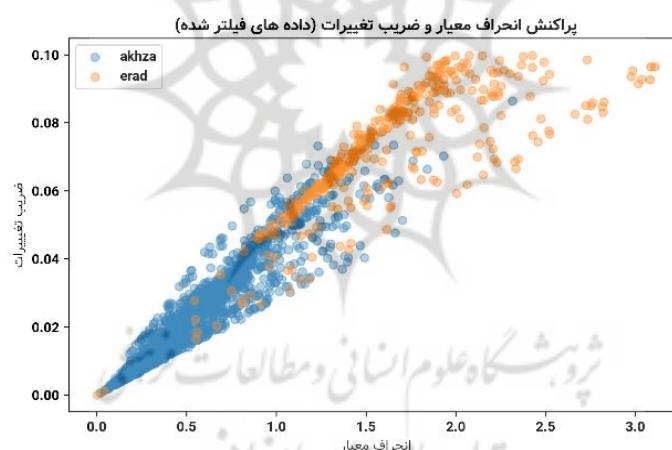
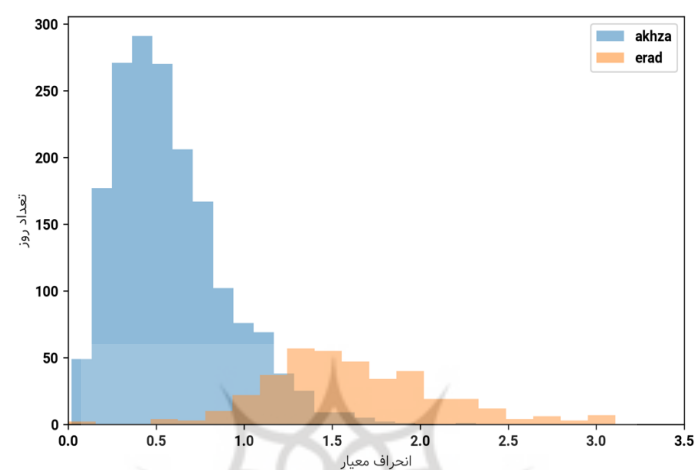


نمودار (۴): توزیع میزان انحراف معیار نرخ‌های معاملاتی هر روز اوراق اراد و آخزا بعد از اعمال فیلتر حداقلی

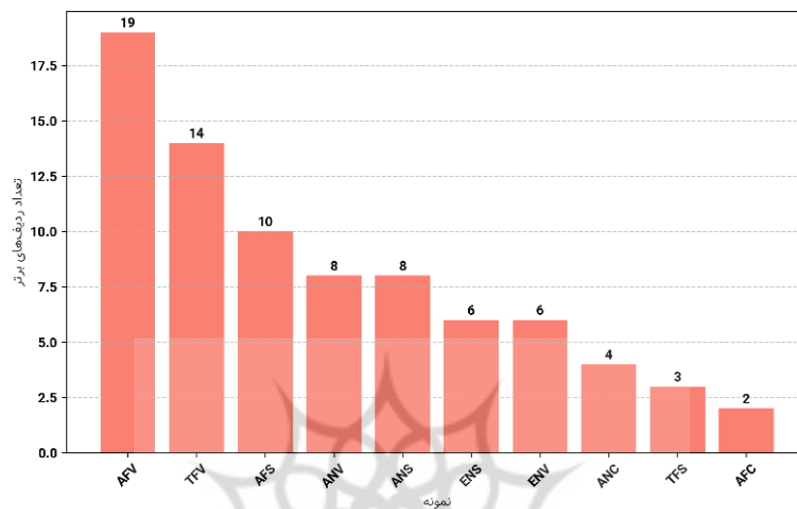


برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیاء الحسینی و ... ۳۳

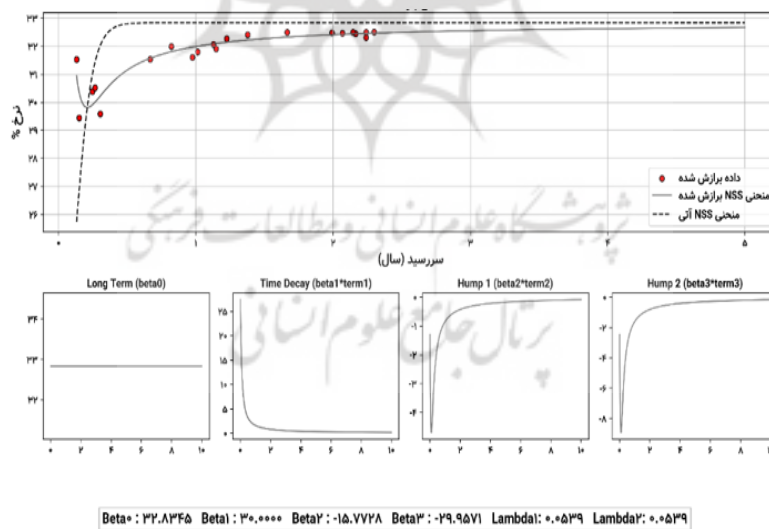
نمودار (۵): توزیع میزان انحراف معیار نرخ‌های معاملاتی هر روز اوراق اراد و آخزا بعد از اعمال فیلتر حداکثری



نمودار (۶): فراوانی مجموعه‌های آماری ۱۸ گانه در کسب بیشترین منحنی برازش‌شده برتر بر اساس ملاک‌های ۸ گانه



نمودار (۷): تخمین منحنی و اجزای آن، مدل NSS برای بهترین روز (۲۴ مهر سال ۱۴۰۳) از مجموعه ۱ (AFV)



برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا الحسینی و ... ۳۵

جدول (۱۰): نتیجه آزمون دایوولد-ماریانو و سایر ملاک‌ها برای مقایسه مدل NSS (مبنا) و NS

[illegible]

| تعداد روزهای حداقل شاخص در ۵۰ روز برتر مجموعه شماره یک به تفکیک NS و NSS |    |     |    |       |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|-----|----|-------|----|
| RMSE                                                                     |    | MAE |    | NRMSE |    |
| NSS                                                                      | NS | NSS | NS | NSS   | NS |
| ۴۴                                                                       | ۹  | ۴۲  | ۱۵ | ۴۵    | ۱۲ |

| تعداد روزهای حداقل شاخص در ۵۰ روز برتر مجموعه شماره سیزده به تفکیک NS و NSS |    |     |    |       |    |
|-----------------------------------------------------------------------------|----|-----|----|-------|----|
| RMSE                                                                        |    | MAE |    | NRMSE |    |
| NSS                                                                         | NS | NSS | NS | NSS   | NS |
| ۳۹                                                                          | ۲۰ | ۳۴  | ۲۴ | ۴۰    | ۲۲ |

جدول (۱۱): نتیجه ملاک‌های مختلف و آزمون دایوولد-ماریانو برای مقایسه مدل NSS و

اسپلین

| سطر                                                                                                | مجموعه         | بهترین ۵۰ روز | DM_statistic | DM_Pvalue |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------------|--------------|-----------|
| ۱                                                                                                  | شماره ۱ (AFV)  | میانگین       | -۰.۰۹۸       | ۰.۳۷۳     |
| ۲                                                                                                  | شماره ۱ (AFV)  | میانه         | -۰.۰۶۹       | ۰.۳۰۶     |
| فراوانی نسبی ملاک آزمون‌های معنادار دایوولد-ماریانو برای ۵۰ روز برتر مجموعه ۱ معادل ۶ درصد است.    |                |               |              |           |
| ۳                                                                                                  | شماره ۱۳ (TFV) | میانگین       | -۰.۰۴۵۷      | ۰.۳۱۷     |
| ۴                                                                                                  | شماره ۱۳ (TFV) | میانه         | -۰.۰۹۹۵      | ۰.۲۹۹     |
| فراوانی نسبی ملاک آزمون‌های معنادار دایوولد-ماریانو در بین ۵۰ روز برتر مجموعه ۱۳ معادل ۸ درصد است. |                |               |              |           |

| تعداد روزهای حداقل شاخص در ۵۰ روز برتر مجموعه شماره یک به تفکیک اسپلین و NSS |        |     |        |       |        |
|------------------------------------------------------------------------------|--------|-----|--------|-------|--------|
| RMSE                                                                         |        | MAE |        | NRMSE |        |
| NSS                                                                          | اسپلین | NSS | اسپلین | NSS   | اسپلین |
| ۲۰                                                                           | ۳۰     | ۱۹  | ۳۱     | ۲۰    | ۳۰     |

| تعداد روزهای حداقل شاخص در ۵۰ روز برتر مجموعه شماره سیزده به تفکیک اسپلین و NSS |        |     |        |       |        |
|---------------------------------------------------------------------------------|--------|-----|--------|-------|--------|
| RMSE                                                                            |        | MAE |        | NRMSE |        |
| NSS                                                                             | اسپلین | NSS | اسپلین | NSS   | اسپلین |
| ۱۲                                                                              | ۳۸     | ۱۳  | ۳۷     | ۱۰    | ۴۰     |

برآزش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا‌ء‌الحسینی و ... ۳۷

جدول (۱۲): نتیجه آزمون VIF برای مقایسه همخطی NSS و NS

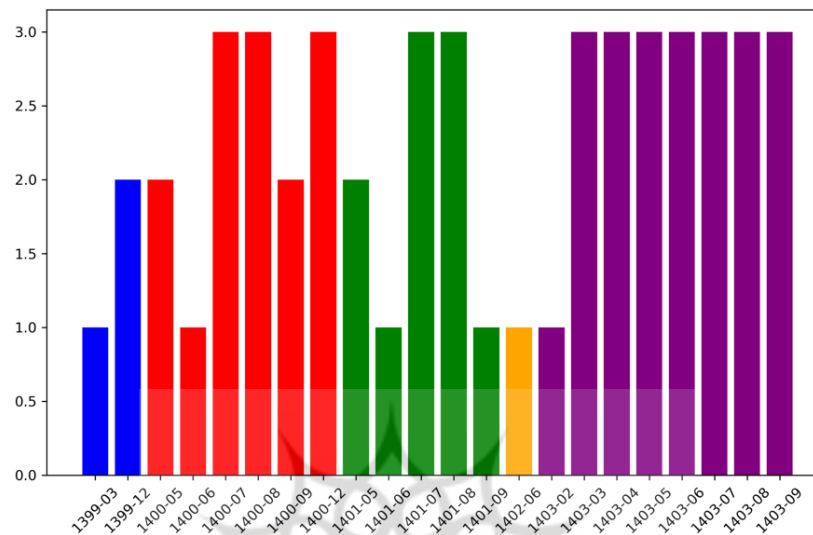
| AFV-NSS | VIF    |  | TFV-NS  | VIF      |
|---------|--------|--|---------|----------|
| ۱       | ۹.۱۰   |  | ۱       | ۴.۲۵     |
| ۲       | ۹.۱۰   |  | ۲       | ۴.۲۵     |
|         |        |  |         |          |
| AFV-NSS | VIF    |  | TFV-NSS | VIF      |
| ۱       | ۴۷.۹۷  |  | ۱       | ۴۸۵۷۰.۷۲ |
| ۲       | ۲۷۰.۰۷ |  | ۲       | ۹۷۳.۱۰   |
| ۳       | ۴۹۹.۰۵ |  | ۳       | ۴۳۱۷۱.۵۷ |

جدول (۱۳): نتایج آزمون دی‌کی فولر-تعمیم یافته برای  $\beta_0 / \beta_1$

| مقادیر بحرانی در سطح خطا |         |         | تعداد مشاهدات | وقته بهینه | p-value   | آماره    | شکل پیش فرض سری  | $\beta_0 / \beta_1$ | شماره مجموعه |
|--------------------------|---------|---------|---------------|------------|-----------|----------|------------------|---------------------|--------------|
| ۱٪                       | ۵٪      | ۱۰٪     |               |            |           |          |                  |                     |              |
| -۳.۴۳۴۱                  | -۲.۸۶۳۲ | -۲.۵۶۷۷ | ۱۷۴۷          | ۱۵         | ۰.۰۰۰۰۳۶  | -۴.۸۹۰۵  | constant         | $\beta_0$           | ۱۳           |
| -۳.۹۶۴                   | -۳.۴۱۳  | -۳.۱۲۸۵ | ۱۷۴۷          | ۱۵         | ۰.۰۰۰۰۰۸۴ | -۵.۷۱۸۲  | constant + trend | $\beta_0$           | ۱۳           |
| -۳.۴۳۴۱                  | -۲.۸۶۳۲ | -۲.۵۶۷۶ | ۱۷۵۴          | ۸          | ۶.۵۹e-۱۸  | -۱۰.۱۸۳۷ | constant         | $\beta_1$           | ۱۳           |
| -۳.۴۳۴۱                  | -۲.۸۶۳۲ | -۲.۵۶۷۷ | ۱۷۴۳          | ۱۸         | ۰.۰۰۰۰۵۷۵ | -۴.۲۳۴۶  | constant         | $\beta_0$           | ۱            |
| -۳.۴۳۴۱                  | -۲.۸۶۳۲ | -۲.۵۶۷۶ | ۱۷۵۳          | ۸          | ۱.۵۱e-۱۵  | -۹.۲۴۹۱  | constant         | $\beta_1$           | ۱            |



جدول (۱۴): توزیع ۵۰ روز برترین تاریخ‌های مختلف برای AFV

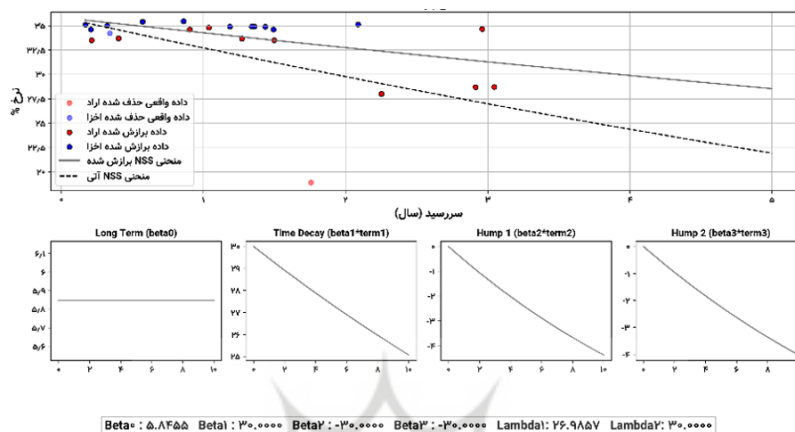


جدول (۱۵): برخی شاخص‌های مرکزی و پراکندگی برای پارامترهای اصلی در بین ۵۰ روز برتر مجموعه ۱ بر پایه NSS

| شاخص‌ها | ضریب تغییرات | انحراف معیار | کمینه  | بیشینه | میانگین | میانه | پارامترها   |
|---------|--------------|--------------|--------|--------|---------|-------|-------------|
|         | ۰.۵۷         | ۱۴.۵۱        | ۰.۰۰   | ۶۰.۵۲  | ۲۵.۳۱   | ۲۲.۱۵ | $\beta_0$   |
|         | ۱۰.۹۲        | ۱۳.۶۱        | -۳۰.۰۰ | ۲۸.۰۳  | ۱.۲۵    | ۵.۵۸  | $\beta_1$   |
|         | ۳.۰۷         | ۲۰.۱۴        | -۳۰.۰۰ | ۳۰.۰۰  | ۶.۵۵    | ۱۰.۰۲ | $\beta_2$   |
|         | -۱۴.۰۶       | ۲۴.۱۰        | -۳۰.۰۰ | ۳۰.۰۰  | -۱.۷۱   | -۹.۶۴ | $\beta_3$   |
|         | ۱.۹۶         | ۴.۷۴         | ۰.۰۶   | ۲۹.۳۳  | ۲.۴۲    | ۰.۴۷  | $\lambda_1$ |
|         | ۱.۷۴         | ۷.۹۶         | ۰.۰۵   | ۳۰.۰۰  | ۴.۵۶    | ۱.۲۸  | $\lambda_2$ |

برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا، الحسینی و ... ۳۹

نمودار (۸): تخمین منحنی و اجزای آن، مدل NSS برای بهترین روز (۱۴ مرداد ۱۴۰۴) از مجموعه ۱۳ (TFV)

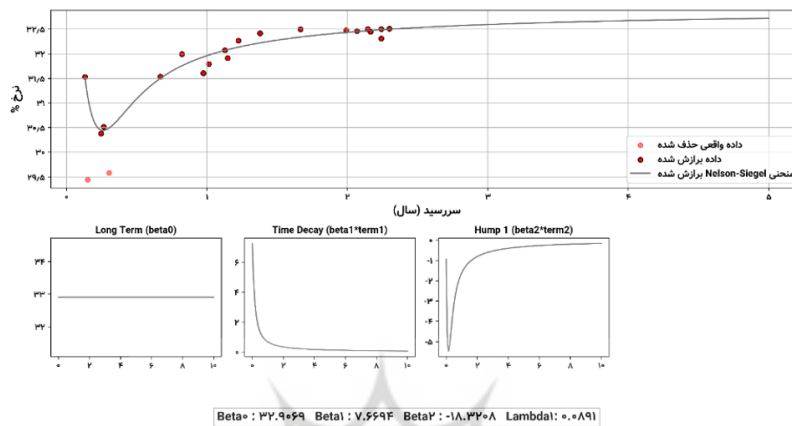


جدول (۱۶): برخی شاخص‌های مرکزی و پراکندگی برای پارامترهای اصلی در بین ۵۰ روز برتر مجموعه ۱۳ بر پایه NSS

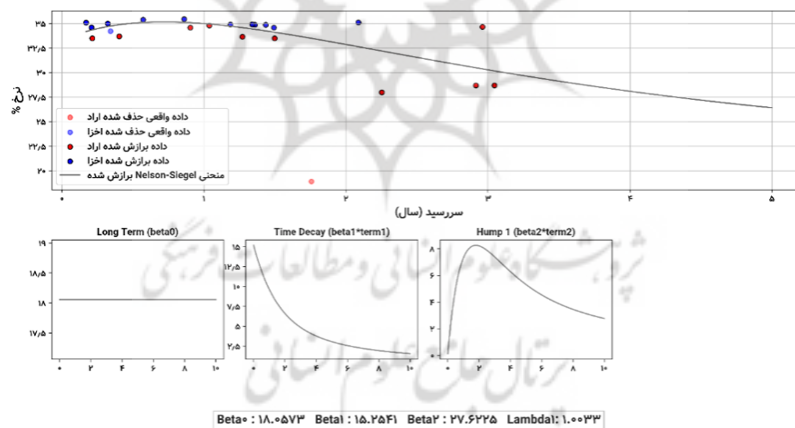
| شاخص‌ها | ضریب تغییرات | انحراف معیار | کمینه  | بیشینه | میانگین | میانه | پارامترها   |
|---------|--------------|--------------|--------|--------|---------|-------|-------------|
|         |              |              |        |        |         |       | $\beta_0$   |
|         | ۰.۸۲         | ۱۸.۹۶        | ۰.۰۰   | ۶۳.۹۳  | ۲۳.۱۳   | ۲۵.۹۸ |             |
|         | ۳.۴۲         | ۱۹.۹۹        | -۳۰.۰۰ | ۳۰.۰۰  | ۵.۸۵    | ۱۰.۱۱ | $\beta_1$   |
|         | ۱۰.۸۳        | ۲۰.۷۰        | -۳۰.۰۰ | ۳۰.۰۰  | ۱.۹۱    | ۱.۱۸  | $\beta_2$   |
|         | ۶.۰۶         | ۲۳.۱۸        | -۳۰.۰۰ | ۳۰.۰۰  | ۳.۸۳    | ۱۱.۵۰ | $\beta_3$   |
|         | ۱.۷۷         | ۶.۷۲         | ۰.۰۲   | ۲۶.۹۹  | ۳.۸۱    | ۰.۹۸  | $\lambda_1$ |
|         | ۱.۷۵         | ۵.۹۲         | ۰.۰۱   | ۳۰.۰۰  | ۳.۳۸    | ۱.۸۳  | $\lambda_2$ |

نمودار (۹): تخمین منحنی و اجزای آن، مدل NS برای بهترین روز (۲۴ مهر سال ۱۴۰۳) از

مجموعه ۱

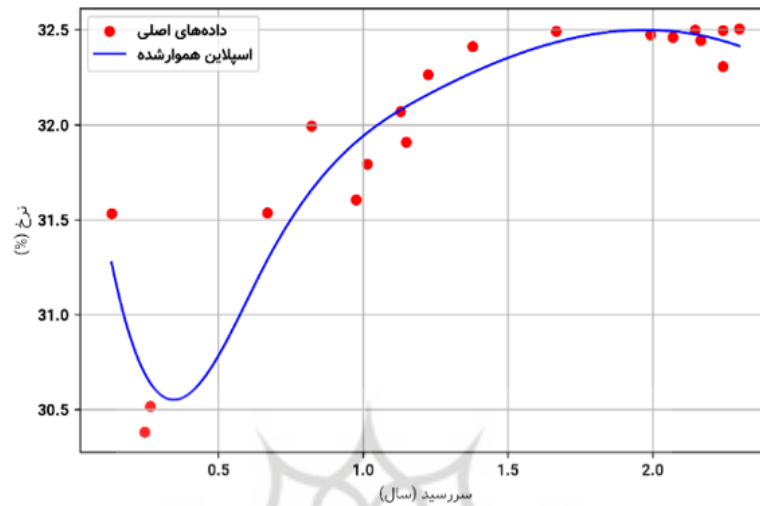


نمودار (۱۰): تخمین منحنی و اجزای آن، مدل NS، بهترین روز از مجموعه ۱۳

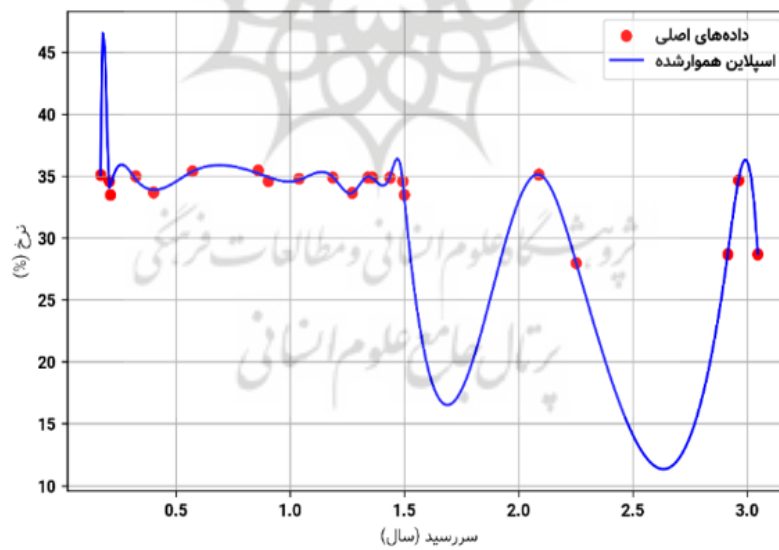


برآزش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا، الحسینی و ... ۴۱

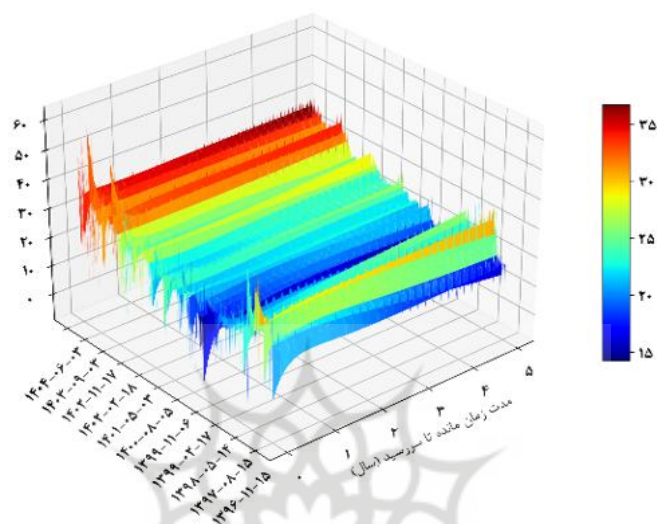
نمودار (۱۱): تخمین منحنی و اجزای آن، مدل اسپلاین، بهترین روز از مجموعه ۱



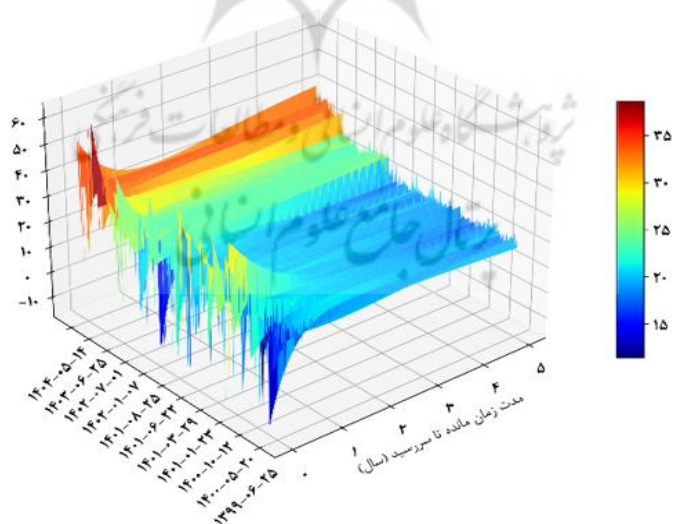
نمودار (۱۲): تخمین منحنی و اجزای آن، مدل اسپلاین، بهترین روز از مجموعه ۱۳



نمودار (۱۳): تخمین منحنی سه‌بعدی بازده آخزا، مدل NSS، همه روزهای نمونه، فیلتر حداکثری

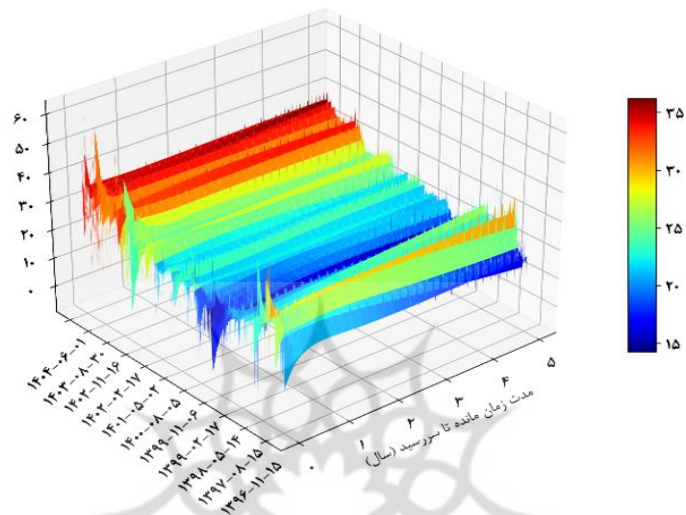


نمودار (۱۴): تخمین منحنی سه‌بعدی بازده اراد، مدل NSS، همه روزهای نمونه، فیلتر حداکثری



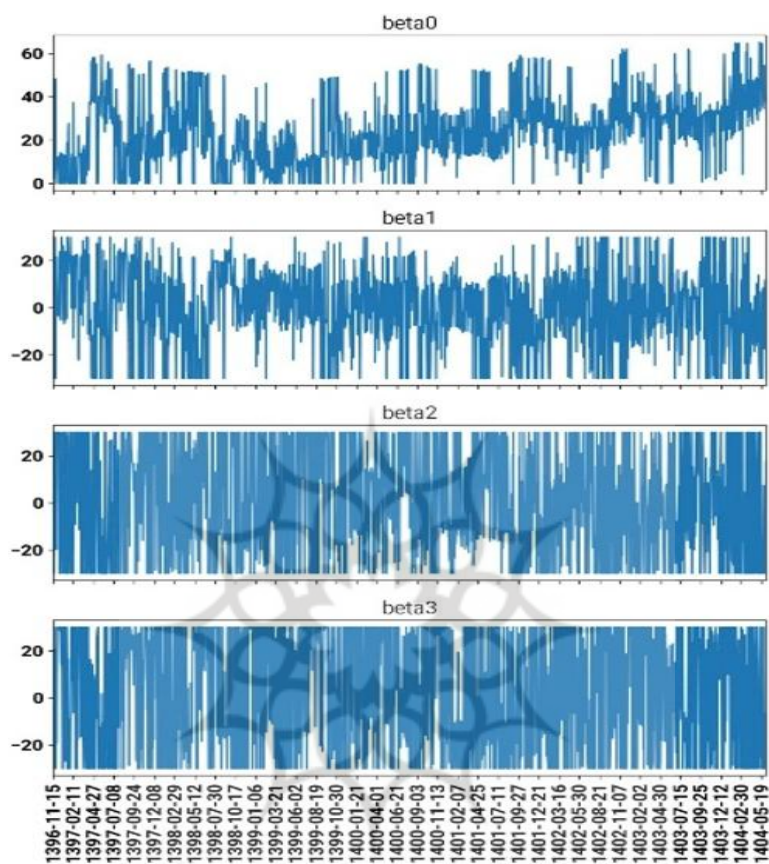
برآزش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیاء الحسینی و ... ۴۳

نمودار (۱۵): تخمین منحنی سه بعدی بازده مجموع آخزا و اراد، مدل NSS، همه روزهای نمونه، فیلتر حداکثری



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی

نمودار (۱۶): سری زمانی عامل‌های چهارگانه منحنی، مدل NSS مجموعه ۱

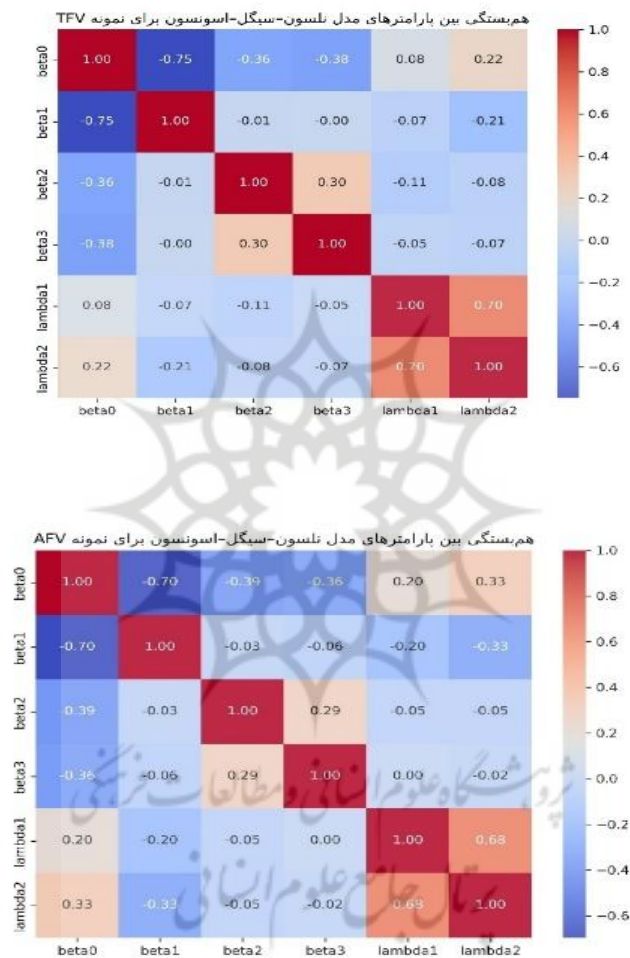


پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
رتال جامع علوم انسانی

برآزش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا‌الحسینی و ... ۴۵

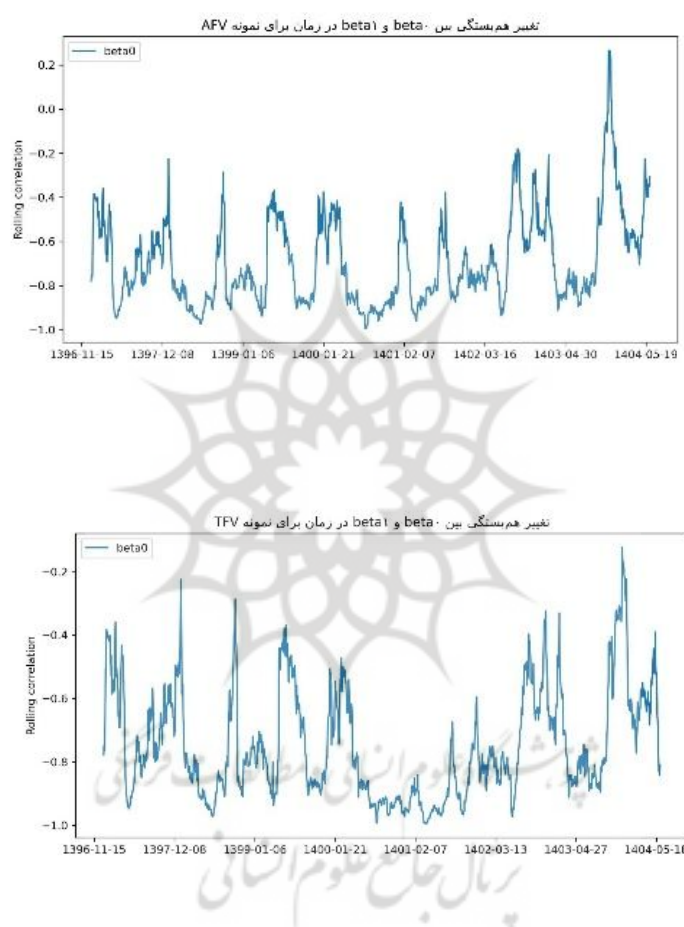
نمودار (۱۷): همبستگی بین پارامترها، مدل NSS برای سری زمانی پارامترها، مجموعه‌های

۱ و ۱۳





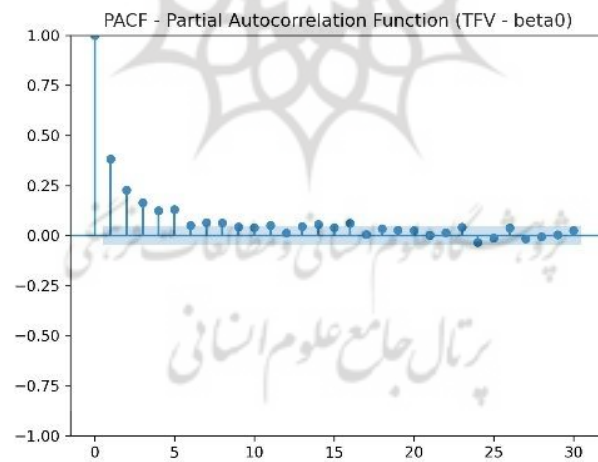
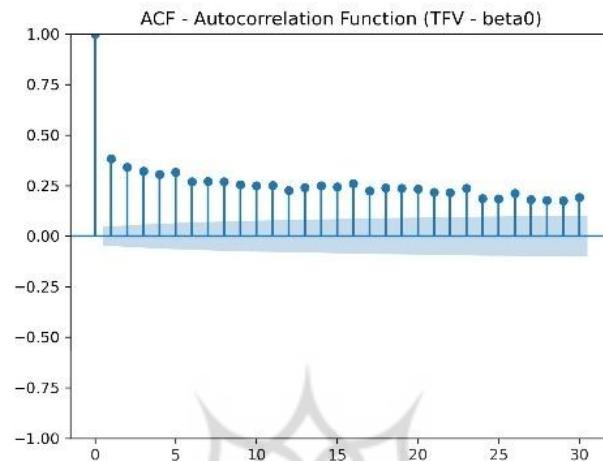
نمودار (۱۸): همبستگی بین پارامتر سطح و شیب<sup>۵۳</sup> در طول زمان، مدل NSS، مجموعه‌های ۱ و ۱۳

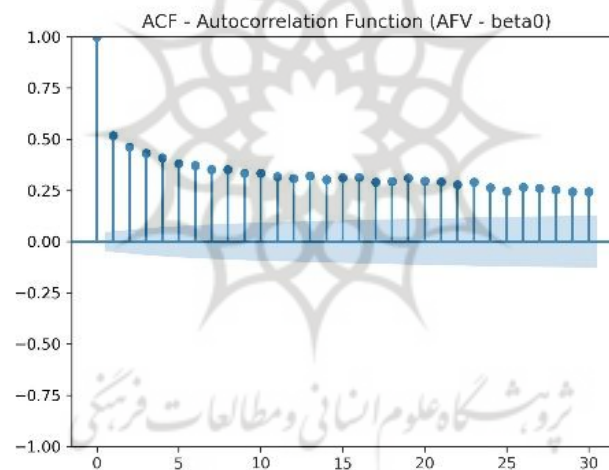
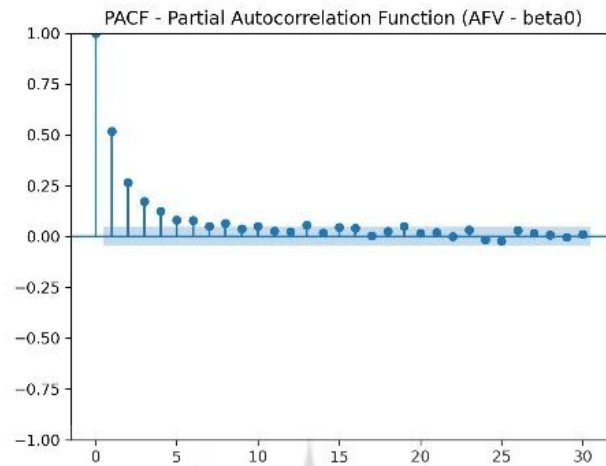


۵۳. وجود هم‌حرکتی زمانی بین  $\beta_0$  و  $\beta_1$  در نمودار ۱۷ و نمودار ۱۸ به معنای نقض مفروضات مدل NSS یعنی استقلال پارامترها نیست. این پارامترها در برآورد مقطعی نقش‌های ساختاری متفاوتی دارند؛ با این حال در طول زمان ممکن است تحت تأثیر شوک‌های مشترک اقتصادی هم‌جهت حرکت کنند. بنابراین مشاهده همبستگی زمانی تنها بیانگر دینامیک مشترک عوامل است و نشانه‌ای از ضعف مدل یا برآورد نیست.

برآزش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیاالحسینی و ... ۴۷

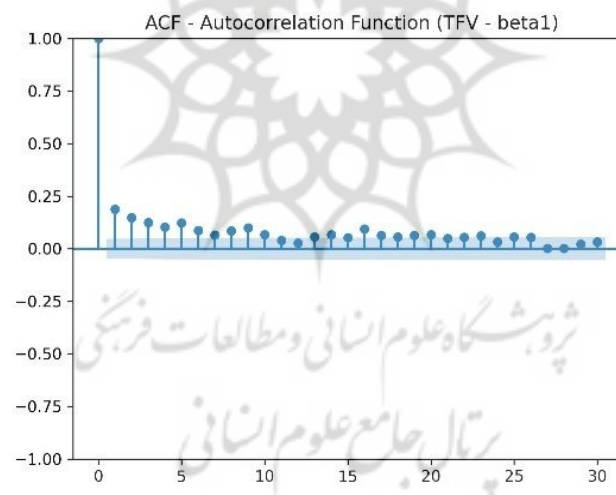
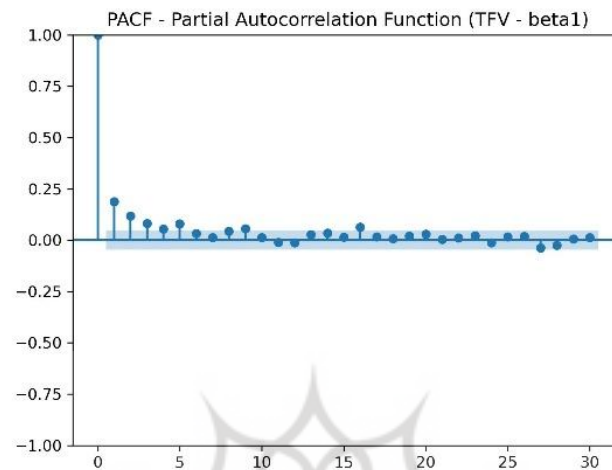
نمودار (۱۹): تابع ACF/PACF برای پارامتر سطح، مدل NSS، مجموعه ۱ و ۱۳

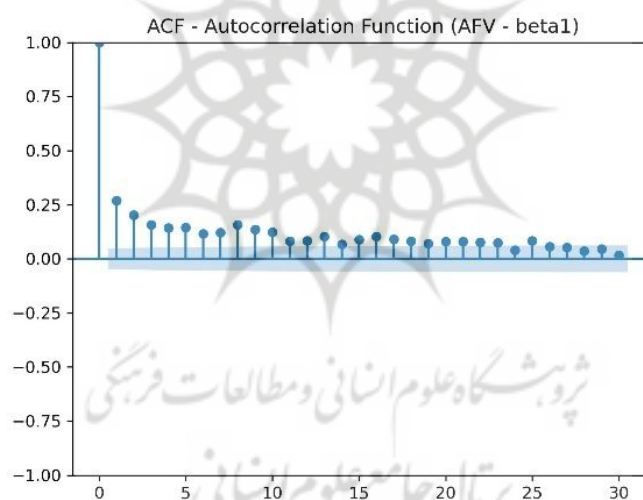
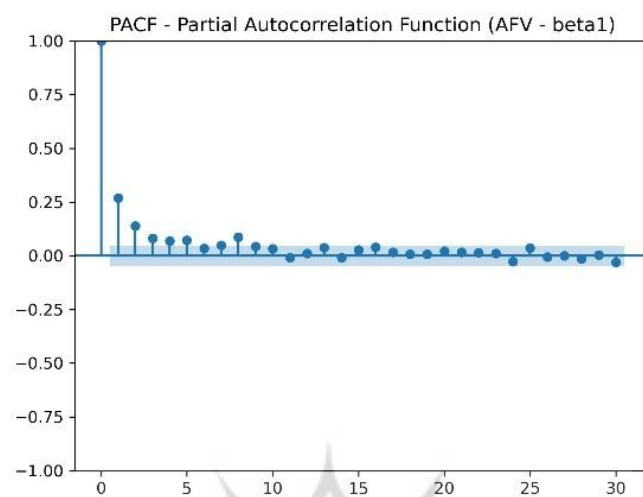




پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
رتال جامع علوم انسانی

نمودار (۲۰): تابع ACF/PACF برای پارامتر شیب، مدل NSS، مجموعه (۱۳ و





برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیا، الحسینی و ... ۵۱

نمودار (۲۱): نتایج آزمون AR، برای  $\beta_0$ ، NSS مجموعه ۱۳

Best AR lag: 10

| AutoReg Model Results |                  |           |                     |           |           |        |
|-----------------------|------------------|-----------|---------------------|-----------|-----------|--------|
| Dep. Variable:        | beta0            |           | No. Observations:   |           | 1763      |        |
| Model:                | AutoReg(10)      |           | Log Likelihood      |           | -7114.483 |        |
| Method:               | Conditional MLE  |           | S.D. of innovations |           | 14.007    |        |
| Date:                 | Mon, 10 Nov 2025 |           | AIC                 |           | 14252.967 |        |
| Time:                 | 11:47:39         |           | BIC                 |           | 14318.596 |        |
| Sample:               | 10               |           | HQIC                |           | 14277.225 |        |
|                       | 1763             |           |                     |           |           |        |
|                       | coef             | std err   | z                   | P> z      | [0.025    | 0.975] |
| const                 | 5.1814           | 0.815     | 6.360               | 0.000     | 3.585     | 6.778  |
| beta0.L1              | 0.1997           | 0.024     | 8.369               | 0.000     | 0.153     | 0.246  |
| beta0.L2              | 0.1230           | 0.024     | 5.062               | 0.000     | 0.075     | 0.171  |
| beta0.L3              | 0.0956           | 0.025     | 3.899               | 0.000     | 0.048     | 0.144  |
| beta0.L4              | 0.0720           | 0.025     | 2.932               | 0.003     | 0.024     | 0.120  |
| beta0.L5              | 0.0934           | 0.025     | 3.790               | 0.000     | 0.045     | 0.142  |
| beta0.L6              | 0.0216           | 0.025     | 0.877               | 0.380     | -0.027    | 0.070  |
| beta0.L7              | 0.0421           | 0.025     | 1.713               | 0.087     | -0.006    | 0.090  |
| beta0.L8              | 0.0479           | 0.025     | 1.953               | 0.051     | -0.000    | 0.096  |
| beta0.L9              | 0.0365           | 0.024     | 1.492               | 0.136     | -0.011    | 0.084  |
| beta0.L10             | 0.0402           | 0.024     | 1.677               | 0.094     | -0.007    | 0.087  |
| Roots                 |                  |           |                     |           |           |        |
|                       | Real             | Imaginary | Modulus             | Frequency |           |        |
| AR.1                  | 1.0640           | -0.0000j  | 1.0640              | -0.0000   |           |        |
| AR.2                  | 1.0506           | -0.8394j  | 1.3448              | -0.1073   |           |        |
| AR.3                  | 1.0506           | +0.8394j  | 1.3448              | 0.1073    |           |        |
| AR.4                  | 0.3371           | -1.3475j  | 1.3891              | -0.2110   |           |        |
| AR.5                  | 0.3371           | +1.3475j  | 1.3891              | 0.2110    |           |        |
| AR.6                  | -1.5022          | -0.0000j  | 1.5022              | -0.5000   |           |        |
| AR.7                  | -1.1400          | -0.8149j  | 1.4014              | -0.4012   |           |        |
| AR.8                  | -1.1400          | +0.8149j  | 1.4014              | 0.4012    |           |        |
| AR.9                  | -0.4826          | -1.4281j  | 1.5074              | -0.3019   |           |        |
| AR.10                 | -0.4826          | +1.4281j  | 1.5074              | 0.3019    |           |        |

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی

نمودار (۲۲): نتایج آزمون  $\beta_1$ ، AR، NSS مجموعه ۱۳

Best AR lag: 10

| AutoReg Model Results |                  |           |                     |           |           |        |
|-----------------------|------------------|-----------|---------------------|-----------|-----------|--------|
| Dep. Variable:        | betal            |           | No. Observations:   |           | 1763      |        |
| Model:                | AutoReg(10)      |           | Log Likelihood      |           | -7373.750 |        |
| Method:               | Conditional MLE  |           | S.D. of innovations |           | 16.239    |        |
| Date:                 | Mon, 10 Nov 2025 |           | AIC                 |           | 14771.500 |        |
| Time:                 | 11:50:33         |           | BIC                 |           | 14837.129 |        |
| Sample:               | 10               |           | HQIC                |           | 14795.759 |        |
|                       | 1763             |           |                     |           |           |        |
|                       | coef             | std err   | z                   | P> z      | [0.025    | 0.975] |
| const                 | 0.4191           | 0.390     | 1.074               | 0.283     | -0.346    | 1.184  |
| betal.L1              | 0.1400           | 0.024     | 5.855               | 0.000     | 0.093     | 0.187  |
| betal.L2              | 0.0915           | 0.024     | 3.799               | 0.000     | 0.044     | 0.139  |
| betal.L3              | 0.0613           | 0.024     | 2.530               | 0.011     | 0.014     | 0.109  |
| betal.L4              | 0.0317           | 0.024     | 1.306               | 0.192     | -0.016    | 0.079  |
| betal.L5              | 0.0652           | 0.024     | 2.688               | 0.007     | 0.018     | 0.113  |
| betal.L6              | 0.0235           | 0.024     | 0.968               | 0.333     | -0.024    | 0.071  |
| betal.L7              | -7.428e-05       | 0.024     | -0.003              | 0.998     | -0.048    | 0.047  |
| betal.L8              | 0.0347           | 0.024     | 1.433               | 0.152     | -0.013    | 0.082  |
| betal.L9              | 0.0552           | 0.024     | 2.286               | 0.022     | 0.008     | 0.103  |
| betal.L10             | 0.0128           | 0.024     | 0.536               | 0.592     | -0.034    | 0.060  |
| Roots                 |                  |           |                     |           |           |        |
|                       | Real             | Imaginary | Modulus             | Frequency |           |        |
| AR.1                  | 1.1572           | -0.0000j  | 1.1572              | -0.0000   |           |        |
| AR.2                  | 1.0524           | -0.8570j  | 1.3572              | -0.1088   |           |        |
| AR.3                  | 1.0524           | +0.8570j  | 1.3572              | 0.1088    |           |        |
| AR.4                  | 0.2695           | -1.3283j  | 1.3553              | -0.2181   |           |        |
| AR.5                  | 0.2695           | +1.3283j  | 1.3553              | 0.2181    |           |        |
| AR.6                  | -0.7827          | -1.2412j  | 1.4674              | -0.3395   |           |        |
| AR.7                  | -0.7827          | +1.2412j  | 1.4674              | 0.3395    |           |        |
| AR.8                  | -1.5064          | -0.5929j  | 1.6189              | -0.4403   |           |        |
| AR.9                  | -1.5064          | +0.5929j  | 1.6189              | 0.4403    |           |        |
| AR.10                 | -3.5245          | -0.0000j  | 3.5245              | -0.5000   |           |        |

برازش منحنی بازده اوراق اسلامی دولت در ایران ... / موسوی ثمرین، کیاالحسینی و ... ۵۳

نمودار (۲۳): نتایج آزمون  $\beta_0$ ، AR، مدل NSS مجموعه ۱

Best AR lag: 10

| AutoReg Model Results |                  |                     |           |           |        |        |
|-----------------------|------------------|---------------------|-----------|-----------|--------|--------|
| Dep. Variable:        | beta0            | No. Observations:   | 1762      |           |        |        |
| Model:                | AutoReg(10)      | Log Likelihood      | -6840.034 |           |        |        |
| Method:               | Conditional MLE  | S.D. of innovations | 12.003    |           |        |        |
| Date:                 | Mon, 10 Nov 2025 | AIC                 | 13704.068 |           |        |        |
| Time:                 | 11:51:27         | BIC                 | 13769.690 |           |        |        |
| Sample:               | 10               | HQIC                | 13728.325 |           |        |        |
|                       | 1762             |                     |           |           |        |        |
|                       | coef             | std err             | z         | P> z      | [0.025 | 0.975] |
| const                 | 4.2478           | 0.723               | 5.877     | 0.000     | 2.831  | 5.664  |
| beta0.L1              | 0.2813           | 0.024               | 11.790    | 0.000     | 0.235  | 0.328  |
| beta0.L2              | 0.1480           | 0.025               | 5.976     | 0.000     | 0.099  | 0.197  |
| beta0.L3              | 0.1028           | 0.025               | 4.115     | 0.000     | 0.054  | 0.152  |
| beta0.L4              | 0.0723           | 0.025               | 2.882     | 0.004     | 0.023  | 0.121  |
| beta0.L5              | 0.0321           | 0.025               | 1.281     | 0.200     | -0.017 | 0.081  |
| beta0.L6              | 0.0474           | 0.025               | 1.895     | 0.058     | -0.002 | 0.096  |
| beta0.L7              | 0.0192           | 0.025               | 0.769     | 0.442     | -0.030 | 0.068  |
| beta0.L8              | 0.0486           | 0.025               | 1.953     | 0.051     | -0.000 | 0.097  |
| beta0.L9              | 0.0251           | 0.025               | 1.017     | 0.309     | -0.023 | 0.073  |
| beta0.L10             | 0.0514           | 0.024               | 2.167     | 0.030     | 0.005  | 0.098  |
| Roots                 |                  |                     |           |           |        |        |
|                       | Real             | Imaginary           | Modulus   | Frequency |        |        |
| AR.1                  | 1.0523           | -0.0000j            | 1.0523    | -0.0000   |        |        |
| AR.2                  | 1.0626           | -0.7834j            | 1.3202    | -0.1011   |        |        |
| AR.3                  | 1.0626           | +0.7834j            | 1.3202    | 0.1011    |        |        |
| AR.4                  | 0.3939           | -1.3385j            | 1.3952    | -0.2044   |        |        |
| AR.5                  | 0.3939           | +1.3385j            | 1.3952    | 0.2044    |        |        |
| AR.6                  | -1.3430          | -0.0000j            | 1.3430    | -0.5000   |        |        |
| AR.7                  | -1.1128          | -0.8733j            | 1.4146    | -0.3941   |        |        |
| AR.8                  | -1.1128          | +0.8733j            | 1.4146    | 0.3941    |        |        |
| AR.9                  | -0.4424          | -1.3538j            | 1.4243    | -0.3003   |        |        |
| AR.10                 | -0.4424          | +1.3538j            | 1.4243    | 0.3003    |        |        |

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی



نمودار (۲۴): نتایج آزمون  $\beta_1$ ، AR، NSS مجموعه ۱

Best AR lag: 10

| AutoReg Model Results |                  |           |                     |           |        |        |
|-----------------------|------------------|-----------|---------------------|-----------|--------|--------|
| Dep. Variable:        | betal            |           | No. Observations:   | 1762      |        |        |
| Model:                | AutoReg(10)      |           | Log Likelihood      | -7250.376 |        |        |
| Method:               | Conditional MLE  |           | S.D. of innovations | 15.171    |        |        |
| Date:                 | Mon, 10 Nov 2025 |           | AIC                 | 14524.751 |        |        |
| Time:                 | 11:51:57         |           | BIC                 | 14590.373 |        |        |
| Sample:               | 10               |           | HQIC                | 14549.008 |        |        |
|                       | 1762             |           |                     |           |        |        |
|                       | coef             | std err   | z                   | P> z      | [0.025 | 0.975] |
| const                 | -0.2683          | 0.364     | -0.738              | 0.461     | -0.981 | 0.444  |
| betal.L1              | 0.1959           | 0.024     | 8.190               | 0.000     | 0.149  | 0.243  |
| betal.L2              | 0.1003           | 0.024     | 4.121               | 0.000     | 0.053  | 0.148  |
| betal.L3              | 0.0498           | 0.024     | 2.043               | 0.041     | 0.002  | 0.098  |
| betal.L4              | 0.0376           | 0.024     | 1.540               | 0.124     | -0.010 | 0.085  |
| betal.L5              | 0.0485           | 0.024     | 1.991               | 0.046     | 0.001  | 0.096  |
| betal.L6              | 0.0134           | 0.024     | 0.549               | 0.583     | -0.034 | 0.061  |
| betal.L7              | 0.0232           | 0.024     | 0.955               | 0.340     | -0.024 | 0.071  |
| betal.L8              | 0.0772           | 0.024     | 3.177               | 0.001     | 0.030  | 0.125  |
| betal.L9              | 0.0374           | 0.024     | 1.540               | 0.124     | -0.010 | 0.085  |
| betal.L10             | 0.0328           | 0.024     | 1.380               | 0.168     | -0.014 | 0.079  |
| Roots                 |                  |           |                     |           |        |        |
|                       | Real             | Imaginary | Modulus             | Frequency |        |        |
| AR.1                  | 1.1126           | -0.0000j  | 1.1126              | -0.0000   |        |        |
| AR.2                  | 0.9942           | -0.8153j  | 1.2857              | -0.1093   |        |        |
| AR.3                  | 0.9942           | +0.8153j  | 1.2857              | 0.1093    |        |        |
| AR.4                  | 0.2604           | -1.3811j  | 1.4054              | -0.2203   |        |        |
| AR.5                  | 0.2604           | +1.3811j  | 1.4054              | 0.2203    |        |        |
| AR.6                  | -1.4216          | -0.0000j  | 1.4216              | -0.5000   |        |        |
| AR.7                  | -1.1149          | -0.9099j  | 1.4390              | -0.3911   |        |        |
| AR.8                  | -1.1149          | +0.9099j  | 1.4390              | 0.3911    |        |        |
| AR.9                  | -0.5541          | -1.5937j  | 1.6873              | -0.3033   |        |        |
| AR.10                 | -0.5541          | +1.5937j  | 1.6873              | 0.3033    |        |        |

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی