43815
Iranian Educational Technology Association

Journal of
Trends and Achievements in
Learning Technology

Homepage: https://jlt.iaet.ir/

The Effect of Flipped Teaching on Ninth-Grade Students' Mathematics Performance Based on the APOS Theory

Esmaeil Yousefi [1*] | **Mahdi Azhini** [2] | **Maliheh Zamanzadeh Nasrabadi** [3]

١. *Corresponding Author,* PhD. in Mathematics Education, Assistant Professor, Department of Mathematics, SR.C, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-mail: Esmaeil.yousefi@iau.ac.ir

٢. PhD. in Mathematics Education, Associate Professor, Department of Mathematics, SR.C, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-mail: m.azhini@iau.ac.ir

٣. Master's Student. in Mathematics Education, Department of Mathematics, SR.C, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-mail: mal.zamanzade@gmail.com

Print ISSN:
٣٠٦٠-٧١٦٧
Online ISSN:
٣٠٦٠-٦٥٦X

Article Type:
Reserch Article

Article history:
Received December 19, 2024
Received in revised form March 13, ٢٠٢٥
Accepted March 18, 2025
Published Online March 25, 2025

Keywords:
Flipped Instruction, Interactive Teaching, Academic Performance, Mathematics Learning, APOS Theory

ABSTRACT

Flipped learning has emerged as a novel approach in mathematics education. Unlike traditional instruction, this method reverses the roles of classroom activities and homework, offering students more opportunities for interaction and active learning. This study, using the APOS theory (Action-Process-Object-Schema), analyzes how students' learning processes change and examines their progress across different levels of understanding. The research employed a quasi-experimental design with a pre-test–post-test control group structure. The findings revealed that the average scores of the experimental group improved significantly after the implementation of flipped instruction compared to the control group. Analysis based on the APOS theory indicated that, following flipped instruction, students in the experimental group progressed from the superficial learning levels of action and process to the deeper levels of object and schema. This shift reflects an enhancement in conceptual understanding and problem-solving skills. Therefore, flipped instruction has a positive and significant impact on students' mathematical performance and fosters deeper thinking in learning mathematical concepts. Additionally, based on learning theories, the study explores the strengths and weaknesses of flipped learning and offers suggestions for its effective implementation.

Cite this Article: Yousefi, E., Azhini, M., & Zamanzadeh Nasrabadi, M. (2025). The Effect of Flipped Teaching on Ninth-Grade Students' Mathematics Performance Based on the APOS Theory. *Trends and Achievements in Learning Technology*, 2(5), 39-63. https://doi.org/10.22034/JLT.2025.2057557.1035

© Author(s)

Publisher: Iranian Educational Technology Association
DOI: https://doi.org/10.22034/JLT.2025.2057557.1035

Introduction

Mathematics is widely regarded as a cornerstone of education due to its foundational role in developing analytical thinking, logical reasoning, and problem-solving skills. However, for many students, mathematics often becomes a source of anxiety and cognitive struggle, particularly when taught using traditional, teacher-centered instructional methods that prioritize rote memorization and passive absorption of information. In such environments, students are seldom given the opportunity to engage with mathematical concepts in meaningful ways, leading to shallow understanding and poor academic outcomes.

Recent advances in educational technology and instructional design have brought about new models that emphasize active, student-centered learning. Among these models, flipped instruction (or flipped classroom) has gained significant attention. In this approach, instructional content is delivered to students outside the classroom through multimedia tools such as instructional videos, digital simulations, and interactive readings while in-class time is devoted to collaborative problem-solving, discussions, and personalized teacher support. This paradigm shift from "teaching by telling" to "learning by doing" aligns well with constructivist learning theories, which advocate for learners' active involvement in constructing their own knowledge.

To assess the depth and structure of students' mathematical understanding in such instructional contexts, cognitive frameworks are essential. One of the most prominent frameworks in mathematics education research is the APOS theory (Action, Process, Object, Schema), originally developed by Dubinsky and colleagues. APOS theory describes how students internalize mathematical concepts through a progression of mental constructions, from initial procedural actions to integrated schemas of understanding. This study seeks to analyze how flipped instruction facilitates students' progression along the APOS developmental spectrum and contributes to their overall mathematical performance.

Furthermore, the research explores how flipped instruction affects student motivation, classroom interaction, and long-term retention of mathematical concepts. The study is situated in Iranian educational settings, where standardized international test scores such as TIMSS have consistently revealed gaps in students' conceptual understanding, highlighting the urgent need for pedagogical innovation. By bridging the flipped classroom model with APOS

theory, this study offers a theoretically grounded and empirically tested approach to improving mathematics education in secondary schools.

Research Questions

The following questions guided the investigation:

١. Does flipped instruction significantly improve students' mathematical performance compared to traditional teaching methods?
٢. How does flipped instruction influence students' progression through the APOS theory levels (Action, Process, Object, Schema)?
٣. What is the impact of flipped instruction on students' attitudes toward learning mathematics and their motivation to engage in problem-solving?
٤. What are the observed strengths and limitations of flipped instruction from the perspectives of students and teachers?

Methodology

This study employed a quasi-experimental design with a pre-test–post-test control group format. The research population comprised ninth-grade female students from District 5 of Tehran, selected using cluster random sampling. A total of 120 students were assigned to two groups: 60 students in the experimental group received flipped instruction, and 60 students in the control group received traditional instruction. The instructional intervention lasted for eight weeks.

Instructional materials for the flipped classroom included teacher-made videos aligned with the national curriculum. Students were expected to watch the videos at home and complete structured worksheets. Class time in the experimental group was dedicated to group-based problem-solving, teacher-led Socratic questioning, and interactive discussion. The control group followed a standard lecture-based model, with minimal student interaction during class and independent practice assigned as homework.

Data were collected using two instruments: (1) a mathematics performance test constructed to align with APOS levels, and (2) a validated attitude questionnaire employing a five-point Likert scale. Both tools were reviewed by a panel of seven subject-matter experts, and internal consistency was confirmed with Cronbach's alpha coefficients above 0.80. Statistical analyses included independent sample t-tests, ANCOVA, and APOS-based qualitative coding of open-ended responses.

Results

The results indicated a statistically significant improvement in the experimental group's performance. The average mathematics post-test score increased from 12.83 to 18.27 in the flipped group, whereas the control group's score rose modestly from 12.56 to 14.34. An ANCOVA controlling for pre-test performance revealed that 28% of the variance in post-test scores could be attributed to the instructional method ($\eta^2 = 0.28$, $p < 0.01$).

Further analysis using APOS theory demonstrated that students in the flipped classroom made noticeable cognitive advancements:

- At the Action level, the proportion of students decreased from 45% to 15% post-intervention.
- At the Process level, a moderate reduction from 30% to 25% was observed, as students progressed toward deeper understanding.
- At the Object level, the percentage rose from 15% to 35%, indicating enhanced abstraction and mental representation of mathematical entities.
- At the schema level, students increased from 10% to 25%, signifying the integration of mathematical knowledge and application across problem contexts.

Qualitative feedback from students and teachers highlighted increased classroom engagement, improved collaborative learning dynamics, and greater enthusiasm toward mathematics. The flipped model also allowed for differentiated instruction, enabling teachers to target students' individual misconceptions more effectively.

Conclusion

This study provides strong empirical evidence for the effectiveness of flipped instruction in enhancing not only students' mathematical performance but also their cognitive development as interpreted through the APOS framework. Flipped learning was shown to facilitate progression from surface-level understanding to deeper conceptual insight, allowing students to construct durable and transferable mathematical knowledge.

The findings advocate for broader adoption of flipped instruction in mathematics classrooms, particularly when supported by well-designed digital resources and teacher training. Integrating APOS theory into instructional

planning ensures that teaching strategies align with students' cognitive needs. The study also underscores the importance of balancing instructional innovation with accessibility, ensuring that all students—regardless of technological limitations— can benefit from enriched learning experiences.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

فصلنامه
روندها و دستاوردها در فناوری یادگیری
Homepage: https://jlt.iaet.ir/
انجمن فناوری آموزشی ایران ۴۳۸۱۵

تأثیر تدریس معکوس بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پایه نهم با استفاده ازنظریه APOS

اسماعیل یوسفی [۱*] | مهدی آژینی [۲] | ملیحه زمان‌زاده نصرآبادی [۳]

۱. *نویسنده مسئول*، استادیار گروه آموزش ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران. رایانامه: esmaeil.yousefi@iau.ac.ir

۲. دانشیار گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران. رایانامه: m.azhini@iau.ac.ir

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد رشته آموزش ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران. رایانامه: mal.zamanzade@gmail.com

شاپا چاپی:
۷۱۶۷-۳۰۶۰
شاپا الکترونیکی:
۶۵۶-۳۰۶۰x

نوع مقاله:
مقاله پژوهشی

تاریخچه مقاله
تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۹/۲۹
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۱۲/۲۳
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۲۸
تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۱/۰۵

کلیدواژه‌ها:
تدریس معکوس،
تدریس تعاملی،
عملکرد تحصیلی،
یادگیری ریاضی،
نظریه APOS

چکیده

یادگیری معکوس به عنوان رویکرد جدید در آموزش ریاضی موردتوجه قرار گرفته است. این روش برخلاف تدریس سنتی، با جابه‌جایی نقش کلاس درس و تکالیف، فرصت بیشتری برای تعامل و یادگیری فعال دانش‌آموزان فراهم می‌کند. این مطالعه با استفاده ازنظریه APOS، نحوه تغییر فرآیند یادگیری دانش‌آموزان را تحلیل کرده و به بررسی میزان پیشرفت آن‌ها در سطوح مختلف یادگیری پرداخته است. روش پژوهش از نوع شبه‌آزمایشی با طرح پیش‌آزمون-پس‌آزمون با گروه کنترل بوده است. یافته‌های پژوهش نشان داد که میانگین نمرات گروه آزمایش پس از اجرای تدریس معکوس، بهتر از گروه کنترل است. تحلیل مبتنی بر نظریه APOS نشان داد که دانش‌آموزان گروه آزمایش پس از تدریس معکوس، از سطوح سطحی یادگیری عمل و فرآیند به سطوح عمیق‌تر شیء و طرحواره حرکت کرده‌اند. این تغییر نشان‌دهنده افزایش درک مفهومی و مهارت‌های حل مسئله در آن‌ها است. ازاین‌رو تدریس معکوس تأثیر مثبت و معناداری بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان دارد و موجب ارتقای تفکر عمیق‌تر در یادگیری مفاهیم ریاضی می‌شود. هم‌چنین بر اساس نظریه‌های یادگیری، نقاط قوت و ضعف یادگیری معکوس را بررسی کرده و پیشنهادهایی برای بهبود اجرای آن ارائه داده است.

استناد به این مقاله: یوسفی، اسماعیل، آژینی، مهدی، و زمان‌زاده نصرآبادی، ملیحه. (۱۴۰۴). تأثیر تدریس معکوس بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پایه نهم با استفاده ازنظریه APOS. *نشریه روندها و دستاوردها در فناوری یادگیری*، ۲(۵)، ۳۹-۶۳.
https://doi.org/10.22034/JLT.2025.2057557.1035

© نویسنده(گان)
ناشر: انجمن فناوری‌های آموزشی ایران

مقدمه

آموزش ریاضیات همواره یکی از چالش‌های اصلی نظام‌های آموزشی در سراسر جهان بوده است. یادگیری ریاضیات نه‌تنها پایه‌ای برای سایر علوم مانند فیزیک، مهندسی و اقتصاد محسوب می‌شود، بلکه به تقویت مهارت‌های تفکر انتقادی، حل مسئله و استدلال منطقی در دانش‌آموزان کمک می‌کند (Tall, ۲۰۱۳). بااین‌حال، بسیاری از دانش‌آموزان درک مفاهیم ریاضی را دشوار می‌یابند که این امر می‌تواند ناشی از روش‌های تدریس سنتی باشد که غالباً بر حفظ فرمول‌ها و حل تمرین‌های تکراری تمرکز دارد (Felder & Brent, ۲۰۱٦). در سال‌های اخیر، روش‌های نوین آموزشی همچون تدریس معکوس موردتوجه پژوهشگران و معلمان قرار گرفته است. روش آموزش معکوس بر یادگیری فعال، درک عمیق مفاهیم و افزایش تعامل بین معلم و دانش‌آموزان تأکید دارند (Bishop & Verleger, ۲۰۱۳).

روش‌های سنتی تدریس، که عمدتاً شامل سخنرانی معلم و تمرین‌های کلاسی است، به تنهایی نمی‌تواند نیازهای یادگیری آن‌ها را برآورده کند (Bergmann & Sams, ۲۰۱۸). در شیوه‌های سنتی تدریس، معلم به‌عنوان منبع اصلی اطلاعات، مفاهیم را به‌صورت سخنرانی ارائه می‌دهد و دانش‌آموزان نقش دریافت‌کننده منفعل را ایفا می‌کنند (Freeman et al., ۲۰۱٤). این مدل آموزشی معمولاً موجب می‌شود که یادگیرندگان مفاهیم را به‌طور سطحی درک کرده و نتوانند آن‌ها را در موقعیت‌های جدید به‌کارگیرند. روش تدریس مستقیم آموزش، یکی از رایج‌ترین روش‌ها در آموزش ریاضی است که طی آن معلم اطلاعات را به‌صورت شفاهی ارائه می‌دهد و دانش‌آموزان یادداشت‌برداری کرده و تمرینات را بعداً در خانه انجام می‌دهند (Rosenshine, ۲۰۱۲). علاوه بر این، محدودیت زمانی در کلاس درس باعث می‌شود که فرصت کافی برای فعالیت‌های تعاملی و حل مسئله وجود نداشته باشد، که درنتیجه، دانش‌آموزان در درک و کاربرد مفاهیم ریاضی دچار مشکل می‌شوند. بااین‌حال، این روش ممکن است باعث کاهش تعامل، یادگیری سطحی و خستگی دانش‌آموزان شود (Mayer, ۲۰۰٤).

مطالعات نشان داده‌اند که روش‌های فعال یادگیری، مانند تدریس معکوس، می‌توانند تأثیر مثبتی بر درک ریاضی دانش‌آموزان داشته باشند (Lage et al., ۲۰۰۰). در این روش، دانش‌آموزان قبل از کلاس محتوای آموزشی را از طریق ویدئوها، فایل‌های متنی و سایر منابع یاد می‌گیرند و

در کلاس درس زمان بیشتری به فعالیت‌های تعاملی، حل مسائل و بحث درباره مفاهیم اختصاص می‌یابد. این مدل نه‌تنها به درک بهتر مفاهیم کمک می‌کند، بلکه فرصت بیشتری برای معلم فراهم می‌آورد تا بر دانش‌آموزانی که نیاز به کمک بیشتری دارند تمرکز کند (Bergmann & Sams, ۲۰۱۸).

با پیشرفت فناوری‌های دیجیتال و افزایش دسترسی به ابزارهای آموزش آنلاین، تدریس معکوس به یکی از روش‌های پرکاربرد در آموزش ریاضی، علوم و مهندسی تبدیل شده است. پژوهش‌های متعددی نشان داده‌اند که این روش می‌تواند عملکرد تحصیلی، انگیزه یادگیری و درک مفهومی دانش‌آموزان را بهبود بخشد.

در این مقاله، تلاش شده است تا ارتباط میان تدریس معکوس و نظریه APOS بررسی شود. مراحل مختلف یادگیری مفاهیم ریاضی را در ذهن دانش‌آموزان موردتوجه قرار می‌دهیم. می‌خواهیم دریابیم که آموزش معکوس چگونه به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا از مرحله عمل، که یادگیرنده یک مفهوم جدید را از فرآیند مشخص اجرا می‌کند، تا شیء و درنهایت به طرح‌واره، که فرد را قادر می‌سازد تا روابط بین مفاهیم مختلف را درک کند و آن‌ها را در موقعیت‌های جدید ترکیب کند، برسند. این مقاله به بررسی این مراحل و چگونگی تأثیر تدریس معکوس بر پیشرفت دانش‌آموزان در این مراحل می‌پردازد.

پیشینه پژوهش

ریشه‌های اولیه تدریس معکوس را می‌توان در پژوهش‌های Eric Mazur (۱۹۷۷) مشاهده کرد. او روش آموزش همتایان[۱] را برای تدریس فیزیک معرفی کرد. در این روش، دانش‌آموزان به‌جای دریافت یک‌طرفه اطلاعات، با یکدیگر تعامل داشتند و سعی می‌کردند مفاهیم را از طریق گفت‌وگو و استدلال درک کنند. مطالعه‌ای توسط Fulton (۲۰۱۲) نشان داد که یادگیری معکوس باعث افزایش تعامل دانش‌آموزان در درس ریاضی شده است. پژوهش Chen و همکاران (۲۰۱۴) نشان داد که این روش منجر به بهبود عملکرد تحصیلی و افزایش درک مفاهیم ریاضی می‌شود.

در اوایل دهه ۲۰۰۰، Bergmann and Sams (۲۰۱۸) از معلمان دبیرستان در ایالات‌متحده، با ضبط ویدئوهای آموزشی برای دانش‌آموزانی که قادر به حضور در کلاس نبودند، به‌طور تصادفی

۱. Peer Instruction

پایه‌گذار مدل تدریس معکوس شدند. آن‌ها دریافتند که این روش نه‌تنها برای دانش‌آموزان غایب مفید است، بلکه سایر دانش‌آموزان نیز از آن استقبال می‌کنند و کلاس‌های حضوری را به محیطی برای تعامل، بحث و حل تمرین تبدیل می‌کند. از آن زمان تاکنون، تدریس معکوس در طیف گسترده‌ای از مقاطع تحصیلی و رشته‌های مختلف مورداستفاده قرار گرفته و پژوهش‌ها نشان داده‌اند که این روش می‌تواند انگیزه یادگیری، درک مفهومی و عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان را بهبود بخشد (Bishop & Verleger, ۲۰۱۳; Zainuddin & Halili, ۲۰۱٦).

در سال ۲۰۲۲ هامنا و همکارانش اشاره کردند: در کلاس‌های سنتی، یک شعار نامناسب وجود دارد که می‌گویند: «برای همه دانش‌آموزان یک سرعت آموزش». اگرچه معلمان در شیوه‌های سنتی تلاش می‌کنند سرعت آموزش خود را بر اساس بازخورد دانش‌آموزان تنظیم کنند، اما این سرعت برای برخی از دانش‌آموزان کند و خسته‌کننده است. رویکرد آموزش معکوس به دانش‌آموزان این امکان را می‌دهد که ویدئوها را متوقف کنند و حتی چندین بار آن‌ها را تماشا کنند، همچنین در طول فرایند یادگیری استراحت کافی داشته باشند.

Yan و همکاران (۲۰۲٤) تحقیقی در مورد عوامل مؤثر بر یادگیری معکوس در دانش‌آموزان برای سه دوره انجام دادند

یوسفی و همکاران (۱٤۰۲)، به بررسی مراحل یادگیری ریاضی به روش‌های ریاضی‌فهمی و ریاضی‌کاری پرداختند. استفاده از آموزش معکوس می‌تواند به درک و فهم ریاضی کمک کند. در روش تدریس معکوس، امکان تقسیم‌بندی سخنرانی وجود دارد، درحالی‌که در روش سنتی، حجم زیادی از محتوا در یک‌زمان کوتاه ارائه می‌شود که معمولاً منجر به کسالت و عدم توجه کافی شنوندگان می‌گردد.

پژوهش یوسفی و همکاران (۱٤۰۳)، در خصوص فهم و درک ریاضی در مقایسه با حل فرآیندی مسئله، بحث کردند و به کمک تحلیل پوششی داده‌ها و آنالیز عددی مدلی برای زمان بهینه تدریس برای درک مفهومی ریاضی در مقایسه با حل فرآیندی، ارائه دادند.

حق‌جو و ریحانی (۱۳۹۹)، به بررسی درک دانش‌آموزان از مفهوم شیب با استفاده از چارچوب APOS پرداختند. نتایج این پژوهش نشان داد که استفاده از این نظریه می‌تواند درک عمیق‌تری از مفهوم شیب را در دانش‌آموزان ایجاد کند.

پژوهش صاحب‌یار و همکاران (۱٤۰۰) نشان داد که یادگیری معکوس بر درگیری دانش‌آموزان دوره دوم متوسطه مؤثر بوده و تأثیر یادگیری معکوس بر همه مؤلفه‌های تحصیلی (شناختی، هیجانی، رفتاری و عاملیت) مثبت و معنادار است.

عظیمی و همکاران (۱٤۰۳) به بررسی اثربخشی مدل آموزشی کلاس معکوس بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان پایه هفتم شهرستان ساری ناحیه یک پرداختند. نتایج نشان داد که مدل آموزشی کلاس معکوس بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان پایه هفتم شهرستان ساری در درس ریاضی تأثیر معناداری دارد.

علیپور و همکاران (۱٤۰۲) به تحقیق در مورد بررسی تجارب دانشجویان از یادگیری به شیوه کلاس معکوس مجازی پرداختند. پژوهش به شیوه کیفی و از نوع پدیدارشناسی از دانشجو معلمان رشته دبیری دانشگاه فرهنگیان بیرجند انجام شد. نتیجه‌گیری شد که تجارب دانشجومعلمان دانشگاه فرهنگیان در کلاس معکوس مجازی، سبب تحول در یادگیری آن‌ها شده است.

روزبهانی (۱٤۰۳) به بررسی تأثیر اثر راهبرد فراشناختی و آموزش معکوس خودشکوفایی دانش‌آموزان پرداخت. در این پژوهش به مقایسه اثر راهبرد فراشناختی و آموزش معکوس خودشکوفایی دانش‌آموزان پرداخته شد و راهکارهای برای عملیاتی شدن انجام شد.

مومنی‌راد و همکاران (۱٤۰۳) در مورد کیفیت فرایند یاددهی-یادگیری درس کاربرد رایانه از طریق روش تدریس معکوس پرداختند. پژوهش آن‌ها بررسی تجربه دانشجویان در درس کاربرد رایانه از طریق روش تدریس معکوس و به شیوه پدیدارشناسی در دانشگاه بوعلی سینا انجام شد. مزایای روش تدریس معکوس و چالش‌های روش تدریس معکوس موردبررسی قرار گرفت.

مروری بر یافته‌های مطالعات دیگر که مرتبط با مسئله و موضوع پژوهش باشد (پیشینه تجربی) و تبیین خلأ یا شکاف موجود درباره مسئله موردپژوهش در راستای ضرورت انجام مطالعه حاضر.

برخی ازنظریه‌های یادگیری که در آموزش معکوس موردتوجه قرار می‌گیرد را بیان می‌کنیم.

نظریه ساخت‌گرایی[۱]: این نظریه، که توسط پیاژه و ویگوتسکی ارائه شده است، بر یادگیری فعال تأکید دارد و نشان می‌دهد که یادگیری زمانی مؤثرتر است که دانش‌آموزان فعالانه در فرآیند یادگیری شرکت کنند (Vygotsky, ۱۹۷۸; Piaget, ۱۹۵۲).

نظریه بار شناختی[۲]: Sweller (۱۹۸۸) بیان می‌کند که روش‌های تدریس باید به‌گونه‌ای طراحی شوند که بار شناختی دانش‌آموزان کاهش یابد. یادگیری معکوس می‌تواند از طریق تقسیم محتوا به بخش‌های کوچک‌تر و ارائه منابع چندرسانه‌ای به این امر کمک کند.

نظریه یادگیری خودراهبر[۳]: Zimmerman (۲۰۰۲) تأکید دارد که یادگیری زمانی مؤثرتر است که دانش‌آموزان مسئولیت بیشتری در یادگیری خود داشته باشند. یادگیری معکوس این امکان را فراهم می‌کند.

نظریه APOS: یکی از چارچوب‌های نظری مهم برای درک نحوه یادگیری مفاهیم ریاضی، نظریه APOS[۴]است که توسط Dubinsky (۱۹۹۱) ارائه شد. این نظریه بر اساس رشد شناختی یادگیرندگان استوار است. Dubinsky (۲۰۰۱)، APOS را بر اساس دیدگاه‌های نظری رشد شناختی پیاژه در رابطه با انتزاع بازتابی و بازسازی آن در حیطه ریاضیات بنا نهاد. از این نظریه برای مطالعه نحوه ایجاد درک مفهوم درباره انواع موضوعات ریاضی استفاده می‌کنند (Arnon et al., ۲۰۱٤). این نظریه بیان می‌کند که یادگیری ریاضیات از چهار مرحله اصلی عبور می‌کند:

۱. **عمل**: در این مرحله، یادگیرنده یک مفهوم جدید را از طریق دستورات گام‌به‌گام یا محاسبات مشخص اجرا می‌کند. درک در این سطح معمولاً سطحی است. درواقع این سطح تمرکز بر محاسبات و مهارت‌های پایه‌ای است.
۲. **فرایند**: دانش‌آموز قادر است عملیات را بدون نیاز به اجرای فیزیکی آن‌ها، به‌صورت ذهنی تجسم کند. در این مرحله می‌تواند بین مراحل مختلف ارتباط برقرار کند.
۳. **شیء**: یادگیرنده مفهوم را به‌عنوان یک شیء مستقل در نظر می‌گیرد و درباره آن استدلال می‌کند. در این مرحله یادگیرنده می‌تواند مفهوم را به عنوان ورودی یا خروجی در فرآیندهای دیگر استفاده کند.

---
۱. Constructivism
۲. Cognitive Load Theory
۳. Self-Regulated Learning
٤. Action-Process-Object -Schema

۴. **طرح‌واره:** در این مرحله، فرد قادر است روابط بین مفاهیم مختلف را درک کرده و آن‌ها را در موقعیت‌های جدید ترکیب کند. درواقع یادگیرنده در این مرحله دارای ساختار ذهنی جامعی است که مفاهیم مختلف را به هم پیوند داده و از آن‌ها برای حل مسائل جدید استفاده می‌کند.

بررسی‌های انجام‌شده نشان داده‌اند که دانش‌آموزان در روش‌های سنتی تدریس معمولاً در سطوح اولیه عمل و فرایند باقی می‌مانند و به سطح شیء و طرح‌واره نمی‌رسند (Asiala et al., ۱۹۹۷). در مقابل، تدریس معکوس، با فراهم کردن فرصت برای تعامل فعال، حل مسئله و بحث گروهی، انتقال از سطوح پایین‌تر APOS به سطوح بالاتر را تسهیل می‌کند (Baker, ۲۰۰۰). این نظریه بر پایه دو فرض اساسی است:

الف) دانش ریاضی یک فرد، شیوه واکنش او به مسائل ریاضی و حل آن‌ها از طریق تعمق در مسائل و ساختن اعمال، فرآیندها و اشیاء ریاضی و سازمان‌دهی آن‌ها در قالب طرح‌واره است تا در موقعیت‌های مختلف از آن‌ها استفاده شود.

ب) فرد مفاهیم ریاضی را به‌طور مستقیم یاد نمی‌گیرد، بلکه از ساختارهای ذهنی برای معنا بخشیدن به یک مفهوم استفاده می‌کند. اگر فردی دارای ساختارهای ذهنی مناسب برای یک مفهوم ریاضی باشد، یادگیری آن مفهوم برای او آسان می‌شود. اگر ساختارهای ذهنی مناسبی موجود نباشد، یادگیری مفهوم تقریباً غیرممکن است (Asiala et al., ۱۹۹۷).

فرد برای هر مفهوم ریاضی، می‌تواند ساختار ذهنی بسازد که برای آن مفهوم مناسب و برای درک و یادگیری آن مفهوم قابل‌استفاده باشد؛ بنابراین معلم در تدریس باید طوری عمل کند که ساختار ذهنی مناسب برای دانش‌آموزان ساخته شود تا مطالب را بهتر درک کنند که در اینجا بحث آموزش ریاضی به روش سنتی و آموزش با تکنولوژی بیشتر مدنظر قرار خواهد گرفت تا بهترین نتیجه در امر آموزش ریاضی به دست آید و دانش‌آموزان با تلفیقی از این دو روش به حالت بهینه در یادگیری ریاضی برسند (حق جو و ریحانی، ۱۳۹۹).

برای ساختن ساختارهای ذهنی از مکانیزم های ذهنی نیز بهره می‌بریم:

ساختار ذهنی: هر تبدیل نسبتاً پایداری که شخص برای ساخت یک مفهوم ریاضی به کار می‌برد (عمل، فرآیند، شئ و طرح‌واره).

مکانیزم ذهنی: ساختار ذهنی ساخته‌شده در ذهن شخص (درونی کردن، هماهنگ‌سازی، فشرده‌سازی و موضوع‌بندی).

یک عمل وقتی درونی می‌شود به فرآیند ذهنی تبدیل شود. دو فرآیند ذهنی با هماهنگ‌سازی به فرآیند جدید تبدیل می‌شوند. فرآیند با فشرده‌سازی به شئ ذهنی مبدل می‌شود. طرح‌واره نیز اشیاء ذهنی را موضوع‌بندی می‌کند (حق جو و ریحانی، ۱۳۹۹).

با توجه به کاهش علاقه و انگیزه دانش‌آموزان نسبت به یادگیری ریاضیات و مشکلات آن‌ها در درک مفاهیم عمیق ریاضی، نیاز به روش‌های آموزشی نوین احساس می‌شود. روش تدریس معکوس به دلیل تأکید بر یادگیری فعال، تعامل بین دانش‌آموزان و افزایش انعطاف‌پذیری در یادگیری، می‌تواند به بهبود عملکرد تحصیلی کمک کند.

ضعف در یادگیری دروس، به‌ویژه ریاضیات، یکی از موانع اصلی پیشرفت دانش‌آموزان است. این ضعف به معنای برداشت‌های نادرست و ناقص افراد از یک مفهوم است که می‌تواند منجر به بروز اشتباهات نظام‌مند در ساختارشناختی آنان شود. اگر این مشکلات در سال‌های ابتدایی تحصیل حل نشوند، ممکن است در مقاطع بالاتر تحصیلی و در زندگی روزمره فرد مشکلات جدی‌تری ایجاد کنند. در برخی از مطالعات، شیوه‌های یادگیری سنتی و مشارکتی به‌طور نادرست به‌جای یکدیگر به کار می‌روند. اگرچه این دو رویکرد به هم مرتبط هستند، اما تفاوت‌های مشخصی دارند و نباید آن‌ها را یکسان فرض کرد (Hwang & Lai, ۲۰۱۷).

آموزش صحیح درس ریاضی به تفکر درست وابسته است و پژوهشگران به دبیران توصیه می‌کنند که در جهت ارتقای توانایی‌های تفکری دانش‌آموزان خود تلاش کنند؛ بنابراین، در برخی موارد باید از روش‌های تدریس سنتی پرهیز کرد، زیرا این روش‌ها در عصر حاضر در ایجاد تحول و پیشرفت در دانش‌آموزان مؤثر نیستند. امروزه باید از روش‌های فعال تدریس استفاده کرد که به شناسایی و پرورش فعالیت‌های ذهنی دانش‌آموزان در زمینه‌های مختلف کمک می‌کند (Ishartono, ۲۰۲۲).

با توجه به اینکه عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در آزمون‌های استاندارد بین‌المللی مانند TIMSS نسبت به سایر کشورها پایین‌تر است (Mullis et al., ۲۰۲۱)، نیاز به روش‌های نوین آموزشی که بتوانند درک مفهومی ریاضی را تقویت کنند، بیش‌ازپیش احساس می‌شود .تدریس معکوس،

به‌عنوان یک روش مؤثر، می‌تواند به بهبود عملکرد دانش‌آموزان در یادگیری ریاضیات کمک کند.

پژوهش‌های انجام‌شده نشان داده‌اند که تدریس معکوس می‌تواند باعث بهبود درک مفاهیم، افزایش مشارکت دانش‌آموزان و ارتقای توانایی حل مسئله شود. در ایران، پژوهش‌های محدودی در زمینه تأثیر تدریس معکوس بر یادگیری ریاضی انجام شده است، اما نتایج اولیه حاکی از آن است که این روش می‌تواند سطح درک مفاهیم، مشارکت دانش‌آموزان و میزان موفقیت تحصیلی آن‌ها را افزایش دهد (شاهی و همکاران، ۱۴۰۱). ازاین‌رو، پژوهش حاضر تلاش می‌کند با استفاده ازنظریه APOS، تأثیر تدریس معکوس بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان را تحلیل کرده و میزان پیشرفت آن‌ها را در سطوح مختلف یادگیری بررسی کند .نتایج این پژوهش می‌تواند به معلمان، برنامه‌ریزان درسی و سیاست‌گذاران آموزشی در تصمیم‌گیری‌های آموزشی کمک کند.

هدف پژوهش حاضر بررسی تأثیر تدریس معکوس بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پایه نهم منطقه ۵ تهران با استفاده از چارچوب نظریAPOS است. نتایج این مطالعه می‌تواند به معلمان و برنامه‌ریزان آموزشی در توسعه روش‌های تدریس نوین و بهینه‌سازی یادگیری دانش‌آموزان کمک کند.

هدف کلی: بررسی تأثیر روش تدریس معکوس بر عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان در درس ریاضی با استفاده از چارچوب نظری APOS و تحلیل نحوه یادگیری مفاهیم ریاضی در این روش.

اهداف جزئی: بررسی تأثیر تدریس معکوس بر افزایش درک مفهومی دانش‌آموزان از مباحث ریاضی، تحلیل تأثیر تدریس معکوس بر بهبود توانایی حل مسئله در دانش‌آموزان، مقایسه عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان گروه آزمایش (تدریس معکوس) و گروه کنترل (روش سنتی) ازنظر نمرات آزمون عملکرد ریاضی، سنجش تأثیر تدریس معکوس بر افزایش انگیزه و علاقه دانش‌آموزان به یادگیری ریاضی، ارزیابی تأثیر تدریس معکوس بر افزایش تعامل و مشارکت دانش‌آموزان در فرایند یادگیری، بررسی تأثیر تدریس معکوس بر انتقال دانش‌آموزان از سطوح پایین نظریه APOS به سطوح بالاتر، بررسی میزان پایداری و ماندگاری یادگیری در روش

تدریس معکوس در مقایسه با روش سنتی، تحلیل نگرش معلمان و دانش‌آموزان نسبت به کاربرد تدریس معکوس در آموزش ریاضی.

اهداف کاربردی: ارائه پیشنهادهای عملی برای بهبود روش‌های تدریس ریاضیات در مدارس، کمک به معلمان و برنامه‌ریزان آموزشی در جهت بهره‌گیری مؤثر از تدریس معکوس در کلاس‌های درس، فراهم‌سازی الگوی آموزشی مؤثر که قابل‌استفاده در سایر دروس و مقاطع تحصیلی باشد، افزایش آگاهی معلمان و مدیران درباره نقش فناوری‌های آموزشی در بهبود یادگیری ریاضی، تحقق این اهداف می‌تواند تحولی مثبت در آموزش ریاضی ایجاد کرده و به دانش‌آموزان کمک کند تا مهارت‌های حل مسئله، تفکر انتقادی و درک مفهومی خود را ارتقا دهند.

سؤالاتی که در این پژوهش به جود می‌آید به شرح زیر است:

- آیا روش تدریس معکوس تأثیر معناداری بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان دارد؟
- چگونه مراحل یادگیری در نظریه APOS در روش تدریس معکوس طی می‌شود؟
- آیا تدریس معکوس باعث افزایش درک عمیق‌تر مفاهیم ریاضی می‌شود؟
- این روش چگونه بر نگرش و انگیزه دانش‌آموزان نسبت به درس ریاضی تأثیر می‌گذارد؟
- چه چالش‌ها و فرصت‌هایی در اجرای تدریس معکوس در کلاس‌های ریاضی وجود دارد؟
- معلم چگونه می‌تواند دانش‌آموزان را در یادگیری معکوس ارزیابی کند؟
- چه راه‌کاری برای بهبود روش یادگیری معکوس وجود دارد؟

روش

برای بررسی اثربخشی تدریس معکوس ریاضی بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان دختر پایه نهم منطقه پنجم تهران، در مدارس منتخب، ابتدا نظریه‌های مرتبط با یادگیری فعال و تدریس معکوس و مدل‌های آموزشی که شامل مدل‌های مختلف تدریس معکوس است، انجام شد. جامعه آماری دانش‌آموزان دختر پایه نهم منطقه پنجم تهران است که به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای تعداد ۱۰۰ دانش‌آموز انتخاب شد. ۵۰ دانش‌آموز را در گروه آزمایش قرار دادیم که تحت آموزش با روش

تدریس معکوس گرفتند و ۵۰ دانش‌آموز دیگر را در گروه کنترل قرار دادیم و به روش سنتی آموزش دیدند. معیارهای انتخاب دانش‌آموزان این است که مشکلات یادگیری خاصی که بر نتایج پژوهش تأثیر بگذارد نداشته باشند، دسترسی به اینترنت و ابزارهای دیجیتال برای گروه آزمایش داشته باشند، گروه‌ها ازنظر سطح علمی بر اساس نمرات قبلی همگن باشند.

ابتدا پرسش‌نامه‌ای مجزا توسط دبیران و دانش‌آموزش پُر شد. برای تأیید روایی صوری ابزارها، آزمون و پرسشنامه، توسط پنج متخصص آموزش ریاضی و دو استاد دانشگاه بررسی و اصلاح شد. ضریب آلفای کرونباخ برای آزمون عملکرد ریاضی (۰α =/۸۱) و برای پرسشنامه نگرش ریاضی (۰α =/۸۷) محاسبه شد که نشان‌دهنده پایایی بالا و قابلیت اعتماد ابزارها است. یادداشت‌های علمی دبیران که برگرفته از تجربه چندین سالهٔ آن‌ها در این حوزه است، بسیار راهگشا بود. هدف ما بابت پرسش از دبیران این بود که گفتمان به‌صورت دوطرفه باشد و صرفاً نظرات دانش‌آموزان سنجیده نشود. همچنین پرسش‌نامه به صورتی طراحی‌شده که زمان کمی از دانش‌آموزان بگیرد و در همین زمان کم اطلاعات کلی و مفیدی را گردآوری کند. پیش از توزیع پرسش‌نامه میان دانش‌آموزان، یک جلسه کوتاه توجیهی برای ارائه توضیحات کلی و شیوه پر کردن پرسش‌نامه به آن‌ها ارائه گردید. همچنین از دانش‌آموزان خواسته شد که در صورت عدم تمایل برای تکمیل پرسش‌نامه کلاس را ترک کنند و هیچ‌گونه اجباری برای تکمیل پرسش‌نامه وجود ندارد. در ادامه پرسش‌نامه میان دانش‌آموزان توزیع شد و بدون هیچ‌گونه محدودیت زمانی از آن‌ها خواسته شد که پرسش‌نامه را تکمیل کنند و چنانچه توضیحی دارند در قسمت توضیحات پرسش‌نامه آن را بیان کنند. پیش‌آزمون و پس‌آزمون ریاضی برای سنجش میزان یادگیری قبل و بعد از اجرای روش تدریس معکوس انجام شد. سؤالات آزمون بر اساس سطوح نظریه APOS (عمل، فرآیند، شیء، طرح‌واره) طراحی شدند. پرسشنامه استاندارد برای سنجش علاقه و نگرش دانش‌آموزان نسبت به درس ریاضی قبل و بعد از مداخله آموزشی و مقیاس لیکرت پنج‌درجه‌ای برای سنجش میزان درگیری دانش‌آموزان با آن‌ها در حل مسائل ریاضی در نظر گرفته شد.

در گروه آزمایش که از روش تدریس معکوس استفاده شد، دانش‌آموزان قبل از کلاس، ویدئوهای آموزشی را مشاهده می‌کنند و در کلاس فعالیت‌های تعاملی انجام می‌شود، به‌طوری‌که، کار گروهی روی مسائل پیچیده، تحلیل اشتباهات رایج، بحث و استدلال ریاضی، راهنمایی معلم برای رفع چالش‌ها انجام می‌پذیرد. در گروه کنترل که روش سنتی آموزش داده می‌شود، ابتدا

تدریس به روش معمول انجام می‌شود و توضیح مفاهیم توسط معلم در کلاس انجام می‌پذیرد، سپس معلم مسائل نمونه را حل می‌کند و تکالیفی را برای دانش‌آموز مشخص می‌کند که در خانه بدون راهنمایی حل کند.

این پژوهش از نوع شبه‌آزمایشی با طرح پیش‌آزمون – پس‌آزمون با گروه کنترل است. روش شبه‌آزمایشی به دلیل امکان مقایسه دو گروه تحت شرایط متفاوت، در پژوهش‌های آموزشی کاربرد گسترده‌ای دارد. در این مطالعه، گروه آزمایش تحت آموزش به روش تدریس معکوس قرار گرفت و گروه کنترل با روش تدریس سنتی آموزش دید.

جامعه آماری شامل کلیه دانش‌آموزان پایه نهم منطقه ۵ تهران در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ بوده که از میان آن‌ها، ۱۲۰ نفر به روش نمونه‌گیری تصادفی خوشه‌ای انتخاب شدند و در دو گروه آزمایش و کنترل (هرکدام ۶۰ نفر) موردمطالعه قرار گرفتند. ابزارهای گردآوری داده شامل آزمون عملکرد ریاضی و پرسشنامه نگرش به یادگیری ریاضی بوده که روایی و پایایی آن‌ها مورد تأیید قرار گرفت. گروه آزمایش به مدت هشت هفته تحت آموزش به روش تدریس معکوس قرار گرفت، درحالی‌که گروه کنترل به روش سنتی آموزش دید. داده‌های به‌دست‌آمده از طریق آزمون‌های t مستقل، تحلیل کوواریانس[۱] و تحلیل نظریه APOS در نرم‌افزار SPSS ۲۷ تحلیل شدند.

یافته‌ها

یافته‌های پژوهش نشان داد که میانگین نمرات گروه آزمایش پس از اجرای تدریس معکوس از ۱۲/۸۳ به ۱۸/۲۷ افزایش یافت، درحالی‌که در گروه کنترل این افزایش از ۱۲/۵۶ به ۱۴/۳۴ محدود شد. آزمون t مستقل نشان داد که تفاوت میان دو گروه در سطح ۰/۰۱ معنادار است. همچنین، نتایج تحلیل کوواریانس بیانگر این بود که ۲۸ درصد از تغییرات عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ناشی از روش تدریس معکوس است که اندازه اثر قابل‌توجهی محسوب می‌شود. علاوه بر این، تحلیل مبتنی بر نظریه APOS نشان داد که دانش‌آموزان گروه آزمایش پس از تدریس معکوس، از سطوح سطحی یادگیری عمل و فرآیند به سطوح عمیق‌تر شیء و طرح‌واره

---

۱. ANCOVA

حرکت کرده‌اند که این تغییر نشان‌دهنده افزایش درک مفهومی و مهارت‌های حل مسئله در آن‌ها است.

برای مقایسه پیشرفت دانش‌آموزان در هر دو گروه، از آزمون tمستقل برای مقایسه نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل استفاده شد. همچنین، برای کنترل اثرات متغیرهای مزاحم و افزایش دقت تحلیل، از آزمون تحلیل کوواریانس استفاده گردید که در ادامه به کامل تحلیل‌های آماری آورده شده است.

۱. آزمون t مستقل

گروه کنترل: با توجه به نتایج آزمون t، تفاوت معناداری در نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه کنترل مشاهده نشد (p >/۰۵)، که نشان‌دهنده عدم تغییرات چشم‌گیر در عملکرد گروه کنترل است.

گروه آزمایش: در گروه آزمایش، تفاوت معناداری میان نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون مشاهده شد (p </۰۱)، که نشان‌دهنده تغییرات معنادار در عملکرد دانش‌آموزان گروه آزمایش است.

۲. تحلیل کوواریانس: آزمون ANCOVA برای کنترل اثرات پیش‌آزمون در نمرات پس‌آزمون گروه‌ها انجام شد. نتایج این تحلیل نشان داد که با توجه به پیش‌آزمون، گروه آزمایش همچنان نمرات بالاتری در پس‌آزمون داشتند و این تفاوت‌ها معنادار بودند (p </۰۱).

جدول ۱.

مقایسه میانگین نمرات گروه‌های آزمایش و کنترل در پیش‌آزمون و پس‌آزمون

گروه	پیش‌آزمون (میانگین ± انحراف معیار)	پس‌آزمون (میانگین ± انحراف معیار)	تفاوت معنادار
گروه آزمایش	۱۲/۶±۲/۳	۱۸/۳±۱/۸	p <۰/۰۱
گروه کنترل	۱۲/۴±۲/۱	۱۵/۷±۲/۳	p >۰/۵

نتایج جدول ۲ نشان می‌دهد که میانگین نمرات در گروه آزمایش بعد از تدریس معکوس به میزان قابل‌توجهی افزایش یافته است، درحالی‌که در گروه کنترل این افزایش محدودتر است. چولگی و کشیدگی نمرات در تمام متغیرها در دامنه (۱، ۱-) قرار دارند که نشان می‌دهد داده‌ها تقریباً نرمال توزیع شده‌اند. مقایسه نمودارهای توزیع داده‌های پیش‌آزمون و پس‌آزمون نشان می‌دهد که نمرات گروه آزمایش به سمت مقادیر بالاتر جابه‌جا شده است.

جدول ۲.

میانگین و انحراف معیار نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون دو گروه.

گروه	آزمون	میانگین (M)	انحراف معیار (SD)	چولگی	کشیدگی
گروه آزمایش	پیش‌آزمون	۱۲/۸۳	۲/۹۱	۰/۱۷	-۰/۵۲
گروه آزمایش	پس‌آزمون	۱۸/۲۷	۲/۴۳	-۰/۳۲	-۰/۴۳
گروه کنترل	پیش‌آزمون	۱۲/۵۶	۳/۰۲	۰/۲۱	-۰/۴۷
گروه کنترل	پس‌آزمون	۱۴/۴۳	۲/۸۸	۰/۲۷	-۰/۳۵

جهت بررسی تفاوت معنادار میانگین‌های دو گروه در پس‌آزمون، از آزمون t مستقل استفاده شد. نتایج این آزمون در جدول ۳ ارائه شده است. مقدار $t = ۶/۴۵$ و سطح معناداری $\sigma = ۰۰۱۰$ نشان می‌دهد که تفاوت میانگین نمرات گروه آزمایش و کنترل در سطح ۰/۰۱ معنادار است.

جدول ۳.

آزمون t مستقل برای مقایسه میانگین‌های دو گروه

گروه	متغیر	میانگین (M)	T	درجه آزادی (df)	سطح معناداری (Sig)
گروه آزمایش	نمره پس‌آزمون	۱۸/۲۷	۶/۴۵	۱۱۸	۰/۰۰۱
گروه کنترل	نمره پیش‌آزمون	۱۴/۳۴	-	-	-

برای کنترل اثر پیش‌آزمون بر پس‌آزمون و بررسی اثر خالص تدریس معکوس، به‌عبارت‌دیگر کنترل پیش‌دانسته‌های ریاضی و مقایسه تأثیر تدریس معکوس بر عملکرد نهایی، از آزمون تحلیل کوواریانس استفاده شد. نتایج در جدول ۴ نشان می‌دهد که تأثیر روش تدریس معکوس معنادار است. اندازه اثر ۰/۲۸ نشان می‌دهد که ۲۸٪ از تغییرات عملکرد ریاضی ناشی از روش تدریس معکوس است که یک مقدار قابل‌توجه محسوب می‌شود.

جدول ۴.

آزمون کوواریانس برای کنترل اثر پیش‌آزمون بر پس‌آزمون و بررسی اثر خالص تدریس معکوس.

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجه آزادی (df)	میانگین مجذورات	مقدار F	اندازه اثر (η^2)
پیش‌آزمون	۲۱/۳۸	۱	۲۱/۳۸	۰/۰۷۴	۰/۰۳
گروه آزمایش و کنترل	۱۷۸/۵۲	۱	۱۷۸/۵۲	۰/۰۰۱	۰/۲۸
گروه کنترل	۸۹۹/۴۵	۱۱۷	۷/۶۹	-	-

تحلیل پیشرفت در مراحل نظریه APOS

یکی از اهداف اصلی این پژوهش بررسی تأثیر تدریس معکوس بر مراحل مختلف یادگیری طبق نظریه APOS بود. با توجه به نتایج تحلیل داده‌ها، پیشرفت‌های مشهودی در درک مفاهیم ریاضی در گروه آزمایش نسبت به گروه کنترل مشاهده شد. به کمک پرسش‌های مختلف کلاسی به بررسی چهار مرحله نظریه APOS پرداختیم.

۱. **عمل**: در گروه آزمایش، دانش‌آموزان پس از تدریس معکوس توانستند از مرحله عمل (انجام اقدامات فیزیکی و الگوریتمی) به مرحله پردازش مفاهیم پیچیده‌تر با استفاده از فرایند و شیء منتقل شوند. این تغییرات در گروه آزمایش به‌ویژه در حل مسائل پیچیده‌تر مشهود بود.

۲. **فرایند**: گروه آزمایش توانستند درک عمیق‌تری از روابط بین عمل‌ها و مفاهیم ریاضی پیدا کنند. در مقایسه با گروه کنترل، دانش‌آموزان گروه آزمایش توانستند روش‌های مختلف را برای حل مسائل پیچیده ریاضی بررسی کنند و این پیشرفت در آزمون‌ها و تعاملات کلاسی مشهود بود.

۳. **شیء**: در این مرحله، گروه آزمایش به درک مفاهیم به‌عنوان اشیاء ثابت رسیدند و توانستند این مفاهیم را در چارچوب‌های متفاوت به کار ببرند. در مقایسه با گروه کنترل، دانش‌آموزان گروه آزمایش توانستند مفاهیم ریاضی را به‌طور مستقل و بدون وابستگی به عملیات خاص درک کنند.

٤. **طرح‌واره**: درنهایت، دانش‌آموزان گروه آزمایش موفق شدند روابط پیچیده‌تر بین مفاهیم را در یک طرح‌واره منطقی و منسجم ترکیب کنند. این پیشرفت از طریق تجزیه‌وتحلیل مسائل پیچیده‌تر و یافتن ارتباطات میان آن‌ها در تکالیف و آزمون‌ها مشخص شد.

در جدول ۵ مشاهده می‌شود که درصد دانش‌آموزانی که به مراحل عمیق‌تر در یادگیری ریاضی شیء و طرح‌واره رسیده‌اند، پس از تدریس معکوس به میزان قابل‌توجهی افزایش یافته است. این تغییر نشان‌دهنده تقویت تفکر ریاضی و درک عمیق‌تر مفاهیم در دانش‌آموزان گروه آزمایش است.

جدول ۵.

پیشرفت دانش‌آموزان با توجه به نمرات آزمون‌های مهارت‌های حل مسئله مفهومی.

مرحله APOS	درصد دانش‌آموزان بعد از آموزش معکوس	درصد دانش‌آموزان بعد از آموزش معکوس
عمل	٤٥٪	٪۱۵
فرآیند	۳۰٪	۲۵٪
شیء	۱۵٪	۳۵٪
طرح‌واره	۱۰٪	۲۵٪

در اینجا یک نمونه از سؤال‌های پیش‌آزمون و پس‌آزمون را برای فصل دوم کتاب ریاضی نهم، که درباره‌ی اعداد حقیقی است آورده‌ایم.

پیش‌آزمون

۱. عدد $\sqrt{٤٩}$ را ساده کنید (سطح: عمل)
۲. عدد ۰/۳۳۳۳ را به کسر تبدیل کنید (سطح: فرآیند)
۳. نمایش عدد گنگ $\sqrt{۲}$ روی محور اعداد (سطح: شیء)
٤. یک مثال واقعی از عدد گنگ در زندگی روزمره بنویسید (سطح: طرح‌واره)

پس‌آزمون

۱. مقایسه دو عدد گنگ و گویا ازنظر مکان تقریبی روی محور (سطح: فرآیند–شیء)
۲. طراحی یک مسئله واقعی که در آن عدد گنگ به کار رفته باشد (سطح: طرح‌واره)

بحث و نتیجه‌گیری

یافته‌های این پژوهش نشان داد که روش تدریس معکوس تأثیر معناداری بر بهبود عملکرد ریاضی دانش‌آموزان دارد. همچنین در انگیزه یادگیری ریاضی و تعامل و همکاری دانش‌آموزان تأثیر بسزایی دارد. نتایج آزمون t مستقل و آزمون کوواریانس تأیید کرد که این روش باعث افزایش نمرات و پیشرفت مفهومی در دانش‌آموزان شده است. بررسی نظریه APOS نشان داد که دانش‌آموزان از یادگیری سطحی (عمل) به سطوح عمیق‌تر یادگیری شیء و طرح‌واره حرکت کرده‌اند. اندازه اثر ۲۸٪ نشان‌دهنده تأثیر قوی این روش بر یادگیری ریاضی است.

محدودیت‌ها و چالش‌های پژوهش از قرار زیر است:

۱. مقاومت برخی دانش‌آموزان در برابر روش جدید یادگیری. برای رفع آن، جلسات توجیهی و ایجاد انگیزه برگزار کردیم.
۲. مشکلات دسترسی به اینترنت برای گروه آزمایش. برای رفع آن، نسخه آفلاین ویدئوهای آموزشی تهیه کردیم و در اختیار دانش‌آموزان قرار دادیم.
۳. اختلاف سطح یادگیری در گروه آزمایش. برای رفع آن، از تکالیف متناسب با سطوح مختلف استفاده کردیم.

پیشنهادهای پژوهش از قرار زیر است:

استفاده از پلتفرم‌های آموزشی آنلاین برای تعامل دانش‌آموزان با معلم خارج از کلاس مدنظر قرار گیرد. از طراحی تکالیف گروهی و تعاملی برای افزایش همکاری دانش‌آموزان بیشتر استفاده شود. دانش‌آموزان را تشویق کنیم تا به تفکر انتقادی و حل مسئله مستقل بپردازند. پیشنهاد می‌شود که روش آموزش معکوس در برنامه درسی مدارس برای بهبود عملکرد ریاضی دانش‌آموزان به‌طور گسترده‌تر استفاده شود. پیشنهاد می‌شود نظریه APOS را در آموزش معکوس لحاظ کنند به‌طوری‌که به تفکر انتقادی یا حل مسئله توجه شود. آموزش معکوس را با سایر آموزش‌های نوین، ازجمله یادگیری مبتنی بر حل مسئله[۱] ادغام کنند.

پیشنهادهای زیر را برای پژوهش‌های آینده می‌توان مدنظر قرار داد.

۱. بررسی تأثیر یادگیری معکوس در درس فیزیک.
۲. تلفیق روش‌های دیگر تدریس با روش معکوس.
۳. یادگیری معکوس مشارکتی در آموزش.

تعارض منافع

نویسندگان هیچ‌گونه تعارض منافعی ندارند.

سپاسگزاری

مقاله حاضر برگرفته از پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته آموزش ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران است.

۱. PBL

منابع

حق جو، سعید، و ریحانی، ابراهیم. (۱۳۹۹). تحلیلی بر نظریه های یادگیری ریاضی APOS و SOLO. *پنجمین کنفرانس ملی رویکردهای نوین در آموزش و پژوهش.*

روزبهانی، سحر. (۱۴۰۳). اثر راهبرد فراشناختی و آموزش معکوس خودشکوفایی دانش‌آموزان. *پژوهش در هنر و علوم انسانی*، ۹(۷۱)، ۹۵-۱۰۲.

شاهی، رضا، عیوضی، مهدی، و حیدری، نیر. (۱۴۰۱). اثربخشی روش تدریس کلاس معکوس بر مؤلفه‌های خوش‌بینی تحصیلی در درس ریاضی. *فصلنامه علمی آموزش و ارزشیابی*، ۱۵(۵۹)، ۱۸۱-۱۹۸. https://doi.org/۱۰,۳۰۴۹۵/jinev.۲۰۲۳,۱۹۷۱۳۵۷,۲۷۹۲

صاحب‌یار، حافظ، گل‌محمدنژاد، غلامرضا، و برقی، عیسی. (۱۴۰۰). اثربخشی یادگیری معکوس بر درگیری تحصیلی دانش‌آموزان دوره دوم متوسطه در درس ریاضیات. *روان‌شناسی تربیتی*، ۱۷(۵۹)، ۳۱۶-۲۸۹. https://doi.org/۱۰,۲۲۰۵۴/JEP.۲۰۲۱,۵۴۱۶۲,۳۰۸۶

عظیمی، گلسا، رضایی‌قلعه، آتنا، زارع، مریم، معیل، لیلا. (۱۴۰۳). تأثیر مدل آموزشی کلاس معکوس بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان در درس ریاضی. *فصلنامه تحقیقات راهبردی در تعلیم و آموزش و پرورش*، ۱(۱۹)، ۷۹ - ۸۵.

علیپور، محمد، علیپور، مهدی، و قاسمی، علیرضا. (۱۴۰۲). بررسی تجارب دانشجویان از یادگیری به شیوه کلاس معکوس مجازی: مطالعه‌ای پدیدارشناسانه. *مجله آموزش عالی*، ۱۶(۶۱)، ۷-۳۰. https://doi.org/۲۰,۱۰۰۱,۱,۲۰۰۸۴۶۱۷,۱۴۰۲,۱۶,۶۱,۱,۷

مومنی‌راد، اکبر، خاکپور، عظیه سادات، و جکانلو، مینا. (۱۴۰۳). *بررسی کیفی فرایند یاددهی یادگیری درس کاربرد رایانه از طریق روش تدریس معکوس. فصلنامه روندها و دستاوردها در فناوری یادگیری*، ۲(۲)، ۲۳-۴۷. https://doi.org/۱۰,۲۲۰۳۴/jlt.۲۰۲۵,۲۰۲۵۳۰۳,۱۰۰۷

یوسفی، اسماعیل، رستمی مال خلیفه، محسن، مقاصدی، محمد، و بهزادی، محمدحسین. (۱۴۰۲). بررسی نسبت بهینه آموزش بر پایه ریاضی کاری و ریاضی فهمی به کمک تحلیل پوششی داده‌ها و تقریب چندجمله‌ای درونیاب نوع آموزش. *پژوهش‌های نوین در ریاضی*، ۹(۴۲)، ۷۰-۷۹.

References

Alipour, M., Alipour, M., Ghasemi, A. (۲۰۲۳). A Phenomenological Study of Students' Experiences of Virtual Flipped Classroom Learning. *Higher Education Journal*, ۶۱, ۱۵-۲۹. https://doi.org/۲۰,۱۰۰۱,۱,۲۰۰۸۴۶۱۷,۱۴۰۲,۱۶,۶۱,۱,۷ [In Persian]

Asiala, M., Devries, D., Thomas, K., Brown, A., & Mathews, D. (۱۹۹۷). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics

education. *CBMS Issues in Mathematics Education, 6*, ۱–۳۲. https://doi.org/۱۰.۱۰۹۰/cbmath/۰۰۶/۰۱

Azimi, G., Rezaeeghale, A., zare, M., Moael, L. (۲۰۲۴). Impact of the Flipped Classroom Educational Model on Students' Academic Progress in Mathematics. *Strategic Research Quarterly in Teaching & Education*, ۱(۱۹), ۷۹–۸۵. [In Persian]

Baker, C. (۲۰۰۰). *A parents' and teachers' guide to bilingualism* (۲nd ed.). Multilingual Matters.

Bergmann, J., & Sams, A. (۲۰۱۲). *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. International Society for Technology in Education.

Bishop, J. L., & Verleger, M. A. (۲۰۱۳, June). *The flipped classroom: A survey of the research*. [Paper presentation]. ۲۰۱۳ ASEE Annual Conference & Exposition, Atlanta, Georgia, United States. https://peer.asee.org/۲۲۵۸۵

Felder, R. M., & Brent, R. (۲۰۱۶). *Teaching and learning STEM: A practical guide*. Jossey-Bass.

Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H., & Wenderoth, M. P. (۲۰۱۴). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 111*(۲۳), ۸۴۱۰–۸۴۱۵. https://doi.org/۱۰.۱۰۷۳/pnas.۱۳۱۹۰۳۰۱۱۱

Haghju, S., Reyhani, E. (۲۰۲۰). An Analytical Study of the APOS and SOLO Theories in Mathematical Learning. *Proceedings of the 5th National Conference on Novel Approaches in Education and Research*. [In Persian]

Hamna, H., & BK, M. K. U. (۲۰۲۲). Science literacy in elementary schools: A comparative study of flipped learning and hybrid learning models. *Profesi Pendidikan Dasar, 9*(۲), ۱۳۲–۱۴۷. https://doi.org/۱۰.۲۳۹۱۷/ppd.v۹i۲.۱۹۶۶۷

Hwang, G. J., & Lai, C. L. (۲۰۱۷). Facilitating and bridging out-of-class and in-class learning: An interactive e-book-based flipped learning approach for math courses. *Journal of Educational Technology & Society, 20*(۱), ۱۸۴–۱۹۷. https://www.jstor.org/stable/jeductechsoci.۲۰.۱.۱۸۴

Ishartono, N., Nurcahyo, A., Waluyo, M., Prayitno, H. J., & Hanifah, M. (۲۰۲۲). Integrating Geogebra into the flipped learning approach to improve students' self-regulated learning during the COVID-۱۹ pandemic. *Journal on Mathematics Education, 13*(۱), ۶۹–۸۶. https://doi.org/۱۰.۲۲۳۴۲/jme.v۱۳i۱.pp۶۹-۸۶

Lage, M. J., Platt, G. J., & Treglia, M. (۲۰۰۰). Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment. *Journal of Economic Education, 31*(۱), ۳۰–۴۳. https://doi.org/۱۰.۱۰۸۰/۰۰۲۲۰۴۸۰۰۰۹۵۹۶۷۵۹

Mazur, E. (۱۹۹۷). Peer instruction: Getting students to think in class. In E. F. Redish & J. S. Rigden (Eds.), *The changing role of physics departments in modern universities: Proceedings of the International Conference on Undergraduate Physics Education* (pp. ۹۸۱–۹۸۸). American Institute of Physics. https://doi.org/۱۰.۱۰۶۳/۱.۵۳۱۹۹

Momenirad, A., Khakbaz, A., Hakanloo, M. (۲۰۲۴). A Qualitative Study of Computer Applications Teaching–Learning Process via Flipped Instruction. *Trends and Achievements in Learning Technology*, ۲(۲), ۲۳–۴۷. https://doi.org/۱۰.۲۲۰۳۴/jlt.۲۰۲۵.۲۰۲۵۳۰۳.۱۰۰۷ [In Persian]

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (۲۰۱۲). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).

Rosenshine, B. (۲۰۱۲). Principles of instruction: Research-based strategies that all teachers should know. *American Educator, 36*(۱), ۱۲–۱۹, ۳۹.

Rouzbehani, S. (۲۰۲٤). Effect of Metacognitive Strategy and Flipped Instruction on Students' Self-Actualization. *Research in Arts & Humanities*, ۹(۷۱), ۹۵–۱۰۲. [In Persian]

Sahebiyar, H., Golmohammadnejad, G., Barghi, A. (۲۰۲۱). The Effectiveness of Flipped Learning on Academic Engagement of High School Students in Mathematics. *Journal of Educational Psychology*, ۱۷(۵۹), ۲۸۹–۳۱٦. https://doi.org/۱۰,۲۲۰۵٤/JEP.۲۰۲۱,٥٤۱٦۲,۳۰۸٦ [In Persian]

Shahi, R., Eyvazi, M., Heydari, N. (۲۰۲۲). Effectiveness of the Flipped Classroom Teaching Method on Academic Optimism Components in Mathematics. *Scientific Quarterly of Education & Evaluation*. https://doi.org/۱۰,۳۰٤۹٥/jinev.۲۰۲۳,۱۹۷۱۳٥۷,۲۷۹۲ [In Persian]

Sweller, J. (۱۹۸۸). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science, 12*(۲), ۲٥۷–۲۸٥. https://doi.org/۱۰,۱۲۰۷/s۱٥٥۱٦۷۰۹cog۱۲۰۲_٤

Tall, D. (۲۰۱۳). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge University Press.

Yousefi, E., Rostamy Malkhalifeh, M., Maghasedi, M., Behzadi, M.H. (۲۰۲۳). Determining the Optimal Ratio of Procedural and Conceptual Mathematics Instruction Using Data Envelopment Analysis and Polynomial Interpolation. *Novel Research in Mathematics*, ۹(٤۲), ۷۰–۷۹. [In Persian]

Yousefi, E., Rostamy Malkhalifeh, M., Maghasedi, M., Behzadi, M.H. (۲۰۲٤). Investigating Two Methods of Teaching Mathematics Based on Work Mathematics and Understanding Mathematics Included in the General Mathematics. *Iranian Evolutionary Educational Psychology Journal*. ٦(۲), ۲۰۱-۲۱٦. https//doi.org/ ۱۰,۲۲۰۳٤/٦,۲,۲۰۱ [In Persian]

Zainuddin, Z., & Halili, S. H. (۲۰۱٦). Flipped classroom research and trends from different fields of study. *International Review of Research in Open and Distributed Learning, 17*(۳), ۳۱۳–۳٤۰. https://doi.org/۱۰,۱۹۱۷۳/irrodl.v۱۷i۳,۲۲۷٤

Zimmerman, B. J. (۲۰۰۲). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory Into Practice, 41*(۲), ٦٤–۷۰. https://doi.org/۱۰,۱۲۰۷/s۱٥٤۳۰٤۲۱tip٤۱۰۲_۲

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی