Journal of Interdisciplinary Studies in the Humanities, 18(1), 39-69, Winter 2026

Naghizadeh, Z. (2026). Explaining a sociological approach to humanistic Mathematics. *Interdisciplinary Studies in the Humanities*, 18(1), 39-69. doi: 10.22035/isih.2026.5451.5095

https://doi.org/10.22035/isih.2026.5451.5095 URL: https://www.isih.ir/article_559.html

2008-4641 / © The Authors. This is an open access article under the CC BY 4.0 license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0).

Research Paper

Explaining a sociological approach to humanistic Mathematics

Zohreh Naghizadeh[1]

Received: Jul. 3, 2025; Accepted: Oct. 30, 2025

ABSTRACT

Reuben Hersh, an American mathematician and philosopher, presented his humanistic perspective with a critical view of traditional schools of the philosophy of mathematics. This interdisciplinary perspective is considered among the valuable and influential viewpoints of late philosophy, contrasting dominant traditional philosophies. From the point of view of a philosopher of science, he endeavored to connect mathematics to the human world through his influential views. His innovation lies in presenting a picture of the mathematical life—a picture that is evidence that a humanist or social-historical account is truer to real life than traditional accounts. Since humanistic philosophy links mathematics with people, society, and history, the impact of this perspective will play a significant role in revising, refining, and transforming conventional traditional views of mathematics as a mere scientific tool. In this paper, through an analytical-descriptive approach, we aim to trace the footprint of a sociological theory by the American sociologist, Erving Goffman, within Hersh's humanistic perspective—an approach that has the capacity to create an interdisciplinary foundation. Mathematics, like other social institutions, has its "front" and "back. Acceptance of the mathematical myths that Hersh unveils depends on whether one is located in the front or the back of mathematics.

Keywords: philosophy of mathematics, humanism, sociological, Erving Goffman

1. Assistant Professor of Mathematics, Faculty of Science, University of Science and Technology of Mazandaran, Behshahr, Iran
✉ z.naghizadeh@mazust.ac.ir

Interdisciplinary Studies in the Humanities

Volume 18
Issue 1
Winter 2026

INTRODUCTION

A philosophy can be regarded as an explanation that seeks to give meaning to the natural disorder of a collection of experiences. The philosophy of mathematics is fundamentally a diligently reconstruction that gives specific meaning or order to the vast, disordered accumulation of mathematical knowledge built up over many years (Eves, 2006, p. 320).

Reuben Hersh (1927-2020), an American mathematician and philosopher, introduced his humanist perspective in 1980 through a critical view of traditional schools of philosophy of mathematics. In humanism, mathematics is recognized as a human activity, a social phenomenon, and a part of human culture, historically evolved and intelligible only in social context. Thus, Hersh envisions a world of ideas and designs created by human beings and found in their shared perception, contrasting the Platonic realm of forms, and considers it a historical-socio-cultural reality. Therefore, from a humanist viewpoint, without humans, mathematics does not exist (Sal Moslehian, 2005, p. 28). The difficulty in discerning the nature of mathematical objects stems from a centuries-old assumption of Western philosophy. This hypothesis posits that there are two kinds of things in the world. What isn't physical is mental; what isn't mental is physical (Hersh, 1997b, p. 13). From Hersh's perspective, mathematics is neither mental nor physical; it is social. It is part of history and culture. Like law, money, religion, and all things that, despite their reality, form only part of the consciousness of social humans. This is what mathematics is (Sal Moslehian, 2005, p. 87). The being and existence of mathematical objects possess neither an inside nature like subjective thoughts nor an outside nature like a rock or a spirit. In fact, Hersh rejects both the outside and inside natures that have dominated discussions in the ontology of mathematics. He then selects a third type, more commonly discussed in sciences such as anthropology and sociology. Hersh attributed the articulation of this truth—that social reality is distinct from physical and mental reality—to Émile Durkheim, the prominent French sociologist from a century prior (Hersh, 1997b, p. 14).

Interdisciplinary studies emerged as an academic field in the second half of the twentieth century in response to theoretical and research challenges. These were challenges that existing scientific disciplines were unable to resolve on their own. Based on the interactions between sociology and mathematics, two academic disciplines have emerged: "Mathematical Sociology" and "Sociology of Mathematics" (Sharifi & Habibi, 2025, p. 53).

Goffman in his book, The Presentation of Self in Everyday Life (Goffman, 2021), generalized the concepts of "front" and "back," which were originally applied to restaurants and theaters, to all social institutions.

In this regard, by using Goffman's dramaturgical metaphor, we try to trace the sociological underpinnings within the humanistic perspective—an approach with the capacity to create an interdisciplinary framework.

PURPOSE

In this paper, through an analytical-descriptive approach, we aim to trace the footprint of a sociological theory by the American sociologist Erving Goffman within Hersh's humanist perspective—an approach capable of creating an interdisciplinary foundation. Mathematics, like other social institutions, has its "front" and its "back". However, these are not "regions" in the literal, physical sense. The "front" and "back" refer to particular aspects of mathematical activity. It is impossible to understand the front of Mathematics while ignoring the back and it's hidden aspects. The acceptance of the mathematical myths that Hersh unveils depends on whether one is located in the front or the back of mathematics.

METHODOLOGY

The present study, which is written using an analytical-descriptive method and library resources, seeks to explain a sociological approach in Reuben Hersh's humanistic perspective. As mentioned earlier, in this paper, we will see how Hersh, by utilizing Goffman's theory, introduces the concepts of "front" and "back" for mathematics and unveils many of the myths in mathematics. The main questions of the present paper are:

1. What sociological approach did Reuben Hersh use in expressing his philosophical viewpoint?

2. What are the myths in mathematics from Hersh's perspective, and how does he connect the acceptance of these myths to his proposed sociological approach?

FINDINGS

In this paper, we will first examine how Reuben Hersh utilizes the sociological theory of Erving Goffman to express the two concepts of "front regjon" and "back region" in mathematics.

According to Goffman's dramaturgical metaphor, when one's activity occurs in the presence of other persons, some aspects of the activity are expressively accentuated and appear in what is called the "front region". Other aspects, which might discredit the fostered impression, are suppressed. These suppressed facts appear in another scene, in a "back region" or "backstage" (Goffman, 2021, p. 128). Goffman extended the concepts of "front" and "back," which originally applied to restaurants and theaters, to all social institutions. In a university, the classrooms and libraries are the front regions, where the public (students) is served. However, the chairman's and dean's offices are the back, where the products (classes and courses) are prepared. Mathematics, like other social institutions, has its own "front" and "back" regions, which represent particular

aspects of mathematical activity (Hersh, 1997b, 36 & Hersh, 2013, p. 36). The front of mathematics consists of the polished results that we show to the world (including our students), and the back which consists of what we do to obtain those results (Dubinsky, 1999, p. 1064). It is impossible to understand the front of Mathematics while ignoring the back and it's hidden aspects.

In the sequel, some common myths about mathematics from Hersh's perspective are presented. The acceptance of the mathematical myths that Hersh unveils depends on whether one is located in the front or the back of mathematics. In mathematics, the front/back separation makes possible a myth, and in the movement from front to the back, more sophisticated attitude toward the myths is formed.

CONCLUSION

Given that integrating interdisciplinary theories can lead to more profound studies and methodologically more precise research, in this paper, we have sought to explain Hersh's humanistic approach to provide a basis for understanding the socio-historical-cultural meaning of mathematics. Hersh is skeptical about the continued seriousness of dominant traditional philosophies and believes that if these philosophies wish to remain relevant, they must confront the challenge of humanism. In this regard, relying on the research findings and in response to the main questions of this paper, we have utilized Goffman's dramaturgical metaphor to trace the footprint of a sociological approach within the humanistic perspective—an approach capable of creating an interdisciplinary framework. Subsequently, we discussed myths in mathematics that few would believe if the complexities of the process of creating and developing mathematics were revealed. These are myths whose formation is made possible by the front/back separation in mathematics, just as this separation creates myths about the flavoring of the food and the secret of its deliciousness, or the complexion and beauty of the leading lady.

A more extensive study of Hersh's approach in answering the question "What is the nature of mathematical objects?" and his use of Durkheim's concept of social reality within the humanistic framework of mathematics is beyond the current scope of this paper and will be examined in future studies through separate research.

Considering the extensive potential at the intersection of sociology and philosophy of mathematics, it is suggested that researchers from these two fields engage in more comprehensive interdisciplinary studies on sociological theories in the philosophy of mathematics. Among these, the impact of the humanistic philosophical approach on mathematics education could be one of the important axes of such research and, on the other hand, it could enrich the currently slender body of mathematical sociology.

Interdisciplinary Studies in the Humanities
Volume 18
Issue 1
Winter 2026

NOVELTY

Given that integrating interdisciplinary theories can lead to deeper and more methodologically precise studies, in this paper we have endeavored to trace the sociological approach within Hersh's humanistic perspective by drawing on Goffman's theatrical metaphor- an approach that holds the potential to create an interdisciplinary framework.

ACKNOWLEDGMENT

The author would like to thank the anonymous referees for their valuable suggestions and comments that improved the presentation of the paper.

AUTHOR CONTRIBUTIONS

This paper is written by the author independently.

FUNDING

This research received no specific grant from any funding agency in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

CONFLICT OF INTEREST

No conflict of interest has been declared by the authors.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

BIBLIOGRAPHY

Davis, P. J., & Hersh, R. (1990). *The Mathematical experience*. Penguin Books Ltd.

Dubinsky, E. (1999). Review of the book *What is Mathematics, Really*?, by R. Hersh. *Notices of the American Mathematical Society*, 46(9), 1062-1066.

Ernest, P., Ernest, P., Skovsmose, O., Van Bendegem, J. P., Bicudo, M., Miarka, R., Kvasz, L., & Moeller, R. (2016). *The philosophy of mathematics education*. Springer Nature. doi:10.1007/978-3-319-40569-8_1

Eves, H. W. (2006). *Âšnâyi bâ târikh-e riyâziyât [An Introduction to the History of Mathematics]* (M. G. Vahidi Asl, Trans.). Tehrân, Iran: Markaz-e Našr-e Dānishgāhī. (Original work published 1983) [In Persian]

Gholizadeh, H (2010). Âyâ jâme'eshenâsiye riyâziyât emkânpazir ast?[Is a Sociology of Mathematics possible?]. Retrieved from https://hasangholizadeh.blogfa.com/post/48 [In Persian]

Goffman, E. (2021). *Nemood -e khod dar zendegi rooz-mare [The presentation of self in everyday life]* (M Kianpour, Trans.). Tehran, Iran: Našr-e Markaz. (Original work published 1959) [In Persian]

Halmos, P. (1981). Applied Mathematics is Bad Mathematics. In L. Steen (ed.), *Mathematics Tomorrow*. Birkhäuser, Boston.. doi:10.1007/978-1-4613-8127-3_2

Hersh, R (1997a). What is Mathematics, Really?. New York: Oxford University Press.

Hersh, R. (1998). What is Mathematics, Really? *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 6(2), 13-14. doi:10.1515/dmvm-1998-0205

Hersh, R. (2013). *Experiencing mathematics: What do we do, when we do mathematics?* (Vol. 83). American Mathematical Soc. doi:10.1090/mbk/083

Hersh, R. (2017). On the Nature of Mathematical Entities. In: Sriraman, B. (eds) *Humanizing Mathematics and its Philosophy*. Birkhäuser, Cham. doi:10.1007/978-3-319-61231-7_27

Livingston, E (1986). *The ethnomethodological foundations of mathematics*. Boston: Routledge and Kegan Paul.

Livingston, E. (1999). Cultures of proving. *Social Studies of Science, 29*(6), 867-888 doi:10.1177/030631299029006003

Moghagam Heidari, G (2018*). Jam'eye shenāsi eṣbāt riyāẓi* [*Sociology of Mathematical proof*]. Tehrān, Iran: Našre Ney.

Orwell, G. (2025*). Âs o Pâs dar Pâris va London [Down and Out in Paris and London]* (B. Daraoshafaei, Trans.). Tehran, Iran: Māhi Publication. (Original work published 1933) [In Persian]

Interdisciplinary Studies in the Humanities

Volume 18
Issue 1
Winter 2026

Pólya, G. (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning.* Volume I &II. Princeton University Press.

Restivo, S. (1992). *Mathematics in Society and History: Sociological inquiries.* Springer Dordrecht. doi:10.1007/978-94-011-2944-2

Sal Moslehian, M. (2005*). Falsafe-ye Riyāzi [Philosophy of Mathematics*]. Mashhad, Iran: Vâžgân-e- Kherad Publications.

Salehi, K., Habib Zadeh Khiyaban, S., & Sabbar, S. (2025). Artificial Intelligence and the Future of International Law and Power. *Journal of World Sociopolitical Studies*, *9*(4), 923-958. doi:10.22059/wsps.2025.401951.1552

Sharifi, E., & Habibi, N. (2025). Tarḥī bar motāleʿāt-e beyne-rešteh-ī-ye jāmeʿeh-šenāsī va rīyāżīyāt: be sū-ye jāmeʿeh-šenāsī-ye rīyāżātī [An outline of interdisciplinary studies in sociology and mathematics: Toward mathematical sociology]. *Interdisciplinary Studies in the Humanities*, 17(3), 41-68 doi:10.22035/isih.2025.5387.5063

Sriraman, B. (2017). An Interview with Reuben Hersh. I*n: Sriraman, B. (eds) Humanizing Mathematics and its Philosophy*. Birkhäuser, Cham. doi:10.1007/978-3-319-61231-7_1

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

فصلنامه مطالعات میان‌رشته‌ای در علوم انسانی، ۱۸(۱)، ۶۹-۳۹، پیاپی ۶۹، زمستان ۱۴۰۴

نقی‌زاده، زهره (۱۴۰۴). تبیین رهیافتی جامعه‌شناختی به ریاضیات انسان‌گرایانه. مطالعات میان‌رشته‌ای در علوم انسانی، ۱۸(۱)، ۶۹-۳۹. doi: 10.22035/isih.2026.5451.5095

شاپا: ۴۶۴۱-۲۰۰۸ URL: https://www.isih.ir/article_559.html https://doi.org/10.22035/isih.2026.5451.5095

© نویسندگان / دسترسی به متن کامل مقاله براساس قوانین کریتیو کامانز CC BY 4.0 آزاد است. (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0)

مقاله پژوهشی

تبیین رهیافتی جامعه‌شناختی به ریاضیات انسان‌گرایانه

زهره نقی‌زاده[۱]

دریافت: ۱۴۰۴/۰۴/۱۲؛ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۸/۰۸

چکیده

روبن هرش، ریاضیدان و فیلسوف آمریکایی، با نگاهی منتقدانه بر مکاتب سنتی فلسفه ریاضیات، دیدگاه انسان‌گرایانهٔ خود را مطرح نمود. دیدگاهی میان‌رشته‌ای که از جمله دیدگاه‌های ارزشمند و تأثیرگذار فلسفهٔ متأخر در تقابل با فلسفه‌های برجستهٔ سنتی محسوب می‌شود. او از منظر یک فیلسوف علم کوشید با دیدگاه‌های تأثیرگذارش ریاضیات را به دنیای انسانی مرتبط سازد. نوآوری او در نمایش تصویری از حیات ریاضیات است. تصویری که شاهدی است بر اینکه روایت انسان‌گرایانه یا روایت تاریخی- اجتماعی از روایت‌های سنتی به واقعیت نزدیک‌تر است. از آنجا که فلسفهٔ انسان‌گرایانه، ریاضیات را با مردم، جامعه، و تاریخ پیوند می‌دهد، تأثیر این چشم‌انداز در اصلاح، تلطیف و تغییر دیدگاه‌های مرسوم سنتی به ریاضیات، به‌عنوان یک ابزار صرف علمی نقش بسزایی خواهد داشت. در این مقاله به شیوه‌ای تحلیلی ـ توصیفی برآنیم رد پای نظریه‌ای جامعه‌شناختی از جامعه‌شناس آمریکایی، اروینگ گافمن، را در دیدگاه انسان‌گرایانهٔ هرش دنبال نماییم. رویکردی که ظرفیت ایجاد بستری میان‌رشته‌ای را داراست. ریاضیات نیز همانند سایر نهادهای اجتماعی، «جلو» و «پشت» خود را دارد. اما نه «مناطق» به معنای لغوی و فیزیکی. «جلو» و «پشت» آن جنبه‌هایی خاص از عملکرد ریاضیاتی است. درک جلوی ریاضیات بدون توجه به پشت آن و درک جنبه‌های پنهانی ممکن نیست. پذیرش اسطوره‌های ریاضی که هرش از آنها پرده‌گشایی می‌کند، بسته به آن است که فرد در جلو یا پشت صحنهٔ ریاضیات قرار داشته باشد.

کلیدواژه‌ها: فلسفه ریاضیات، انسان‌گرایی، جامعه‌شناختی، اروینگ گافمن

۱. استادیار ریاضی، گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه علم و فناوری مازندران، بهشهر، ایران
✉ z.naghizadeh@mazust.ac.ir

۱. مقدمه و بیان مسئله

یک فلسفه را می‌توان توضیحی دانست که در صدد افادهٔ معنا برای بی‌نظمی طبیعی مجموعه‌ای از تجارب برمی‌آید. از این منظر، امکان آن هست که کمابیش برای هر چیزی فلسفه‌ای داشته باشیم. فلسفهٔ هنر، زندگی، آموزش، مذهب، جامعه، تاریخ، علوم، ریاضیات و حتی فلسفهٔ خود فلسفه. فلسفه بیان نظریه‌ای است در مورد ماهیت چیزی. به طور خاص، فلسفهٔ ریاضیات از بن، بازسازی کوشش‌مدارانه‌ای است که در آن به انبوه بی‌نظم معرفت ریاضی که طی سالیان متمادی بر هم انباشته شده، معنا یا نظمی خاص داده می‌شود (ایوز[1]، ۱۳۸۵، ۳۲۰).

در گذار تاریخ، بنیان مکاتب فلسفی، طرح پرسش‌هایی نو و تردید نسبت به نظریه‌های موجود بوده است. تردید، پرسش برانگیز و دردآور است. جهان برای آنکه پرسشی ندارد آرام‌بخش است و خواندن فلسفه از برای اندیشیدن به این پرسش‌هاست نه لزوماً یافتن پاسخ (صال مصلحیان، ۱۳۸۴، i-ii).

دیودونه و کوهن[2] از جمله ریاضی‌دانان برجسته‌ای بودند که باور داشتند ریاضی‌دان معمولی به نوعی دارای یک شخصیت دوگانهٔ فلسفی یا اسکیزوفرنی است. زمانی که مشغول کار بر روی ریاضیات است، هیچ تردیدی ندارد که اشیاء مورد مطالعهٔ او به نحوی واقعی و عینی وجود دارند. خواه این اشیاء مجموعهٔ اعداد طبیعی باشد، خواه مجموعهٔ ناشمارای اعداد حقیقی. این، به اصطلاح، باور بنیادین روزهای کاری هفتهٔ اوست که نوعی «افلاطون‌گرایی» (که اغلب «واقع‌گرایی» نیز نامیده می‌شود) است. با این حال، اگر از او پرسیده شود که کجا، چگونه و به چه معنا هر یک از این موجودات نامرئی و ناملموس، واقعی است یا وجود دارد، عقب‌نشینی می‌کند و به طرزی ریاکارانه به شکلی از صورت‌گرایی پناه می‌برد. به این معنا که او هر ادعایی مبنی بر واقعی بودن هر چیزی در ریاضیات محض را کنار می‌گذارد و توضیح می‌دهد که تمام کاری که ما

1. Eves
2. Dieudonne & Cohen

انجام می‌دهیم فقط استنتاج‌های منطقی از اصولی بی‌معناست. این باور بنیادین روز تعطیل هفتهٔ اوست، همان «صورت‌گرایی» (هرش، ۱۹۹۸، ۱۳).

روبن هرش[1] (۱۹۲۷-۲۰۲۰)، ریاضیدان و فیلسوف آمریکایی، در دانشگاه هاروارد در رشتهٔ ادبیات انگلیسی تحصیل کرد. او بر آن بود نویسنده شود تا در دنیای نویسندگی تغییر ایجاد کند و از آنجا که رشتهٔ نویسندگی وجود نداشت، ادبیات، نزدیک‌ترین امکان بود (سریرامِن[2]، ۲۰۱۷، ۲). هرش دکترای ریاضی خود را از دانشگاه نیویورک دریافت نمود. او استاد بازنشستهٔ دانشگاه نیومکزیکو بود و در طول زندگی حرفه‌ای خود مقالات تخصصی ریاضی و کتاب‌های تأثیرگذار فلسفی نوشت. مشهورترین اثر او کتاب تجربه ریاضیاتی است که با همکاری فیلیپ. جی. دیویس[3] نوشته شد و در سال ۱۹۸۱ جایزه ملی کتاب علوم را دریافت نمود (دیویس و هرش، ۱۹۹۰). از دیگر آثار مهم او می‌توان به کتاب ریاضیات واقعاً چیست؟ (هرش، ۱۹۹۷ ب) اشاره نمود. او تا پایان عمر فعالانه به تدریس و نوشتن ادامه داد و به عنوان پلی میان ریاضیات و فلسفه‌ای قابل فهم و انسانی شناخته می‌شد.

هرش با نگاهی منتقدانه بر مکاتب سنتی فلسفه ریاضیات، دیدگاه انسان‌گرایانهٔ خود را در سال ۱۹۸۰ مطرح نمود. او با تدریس یک دوره کارشناسی در مبانی ریاضیات، دریافت که سه فلسفهٔ استاندارد وجود دارد که همگی به وضوح اشتباه بودند. او کوشید درک خویش از اینکه ریاضیات چیست را بر اساس الزامات فلسفی پیشین بنا نکند. در انسان‌گرایی، ریاضیات به عنوان یک عملکرد انسانی، یک پدیدهٔ اجتماعی، بخشی از فرهنگ بشری که با تاریخ انسانی شکل گرفته و تنها در یک بستر اجتماعی قابل فهم است، شناخته می‌شود و بدین‌گونه، هرش در برابر عالم مُثُل افلاطونی، جهانی از طرح‌ها و اندیشه‌ها را متصور می‌شود که توسط افراد بشر خلق شده و در ادراک مشترک آنها یافت می‌شود و آن را واقعیتی تاریخی، اجتماعی، فرهنگی، قلمداد

1. Reuben Hersh
2. Sriraman
3. Philip J. Davis

می‌کند. بنابراین از دیدگاه انسان‌گرایی، بدون انسانها، ریاضیاتی وجود ندارد (صال مصلحیان، ۱۳۸۴، ۲۸).

وجود یک فرضیه قدیمی در فلسفه غرب که قرن‌ها قدمت دارد، موجب دشواری تشخیص ماهیت اشیاء ریاضی گردیده است. فرضیه‌ای مبنی بر این‌که در جهان دو نوع چیز وجود دارد. آنچه غیرمادی است ذهنی است و آنچه غیرذهنی است مادی (فیزیکی) است (هرش، ۱۹۹۷ب، ۱۳). از منظر هرش، ریاضیات نه ذهنی و نه فیزیکی است بلکه اجتماعی است. بخشی از تاریخ و فرهنگ است. همانند قانون، پول، مذهب، و تمام چیزهایی است که با همهٔ حقیقی بودنشان، تنها بخشی از آگاهی انسان اجتماعی را شکل می‌دهند. ریاضیات همین است (صال مصلحیان، ۱۳۸۴، ۸۷). هستی و وجود اشیاء ریاضی نه از ماهیت درونی همچون اندیشه‌های ذهنی برخوردار است و نه از ماهیت بیرونی مانند صخره یا روح. در واقع هرش دو ماهیت بیرونی و درونی را رد می‌کند؛ ماهیت‌هایی که بحث‌های متداول در هستی‌شناسی ریاضی را از آن خود کرده‌اند. سپس نوع سومی را برمی‌گزیند که بیشتر مورد بحث علومی چون انسان‌شناسی وجامعه‌شناسی‌اند. او باور داشت که تصور جهان متشکل از ذهن و ماده درست نیست. این دو رده کافی نیستند، همان‌گونه‌که چهار عنصر (یونان باستان) یعنی خاک، آب، آتش و باد پاسخگوی نیازهای فیزیک جدید نمی‌باشند. ما نباید از سر و ته ریاضیات خود بزنیم تا هماهنگ با فلسفهٔ محدودمان شود، بلکه نیاز است فلسفهٔ خود را بگسترانیم تا بتواند تجارب ریاضی گستردهٔ ما را در خود جای دهد. اشیاء ریاضی، موجودات اجتماعی‌اند و هستی و وجود آنها به عنوان یک پدیده اجتماعی از این نوع سوم است (صال مصلحیان، ۱۳۸۴، ۲۸). هرش، طرح این حقیقت که واقعیت اجتماعی متمایز از واقعیت مادی و ذهنی است را به امیل دورکیم[1]، جامعه‌شناس برجسته فرانسوی در یک قرن پیش، نسبت داده است (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۱۴).

1. Émile Durkheim

نـوآوری دیـدگاه انسـان‌گرایانه در تلاشـی آگاهانـه بـرای اجتنـاب از تحریـف یـا ایدئال‌سازی است. هرش پرده را کنار می‌کشد تا ریاضیات را همان‌گونه که متخصصـان ریاضـی می‌بیننـد نشـان دهـد و بسـیاری از اسـطوره‌های ریاضـی را رد می‌کنـد. ایـدهٔ «انسان‌گرایانه» از ماهیت ریاضیات، بیشتر به نحوهٔ کار واقعی ریاضی‌دانان شـبیه اسـت (هرش، ۱۹۹۷الف، ۱).

در همین راستا در این مقاله، بر آنیم رد پای یکی از نظریـات جامعـه شـناختی را در دیدگاه میان‌رشته‌ای انسان‌گرایانهٔ هرش دنبال نماییم و ببینیم چگونه هرش با بهره‌مندی از نظریه جامعه‌شـناس آمریکـایی، اروینـگ گـافمن[1] (۱۹۲۲-۱۹۸۲)، مفهـوم «جلـو» و «پشت» را برای ریاضیات مطرح نموده و فلسفهٔ سنتی ریاضیات و انسان‌گرایی را به ایـن مفاهیم مرتبط می‌سازد. در ادامه، به معرفی اسطوره‌های ریاضی می‌پـردازیم کـه هـرش آن‌ها را افشا نموده و پذیرش این اسطوره‌ها را بسته به آن می‌داند که فرد در جلو یا پشـت صحنهٔ ریاضیات قرار داشته باشد.

۲. مبانی نظری

در سال‌های اخیر، در تقابل با مکاتب فلسفی سنتی، اندیشه‌ای پدید آمده کـه می‌کوشـد ریاضیات را از قالب دانشی ایستا، تغییرناپذیر، کامل و به اصطلاح عامیانه حـق محـض بیرون کشد و چهره‌ای دیگرگون از ریاضیات را به عنـوان پدیـده‌ای انسـانی و اجتمـاعی، فرهنگی و تاریخی ترسیم نماید. جنبشی که لاکاتوش[2] و ویتگنشتاین[3] در شکل‌گیری آن نقش داشتند و اخیراً فیلسوفانی نظیر روبن هرش وجورج پولیا[4] در آن سهمی داشـته‌اند. ایـن جریـان کـه از آن بـه فلسـفهٔ خطـاگرای ریاضـیات یـاد می‌کننـد و مکتـب پویـای انسان‌گرایی یکی از شریان‌های اصلی این فلسفه است، ریاضیات را محصول فرایندهای

1. Erving Goffman
2. Lakatos
3. Wittgenestein
4. George P□lya

اجتماعی تلقی می‌کند و دانش ریاضی را تا به ابد هم در مفاهیم و هم در برهان‌ها قابل تجدید نظر می‌داند. در تقابل با جریان‌های کلاسیک که تأثیر تاریخ ریاضیات را به کلی در بررسی ماهیت آن نادیده می‌انگارند، در این فلسفه، ریاضیات از ساختارهای زیادی شکل گرفته است که در اصطکاک با یکدیگرند و در گذار تاریخ رشد می‌کنند، از بین می‌روند و سپس از نو می‌رویند همانند درختان در یک جنگل و به این ترتیب، این باور را که یک ساختار واحد و ثابت که به طور ابدی در قالب یک سلسله مراتب منطقی موسوم به ریاضیات بر ما تحمیل شده است را تأیید نمی‌کند (صال مصلحیان، ۱۳۸۴، ۲۷-۲۸).

روبن هرش در اثر فلسفی جالب توجه و خوش‌خوان خود ریاضیات واقعاً چیست؟ (هرش، ۱۹۹۷ب) به بررسی سه فلسفهٔ جریان اصلی می‌پردازد: افلاطون‌گرایی، صورت‌گرایی و شهودگرایی یا ساخت‌گرایی. او سپس با نقد آنها، دیدگاه «انسان‌گرایی» را به عنوان جایگزین پیشنهاد می‌کند (دوبینسکی[1]، ۱۹۹۹، ۱۰۶۲). به عنوان نمونه، او در انتقاد به افلاطون‌گرایی، سیر افلاطونی را فراگیرترین فلسفهٔ ریاضیات می‌داند که دارای انواع مختلفی است. نسخهٔ متعارف آن می‌گوید که اشیاء و اعیان ریاضی مانند عدد، مجموعه‌های نامتناهی، خط، دایره و... بیرون از فضا و زمان، بیرون از اندیشه و ماده، و در قلمرویی مجرد (موسوم به عالم مُثُل) مستقل از هر آگاهی، فردی یا اجتماعی، وجود دارند (هرش، ۱۹۹۷ب، ۹). به بیانی شاعرانه‌تر از اِدوارد اورت [2]، (۱۷۹۴-۱۸۶۵)، دانشمند، سیاستمدار، سخنران و دیپلمات برجستهٔ آمریکایی:

> در ریاضیات محض، ما به حقایق مطلقی می‌نگریم که پیش از آنکه ستارگان سحرگاهی با هم بخوانند، در ذهن الهی وجود داشتند و تا ابد همچنان در آنجا باقی خواهند ماند، حتی زمانی که آخرین ستاره درخشان از آسمان فرو بیفتد (هرش، ۱۹۹۷ب، ۹).

در جایگاه افلاطون‌گرایی، وظیفهٔ ریاضی‌دانان کشف حقایق ریاضیاتی است که

1. Dubinsky
2. Edward Everett

مستقل از افراد وجود دارند. افلاطون‌گراها بر این باورند که همهٔ اشیا و اعیان ریاضی، چه آنهایی که ما تاکنون کشف نکرده‌ایم و چه آنهایی که هیچ‌گاه کشف نخواهند شد، همه از ازل موجود بوده‌اند. هیچ تغییری در گسترهٔ ریاضیات وجود ندارد، ما چیزها را کشف می‌کنیم و به این ترتیب دانشمان فزونی می‌یابد. اما دنیای ریاضی به‌راستی ایستاست، همواره موجود بوده است و همواره خواهد بود (صال مصلحیان، ۱۳۸۴، ۸۹). این دیدگاه، آن هم با مخالفان، تا حدود پایان قرن هجدهم تداوم یافت، زمانی که دو اتفاق رخ داد. اول، گسترش جایگزین‌هایی برای هندسه اقلیدسی، اعتبار حقیقت ابدی، یکی از ستون‌های بنیادین ریاضیات را زیر سؤال برد. دوم، برخی از ریاضی‌دانان و دانشمندان به وجود خدا اعتقاد نداشتند و دیگرانی که اعتقاد داشتند می‌خواستند ریاضیات را مستقل از هرگونه مداخلهٔ الهی در نظر بگیرند. این امر یکی از استدلال‌های اصلی در حمایت از افلاطون‌گرایی را از بین برد. پس ریاضیات از کجا می‌آید اگر از ذهن خدا نباشد؟ بسیاری فکر می‌کردند پاسخ در منطق‌گرایی نهفته است. برای دیگران، در صورت‌گرایی بود. برای برخی دیگر، در شهودگرایی. برای هرش این بدیل‌های فلسفی نمی‌توانست به طور رضایت بخشی به پرسش‌های اصلی فلسفه ریاضیات بپردازد، و این چیزی است که او را به دیدگاه انسان‌گرایی می‌رساند (دوبینسکی، ۱۹۹۹، ۱۰۶۶). به باور او، افلاطون‌گرایی نقش برجسته‌ای در توجیه نوعی نخبه‌گرایی ایفا می‌کند به‌طوری‌که این باور را القا می‌کند که «برخی افراد نمی‌توانند ریاضیات را یاد بگیرند.» در مقابل، فلسفهٔ انسان‌گرایانه، ریاضیات را با مردم، جامعه، و تاریخ پیوند می‌دهد. این فلسفه با ارزش‌های ضد نخبه‌گرایانهٔ لیبرال و تلاش‌های تاریخی برای سواد همگانی، آموزش عالی جهانی، و دسترسی همگانی به دانش و فرهنگ، سازگار است (هرش، ۱۹۹۷الف، ۱).

هرش، به عنوان یک منتقد صورت‌گرایی، بر این باور است که در فلسفه صورت‌گرایی، ریاضیات اغلب در یک شعار کوتاه خلاصه می‌شود: «ریاضیات یک بازی بی‌معنی است». به‌زعم او نمی‌توان ریاضیات را با ساده پیدا کردن قوانینی که دنبال می‌کند یا باید دنبال کند، درک کرد. حتی اگر این امکان‌پذیر باشد، به سؤالات

جالب‌تری منجر خواهد شد: این قوانین از کجا ناشی می‌شوند؟ هرش با نگاه انسان‌گرایانهٔ خود بر این باور است که این قواعد، دلخواه نیستند بلکه ریشه در تاریخ و تعاملات درونی جامعه دارند. این قواعد، در طول زمان و بر اساس نیازها، ارزش‌ها و تجربیات مشترک اعضای جامعه و نیاز او به غلبه بر محیط بیولوژیکی پیرامونش شکل می‌گیرند. ریاضیات، محصولی از فرهنگ، تاریخ و تعاملات اجتماعی است. قواعد ریاضی به‌طور طبیعی و بدون هیچ زمینه‌ای شکل نگرفته‌اند، بلکه تحت تأثیر عوامل مختلف مانند تاریخ و فرهنگ و تعاملات اجتماعی، توسعه یافته‌اند. صورت‌گرایی توضیح نمی‌دهد که یک نتیجهٔ ریاضی از کجا می‌آید، زیرا ریاضی‌دان همیشه پیش از آنکه اثبات صوری را بنویسد، نتیجه را می‌داند (دوبینسکی، ۱۹۹۹، ۱۰۶۳).

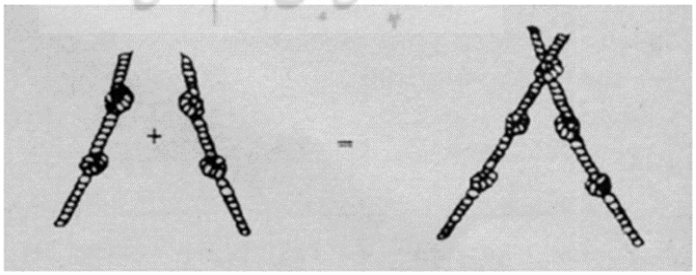
موضوع مهمی که هر فلسفه‌ای از ریاضیات باید به آن توجه کند، شهود ریاضی است. هرش بینش‌های جالبی در این زمینه ارائه می‌دهد. شهودگرایی، مجموعهٔ اعداد طبیعی را بنیان ریاضیات می‌داند و بر این باور است که تمام ریاضیات معنادار باید از طریق فرایند ساخت و ساز متناهی که از قانون طرد شق ثالث استفاده نمی‌کند به‌دست آید و بخش‌هایی از ریاضیات کلاسیک که نتواند با این فرایند ساختنی حاصل شود، بی‌معناست. هرش در مخالفت با این فلسفه بر این باور است که شهودگرایی با تجربه تاریخی، آموزشی و انسان‌شناسی مغایرت دارد و دیدگاهی مردم‌شناسانه‌ای را اتخاذ می‌کند مبنی بر اینکه شهود اعداد طبیعی واقعاً جهانی نیست. نگرش او با این یافتهٔ روان‌شناختی پیاژه[1]، اعتبار می‌یابد که ثابت کرد کودکان در ذهن خود تصوری از اعداد طبیعی بر اساس تجربیات و شیوه‌های تفکر خاص خود می‌سازند. از نظر پیاژه، برخلاف کرونکر[2]، اعداد طبیعی توسط خدا داده نشده‌اند (حداقل برای اکثر کودکان در فرهنگ غربی قبل از هفت سالگی)، بلکه از طریق تناسب و هماهنگی مفاهیم شمول مجموعه و ترتیب در ذهن ساخته می‌شود. لذا این «شهود ذاتی» به نظر می‌رسد تا سن

1. Piaget
2. Kronecker

معینی برای کودکـان غربـی در دسـترس نباشـد و اصـلاً در فرهنگ‌هـای خـاص ظـاهر نمی‌شود (دوبینسکی، ۱۹۹۹، ۱۰۶۴).

از منظر انسان‌گرایی، ساخت‌گرایی، صورت گرایی و افلاطون‌گرایی هر کدام، یـک جنبـهٔ خاص از ریاضیات را تقدیس می‌کنند و اصرار دارند که یک جنبهٔ محدود، همـان ریاضـیات است (هرش، ۱۹۹۷ب، ۲۲). تقریباً تمامی فیلسوفان ریاضی، آن را جدا از سـایر بخش‌هـا، ابدی، غیرتـاریخی و غیرانسـانی در نظـر می‌گیرنـد امـا هـرش بـرعکس، ادعـا می‌کنـد کـه ریاضیات یک عملکرد انسانی، یک پدیدهٔ اجتماعی، بخشی از فرهنگ بشـری اسـت کـه بـا تاریخ انسانی شکل گرفته و تنها در یـک زمینـهٔ اجتمـاعی قابـل درک اسـت. بـه بـاور او، اشیای ریاضی توسط انسان‌ها ایجاد می‌شوند، نه به طور دلخواه، بلکه از کار کردن بـا اشـیای ریاضی موجود و از نیازهای علم و زندگی روزمره (هـرش، ۱۹۹۷ الـف، ۱). ریاضـیات «آن بیرون» در قلمروی مجرد جدا از آگاهی انسان یا واقعیت مادی وجود نـدارد. بلکـه «در ایـن پایین» در ذهن‌های فردی ما و در آگاهی مشترک ماست (هرش، ۲۰۱۳، ۱۳).

در این دیدگاه، قوانین ریاضی تنها قراردادهایی اجتماعی‌انـد کـه درون جامعـه معنـا می‌یابند و به گفتهٔ ویتگنشتاین مسئلهٔ درستی و نادرستی یک قضیه ریاضـی هـر کجـا آن مسئله مطرح می‌شود قابل تحقیق است. در حقیقت، ریاضیات متأثر از شرایط فیزیکی، زیستی و فرهنگی حاکم بر آن جامعه است. در گذشته، اقوامی چون بومیان پرو از کیپو و زدن گره برای محاسبات استفاده می‌کردند و برایشان رابطهٔ $۵ = ۲ + ۲$ برقرار بود.



شکل ۱. گره‌هایی که حافظهٔ یک تمدن را در خود نگه‌داشته‌اند.

منبع: صال مصلحیان، ۱۳۸۴، ۳۰

ریاضیات انسان‌گرایانه، می‌کوشد قوانین ساختاری خود را همسان با شرایط فرهنگی، زیستی و فیزیکی موجود قراد دهد. در الگوی ساختاری جمع ریاضیات انسان‌گرایانه، همیشه مقدار مجموع ۲+۲ برابر۴ نیست. هر از گاهی، این الگوی ساختاری ممکن است زمانی که یک فنجان شیر را به یک فنجان ذرت بو داده اضافه می‌کنیم، به کار رود که در این صورت، مطابق با شرایط، دیگر مجموع ۱+۱ برابر۲ نیست. چرا که ذرت شیر را در خود جذب می‌کند و حاصل نه دو لیوان بلکه کمتر از دو لیوان است. اگر این الگو در زیست‌شناسی به کار برده شود، در آن جا شاید ۲+۲ بیشتر به ۶ شبیه باشد تا به ۴ (صال مصلحیان، ۱۳۸۴، ۲۸-۳۰).

با بررسی نگاه منتقدانهٔ هرش بر سه دیدگاه سنتی در فلسفه ریاضیات، درمی‌یابیم که هرچند این مکاتب در تاریخ فلسفه ریاضیات نقش مهمی ایفا کرده‌اند، اما اغلب ریاضیات را جدا از سایر بخش‌ها، ابدی، غیرتاریخی و غیرانسانی تلقی کرده‌اند. در مقابل، انسان‌گرایی پلی میان ریاضیات و فلسفهٔ قابل فهم و انسانی است. این فلسفه در تقابل با افلاطون‌گرایی با ارزش‌های ضد نخبه‌گرایانه همسو است و برخلاف صورت‌گرایی، ریشهٔ قواعد ریاضی را در تاریخ و تعاملات درونی جامعه می‌بینند. انسان‌گرایی، شهودگرایی را با تجربه تاریخی، آموزشی و انسان‌شناسی مغایر می‌بینند. طرح چنین مباحثی می‌تواند چارچوب تحلیلی لازم برای نقد دیدگاه‌های سنتی را فراهم آورد و زمینه‌ساز فهمی انسانی‌تر از ریاضیات و در پی آن بازاندیشی در روش‌های آموزش ریاضی باشد.

۳. پیشینه پژوهش

مطالعات میان‌رشته‌ای، به‌عنوان رشته دانشگاهی، از نیمه دوم قرن بیستم در پاسخ به چالش‌های نظری و پژوهشی شکل گرفت. چالش‌هایی که رشته‌های علمی موجود، به تنهایی قادر به حل آنها نبودند. بر اساس رویکرد نظری حاکم بر مطالعات میان‌رشته‌ای، از مناسبات میان جامعه‌شناسی و ریاضی، دو گرایش علمی شکل گرفته است:

دوره ۱۸، شماره ۱
زمستان ۱۴۰۴
پیاپی ۶۹

«جامعه‌شناسی ریاضی[1]» و «جامعه‌شناسی ریاضیاتی[2]». جامعه‌شناسی ریاضی، به مطالعهٔ ارتباط جامعه با دانش ریاضی می‌پردازد. دانشمند این حوزه می‌کوشد ریشه‌ها و زمینه‌های اجتماعی شکل‌گیری مقولات ریاضی را استخراج نماید و نشان دهد چگونه ساختارهای اجتماعی در شکل‌گیری قضایا و روابط ریاضی نقش دارند (شریفی و حبیبی، ۱۴۰۴، ۵۳).

به باور محققین این حوزه، اثبات ریاضی، مفهومی مطلق نیست، بلکه در طول تاریخ تغییر کرده است. عوامل جامعه‌شناختی گاه بسیار مؤثرتر از عوامل ریاضی در این تغییرات سهیم بوده‌اند (مقدم حیدری، ۱۳۸۶، ۱۵).

جامعه‌شناسی ریاضی را می‌توان در دستهٔ رویکردهای فلسفی رشته جامعه‌شناسی قرار داد که سعی می‌کند ریشه‌های اجتماعی ریاضی و همچنین تأثیر ریاضیات بر جامعه را فهم کند. «جامعه‌شناسی ریاضیاتی» رویکردی کاربردی و عملیاتی است که برخلاف جامعه‌شناسی ریاضی، بجای پرداختن به ریشه‌های اجتماعی و زمینه‌های فرهنگی شکل‌گیری قضایا و مدل‌های ریاضی، به اهمیت کاربست مدل‌های ریاضی در جامعه‌شناسی می‌پردازد (شریفی و حبیبی، ۱۴۰۴، ۵۴). تحلیل شبکه‌های اجتماعی یکی از مهم‌ترین کاربردهای این شاخهٔ علمی است که کمک‌رسان فهم تعاملات اجتماعی و ساختارهای کلان اجتماعی است. در این میان، جامعه‌شناسی ریاضی پیکری بسیار نحیف دارد و کمتر مورد توجه جامعه‌شناسان علم قرار گرفته است. شاید نخست از این رو که کمتر کسی می‌تواند تصور کند که عوامل اجتماعی بر چگونگی پیدایش نظریه‌های ریاضی، محتوای آنها و ارزیابی میانشان اثر می‌گذارد و دوم این‌که لازمهٔ کار در این حوزه، آگاهی بر ریاضی و روش‌های اثبات را می‌طلبد که خود به تجربه در حوزهٔ فعالیت ریاضی نیازمند است (قلی‌زاده، ۱۳۸۹). فلسفه انسان‌گرایانه با برجسته کردن معنای اجتماعی، تاریخی و فرهنگی ریاضیات، می‌تواند بر غنای این پیکره بیفزاید.

1. Scicology of Mathematics
2. Mathematical Scicology

دکتر سیاوش شهشهانی در نقد کتاب جامعه‌شناسی اثبات ریاضی (مقدم حیدری، ۱۳۹۶) می‌نویسد:

> در بیرون جامعهٔ ریاضی، بیشتر این تصور جزمی وجود دارد که فرایند اثبات در ریاضیات مفهومی پایدار و مستقل از مقتضیات مکان و زمان، پسندهای شخصی و گروهی و تحولات دانش بشر در طول اعصار است. هر چند در ریاضیات (به نسبت دیگر شاخه‌های دانش بشری) اجماع نظر بیش‌تری دربارهٔ اعتبار احکام وجود دارد، مفهوم اثبات دستخوش تحولات تاریخی و درگیر ملاحضات جدی فلسفی، آموزشی و جامعه‌شناختی بوده و هست. نوشتهٔ حاضر می‌کوشد توجه خواننده را به وجود مناقشه در این زمینه جلب کند.

این کتاب به بررسی ابعاد فلسفی و جامعه‌شناختی فرایند اثبات در ریاضیات می‌پردازد و نشان می‌دهد که اثبات ریاضی تحت تأثیر عوامل اجتماعی و تاریخی است.

از جمله عواملی که سبب شده جامعه‌شناسی معرفت ریاضی کمتر توسعه یابد، می‌توان به این تصور فراگیر اشاره کرد که ریاضی‌دانان در زمان ارائهٔ یک نظریه یا سنجش آن، همچون پیکره مرد متفکر رودن، سرد و سخت و بی‌روح هستند و احساسات، هیجان‌ها، باورهای دینی و منافع شغلی هیچ تأثیری در آنها ندارند. ریشهٔ این باور بر باور دیگری استوار است که مطابق آن ریاضیات بر پایهٔ اثبات‌های سخت و صلب بنا شده است و اعتبار مسحور کنندهٔ معرفت ریاضی به سبب همین اثبات‌های متقن است...؛ اما باید در نظر داشت که مفهوم «اثبات» مفهومی صلب و مطلق نیست، بلکه در طول تاریخ تغییر کرده است و عوامل این تغییر و تحول نه تنها پژوهش‌های ریاضی بلکه، عوامل جامعه‌شناختی نقشی بس مؤثرتر از عوامل ریاضی داشته‌اند» (مقدم حیدری، ۱۹۹۸).

از جمله دیگر کتاب‌ها و مقالاتی که در این حوزهٔ نوظهور نگاشته شده است، می‌توان به مقاله‌ای با عنوان «فرهنگ‌های اثبات کردن» و کتاب مبانی روش شناسی مردم نگارانهٔ ریاضیات (لیوینگستون[1]، ۱۹۸۶ و ۱۹۹۹) و کتاب ریاضیات در جامعه و تاریخ: الزامات جامعه‌شناختی (رستیو[2]، ۱۹۹۲) اشاره نمود.

1. Livingston
2. Restivo

هرش در اثر خود در زمینهٔ فلسفه انسان‌گرایانه (هـرش، ۱۹۹۷ب)، تفکـرات اصـلی خود را در مورد ماهیت انسانی و اجتماعی ریاضیات مطرح می‌کند. نقـدهای بسـیاری بـر آثار او نوشته شده است. دوبینسکی این اثر فلسفی را جالب توجه و خوش‌خـوان دانسـته و به نقد آن می‌پردازد. او به این ادعـای هـرش اشـاره می‌کنـد کـه «غیـر منتظـره نیسـت کـه فلسفه‌ای [فلسفه انسان‌گرایانه] که از نظر معرفت‌شناسی برتر اسـت، از نظـر آموزشـی نیـز برتر باشد»، اما دلایل کافی برای توجیه این ادعا نمی‌یابد. (دوبینسکی، ۱۹۹۹، ۱۰۶۴).

صال مصلحیان (۱۳۸۴) نیز در بخشـی از کتـاب فلسـفه ریاضـی بـه معرفـی فلسـفه خطاگرای ریاضیات می‌پردازد که انسان‌گرایی، یکی از شریان‌های اصلی این فلسفه است.

اروینگ گافمن (۱۴۰۰) در کتاب نمود خود در زندگی روزمـره، مفـاهیم «جلـو» و «پشت» را که اصالتاً در مورد رستوران‌ها و تئاترها به کـار می‌رفتنـد، بـه تمـام نهادهـای اجتماعی تعمیم داد. با بهره‌مندی از مطالعات پیشین، این مقاله در پـی آن اسـت کـه بـه بررسی پیوندی میان دیدگاه هرش بـا مفـاهیم نمایشـی گـافمن بپـردازد. رویکـردی کـه ظرفیت ایجاد بستری میان‌رشته‌ای را داراست. و به دنبال آن، به مطالعـهٔ ارتبـاط پـذیرش اسطوره‌ها در ریاضیات با مفاهیم نمایشی بپردازد (هرش، ۱۹۹۷ب، ۳۵-۳۹ و هـرش، ۲۰۱۳، ۳۵-۳۹). مسئله‌مندی و ضرورت طرح رویکرد انسان‌گرایانه بـه ریاضـیات در جامعه ایران، از چند منظر قابل بررسی است:

بازاندیشی در نگاه سنتی به ریاضیات: توجه به چشم‌انداز انسان‌گرایانه بـه ریاضـیات، می‌تواند در اصلاح و تلطیف و تغییر دیدگاه‌های مرسوم سنتی به ریاضیات، به‌عنوان یک ابزار صرف علمی نقش بسزایی داشته باشد. دیدگاه انسان‌گرایی می‌کوشد ریاضـیات را از قالبی انتزاعی خـارج نمـوده و آن را بـه دنیـای انسـانی مـرتبط سـازد. ایـن رویکـرد، ریاضیات را از حقیقتی مطلق به پدیـده‌ای قابـل تفسـیر بـدل می‌کنـد کـه در تعامـل بـا انسان‌ها و جوامع معنا می‌یابد و به ما امکان می‌دهـد ابعـادی فراتـر از جنبـه‌های صـرفاً ذهنی و فیزیکی از ریاضیات بیابیم و آن را در بسـترهای اجتمـاعی، تـاریخی و فرهنگـی درک کنیم. انسان‌گرایی در تقابل با این باور که «برخی افراد نمی‌تواننـد ریاضـیات را یـاد

بگیرند»، ریاضیات را با مردم، جامعه، و تاریخ پیوند می‌دهد. این فلسفه با ارزش‌های ضد نخبه‌گرایانهٔ لیبرال و تلاش‌های تاریخی برای سواد همگانی، آموزش عالی فراگیر، و دسترسی همگانی به دانش و فرهنگ، هم‌ساز است.

زمینه‌سازی رشته‌های میان‌رشته‌ای: پرداختن به نقش اجتماعیات در ریاضیات می‌تواند پشتوانه علمی و دانشگاهی مقومی برای شکل‌دهی به گرایش‌های علمی میان رشته‌ای مانند جامعه‌شناسی ریاضی و جامعه‌شناسی ریاضیاتی در ایران باشد. گرایش‌هایی که با وجود اهمیت، حداقل در قالب واحدهای درسی نیز نمود پیدا نکرده‌اند (شریفی و حبیبی، ۱۴۰۴، ۶۸).

تأثیر چشم‌انداز انسان‌گرایانه بر آموزش ریاضیات: انسان‌گرایی یکی از شریان‌های اصلی فلسفهٔ خطاگرای ریاضیات است. این رویکرد متفاوت شبه تجربی، دانش ریاضی را نه یک ساختار ابدی و فراتاریخی بلکه تا به ابد هم در مفاهیم و هم در برهان‌ها قابل تجدید نظر می‌داند. ریاضیات می‌تواند همچون علوم تجربی در نظر گرفته شود که با خطاها بوجود آمده و با تصحیح و بازسازی آنها پیشرفت می‌کند. ریاضیات، علمی صددرصد درست نیست ولی برخلاف علوم تجربی و سایر حوزه‌های معرفت بشری، دانشی عاری از تناقض است (صال مصلحیان، ۱۳۸۴، ۲۹). در بیشتر بخش‌های اواخر قرن بیستم، مبانی نظری آموزش ریاضی، ریاضیات و روان‌شناسی بودند. اما در دو دهه گذشته، رشته‌های دیگری همانند فلسفه، جامعه‌شناسی و زبان‌شناسی اهمیت بیشتری یافتند. رویکرد مردم‌شناسانه در فلسفه انسان‌گرایی می‌تواند با اثرگذاری بر آموزش ریاضیات، نگاه مطلق‌گرایانه به ریاضیات را تعدیل نموده و از اضطراب حاصل از تصویری که ریاضیات را حق محض جلوه می‌دهد، بکاهد. تجربه‌ای که بسیاری از دانش‌آموزان در طول سال‌های تحصیل خود داشته‌اند، تصویر مطلق‌گرایانه به ریاضیات را تأیید می‌کند–دانشی سرد، مطلق و غیرانسانی (ارنست[1] و دیگران، ۲۰۱۶).

1. Ernest

۴. روش پژوهش

مطالعهٔ حاضر که به شیوهٔ تحلیلی ـ توصیفی و با استفاده از منابع کتابخانه‌ای نوشته شده، می‌کوشد به تبیین رهیافتی جامعه شناختی در دیدگاه انسان‌گرایانهٔ روبن هرش بپردازد. چنانچه پیش‌تر اشاره شد، در این مقاله خواهیم دید چگونه هرش با بهره‌مندی از نظریه گافمن، مفهوم «جلو» و «پشت» را برای ریاضیات مطرح می‌کند و از بسیاری از اسطوره‌های ریاضی پرده برمی‌دارد. پرسش‌های اصلی مقالهٔ حاضر عبارت‌اند از: ۱) روبن هرش از چه رهیافت جامعه‌شناختی در بیان دیدگاه فلسفی خود بهره برده است؛ ۲) اسطوره‌ها در ریاضیات از منظر هرش کدامند و او چگونه پذیرش این اسطوره‌ها را به رویکرد جامعه‌شناختی مورد نظر خود اتصال می‌دهد.

۵. یافته‌ها

در این بخش، در ابتدا به نحوهٔ بهره‌مندی روبن هرش از نظریه جامعه‌شناختی اروینگ گافمن در بیان دو مفهوم «جلو» و «پشت» در ریاضیات می‌پردازیم.

۵-۱. ریاضیات یک جلو و پشت دارد

بر اساس استعارهٔ نمایشی گافمن، وقتی فعالیت انسان در حضور افراد دیگر روی می‌دهد، پاره‌ای از جنبه‌های فعالیت به شکلی نمایشی مورد تأکید قرار می‌گیرند و در آنچه «جلوی صحنه» نامیده می‌شود، نمایان می‌شوند. جنبه‌های دیگر، که احتمال دارد برداشت ایجاد شده را بی‌اعتبار کنند، سرکوب می‌شوند. این حقایق سرکوب شده در صحنه‌ای دیگر، در یک «منطقه پشتی» یا «پشت صحنه» پدیدار می‌شوند (گافمن، ۱۴۰۰، ۱۲۸). منطقهٔ جلو یا جلوی صحنه جایی است که یک اجرای خاص می‌تواند در آن ارائه شود یا در حال ارائه شدن باشد. و منطقهٔ پشت یا پشت صحنه جایی است که کنش‌های مرتبط اما مغایر با ظاهر اجرا در آن رخ می‌دهند (گافمن، ۱۴۰۰، ۱۵۱).

پشت صحنهٔ اجرا معمولاً در مجاورت پشت صحنه قرار می‌گیرد و مجری‌ای که در جلوی صحنه قرار دارد می‌تواند در حال ارائهٔ اجرا از حمایت پشت صحنه برخوردار

شود و اجرای خود را برای مقاطع کوتاه استراحت موقتاً متوقف کند. به‌طور کلی، پشت صحنه جایی است که مجری می‌تواند با یقین انتظار داشته باشد که هیچ عضوی از حضار وارد آن نمی‌شوند. از آن‌جا که رازهای حیاتی نمایش از پشت صحنه نمایان‌اند و از آن‌جا که مجریان در پشت صحنه از قالب نقش خود خارج می‌شوند، انتظار می‌رود مسیر عبور از جلو به پشت صحنه برای عموم مسدود شود یا کل پشت صحنه از دید آنها پنهان بماند (گافمن، ۱۴۰۰، ۱۳۰).

به باور گافمن ، در سرتاسر جامعهٔ غربی یک زبان غیررسمی یا پشت صحنه و یک زبان جلوی صحنه، یعنی وقتی اجرا در حال ارائه است، موجود است. زبان پشت صحنه از نمونه‌های گوناگون کنش‌های غیررسمی تشکیل می‌شود: با نام کوچک صدا زدن، دری‌وری گفتن، لباس‌های نامرتب و غیررسمی و غیره. زبان جلوی صحنه را می‌توان به مثابهٔ فقدان (در برخی موارد ضد) موارد فوق قلمداد کرد. پس به طور کلی در رفتار پشت صحنه نمایش برخی اعمال جزیی که ممکن است به آسانی نماد صمیمیت و عدم احترام برای دیگرانِ حاضر و برای منطقه تلقی شود مجاز است، در حالی که رفتار جلوی صحنه چنین اعمال بالقوه توهین‌آمیزی را بر نمی‌تابد (گافمن، ۱۴۰۰، ۱۴۵). در واقع، مجریان در پشت صحنه به طریقی نسبتاً غیررسمی، آشنا و با خونسردی کنش می‌کنند و در زمان ارائهٔ اجرا محافظه‌کار می‌شوند (گافمن، ۱۴۰۰، ۱۴۸).

به بیانی دیگر، جلو منطقه‌ای است که عموم مردم به آن راه دارند، جایی که به عموم خدمت‌رسانی می‌شود. پشت منطقه‌ای است که به پیشه‌کاران محدود می‌شود و از ورود عموم جلوگیری می‌شود، جایی که تدارکات برای ارائهٔ خدمات انجام می‌شود. به عنوان مثال، در یک رستوران، منطقه سرو غذا «جلو» است. آشپزخانه «پشت» است. در یک تئاتر، صحنهٔ جلویی برای تماشاگران است. پشت صحنه برای بازیگران و دست اندرکاران صحنه است. در جلو، بازیگران (پیشخدمت‌ها) لباس (فرم) می‌پوشند. در پشت، آن‌ها لباس‌های دیگری می‌پوشند یا لباس غیررسمی می‌پوشند. گافمن، مفاهیم «جلو» و «پشت» را که اصالتاً در مورد رستوران‌ها و تئاترها به کار می‌رفتند، به تمام

نهادهای اجتماعی تعمیم داد. در دانشگاه، کلاس‌ها و کتابخانه‌ها بخش جلویی هستند که در آنجا به عموم (دانشجویان) خدمت می‌شود. اما اتاق‌های رئیس و معاونان بخش پشتی هستند که در آنجا محصولات (کلاس‌ها و دوره‌ها) آماده می‌شوند. هیچ چیز ناخوشایندی در این جداسازی وجود ندارد. این یک ضرورت عملی است. گافمن مثال‌هایی می‌زند که در آن تار شدن مرز بین «جلو» و «پشت» اسباب زحمت می‌شود. به عنوان نمونه، یک پمپ بنزین که مشتریان آن احساس می‌کنند آزادند به انبار ابزار وارد شوند و خودشان آچار به‌دست شوند (هرش، ۱۹۹۷ب، ۳۵ و هرش، ۲۰۱۳، ۳۵).

جورج اورول[1]، در کتاب آس و پاس در پاریس و لندن (اورول، ۱۴۰۴)، در بیان خاطرات خود از زندگی در پاریس و لندن، به تجربیات خود به عنوان یک ظرفشوی نیز اشاره می‌کند. هنگامی که انسان می‌تواند شاهد یک فرو ریختن حیرت‌انگیز در، و خارج شدن حیرت‌انگیز از، شخصیت باشد. گافمن تفاوت رفتار پیشخدمت در جلو و پشت صحنه و تغییر ناگهانی ظاهری و رفتاری پیشخدمت از آلودگی و کلافگی پشت صحنه به رفتار ظریف و روحانی مانند در جلوی صحنه را از اورول نقل قول می‌کند:

> دیدن پیشخدمتی که وارد سالن غذاخوری هتل می‌شود، آموزنده است. به محض عبور از در، تغییر ناگهانی در او ایجاد می‌شود. حالت شانه‌هایش تغییر می‌کند. تمام آلودگی و عجله و کلافگی در یک لحظه از بین رفته است. او با حالتی موقر و رسمی، مانند یک کشیش روی فرش به آرامی راه می‌رود... او وارد سالن غذاخوری شد و با ظرفی در دست، با ظرافتی مثال‌زدنی، مانند یک قو از آن عبور کرد (گافمن، ۱۴۰۰، ۱۳۸).

پیشخدمتی که این کار را انجام می‌دهد ناخودآگاه و به طور خودکار عمل می‌کند. اگر این دوگانگی شخصیتی به او گوشزد شود، وجود آن را تصدیق می‌کند. اما در روال عادی کارها، او فقط به انجام وظایف خود به عنوان یک پیشخدمت می‌پردازد. او آگاهانه نقشی نمایشی ایفا نمی‌کند یا کسی را فریب نمی‌دهد(هرش، ۲۰۱۳، ۳۵).

هدف از جداسازی جلو از پشت، تنها جلوگیری از دخالت مشتریان در فرایند پخت و

1. George Orwell

پز نیست. بلکه جلوگیری از آگاه شدن بیش از حد آنها در مـورد روش‌هـا و اسـرار پخـت‌وپز هم است. همهٔ کسانی که در جلو هستند می‌دانند هنرپیشهٔ نقش اصلی زن از لـوازم آرایشـی استفاده می‌کند. اما نمی‌دانند او واقعاً بدون این‌ها چـه شـکلی اسـت. مشـتریان غـذاخوری می‌دانند چه چیزهایی باید در فلان غذای خوشمزه باشد. اما مطمئن نیستند که در واقـع چـه چیزهایی در آن ریخته شده است (هرش، ۱۹۹۷ب، ۳۶؛ هرش، ۲۰۱۳، ۳۶).

فلسـفهٔ جریـان اصـلی، تنهـا جلـوی ریاضـیات و جنبـهٔ آشـکار آن را بـه رسـمیت می‌شناسد. امـا درک جلـوی ریاضـیات بـدون توجـه بـه پشـت آن و درک جنبـهٔ پنهـانی امکان‌پذیر نیست. ریاضیات دارای پیشینه‌ای تاریخی است. نهادینه شـده اسـت. منتشـر می‌شود و آموزش داده می‌شود. بی تردید، ریاضیات به عنوان یک نهـاد اجتمـاعی، یـک واقعیت است (هرش، ۲۰۱۷، ۳۶۲). ریاضیات تنها یک هنر و یک علـم نیسـت، یـک نهاد اجتماعی نیز هست که دارای بودجه‌ها، مدیریت‌ها، انتشـارات، کنفرانس‌هـا، رتبـه، جایگاه، جوایز و کمک‌های مالی است (هرش، ۱۹۹۷ب، ۳۸).

همانند سایر نهادهای اجتماعی، ریاضیات نیز «جلو» و «پشت» خود را دارد. اما نه «مناطق» به معنای لغوی و فیزیکی، مانند یک سالن غذاخوری و آشـپزخانه. ریاضـیات لزوماً با هیچ محیط فیزیکی خاصی مرتبط نیسـت. ایـن فقـط نـوع خاصـی از عملکـرد است. بنابراین «جلو» و «پشت» آن انـواع یـا جنبـه‌هایی خـاص از عملکـرد ریاضـیاتی خواهد بود، جنبه‌های عمومی و خصوصی، یا بخشی که به «بیرونی‌ها» (جلـو صـحنه) ارائه می‌شود در مقابل بخشی که به طور معمول به «درونی‌ها» (پشت صـحنه) محـدود می‌شود. به این معنا، جلوی ریاضیات همان ریاضیات در شـکل نهـایی و منتشـر شـده است- همانطور که در کلاس‌های درس، کتاب‌های درسـی و مجـلات بـه عمـوم ارائـه می‌شود. عقب، ریاضیاتی است کـه میـان ریاضـی‌دانان در محیط‌هـای غیررسـمی و در گفتگوهای خودمانی، در دفتری پشت درهـای بسـته یـا میزهـای کافـه روایـت می‌شـود (هرش، ۱۹۹۷ب: ۳۶ و هرش، ۲۰۱۳: ۳۶). به بیانی دیگر، در ریاضیات، جلو شـامل نتایج صیقل‌خورده و بی‌عیب و نقصی است که ما به جهان (از جملـه دانش‌آموزانمـان)

نشان می‌دهیم و پشت آن، شامل کارهایی است که ما برای به‌دست آوردن آن نتایج انجام می‌دهیم (دوبینسکی، ۱۹۹۹: ۱۰۶۴).

جلو به زیرمناطق درجهٔ یک، درجهٔ دو و حتی درجهٔ سه تقسیم می‌شود. به عنوان مثال، یک رستوران ممکن است هم یک تالار پذیرایی و هم یک بوفه داشته باشد. یک تئاتر دارای جایگاه لژ، ارکستر و بالکن است. عموم ریاضیات شامل ریاضی‌دانان حرفه‌ای، دانشجویان تحصیلات تکمیلی و دانشجویان کارشناسی است (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۶ و هرش، ۲۰۱۳، ۳۶).

پشت نیز برای کارایی و راحتی به زیرمناطق تقسیم می‌شود. در یک رستوران، قلمروهای سرآشپز سالاد، سرآشپز شیرینی پزی، ظرفشوی و غیره وجود دارد. ریاضی‌دانان به نظریه‌پردازان گروه‌های متناهی، متخصصین جبر خطی عددی، توپولوژیست‌های دیفرانسیل غیراستاندارد و موارد دیگر تقسیم می‌شوند (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۶).

ریاضیات «جلویی»، رسمی، مختصر و مفید، مرتب و مجرد است. به وضوح به تعاریف، قضایا و تذکرات تقسیم می‌شود. برای هر پرسشی پاسخی وجود دارد، یا دست‌کم، یک برچسب مشخص: «سؤال باز». هدف در ابتدای هر فصل ذکر شده و در پایان تحقق می‌یابد. در مقایسه با ریاضیات «جلو»، ریاضیات «در پشت»، پراکنده، غیررسمی، شهودی و آزمایشی است. ما این یا آن را امتحان می‌کنیم، می‌گوییم «شاید» یا «به نظر می‌رسد» (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۶ و هرش، ۲۰۱۳، ۳۶). جورج پولیا، در مقدمهٔ کتاب ریاضیات و استدلال منطقی (پولیا، ۱۹۵۴) در این مورد می‌گوید:

> ریاضیاتی که در قالب نهایی ارائه می‌شود به نظر کاملاً اثباتی می‌آید و تنها شامل اثبات‌هاست. با این حال ریاضیات در حال تکوین، خود شبیه هرگونه دانش انسانی دیگر در حال شکل‌گیری است. باید قبل از اثبات کردن، یک قضیه ریاضی را حدس زد. باید ایده اثبات را قبل از انجام جزئیات تصور کرد؛ باید مشاهدات را ترکیب کرد و قیاس‌ها را دنبال کرد؛ باید دوباره تلاش کرد و دوباره (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۶).

فلسفهٔ جریان اصلی نمی‌داند ریاضیات یک پشت دارد. ریاضیات نهایی‌شده، منتشر شده - بخش جلو - به عنوان یک موجودیت مستقل و خودبسنده دریافت می‌شود که گویی هیچ وابستگی یا ارتباطی با فرایندهای پنهان، پیش‌نیازها یا زمینه‌های تاریخی و اجتماعی ندارد. بدتر اینکه، این فلسفه به جلوی واقعی – به مقالات و رساله‌های واقعی - توجه نمی‌کند. این فلسفه متون ایدئال شده را همان‌طور که منطق‌دانان می‌خواهند، مورد بررسی قرار می‌دهد، نه متون ریاضی را همان‌گونه که هستند و باید باشند. این موضوع به اندازه‌ای نامعقول است که می‌توان آن را با این مثال مقایسه کرد که یک منتقد رستوران ندانسته باشد که در یک رستوران آشپزخانه‌ای وجود دارد و یا یک منتقد تئاتر از وجود جایی به عنوان پشت صحنه بی‌خبر باشد (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۶؛ هرش، ۲۰۱۳، ۳۶).

فلسفهٔ جریان اصلی فقط به «جلو» مربوط می‌شود، در حالی که انسان‌گرایی اصرار دارد که ما بر «پشت» تمرکز کنیم. وقتی هرش به «عقب» نگاه می‌کند، درمی‌یابد که ریاضیات خطا ناپذیر نیست، زیرا ریاضی‌دانان اشتباه می‌کنند. در واقع، او اشاره می‌کند که برخی از اثبات‌ها آنقدر طولانی و پیچیده هستند که مشخص نیست که کسی بتواند با قطعیت بگوید که درست هستند (دوبینسکی، ۱۹۹۹، ۱۰۶۴). ریاضیات فرایندی انسانی است و گاهی آسیب‌پذیر، نه یک حقیقت مطلق و بدون خطا.

بر اساس آنچه بیان شد، ریاضیات نیز همانند سایر نهادهای اجتماعی «جلو» و «پشت» خود را دارد که جنبه‌هایی خاص از عملکرد ریاضیاتی‌اند. جلوی ریاضیات، شامل نتایج صیقل‌خورده و بی‌عیب و نقصی است که ما به جهان نشان می‌دهیم و پشت آن، شامل کارهایی است که ما برای به‌دست آوردن آن نتایج انجام می‌دهیم. درک جلوی ریاضیات بدون توجه به پشت آن و درک جنبه‌های پنهانی ممکن نیست.

۵-۲. اسطوره‌ها

در این بخش، برخی از اسطوره‌های رایج دربارهٔ ریاضیات از منظر هرش بیان می‌شود. پذیرش این اسطوره‌ها به این بستگی دارد که فرد در جلو یا پشت صحنهٔ ریاضیات قرار داشته باشد.

همان‌گونه که اشاره شد، مقصود از جداسازی میان جلو و پشت، تنها پیش‌گیری از دخالت مشتریان در فرایند پخت و پز نیست. بلکه همچنین مانعی است برای آگاهی بیش از حد مشتریان از آنچه در آشپزخانه می‌گذرد. همهٔ کسانی که در جلو هستند می‌دانند هنرپیشهٔ نقش اصلی زن از لوازم آرایشی استفاده می‌کند. اما احتمالاً تصویر واقعی او را بدون آن تصور نمی‌کنند. مشتریان اطمینان ندارند چه چیزهایی در فلان غذای خوشمزه ریخته شده است.

هرش این وضعیت را بدین‌گونه توصیف می‌کند که جدایی جلو/پشت این امکان را فراهم می‌سازد که اسطوره‌ای دربارهٔ طعم غذا و راز خوشمزگی آن یا رنگ چهره و زیبایی هنرپیشه نقش اصلی زن به وجود آید. منظور ما از اسطوره صرفاً پذیرش بی‌چون و چرای نمایشی است که از جلو دیده می‌شود؛ نادیده گرفتن این واقعیت که این نمایش «جلو صحنه» در «پشت صحنه» و در پشت، ساخته یا پرداخته شده است. این نوع اسطوره، به اجرا در جلو به عنوان واقعیت نگاه می‌کند و بی‌خبر از آنچه در پشت صحنه اتفاق افتاده است، آن را به سادگی می‌پذیرد. یک اسطوره به‌خودی خود بد نیست. دارای قدرت استعاری یا تمثیلی است. اسطوره، در بسیاری از موارد، به لذت مشتری از اجرا می‌افزاید. حتی ممکن است برای اجرا ضروری باشد (هرش، ۱۹۹۷ب، ۳۷).

به طور کلی، یک اسطوره، داستانی است که دارای نوعی قدرت تمثیلی یا استعاری است؛ این داستان به معنای واقعی کلمه حقیقت ندارد، اما در گذار نسل‌ها همچنان باقی می‌ماند. به عنوان نمونه، اسطورهٔ حق الهی پادشاهان چنین بود. همچنین اسطوره‌های کریسمس، عید پاک و البته، اسطوره‌های مشابه در سایر مذاهب نیز از همین دسته‌اند. ریاضیات نیز اسطوره‌های خاص خود را دارد. یکی از معیارهای نانوشته که حرفه‌ای را از تازه‌کار، فرد درونی (پشت صحنه) را از فرد بیرونی (جلوی صحنه) جدا می‌کند این است که بیرونی‌ها تحت تأثیر اسطوره‌ها قرار می‌گیرند و فریب می‌خورند، اما درونی‌ها چنین نیستند (هرش، ۲۰۱۳، ۳۶-۳۷).

هرش چند اسطورهٔ ریاضی را توصیف می‌کند:

اول، اسطوره اقلیدس[1]: این باور است کـه کتـاب اصـول اقلیـدس حـاوی حقـایقی روشن و غیرقابل انکار درمورد جهان است. امروزه دانشجویان پیشرفتهٔ هندسـه، و یقینـاً ریاضـی‌دانان حرفـه‌ای، بـه خـوبی می‌داننـد کـه اصـول موضـوعه اقلیـدس، نـامفهوم، اثبات‌هایش ناقص و نتایجش تنها به مواردی بسیار محدود و خاص اختصـاص دارد. بـا این وجود، در مدارس متوسطه، در نسخه‌های ساده شده‌ای از کتاب، نسخه‌هایی کـه بـه طور معمول فقط هندسه مسطحه را پوشش می‌دهند وحتی به دستاوردهای چشـمگیر او در هندسه فضایی اشاره‌ای نمی‌کنند، اقلیدس همچنان به عنوان الگوی آرمانی ریاضیات محض و اثبات دقیق و محکم شناخته می‌شود (هرش، ۲۰۱۳، ۳۷).

به همین ترتیب، تصور آرمانی که در مورد آیزاک نیوتن[2] در قرن هجدهم ایجاد شد، به عنوان یک اسطوره دست نخورده است. شاعر مشهور انگلیسی، الکساندر پـوپ[3]، در وصف نیوتون چنین سروده است:

«طبیعت و قوانین آن در تاریکی شب پنهان بودند؛ خداوند گفت، بگذار تـا نیوتـون بیایـد! سـپس جهان، سراسر نور شد.»

واقعیت تاریخی پیچیدهٔ نیوتن حتی در میان افـراد باسـواد ریاضـی تقریبـاً ناشـناخته است. و همینطـور اسـطوره‌های راسـل[4]، بروئـر[5]، و بوربـاکی[6]، در مـورد منطـق‌گرایی، شهودگرایی و صورت‌گرایی (هرش، ۱۹۹۷ب، ۳۷).

اسطوره‌های کلی‌تر از نگاه هرش عبارت‌اند از:

وحدت یا یکپارچگی[7]: تنها یک ریاضیات وجود دارد، که اکنون و برای همیشه تقسیم ناپذیر است. ریاضیات یک کل واحد و جدا نشدنی است.

---

1. Euclid
1. Isaac Newton
2. Alexander Pope
3. Russell
4. Brouwer
5. Bourbaki
6 Unity
7. Universality

جهان‌شمولی: ریاضیاتی که می‌شناسیم، تنها ریاضیاتی است که می‌تواند وجود داشته باشد. اگر موجودات فضایی سبز کوچک از اختروَش کتاب‌های ریاضی خود را برای ما بفرستند، دوباره خواهیم یافت: $A=\pi r^2$

قطعیت[1]: ریاضیات روشی به نام «اثبات» یا گاهی «اثبات دقیق» دارد که در آن با فرض درستی مقدمات یا گزاره‌های ابتدایی، می‌توان به قطعیت مطلق در مورد نتایج دست یافت.

عینیت یا واقع‌گرایی: حقیقت یا معرفت ریاضی برای همه یکسان است. مهم نیست چه کسی آن را کشف می‌کند. حقیقت دارد، چه کسی آن را کشف کند یا نکند (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۷-۳۸ و هرش، ۲۰۱۳، ۳۷).

مقصود از اسطوره خواندن باورهای فوق، الزاماً نادرستی‌شان نیست. یک اسطوره لازم نیست نادرست باشد تا یک اسطوره تلقی شود. نکته این است که این باورها نقشی در پشتیبانی یا اعتباربخشیدن به برخی از نهادهای اجتماعی ایفا می‌کنند. درستی یا نادرستی‌شان اهمیتی ندارد و به احتمال زیاد قابل تعیین هم نیست. به عنوان مثال، چه کسی می‌تواند بگوید که آموزهٔ حق الهی پادشاهان نادرست است؟ در حالی که راهی به ضمیر خداوند نیست، این باور هرگز نمی‌تواند به یقین اثبات یا نفی گردد. با این همه، باوری سودمند در عصر خود بود که هدفی را دنبال می‌کرد.

چهار اسطورهٔ فوق تقریباً به‌طور جهانی پذیرفته شده‌اند، اما بدیهی یا خوداثبات نیستند. می‌توان آنها را زیر سؤال برد، به آنها شک کرد یا ردشان کرد. عده‌ای هم آنها را رد می‌کنند. این آموزه‌ها، هراندازه هم رایج و رسمی باشند، اما افراد پشت صحنه به‌صورت تحت‌اللفظی و بدون هیچ تعبیری یا ساده‌لوحانه آنها را نمی‌پذیرند (همچنان‌که یک پیشخدمت یا یک دستیار صحنه احتمالاً در مورد محتوای خورش یا رنگ چهره بازیگر زن جوان شک می‌کند و به سادگی نمی‌پذیرد آنچه می‌بیند، واقعیت کاملی است) (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۸ و هرش، ۲۰۱۳، ۳۷).

---

1. Certainty
2. Objectivity

بخشی از کار آماده‌سازی ریاضیات برای ارائه عمومی، چه در قالب چاپی و چه به صورت حضوری، این است که همهٔ نکات مبهم و حل‌نشده را حذف کنیم. اگر در مورد اثبات یک قضیه اختلاف نظر وجود داشته باشد، آن قضیه در متن گنجانده نمی‌شود. سبک استاندارد و رسمی ارائه ریاضیات، آن را از جنبه‌های شخصی، بحث‌برانگیز و ایده‌های آزمایشی پاک می‌کند و اثری تولید می‌کند که رد پای اندکی از انسانی بودن در آن باقی مانده است. این همان نسخهٔ ریاضیاتی «جلو صحنه» است. بدون آن، اسطوره‌ها هاله و قدرت تأثیرگذاری خود را از دست می‌دهند. اگر ریاضیات به همان سبکی که خلق می‌شد ارائه می‌شد و پیچیدگی‌های فرایند ایجاد و توسعه آن آشکار می‌شد، کمتر کسی به جهان شمولیت، وحدت، قطعیت و واقع گرایی آن باور داشت. این اسطوره‌ها باورهایی هستند که به عنوان پایه‌هایی برای توجیه و حمایت از ریاضیات به عنوان نهادی اجتماعی عمل می‌کنند (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۸ و هرش، ۲۰۱۳، ۳۸).

هرش در ادامه به بررسی منتقدانهٔ اسطوره‌های بالا پرداخته و اسطوره بودنشان را با دلایلی توجیه می‌نماید:

> از دیدگاه پشت صحنه، در مورد اولین اسطوره، وحدت، چه می‌توان گفت؟ گاهی اوقات ریاضی‌دانان محض و کاربردی با هم تعامل دارند، اما بیشتر اوقات از کار یکدیگر بی‌اطلاع‌اند و برای مخاطبان متفاوت و استانداردها و معیارهای متفاوتی کار می‌کنند (هرش، ۲۰۱۳).

محض‌گرایان گاهی حتی ممکن است اعلام کنند که ریاضیات کاربردی، اصلاً ریاضیات نیست. («تعاریف کجا هستند؟ قضایا کجا هستند؟») یا حتی بدتر، آن را ریاضیات بد بدانند (هالموس[1] اثری برجسته در این زمینه دارد (هالموس، ۱۹۸۱) که در آن شجاعت ابراز نگرشی را داشته، که در میان ریاضی‌دانان «محض» رایج اما ناگفته است). و حتی در درون ریاضیات محض هم، در نشست‌های انجمن ریاضی آمریکا، هر سخنرانی که ارائه می‌شود تنها برای درصد کمی از حاضرین قابل فهم است. وحدتی که در تئوری ادعا شده، در عمل وجود ندارد.

1. Halmos

دومین اسطوره، جهان شـمولی اسـت. هـرش سـناریویی فرضـی را مطـرح کـرده و می‌گوید فرض کنیم شکلی از حیات هوشمند در اخترَوَش وجود داشته باشد، هر چه که ما آن را معنا کنیم، اما این حیات لزوماً شبیه به آنچه ما در زمین می‌شناسیم (موجـودات سبز کوچک زن و مرد) نیست. شاید اصلاً ساختار فیزیکی قابل تشخیصی نداشته باشـد و به شکل توده‌های پلاسما باشد. نکته اینجاست که حتی شاید نتوانیم این موجـودات را به عنوان هوشمند تشـخیص دهـیم، چـه برسـد بـه اینکـه بخـواهیم در مـورد فرهنـگ و دستاوردهایشان صحبت کنیم. اگر موجودات هوشمند فرازمینی، ساختار و نحوه تفکری کاملاً متفاوت با ما داشته باشند، آیا مفاهیمی مانند «ادبیات»، «هنـر» یـا «ریاضـیات» برای آنها معنایی مشابه با آنچه برای ما دارد، خواهـد داشـت؟ اساسـاً، مفهـوم مقایسـه، مستلزم وجود موجوداتی است که به اندازه کافی به ما شبیه باشند تا ارتباط بـا آنهـا قابـل تصور باشد. ما برای مقایسه و درک چیزی، به یک نقطـهٔ مرجـع نیـاز داریـم. ایـن نقطـهٔ مرجع، خود ما هستیم. وقتی با چیزی کاملاً ناشناخته روبه‌رو می‌شویم، قادر به مقایسـه و درک آن نخواهیم بود، مگر اینکه نکات مشترکی بین آنها و خودمان پیدا کنیم. بنابراین، امکان مقایسه، جهان شمول نیست؛ بلکه مشروط به این است که آنهـا بـه انـدازه کـافی شبیه به ما باشند (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۸؛ هرش، ۲۰۱۳، ۳۸).

در مورد سومین اسطوره، قطعیت، بیشتر ما مطمئن هستیم که: ۴ = ۲ + ۲

هرچند ممکن است همگی برداشت یکسانی از این معادله نداشته باشیم. اما ادعای همان میزان یقین برای قضایای ریاضیات معاصر، موضوع کاملاً متفاوتی است. بسیاری از این قضایا اثبات‌هایی طولانی دارند که ده‌ها صفحه را پُر می‌کنند. این قضایا معمـولاً بر اساس قضایای دیگری از ریاضیات معاصر بنا شده‌اند که اثبات‌هایشان به طور دقیـق توسط ریاضی‌دان‌هایی که به آنها استناد می‌کنند، بررسی نشده‌اند. اثبات‌های این قضـایا جزئیات خسته‌کننده را با عباراتی ماننـد «بـه راحتـی دیـده می‌شـود» و «یـک اسـتدلال استاندارد به‌دست می‌دهد» و «محاسبه‌ای نشان می‌دهد» جایگزین می‌کنند. عـلاوه بـر این، در بسیاری از اوقات، مقالات نویسندگان مشترک متعددی دارند کـه هـیچ کـدام از

آنها تمامی مقاله را بـه دقـت نخوانده‌انـد. ایـن مقـالات ممکـن اسـت از نتیجـهٔ برخـی محاسبات یک ماشین محاسباتی استفاده کنند که هیچ یک از نویسندگان، و شاید هـیچ انسان زنده‌ای، آن را به طور کامل درک نمی‌کند. قطعیت، مانند وحدت، تنهـا در تئـوری قابل ادعاست، نـه در عمـل. (هـرش، ۱۹۹۷ب، ۳۹؛ هـرش، ۲۰۱۳، ۳۸). در جهـان پیچیـده الگـوریتمی و رواج هـوش مصـنوعی در جنبـه‌های مختلـف زیسـت انسـانی (صالحی و دیگران، ۲۰۲۵)، این معادله باز هم پیچیده‌تر می‌شود.

اطمینان یک ریاضی‌دان به یک قضیه لزوماً به این معنـا نیسـت کـه او هـر گـام را از اصول نظریه مجموعه‌ها تا قضیهٔ مورد علاقه‌اش می‌داند. این اعتماد ممکن است شـامل باور به گفته‌های پژوهشگران، مجلات علمی و داوران باشد (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۹).

اسطوره‌واقع‌گرایی: این اسطوره از سه اسطورهٔ قبلی باورپذیرتر به نظـر می‌رسـد. بلـه! در ریاضیات اجماع قابل توجهی در مورد آنچه درست یا پذیرفته شده است وجـود دارد. اما همان‌قدر که درستی مهم است، به همان اندازه مهم است که چه چیزی «جذاب» یـا «مهم» یا «عمیق» یا «ظریف» است. بر خلاف مفهوم درستی، ایـن معیارهـای زیبـایی شناختی یا هنری به طور گسترده‌ای، از فردی به فرد دیگر، از رشته‌ای به رشـتهٔ دیگـر، از دهه‌ای به دهه دیگر، متفاوت‌اند. شاید این معیارها بیش از قضاوت‌های زیبایی‌شـناختی در هنر یا موسیقی عینی نباشند (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۹؛ هرش، ۲۰۱۳، ۳۸).

در واقع، اگرچه در ریاضیات توافق بالایی برای درستی یا پذیرفته شده بودن یک اثبـات داریم، اما در این مورد که قضیه‌ای زیبا، جذاب یا مهم است، توافق کـاملی وجـود نـدارد. این قضاوت‌ها به سلیقهٔ شخصی، زمینهٔ تخصصی و حتی به دورهٔ زمـانی بسـتگی دارد. بـه عنوان نمونه، شخصی سادگی قضیه‌ای را دلیل زیبا بودن قضیه می‌داند و دیگری، پیچیدگی قضیه را، همچنانکه در موسیقی یا هنر هم ممکن است هـر فـرد قضـاوت زیبایی‌شناسـانهٔ متفاوتی در مورد اثر داشته باشد. این ارزش‌گذاری‌ها عینی یا مطلق نیستند.

ریاضی‌دانان مایلند به وحدت، عینیت، جهان شمولی و قطعیت باور داشته باشند، کـم و بیش مانند آمریکایی‌ها که می‌خواهند به قانون اساسی و اقتصاد آزاد باور داشته باشند، یـا

دیگر ملت‌ها، به ملکهٔ مهربان خود یا انقلاب‌شان. اما حتی در عین حال که باور دارند، در عمق وجودشان بهتر می‌دانند که واقعیت به طور کامل با این تصورات آرمانی مطابقت ندارد و به این سادگی نیست (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۹؛ هرش، ۲۰۱۳، ۳۹).

بخش مهمی از حرفه‌ای شدن، در ریاضیات یا هر جای دیگر، حرکت از جلو به پشت است. و بخشی از این گذار، پرورش نگرشی پخته‌تر و پیچیده‌تر نسبت به اسطوره‌ها در آن حرفه است. در این گذار، نگرش پیچیده‌تری نسبت به اسطوره ایجاد می‌شود. هنر پیشه نقش اصلی زن به آرایش نیاز دارد اما دست اندرکاران پشت صحنه می‌دانند که او همان هنرپیشه‌ای است که در پشت صحنه با چهره‌ای معمولی و روزمره می‌بینند. وابستگی متقابل جلو-عقب باعث می‌شود که درک بخش جلویی در حالی که عقب را نادیده می‌گیریم، بی‌فایده باشد. این همان کاری است که فلسفهٔ جریان اصلی ریاضیات سعی در انجام آن دارد. شما نمی‌توانید درک کاملی از یک وعده غذایی در رستوران داشته باشید اگر از آشپزخانه بی‌خبر باشید (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۹؛ هرش، ۲۰۱۳، ۳۹).

از میان سه مکتب تاریخی یادشده، تنها شهودگرایی به تولیدکنندهٔ ریاضیات توجه می‌کند. صورت‌گرایان و افلاطون‌گرایان دور یک میز در اتاق غذاخوری نشسته‌اند و در مورد غذای خود به عنوان یک موجودیت خودساخته بحث می‌کنند؛ بدون توجه به این‌که چه کسی و چگونه آن را پخته است (هرش، ۱۹۹۷ب ، ۳۹). شهودگرایان، جنبهٔ ذهنی ریاضیات را می‌بینند اما نسبت به بخش‌های اجتماعی- تاریخی آن نابینا هستند و افلاطون‌گرایان، هستی پویا و در حال تکامل ریاضیات را که در تعامل اجتماعی است، انتزاعی منجمدشده در آسمان می‌پندارند (هرش، ۱۹۹۷ب، ۲۴۸).

بر اساس آنچه بیان شد، در ریاضیات جدایی جلو/پشت زمینه‌ساز شکل‌گیری اسطوره است و در حرکت از جلو به پشت، نگرشی ژرف‌تر نسبت به اسطوره‌ها شکل می‌گیرد.

۶. بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به اینکه، تلفیق نظریه‌های میان‌رشته‌ای، می‌تواند به مطالعـاتی ژرف‌تـر و از نظـر روش‌شناسـی دقیـق‌تر منجـر شـود، در ایـن مقالـه تـلاش نمـوده‌ایم بـا تبیـین رویکـرد انسان‌گرایی هرش، زمینه‌ای برای فهم معنای اجتمـاعی-تـاریخی-فرهنگـی ریاضـیات فراهم آوریم. هرش به جدی ماندن فلسفه‌های غالب سنتی مشکوک است و بر این بـاور است که اگر این فلاسفه می‌خواهند همچنان جدی بمانند، باید بـا چـالش انسـان‌گرایی مواجه شوند.

در این راستا، با تکیه بر یافته‌های پـژوهش و در پاسـخ بـه پرسـش‌های اصـلی ایـن مقاله، با بهره‌مندی از اسـتعارهٔ نمایشـی گـافمن، رد پـای رویکـردی جامعه‌شـناختی در دیدگاه انسان‌گرایانه را دنبال نمودیم. رویکردی که ظرفیت ایجاد بسـتری میان‌رشـته‌ای را داراست. در ادامه از اسطوره‌هایی در ریاضیات نام بردیم کـه اگـر پیچیـدگی‌های فراینـد ایجاد و توسعهٔ ریاضیات آشکار می‌شد، کمتر کسی به آنها باور داشت. اسطوره‌هایی کـه جدایی جلو/پشت در ریاضیات، امکان شکل‌گیری آنها را فراهم می‌سازد؛ همان‌گونه که این جداسازی، اسطوره‌ای در مورد طعم غذا و راز خوشمزگی آن یا رنگ چهره و زیبـایی هنرپیشه نقش اصلی می‌سازد.

مطالعهٔ گسترده‌تر رویکرد هرش در پاسخ‌گویی به پرسـش «ماهیـت اشـیاء ریاضـی چیست؟» و بهره‌مندی او از مفهوم واقعیت اجتماعی دورکیم در چارچوب انسـان‌گرایانهٔ ریاضیات، در محدودهٔ فعلی این مقاله مقدور نمی‌باشد و در مطالعات آینده در پژوهشی جداگانه مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

با توجه به ظرفیت‌های گسترده موجود در نقطهٔ تلاقی جامعه‌شناسی و فلسفه ریاضـی، پیشنهاد می‌شود پژوهشگران این دو حوزه در قالبی میان‌رشـته‌ای بـه مطالعـات گسـترده‌تر پیرامون نظریه‌های جامعه شناختی در زمینـهٔ فلسـفه ریاضـیات بپردازنـد. از جملـه، تـأثیر رویکرد فلسفی انسان‌گرایی بر آموزش ریاضـیات می‌توانـد یکـی از محورهـای مهـم ایـن پژوهش‌ها باشد و از سویی دیگر، بر غنای پیکرهٔ نحیف جامعه‌شناسی ریاضی بیفزاید.

سپاسگزاری

نویسنده، مراتب سپاس‌داری خود را به پـاس پیشـنهادهای ارزشـمند داوران دانشـور در اعتلای مطالب این جستار اعلام می‌دارد.

تعارض منافع

یافته‌های این مطالعه هیچ‌گونه تضادی با منافع شخص یا سازمانی ندارد.

حمایت مالی

این مقاله هـیچ حمایـت مـالی خاصـی از هـیچ سـازمان حمـایتی دولتـی، تجـاری یـا غیرانتفاعی دریافت نکرده است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

ارول، جورج (۱۴۰۴). آس و پاس در پاریس و لندن (مترجم: بهمن دارالشفایی). تهران: انتشارات ماهی. (تاریخ اصل اثر ۱۹۳۳)

ایوز، هاوردو (۱۳۸۵). آشنایی با تاریخ ریاضیات (مترجم: محمدقاسم وحیدی اصل). تهران: مرکز نشر دانشگاهی (تاریخ اصل اثر ۱۹۸۳)

شریفی، اسماعیل؛ حبیبی، نادر (۱۴۰۴). طرحی بر مطالعات بین‌رشته‌ای جامعه‌شناسی و ریاضیات: به سوی جامعه‌شناسی ریاضیاتی. فصلنامه مطالعات میان‌رشته‌ای در علوم انسانی، ۱۷(۳)، ۴۱-۶۸ doi:10.22035/isih.2025.5387.5063

صال مصلحیان، محمد (۱۳۸۴). فلسفه ریاضی. مشهد: انتشارات واژگان خرد.

قلی‌زاده، حسن (۱۳۸۹). آیا جامعه‌شناسی ریاضیات امکان‌پذیر است؟. بازیابی‌شده از https://hasangholizadeh.blogfa.com/post/48

گافمن، اروینگ (۱۴۰۰). نمود خود در زندگی روزمره (مترجم: مسعود کیانپور). تهران: انتشارات مرکز. (تاریخ اصل اثر ۱۹۵۹)

مقدم حیدری، غلامحسین (۱۳۹۶). جامعه‌شناسی اثبات ریاضی. تهران: نشر نی

Davis, P. J., & Hersh, R. (1990). *The Mathematical experience*. Penguin Books Ltd.

Dubinsky, E. (1999). Review of the book *What is Mathematics, Really*?, by R. Hersh. *Notices of the American Mathematical Society*, 46(9), 1062-1066

Ernest, P., Ernest, P., Skovsmose, O., Van Bendegem, J. P., Bicudo, M., Miarka, R., Kvasz, L., & Moeller, R. (2016). *The philosophy of mathematics education*. Springer Nature doi:10.1007/978-3-319-40569-8_1

Halmos, P. (1981). Applied Mathematics is Bad Mathematics. In L. Steen (ed.), *Mathematics Tomorrow*, Birkhäuser, Boston. doi:10.1007/978-1-4613-8127-3_2

Hersh, R (1997a). What is Mathematics, Really?. New York: Oxford University Press.

Hersh, R. (1998). What is Mathematics, Really? *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 6(2), 13-14. doi:10.1515/dmvm-1998-0205

Hersh, R. (2013). *Experiencing mathematics: What do we do, when we do mathematics?* (Vol. 83). American Mathematical Soc. doi:10.1090/mbk/083

Hersh, R. (2017). On the Nature of Mathematical Entities. In: Sriraman, B. (eds) *Humanizing Mathematics and its Philosophy*. Birkhäuser, Cham. doi:10.1007/978-3-319-61231-7_27

Livingston, E (1986). *The ethnomethodological foundations of mathematics*. Boston: Routledge and Kegan Paul.

Livingston, E. (1999). Cultures of proving. *Social Studies of Science*, *29*(6), 867-888 doi:10.1177/030631299029006003

Pólya, G. (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning.* Volume I &II. Princeton University Press.

Restivo, S. (1992). *Mathematics in Society and History: Sociological inquiries.* Springer Dordrecht. doi:10.1007/978-94-011-2944-2

Salehi, K., Habib Zadeh Khiyaban, S., & Sabbar, S. (2025). Artificial Intelligence and the Future of International Law and Power. *Journal of World Sociopolitical Studies*, *9*(4), 923-958. doi:10.22059/wsps.2025.401951.1552

Sriraman, B. (2017). An Interview with Reuben Hersh. I*n: Sriraman, B. (eds) Humanizing Mathematics and its Philosophy*. Birkhäuser, Cham. doi:10.1007/978-3-319-61231-7_1

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی