Financial Research Journal

Print ISSN: 1024-8153
Online ISSN: 2423-5377

Probabilistic Forecasting and Robust Optimization for Managing Uncertainty in Smart Beta Portfolio Optimization

Farid Tondnevis
Assistant Prof., Department of Financial Engineering, College of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: farid.tondnevis@ut.ac.ir

Hossein Valamehr *
*Corresponding Author, M.Sc. Student, Department Financial Management, Rudehen, Islamic Azad University, Rudehen, Iran. E-mail: hossein.valamehr97@gmail.com

Abstract

Objective

This study employs a probabilistic forecasting approach and robust optimization to address parameter uncertainty in portfolio optimization models within the Iranian capital market. The main focus is on enhancing portfolio performance by accounting for uncertainty and utilizing machine learning models to construct portfolios with maximum Sharpe ratios.

Methods

Two common approaches are applied to incorporate parameter uncertainty into the portfolio optimization model. The first approach is robust optimization, which defines an uncertainty set for each parameter and analyzes the problem in such a way that the solution remains optimal even under worst-case parameter realizations. The second approach involves an advanced machine learning model, Natural Gradient Boosting (NGBoost), whose outputs were employed within a probabilistic forecasting framework. The model inputs included five technical indicators: Relative Strength Index (RSI), Moving Average Convergence/ Divergence (MACD), Average True Range (ATR), Average Price Trading (ATP), and Momentum. Technical analysis is one of the main approaches in examining and forecasting financial market trends, which is based on the study and evaluation of historical price and trading volume data. This method assumes that all fundamental and psychological information of the market is reflected in prices, and that price movements form recognizable

Citation: Tondnevis, Farid & Valamehr, Hossein (2025). Probabilistic Forecasting and Robust Optimization for Managing Uncertainty in Smart Beta Portfolio Optimization. *Financial Research Journal*, 27(2), 508-530. https://doi.org/10.22059/FRJ.2025.401381.1007783 (*in Persian*)

Financial Research Journal, 2025, Vol. 27, No.2, pp. 508-530
Published by University of Tehran, Faculty of Management
https://doi.org/10.22059/FRJ.2025.401381.1007783
Article Type: Research Paper
© Authors
Received: April 02, 2025
Received in revised form: May 09, 2025
Accepted: June 05, 2025
Published online: June 21, 2025

and repeatable patterns. The study is conducted across 10 industries, including basic metals, oil refining, banking and financial institutions, petrochemicals and chemicals, automotive, cement, pharmaceuticals, precious metals, rubber and plastics, and metallic minerals. The aforementioned industries are among the largest sectors of the Iranian capital market and, in terms of market value, constitute a substantial portion of the market. These industries encompass a wide range of production and service domains, each playing a fundamental role in the country's economy and industrial development. Overall, the synergy of these industries strengthens economic diversification, foreign exchange earnings, employment, and sustainable development. After applying robust and probabilistic forecasting models in portfolio optimization, the results were compared against two benchmark portfolios—an equal-weight portfolio and the Markowitz mean-variance model—using the Sharpe ratio as the evaluation metric.

Results

"Using data from March 2022 to March 2024 for training the NGBoost model and estimating parameters for robust optimization, and 2024 data as the test set, portfolios were constructed for all ten industries. Their out-of-sample risk and return were then calculated. The comparison indicated that both proposed approaches significantly outperformed the benchmark portfolios, achieving higher Sharpe ratios at the 99% confidence level.

Conclusion

The findings demonstrate that employing distributional rather than point forecasts, combined with smart beta strategies and robust parameter consideration in portfolio optimization, leads to portfolios with superior risk-return trade-offs. This enhanced performance is statistically significant at the 99% level. Furthermore, the results indicate that incorporating technical indicators as explanatory factors for returns can effectively improve return predictability. Leveraging these indicators in smart beta portfolio construction yields portfolios with superior performance.

Keywords: Probabilistic forecasting, Robust optimization, Natural gradient boost, Smart beta.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

تحقیقات مالی
شاپا چاپی: ۸۱۵۳-۱۰۲۴
شاپا الکترونیکی: ۵۳۷۷-۲۴۲۳

کاربرد پیش‌بینی احتمالاتی و بهینه‌سازی استوار به‌منظور درنظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها دربهینه‌سازی پرتفوی بتای هوشمند

فرید تندنویس
استادیار، گروه مهندسی مالی، دانشکدهٔ حسابداری و علوم مالی، دانشکدگان مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: farid.tondnevis@ut.ac.ir

حسین والامهر*
* نویسنده مسئول، دانشجوی کارشناسی ارشد، رشتهٔ مدیریت مالی، واحد رودهن، دانشگاه آزاد اسلامی، رودهن، ایران. رایانامه: hossein.valamehr97@gmail.com

چکیده

هدف: این پژوهش با استفاده از رویکرد پیش‌بینی احتمالاتی و بهینه‌سازی استوار، به‌منظور در نظر گرفتن‌عدم قطعیت پارامترهای مدل بهینه‌سازی پرتفوی در بازار سرمایه ایران انجام شده است. تمرکز اصلی این پژوهش، بر ارتقای عملکرد پرتفوی با لحاظ‌عدم قطعیت و بهره‌گیری از مدل‌های یادگیری ماشین، برای ساخت پرتفوهایی با نسبت شارپ بیشینه در بازار سرمایهٔ ایران است.

روش: در این مطالعه، دو رویکرد رایج به‌منظور در نظر گرفتن‌عدم قطعیت پارامترها در مدل بهینه‌سازی پرتفوی استفاده شده است. نخستین رویکرد رایج، رویکرد بهینه‌سازی استوار است که برای هر پارامتر، یک مجموعهٔ‌عدم قطعیت ترسیم می‌کند و مسئله را به‌گونه‌ای تحلیل می‌کند که جواب ایجاد شده در شرایط بدبینانهٔ پارامترها نیز بهینه باشد. رویکرد دیگر، مدل یادگیری ماشین پیشرفتهٔ تقویت‌سازی گرادیان طبیعی و استفادهٔ خروجی آن در رویکرد پیش‌بینی احتمالاتی است. ورودی‌های این مدل، پنج اندیکاتور تکنیکال، از جمله شاخص قدرت نسبی، میانگین متحرک همگرایی/ واگرایی، میانگین محدودهٔ واقعی، میانگین موزون قیمت معاملات و مومنتوم در نظر گرفته شده است. تحلیل تکنیکال یکی از رویکردهای اصلی در بررسی و پیش‌بینی روند بازارهای مالی است که بر پایهٔ مطالعه و ارزیابی داده‌های تاریخی قیمت و حجم معاملات شکل گرفته است. در این روش فرض بر این است که تمام اطلاعات بنیادی و روانی بازار در قیمت‌ها منعکس می‌شود و حرکت قیمت‌ها، الگوهایی تکرارپذیر و قابل شناسایی ایجاد می‌کنند. این پژوهش در ده صنعت اعم از فلزات اساسی، پالایش فراورده‌های نفتی، بانک و مؤسسه‌های اعتباری، پتروشیمی و مواد شیمیایی، خودرو، سیمان، دارو، فلزات گران‌بها، لاستیک و پلاستیک و کانی‌های فلزی انجام شده است. صنایع نام‌برده، جزء بزرگ‌ترین صنایع بازار سرمایهٔ ایران هستند و از منظر ارزش بازار، بخش عمده‌ای از بازار سرمایه را شامل می‌شوند. صنایع یاد شده، طیف گسترده‌ای از حوزه‌های تولیدی و خدماتی را دربرمی‌گیرند که هریک در اقتصاد و توسعهٔ صنعتی کشور نقشی بنیادی دارند. در مجموع، هم‌افزایی این صنایع تنوع‌بخشی به اقتصاد، ارزآوری، اشتغال و توسعهٔ پایدار را تقویت می‌کند. پس از پیاده‌سازی مدل‌های استوار و پیش‌بینی احتمالاتی در بهینه‌سازی پرتفوی، عملکرد نتایج با دو پرتفوی مبنای وزن برابر و مدل میانگین واریانس مارکوویتز با استفاده از شاخص شارپ مقایسه شد.

استناد: تندنویس، فرید و والامهر، حسین (۱۴۰۴). کاربرد پیش‌بینی احتمالاتی و بهینه‌سازی استوار به‌منظور درنظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها دربهینه‌سازی پرتفوی بتای هوشمند. *تحقیقات مالی*، ۲۷(۲)، ۵۰۸- ۵۳۰.

تحقیقات مالی، ۱۴۰۴، دوره ۲۷، شماره ۲، صص. ۵۰۸- ۵۳۰
ناشر: دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
نوع مقاله: علمی پژوهشی
© نویسندگان
تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۱۳
تاریخ ویرایش: ۱۴۰۴/۰۲/۱۹
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۱۵
تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۳/۳۱
doi: https://doi.org/10.22059/FRJ.2025.401381.1007783

یافته‌ها: با در نظر گرفتن داده‌های فروردین ۱۴۰۱ تا فروردین ۱۴۰۳، به‌عنوان داده‌های آموزش (در مدل گرادیان طبیعی تقویت شده) و تخمین پارامترها (در مدل بهینه‌سازی استوار) و داده‌های سال ۱۴۰۳ به‌عنوان تست، پرتفوهای هر ۱۰ صنعت تشکیل و بازده و ریسک آن‌ها با رویکرد خارج از نمونه محاسبه شد. مقایسهٔ نتایج پرتفوها نشان داد که هر دو رویکرد ارائه شده در پژوهش، نسبت به پرتفوی‌های مبنا در سطح معناداری ۹۹ درصد، شاخص شارپ بیشتری دارند.

نتیجه‌گیری: این پژوهش نشان داد که استفاده از پیش‌بینی‌های توزیعی به‌جای نقطه‌ای و ترکیب آن با استراتژی‌های بتای هوشمند و همچنین، در نظر گرفتن‌عدم قطعیت پارامترها در مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی، به ساخت پرتفویی با نسبت بازده به ریسک بالاتر منجر می‌شود و این عملکرد برتر در سطح معناداری ۹۹ درصد معنادار است. همچنین بر این اساس می‌توان نتیجه گرفت استفاده از شاخص‌های تکنیکال به‌عنوان عوامل اثرگذار بر بازده، می‌تواند در پیش‌بینی بازده موفق عمل کند و بهره برداری از آن‌ها به‌منظور تشکیل پرتفوی بتای هوشمند، به پرتفویی با عملکرد بهتر منتج می‌شود.

کلیدواژه‌ها: پیش‌بینی احتمالی، بهینه‌سازی استوار، تقویت گرادیان طبیعی، بتای هوشمند.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مقدمه

به‌صورت کلی استراتژی‌های مدیریت سرمایه‌گذاری در یک طیف گسترده قرار می‌گیرند که رویکرد فعال[۱]، یک سو و رویکرد غیرفعال[۲] سوی دیگر این طیف را شکل داده‌اند (محمدی، تندنویس و محمودی، ۱۴۰۱). رویکرد غیرفعال بر یک فرض اساسی استوار است که بیان می‌کند بازار سرمایه، از منظر اطلاعاتی کارا[۳] است و در نتیجه امکان کسب بازده غیرنرمال[۴] برای سرمایه‌گذاران وجود ندارد. از این رو، بهتر است رویکرد مدیریت پرتفوی بر کاهش هزینه‌های معاملاتی و کاهش ریسک‌های غیرسیستماتیک متمرکز باشد. از سوی دیگر، رویکرد فعال، مبتنی بر فرض ناکارایی اطلاعاتی قرارگرفته است و بیان می‌کند که امکان کسب بازده غیرنرمال با تمرکز بر روش‌های انتخاب بهینه سهام، زمان ورود و خروج و به‌طورکلی با بهره‌برداری از تحلیل‌های فنی و بنیادی برای سرمایه‌گذاران فراهم است (بیزلی، میدو چنگ[۵]، ۲۰۰۳). نقاط قوت و ضعف متعددی برای هر یک از این رویکردها قابل بررسی و شمارش است. برای مثال، رویکرد فعال، هزینه‌های ثابت زیادی دارد؛ زیرا انتخاب سهام مناسب، زمان بهینهٔ ورود و خروج، هزینه‌های تحلیل بالایی را به مدیر صندوق تحمیل می‌کنند. از سوی دیگر، رویکرد فعال، سرمایه‌گذار را هم در معرض ریسک سیستماتیک و هم ریسک غیرسیستماتیک قرار می‌دهد و هزینه‌های معاملاتی بالاتری را نیز به صندوق تحمیل می‌کند. اما رویکرد غیرفعال، هزینهٔ ثابت و ریسک کمتری دارد؛ زیرا با توجه به اینکه روش‌های قرارگرفته در این استراتژی، معمولاً از طریق خرید و نگهداشت، به‌دنبال بازسازی عملکرد شاخص هستند، ریسک عملکرد منفی شاخص و به تبع آن امکان عملکرد منفی پرتفوی سرمایه‌گذار را تهدید می‌کند (محمدی، راعی و تندنویس، ۱۴۰۰).

در میانهٔ این طیف گسترده، رویکردهای بتای هوشمند[۶] قرار می‌گیرد و سعی می‌کند با ترکیب ویژگی‌های مثبت هر دو سرطیف، پرتفویی با ریسک سیستماتیک کنترل‌شده و در عین حال، عملکردی بهتر از شاخص بازار فراهم آورد. بتای هوشمند در تلاش است که در انتخاب سهام، از رویکردهای فعال کمک بگیرد و در سهامی سرمایه‌گذاری کند که رویکردهای تحلیل فنی[۷] و بنیادی[۸]، امکان رشد قیمت بیشتری را برای آن تصور می‌کنند؛ اما نحوه و وزن سرمایه‌گذاری در این سهام را با توجه به رویکردهای غیرفعال تعیین می‌کند. به عبارتی، هزینه‌های معاملاتی و ریسک را در سطوح پایین‌تری نسبت به رویکرد فعال نگه می‌دارد؛ اما در تلاش است که با انتخاب بهینهٔ سهم‌ها، پتانسیل بازده بالاتر از شاخص را بالفعل کند و با این کار[۹]، بازده تعدیل شده به ریسک بهتری را برای سرمایه‌گذار فراهم آورد (مالکیل[۱۰]، ۲۰۱۴).

1. Active
2. Passive
3. Efficient
4. Abnormal Return
5. Beasley, Meade & Chang
6. Smart Beta
7. Technical
8. Fundamental
9. Risk Adjusted Return
10. Malkiel

این پژوهش به‌دنبال ارائه مدلی به‌منظور تشکیل پرتفوی بتای هوشمند است که انتخاب سهام را با بهره‌برداری از اندیکاتورهای رویکرد تکنیکال انجام می‌دهد.

نکته بسیار مهمی که هنگام به‌کار بستن این مدل‌ها و شاخص‌ها وجود دارد، موضوع عدم قطعیت[1] در داده‌هاست. استفادهٔ صرف از داده‌های تاریخی و بی‌توجهی به عدم قطعیت در پیش‌بینی بازده، آینده باعث می‌شود که بین نتایج مورد انتظار و نتایج واقعی، اختلاف‌های بسیاری ایجاد شود. بسنده‌کردن به مقدار میانگین گذشته و بی‌توجهی به اطلاعات مربوط به توزیع احتمالاتی[2]، به تصمیم‌گیری‌هایی با سطح اطمینان پایین و در نهایت ساخت پرتفویی با ریسک غیرکنترل منجر شده است.

برای رفع این ضعف رویکردهای متعددی در ادبیات موضوع مورد اشاره قرار گرفته‌اند که در بین آن‌ها می‌توان به رویکرد بهینه‌سازی استوار[3]، منطق فازی[4] و برنامه‌ریزی تصادفی[5] اشاره کرد. یکی از رویکردهای نوین در ادبیات موضوع به‌منظور سنجش این عدم قطعیت، مدل‌های پیش‌بینی احتمالاتی[6] هستند که نه تنها مقدار پیش‌بینی بازده را ارائه می‌کنند، بلکه تخمینی از توزیع و پراکندگی آن نیز در اختیار قرار می‌دهند (نتینگ و کتفوس[7]، ۲۰۱۴)

چارچوب این تحقیق، متمرکز بر ۱۰ صنعت از جمله صنایع پتروشیمی، پالایش فراورده‌های نفتی، سیمان، دارویی، بانک‌ها و مؤسسه‌های اعتباری، آهن و فولاد، کانی‌های فلزی، خودرو، لاستیک و پلاستیک و فلزات گران‌بها است. در این پژوهش با بهره‌گیری از مدل تقویت گرادیان طبیعی، به‌عنوان یکی از مدل‌های پرکاربرد یادگیری ماشین، توزیع بازده سهام مورد نظر تخمین زده شده است. در مرحله بعد، با استفاده از خروجی مدل، از مدل بیشینه‌سازی شاخص شارپ (شارپ[8]، ۱۹۶۶) با کمک رویکرد پیش‌بینی احتمالاتی بهره برده شده و عملکرد پرتفوی ایجادی از منظر بازده، ریسک و نسبت شارپ[9]، ارزیابی شده است. همچنین، نتایج این مدل با مدل بهینه‌سازی پرتفوی در حالت بهینه‌سازی استوار (فلاح‌پور و تندنویس، ۱۳۹۳) مقایسه شده است.

بر این اساس، پژوهش حاضر به‌دنبال پاسخ دادن به این سؤال است که آیا استفاده از اندیکاتورهای تکنیکال به‌عنوان ورودی و استفاده از خروجی مدل تقویت گرادیان طبیعی (توزیع بازده) در رویکرد پیش‌بینی احتمالاتی به‌منظور بهینه‌سازی پرتفوی، به پرتفویی با عملکرد بهتر منتج می‌شود؟ بین دو رویکرد بهینه‌سازی استوار و رویکرد تقویت گرادیان و پیش‌بینی احتمالی، کدام‌یک به نتیجه بهتری منتج می‌شود؟

در این پژوهش با اتکا به روش‌های یادگیری ماشین و به‌طور خاص تقویت گرادیان طبیعی [10]، بازده سهام با استفاده

1. Uncertainty
2. Probabilistic Distribution
3. Robust Optimization
4. Fuzzy Logic
5. Stochastic Programming
6. Probabilistic Forecasting
7. Gneiting & Katzfuss
8. Sharpe
9. Sharp Ratio
10. Natural Gradient Boost

از اندیکاتورهای تکنیکال به‌عنوان متغیرهای توضیح‌دهنده، در ده صنعتِ بازار سرمایه به‌صورت احتمالاتی مدل می‌شود تا به‌جای برآوردهای نقطه‌ای، توزیع پیش‌بینیِ بازده‌های آتی در اختیار قرار گیرد. سپس، خروجیِ توزیعیِ مدل به‌طور مستقیم در مرحله تخصیص دارایی به‌کار گرفته می‌شود و چهار سازوکارِ ساختِ پرتفوی نظیر وزن برابر، حداقل واریانس مارکویتز، بهینه‌سازی استوار و بهینه‌سازی مبتنی بر پیش‌بینی احتمالاتی طراحی و ارزیابی می‌شود. سوم، با مقایسه رویکردهای مبتنی بر توزیع با الگوهای فاقد مدل احتمالاتی، نقش اطلاعاتِ عدم‌قطعیت در بهبود مبانی تصمیم‌گیریِ تخصیص دارایی و ساخت پرتفوی بهینه تبیین می‌شود. در مجموع، این چارچوب، پیش‌بینیِ توزیعیِ بازده‌ها و تصمیم‌سازیِ عملیِ پرتفوی را به هم می‌پیوندد و مبنایی شفاف و تکرارپذیر برای مطالعات بعدی فراهم می‌آورد.

پیشینهٔ پژوهش

یکی از موضوعات کلیدی علم مالی، مدیریت بهینه دارایی و تشکیل پرتفوی بهینه است. یک سرمایه‌گذار عقلایی، همواره به‌دنبال افزایش مطلوبیت خود در فرایند تخصیص دارایی است. در ادبیات موضوع مالی، مطلوبیت رابطهٔ مستقیمی با بازده و رابطهٔ معکوسی با ریسک دارد. به بیان دیگر، یک سرمایه‌گذار منطقی، همواره به‌دنبال بیشینه‌سازی بازدهی خود در ازای پذیرش مقدار مشخصی از نوسان‌ها و ریسک است. بیشینه‌سازی بازده موردانتظار و کمینه‌سازی ریسک، غالباً اهدافی متعارض‌اند؛ بنابراین سرمایه‌گذاران باید بر پایه درجه ریسک‌گریزی خود مصالحه‌ای میان این دو برقرار کنند (کوجوک و کورنوئوجلز[1]، ۲۰۲۰)؛ به عبارتی، میزان سرمایه‌گذاری در هر یک از اجزای پرتفوی به‌گونه‌ای انجام می‌شود که بازده تعدیل شده با ریسک پرتفوی حداکثر شود. مبنای کلیدی این مدل در سال ۱۹۵۲ توسط مارکوویتز ارائه شد. (مارکوویتز[2]، ۱۹۵۲).

یکی از ضعف‌های رویکردهای کلاسیک، استفاده از برآوردهای قطعی برای بازده و ریسک است. بسیاری از پژوهش‌های ارائه شده در ادبیات موضوع بهینه‌سازی پرتفوی، از میانگین بازده تاریخی به‌عنوان تخمینی برای آینده استفاده می‌کنند و این فرایند به تخمین‌های نادرستی از آینده منتج می‌شود و باعث اختلاف نتایج واقعی از نتایج تخمین زده شده توسط مدل خواهد شد (آگراوال، شوکلا، نیر، نایار و مسعود[3]، ۲۰۲۱؛ امین سهیل و همکاران[4]، ۲۰۲۱؛ هوانگ[5]، ۲۰۱۲)؛ زیرا بازارهای مالی ماهیتی تصادفی دارند و پیش‌بینی نقطه‌ای نمی‌تواند تمام عدم قطعیت‌های موجود را پوشش دهد. در همین راستا، رویکردهای متعددی در ادبیات موضوع، به‌منظور در نظر گرفتن این عدم قطعیت معرفی شده‌اند که در بین آن‌ها می‌توان به بهینه‌سازی استوار (برتسیماس و سیم[6]، ۲۰۰۶) یا رویکرد پیش‌بینی احتمالاتی (گنتینگ و گتفوس، ۲۰۱۴) اشاره کرد.

1. Kocuk & Cornuéjols
2. Markowitz
3. Agrawal, Shukla, Nair, Nayyar & Masud
4. Ameen Suhail et al.
5. Huang
6. Bertsimas & Sim

بر اساس توضیحات بیان شده، در بخش مبانی نظری پژوهش، به معرفی و بررسی رویکرد پیش‌بینی احتمالی و رویکرد بهینه‌سازی استوار، به‌منظور درنظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها در مدل‌های بهینه‌سازی پرداخته شده است.

در دهه‌های اخیر، ظهور مدل‌های یادگیری ماشین، رویکردهای سنتی را به چالش کشیده و مسیرهای جدیدی برای پیش‌بینی بازده و تخصیص دارایی گشوده است. هوانگ (۲۰۱۲) با ترکیب الگوریتم ژنتیک و رگرسیون بردار پشتیبان[1]، مدلی برای انتخاب سهام ارائه داد. همچنین وانگ، لی، ژنگ و لیو[2] (۲۰۲۰) با بهره‌گیری از شبکه‌های حافظه‌دار بلندمدت، روشی برای پیش‌بینی بازده سهام و ساخت پرتفوی با مدل میانگین ـ واریانس توسعه دادند. چن، ژنگ، ملاوات و جیا[3] (۲۰۲۱) نیز با تلفیق مدل تقویت گرادیان طبیعی[4] و الگوریتم کرم شب‌تاب[5]، مدلی ترکیبی برای پیش‌بینی قیمت و انتخاب پرتفوی پیشنهاد کردند که عملکرد مقبولی از خود نشان داد.

فرضیهٔ بازار کارا که نظریه‌ای کلیدی در مالی و اقتصاد است بیان می‌کند که با توجه به وجود همه اطلاعات در قیمت‌ها، کسب بازده غیرنرمال، ممکن نیست؛ با این حال، مطالعات فراوانی تأیید کرده‌اند که روش‌های متعددی برای پیش‌بینی قیمت و بازده دارایی‌ها وجود دارد. تاکنون، پژوهش‌های موجود عمدتاً بر دو دسته روش متمرکز بوده‌اند: روش‌های آماری که با تحلیل ویژگی‌های گذشته قیمت به پیش‌بینی می‌پردازند و روش‌های یادگیری ماشین، از جمله شبکه‌های عصبی رگرسیون بردار پشتیبان و یادگیری تجمعی (چن و همکاران، ۲۰۲۱).

برای سرمایه‌گذاران، عدم‌قطعیتِ پیش‌بینی، حیاتی است. برای نمونه، اگر سرمایه‌گذار باور داشته باشد که یک سهم احتمالاً رشد می‌کند، تمایل دارد وزن بیشتری به آن بدهد که به آن اثر قطعیت در مالی رفتاری نیز گفته می‌شود. برآورد عدم‌قطعیت به کمّی‌سازی ریسک و در نتیجه، تصمیم‌گیری بهینه کمک می‌کند و همچنین میزان اعتمادِ مدل به پیش‌بینی را بازمی‌نمایاند (ژائو، یانگ، کین، ژو و چن[6]، ۲۰۲۲).

با وجود پیشرفت‌های حاصل از این مدل‌ها، اغلب آن‌ها تنها بر برآورد نقطه‌ای بازده تمرکز دارند و از درک عدم قطعیت پیش‌بینی‌ها غافل‌اند. این در حالی است که در حوزهٔ تصمیم‌گیری مالی، مدیریت صحیح عدم قطعیت می‌تواند نقش تعیین کننده‌ای در بهبود نسبت بازده به ریسک ایفا کند. در این راستا، رویکردهای پیش‌بینی احتمالاتی مطرح شده‌اند که علاوه‌بر پیش‌بینی میانگین بازده، اطلاعاتی دربارهٔ پراکندگی یا توزیع احتمالاتی آن ارائه می‌دهند.

پیش‌بینی احتمالاتی

آرزوی مشترک همه انسان‌ها، پیش‌بینی برای آینده‌ای نامشخص است؛ بنابراین، واضح است که پیش‌بینی‌ها باید احتمالی باشند، یعنی باید به‌شکل توزیع احتمال روی کمیت‌ها یا رویدادهای آینده باشند (گنتینگ و گتفوس، ۲۰۱۴). استیگلر[7] (۱۹۷۵) با نگاهی تاریخی، گذار از تخمین نقطه‌ای به تخمین توزیعی در قرن نوزدهم را توصیف می‌کند. امروزه، ما شاهد

1. Support Vector Regression
2. Wang, Li, Zhang & Liu
3. Chen, Zhang, Mehlawat & Jia
4. Natural Gradient Boost
5. Firefly Algorithm
6. Zhao, Yang, Qin, Zhou & Chen
7. Stigler

یک تغییر الگو هستیم که با گذار بین رشته‌ای از پیش‌بینی‌های تک مقداری یا نقطه‌ای به پیش‌بینی‌های توزیعی یا احتمالی نشان داده شده است. به‌طور خلاصه، پیش‌بینی‌های احتمالی برای تعیین کمیت عدم قطعیت در یک پیش‌بینی عمل می‌کنند و عنصری ضروری برای تصمیم‌گیری بهینه محسوب می‌شوند.

پیش‌بینی احتمالی نوعی رویکرد در ارزیابی عدم قطعیت است که در مقایسه با پیش‌بینی نقطه‌ای سنتی، نه تنها تخمین‌های حداکثر درستنمایی، بلکه اطلاعاتی در مورد توزیع احتمال پارامترها را نیز ارائه می‌دهد که می‌تواند راهنمایی جامع‌تری برای مدیریت پرتفوی ارائه دهد. سرمایه‌گذاران می‌توانند در طول مدیریت سرمایه‌گذاری، مواجهه با عدم قطعیت را مدیریت کنند. روش‌های پیش‌بینی احتمالی را می‌توان به‌طور کلی به روش‌های بیزی و غیر بیزی طبقه‌بندی کرد (ژائو و همکاران، ۲۰۲۲).

تقویت گرادیان طبیعی یکی از رویکردهای غیربیزی پیش‌بینی احتمالاتی است. مدل‌های رگرسیون معمولی، یک تخمین نقطه‌ای را مشروط به متغیرهای کمکی برآورد می‌کنند. در برابر رگرسیون‌های معمولی، مدل‌های رگرسیون احتمالی قرار می‌گیرند که یک توزیع احتمال کامل را در فضای نتیجه، مشروط به متغیرهای کمکی، به‌عنوان خروجی ارائه می‌دهند. این امر امکان تخمین عدم قطعیت پیش‌بینی‌کننده را فراهم می‌کند. تقویت گرادیان طبیعی با در نظر گرفتن پارامترهای توزیع شرطی به‌عنوان اهداف یک الگوریتم تقویت چند پارامتری، تقویت گرادیان را به رگرسیون احتمالی تعمیم می‌دهد (دوان و همکاران[1]، ۲۰۲۰).

در این زمینه، ژائو و همکاران (۲۰۲۳) الگوریتمی جدید با عنوان بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از تقویت گرادیان طبیعی پیشنهاد کرده‌اند که از این رویکرد برای پیش‌بینی توزیع بازده سهام استفاده می‌کند. در این مدل، ابتدا بازده آینده و انحراف معیار آن به‌صورت احتمالاتی برآورد می‌شود و سپس با هدف بیشینه‌سازی نسبت شارپ، تخصیص وزن دارایی‌ها انجام می‌گیرد. نتایج تجربی آن‌ها روی بازار سهام چین، نشان داد که این مدل می‌تواند نوسان‌های پرتفوی را کاهش و بازده تجمعی را به‌طور معناداری افزایش دهد.

بهینه‌سازی استوار

بهینه‌سازی پایدار زمانی استفاده قرار می‌شود که تحلیلگر به‌دنبال جوابی است که به ازای تمامی مقادیر ممکن برای پارامتر دارای عدم‌قطعیت «خوب» رفتار کند. برخلاف برنامه‌ریزی تصادفی که بر اساس تئوری احتمالات با عدم قطعیت پارامترها رفتار می‌کند، این رویکرد به تمامی مقادیر ممکن برای پارامتر دارای عدم قطعیت، اهمیت یکسان می‌دهد. عدم اطمینان پارامترهای مدل در این رویکرد توسط مجموعهٔ عدم قطعیت که دربرگیرنده تمامی مقادیر ممکن برای پارامترهای مدل است، توضیح داده می‌شود (فلاح‌پور و تندنویس، ۱۳۹۳).

پژوهشگران متعددی، انواع اشکال مجموعه‌های عدم قطعیت را بررسی کرده‌اند؛ برای مثال، برتسیماس و سیم مجموعه عدم قطعیت بازه‌ای را به‌شکل زیر طراحی کردند. یک مسئله برنامه‌ریزی خطی به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

1. Duan et al.

رابطهٔ ۱)

$$min_x c'.x$$
$$St$$
$$min_{a_i \in \Upsilon} a'_i x \geq b \quad \forall i$$
$$x \in X$$

در این مسئلهٔ برنامه‌ریزی بردار c ضرایب تابع هدف خطی، و بردارهای a_i سطرهای ماتریس ضرایب مدل را نشان می‌دهند. در این مسئله فرض بر این است که همهٔ پارامترهای ماتریس ضرایب (a_{ij}ها) دارای عدم قطعیت و در عین حال مستقل هستند. تصمیم‌گیرنده نیز پیش‌بینی بازه‌ای را برای این پارامترها در اختیار دارد. برای مثال پارامتر a_{ij} (که مقدار دقیق آن برای ما معلوم نیست) در بازهٔ متقارن زیر نوسان می‌کند:

رابطهٔ ۲)

$$a_{ij} = [\overline{a_{ij}} - \widehat{a_{ij}}.\overline{a_{ij}} + \widehat{a_{ij}}]$$

مقدار $\overline{a_{ij}}$ نشان دهندهٔ پیش‌بینی مرکزی (تخمین نقطه‌ای) برای پارامتر است. حال متغیر z_{ij} را با نام درجهٔ انحراف پارامتر a_{ij} به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

رابطهٔ ۳)

$$z_{ij} = \frac{a_{ij} - \overline{a_{ij}}}{\widehat{a_{ij}}}$$

که مقدار آن در بازه (۱,۱−) تغییر می‌کند. برتسیماس و سیم نشان دادند که فرم استوار مسئله ارائه شده در رابطهٔ ۱ به‌کمک روابط ۲ و ۳ به‌شکل زیر قابل ارائه است (برسماس و سیم، ۲۰۰۴):

رابطهٔ ۴)

$$min_x c'.x$$
St
$$\sum_j \overline{a_{ij}}.x_j - \Gamma_i.p_i - \sum_{j=1}^{n} q_{ij} \geq b_i$$
$$p_i + q_{ij} \geq \widehat{a_{ij}}.y_j$$
$$-y_j \leq x_j \leq y_j$$
$$x \in X$$
$$y \geq 0$$

برای تکمیل این فرایند، لازم است که مقدار مناسبی را برای پارامتر Γ_i که مقدار محافظه‌کاری برای هر محدودیت مشخص می‌کند، انتخاب کرد. برای هر محدودیت به‌شکل $\overline{a_i}.x > b_i$، مقدار $1- \varepsilon_i$ به عنوانبه‌عنوان سطح اطمینان تصمیم‌گیرنده نسبت به محدودیت iام، معرفی می‌شود. در چنین حالتی مقدار مناسب برای Γ_i را می‌توان از رابطهٔ ۵ محاسبه کرد که Φ نشان‌دهندهٔ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است (فلاح‌پور و تندنویس، ۱۳۹۳).

رابطهٔ ۵)

$$\Gamma_i = 1 + \Phi^{-1}(1 - \varepsilon_i)\sqrt{n}$$

سیفی، حنفی‌زاده و نوایی (۱۳۸۳) و فلاح‌پور و تندنویس (۱۳۹۳) از رویکرد بهینه‌سازی استوار به‌منظور درنظر گرفتن عدم قطعیت پارمترهای مدل بهینه‌سازی پرتفوی استفاده کردند.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مدل مفهومی پژوهش

این بخش از پژوهش در دو قسمت، مدل‌های مفهومی مورد استفاده در پژوهش را مورد مطالعه قرار می‌دهد. قیمت اول، به رویکرد تقویت گرادیان طبیعی و پیش‌بینی احتمالاتی پرداخته و در قسمت دوم، مدل بهینه‌سازی استوار به‌منظور بهینه‌سازی پرتفوی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

رویکرد تقویت گرادیان و پیش‌بینی احتمالاتی

در این قسمت از پژوهش مدل بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از رویکرد پیش‌بینی احتمالی بررسی می‌شود و همچنین، نحوه بهره‌برداری از رویکرد تقویت گرادیان طبیعی به‌منظور تخمین ورودی‌های لازم برای بهره‌برداری از این مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین رویکرد بهینه‌سازی استوار نیز در بازنویسی مدل تخصیص دارایی به‌منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

تعداد n سهم از مجموعه P در نظر گرفته می‌شود. بازده هر یک از این دارایی‌ها به‌عنوان یک متغیر تصادفی (برای مثال دارایی i) ، با نماد r_i از مجموعه R تعریف می‌شود و مقدار مورد انتظار بازده هر دارایی، با نماد $\overline{r_i}$ نشان داده می‌شود. با در نظر گرفتن بازده هر یک از این دارایی‌ها به‌عنوان یک متغیر تصادفی، کواریانس بین دو هر دو زوج انتخابی i و j از دارایی‌ها با نماد $\sigma_{i,j}^2$ نشان داده می‌شود.

رابطهٔ ۶)

$$P = \{P_1, P_2, P_3, \dots, P_n\}$$
$$R = \{r_1, r_2, r_3, \dots, r_n\}$$
$$\forall i, j, \sigma_{i,j}^2 = Cov(r_1, r_2)$$

اگر مقدار سرمایه‌گذاری در هر دارایی با نماد x_i نشان داده شود، بازده مورد انتظار و ریسک پرتفوی با استفاده از رابطهٔ ۷ محاسبه شده و با نمادهای R_p و σ_p^2 نشان داده می‌شوند.

رابطهٔ ۷)

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} x_i \, r_i$$
$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i x_j \, Cov(r_1, r_2)$$

راهبرد بهینه‌سازی پرتفوی به‌دنبال بیشینه‌سازی بازده تعدیل شده با ریسک است. یکی از مهم‌ترین شاخص‌های بازده تعدیل شده با ریسک شاخص شارپ است که از طریق رابطه زیر اندازه‌گیری می‌شود:

رابطهٔ ۸)

$$Sharp\ Ratio = \frac{R_p - r_f}{\sigma_p}$$

که در رابطه فوق، r_f معادل بازده بدون ریسک در نظر گرفته می‌شود. از این رو مدل بهینه‌سازی زیر می‌تواند به تشکیل پرتفوی بهینه بینجامد:

رابطهٔ ۹)
$$\begin{cases} \max SR = \dfrac{R_p - r_f}{\sigma_p} \\ s.t. \sum_{i=1}^{n} \mathrm{x_i} = 1 \\ 0 \le x \le 1, \quad \forall i = 1,2,\dots,n \end{cases}$$

اگر به‌منظور ساده‌سازی، مسئله فوق را با دو سهم در نظر بگیریم، به‌طوری که به میزان x در دارایی ۱ و به میزان x-۱ در دارایی ۲ سرمایه‌گذاری شود، خواهیم داشت:

رابطهٔ ۱۰)
$$\sigma_{\mathrm{p}}^2 = x^2\sigma_1^2 + (1-x)^2\sigma_1^2 + 2x(1-x)cov(r_1 r_2)$$
$$R_p = xr_1 + (1-x)r_2$$

روی صفحهٔ «بازدهٔ مورد انتظار ـ ریسک»، نسبت شارپ یک پرتفوی برابر است با شیب خطی که دارایی بدون ریسک را به آن پرتفوی متصل می‌کند. برای یافتن پرتفوی با بیشترین نسبت شارپ، لازم است این خط بر منحنی مماس بوده و از نقطه داراییِ بدون ریسک عبور کند. شیب در پرتفوی در رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

رابطهٔ ۱۱)
$$\frac{dR_p(x)}{d\sigma_p} = \frac{[\mathrm{r_1} - \mathrm{r_2}]\sqrt{x^2\sigma_1^2 + (1-x)^2\sigma_2^2 + 2x(1-x)cov(r_1 r_2)}}{\mathrm{x^2\sigma_1^2} + (x-1)\sigma_2^2 + (1-2x)cov(r_1 r_2)}$$

همچنین نسبت شارپ پرتفوی در رابطه زیر بیان شده است:

رابطهٔ ۱۲)
$$s_p = \frac{Rp(X) - \mathrm{r_f}}{\sigma_P} = \frac{\mathrm{xr_1} + (1-x)r_2 - r_f}{\sqrt{x^2\sigma_1^2 + (1-x)^2\sigma_2^2 + 2x(1-x)cov(r_1 r_2)}}$$

در نتیجه تساوی رابطه‌های ۱۱ و ۱۲:

رابطهٔ ۱۳)
$$x = \frac{[\mathrm{r_2} - \mathrm{r_f}]cov(\mathrm{r_1}, \mathrm{r_2}) - [\mathrm{r_1} - \mathrm{r_f}]\sigma_2^2}{[\mathrm{r_1} - \mathrm{r_2}][cov(\mathrm{r_1}, \mathrm{r_2}) - \sigma_2^2] - [\mathrm{r_2} - \mathrm{r_f}][\sigma_1^2 - \sigma_2^2 - 2cov(\mathrm{r_1}, \mathrm{r_2})]}$$

در این پژوهش پارامترهای مورد نیاز برای بهره‌برداری از مدل فوق، با استفاده از رویکرد تقویت گرادیان طبیعی برآورد می‌شود و همان طور که در قسمت‌های قبلی ارائه شد، این رویکرد تنها به یک برآورد نقطه‌ای از بازده و ریسک بسنده نمی‌کند و توزیع احتمال بازده را به‌عنوان خروجی ارائه می‌کند.

تقویت گرادیان طبیعی یک چارچوب پیش‌بینی احتمالاتی مقیاس‌پذیر و ماژولار است که سه مؤلفه اصلی دارد:

۱. یادگیرنده پایه
۲. توزیع‌های احتمالی خروجی
۳. قاعده امتیازدهی

جریان کار به این صورت است که بردار ویژگی‌های ورودی (متغیرهای مستقل) به یادگیرنده پایه داده می‌شود تا چگالی احتمال شرطی برای کل فضای خروجی (متغیر وابسته) تولید شود، سپس با بهینه‌سازی مبتنی بر درست نمایی، پیش‌بینی نقطه‌ای و عدم قطعیت کالیبره شده به‌دست می‌آید.

نکتهٔ بسیار مهم، در بهره‌برداری از تقویت گرادیان طبیعی، معرفی متغیرهای وابسته و مستقل به‌منظور بهره‌برداری از مدل است. در این مدل، از پنج اندیکاتور تکنیکال مطابق با جدول ۱ به‌عنوان متغیر مستقل و بازده سهام به‌عنوان متغیر وابسته استفاده شده است؛ به عبارتی در این پژوهش سعی بر این است که بررسی شود آیا می‌توان با بهره‌برداری از اندیکاتورهای تحلیل تکنیکال، توزیع احتمال بازده آینده دارایی را تخمین زد و از این تخمین در بهینه‌سازی پرتفوی استفاده کرد؟

جدول ۱. اندیکاتورهای مورد استفاده در پژوهش

ردیف	عنوان اندیکاتور	نماد اندیکاتور
۱	Relative Strength Index	RSI
۲	Moving Average Convergence Divergence	MACD
۳	Average True Range	ATR
۴	Average Traded Price	AVT
۵	Momentum	Momentum

در ادامه هر یک از اندیکاتورهای ارائه شده در جدول ۱ بررسی می‌شود.

اندیکاتور RSI قدرت حرکت‌های صعودی در مقابل حرکت‌های نزولی را در یک بازه زمانی نشان می‌دهد. این شاخص بین ۰ تا ۱۰۰ نوسان دارد و اغلب برای تشخیص نواحی اشباع خرید (>۷۰) و اشباع فروش (<۳۰) به کار می‌رود. معمولاً برای یک دوره ۱۴ روزه در نظر گرفته می‌شود.

رابطهٔ ۱۴)
$$RSI = 100 - \frac{100}{\mathrm{RS} + 1}$$

در رابطهٔ ۱۴، RS در واقع میانگین سود در دوره n تقسیم بر میانگین زیان در دوره n است.

اندیکاتور MACD از نوع اندیکاتورهای پسرو است. این اندیکاتور معمولاً بازهٔ زمانی ۱۲ و ۲۶ روزه را بررسی و رابطهٔ میان این دو خط را به‌صورت هم‌گرا یا واگرا بیان می‌کند. این اندیکاتور با کم کردن دو میانگین متحرک نمایی ۱۲ و ۲۶ روزه خط اصلی MACD را ایجاد می‌کند. سپس از این خط برای محاسبه میانگین متحرک نمایی دیگری استفاده می‌شود که به آن خط سیگنال می‌گویند که یک میانگین متحرک نمایی ۹ روزه و صادر کننده سیگنال‌های خرید و فروش است.

رابطهٔ ۱۵)
$$MACD = EMA_{12}(P) - EMA_{26}(P)$$

در رابطهٔ ۱۵، EMA به‌معنای میانگین متحرک نمایی است. میانگین متحرک نمایی یک نوع میانگین متحرک است که به قیمت‌های اخیر وزن بیشتری می‌دهد. برخلاف میانگین متحرک ساده که به همه داده‌ها وزن برابر می‌دهد، EMA تغییرات جدید قیمت را سریع‌تر منعکس می‌کند.

مومنتوم نشان می‌دهد که قیمت فعلی نسبت به قیمت در گذشته (n روز قبل) چقدر تغییر کرده است. برای شناسایی قدرت روند صعودی یا نزولی استفاده می‌شود.

$$Momentum = P_t - P_{n-t}$$ رابطهٔ ۱۶)

در رابطهٔ ۱۶، P_t قیمت در روز t و P_{n-t} قیمت در n روز قبل را نشان می‌دهد.

میانگین دامنه واقعی (ATR) یک معیار نوسان است که اندازه حرکت بازار را فارغ از جهت آن اندازه‌گیری می‌کند. برای تعیین ریسک معاملات و حد ضرر کاربرد دارد. دوره پیش فرض این شناساگر معمولاً ۱۴ روزه تعیین می‌شود:

$$ATR = \max\left(H_t - L_t, |H_t - C_{t-1}|, |L_t - C_{t-1}|\right)$$ رابطهٔ ۱۷)

در رابطهٔ ۱۷، H_t، بالاترین قیمت دارایی در روز و همچنین L_t کمترین قیمت روز و C_{t-1} آخرین قیمت روز گذشته معاملاتی را نشان می‌دهد.

میانگین قیمت معامله شده (ATP) میانگین وزنی قیمت‌ها بر اساس حجم معاملات است. از آن برای شناسایی قیمت مرجع روانی بازار استفاده می‌شود.

$$ATP = \frac{(High + Low + Close)}{3}$$ رابطهٔ ۱۸)

در رابطهٔ ۱۸، High بیشترین قیمت روز، Low کمترین قیمت روز و Close آخرین قیمت روز دارایی است.

رویکرد بهینه‌سازی استوار

در یک مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری سهام، فرض بر این است که n سهم در بازار سرمایه وجود دارد. نرخ بازده هر سهم، یک متغیر تصادفی است. در این شرایط مسئله انتخاب سهم به‌صورت زیر مطرح می‌شود:

$$max_x \sum_{j=1}^{n} r_j . x_j$$ رابطهٔ ۱۹)

St

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1$$

$$x_j \geq 0$$

در رابطهٔ ۱۹، r_j نشان دهنده بازده مورد انتظار از سهم j و x_j نشان دهنده وزنی از پرتفوی است که در دارایی j سرمایه‌گذاری می‌شود. اگر پارامترهای مدل مذکور (r_j) قطعی فرض شوند، دارایی که بازدهٔ مورد انتظار بالاتری دارد، برای تشکیل سبد سرمایه‌گذاری انتخاب شده و تمامی ثروت سرمایه‌گذار در این دارایی سرمایه‌گذاری می‌شود؛ اما روشن است که بازدهٔ مورد انتظار دارایی‌ها دارای قطعیت کامل نیست.

فرض می‌شود که مجموعهٔ عدم قطعیت، به‌صورت بازه‌ای تعریف شده است؛ به عبارتی:

$$r_j = [\overline{r_j} - s_j . \overline{r_j} + s_j]$$ رابطهٔ ۲۰)

با استفاده از مدل ارائه شده در رابطهٔ ۴، مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

رابطهٔ ۲۱)

$$max_x \sum_{j=1}^{n} \overline{r_j}.x_j - \Gamma.p - \sum_{j=1}^{n} q_j$$

St

$$p + q_j \geq s_j.x$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1$$

$$x_j \geq 0$$

در این مدل، پارامتر Γ می‌تواند مقادیری بین صفر و n به خود تحصیص دهد. هرچه مقدار این پارامتر کمتر باشد، اهمیت کمتری به نوسان پارامترها داده می‌شود و به عبارتی سرمایه‌گذاری ریسک‌پذیرتر است و مقادیر بالاتر Γ نشان از ریسک‌گریز بودن سرمایه‌گذار دارد. با استفاده از رابطهٔ ۵ مقدار مناسب برای این پارامتر با در نظرفتن مقدار ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار قابل احصا است.

روش شناسی پژوهش

این پژوهش با رویکردی کاربردی و مبتنی بر تحلیل داده‌های واقعی بازار سرمایه، به بررسی امکان استفاده از مدل‌های تقویت گرادیان طبیعی و بهینه‌سازی استوار برای تشکیل پرتفوی بهینه با استفاده از داده‌های تاریخی ۹۱ سهم در ۱۰ صنعت بازار سرمایه ایران پرداخته است.

ساختار روش‌شناسی در سه مرحله اصلی تعریف شده است:

۱. پیش‌پردازش داده‌ها؛
۲. مدل‌سازی داده‌های ورودی؛
۳. بهینه‌سازی پرتفوی.

داده‌های قیمتی ده صنعت فلزات اساسی، پالایش فراورده‌های نفتی، بانک و مؤسسه‌های اعتباری، پتروشیمی و مواد شیمیایی، خودرو، سیمان، دارو، فلزات گران‌بها، لاستیک و پلاستیک و کانی‌های فلزی به‌صورت روزانه استخراج و پس از محاسبات مرتبط با اندیکاتورهای اشاره شده در جدول ۱، در مرحلهٔ نخست با استفاده از روش Min-Max نرمال‌سازی شدند و مقادیر و روزهایی که قیمت برای سهام موردنظر وجود ندارد، حذف یا جایگزین شد.

رابطهٔ ۲۲)

$$X_{norm} = \frac{\mathrm{X} - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}$$

سپس این ورودی‌ها به مدل تقویت گرادیان طبیعی ارائه شده و خروجی‌های متشکل از توزیع احتمال بازده، به‌منظور تشکیل پرتفوی با استفاده از رویکرد پیش‌بینی احتمالی اشاره شده در پیشینه پژوهش مورد استفاده قرار می‌گیرند.

همچنین به‌منظور استفاده از مدل ارائه شده در رابطهٔ ۲۱ و بهینه‌سازی استوار، مقدار پیش‌بینی مرکزی از طریق متوسط داده‌های تاریخی دورهٔ آموزش و میزان انحراف مجاز از پیش‌بینی مرکزی از طریق انحراف استاندارد بازده تاریخی دوره آموزش در نظر گرفته شده است.

داده‌های مورد استفاده

در روش‌های مورد بررسی یادگیری ماشین از دو تاریخ یادگیری[1] و آزمون[2] استفاده شده است. فرض نگارنده در انتخاب تاریخ واقعیت بازار چند سالهٔ اخیر بازار سرمایه کشور است؛ بنابراین فروردین ۱۴۰۰ تا فروردین ۱۴۰۴ به‌عنوان بازه پژوهش در نظر گرفته شده است. همچنین، از تاریخ فروردین ۱۴۰۰ تا فروردین ۱۴۰۳ به‌عنوان تمرین و یادگیری و از فروردین ۱۴۰۳ تا فروردین ۱۴۰۴ به‌عنوان آزمون در نظر گرفته شده است.

مبنای مقایسه

به‌منظور مقایسه عملکرد پرتفوهای ایجاد شده، ۲ پرتفوی مبنا به در نظر گرفته شده است:

پرتفوی مبنای اول: پرتفویی با وزن یکسان برای همهٔ دارایی‌ها که با نماد پرتفوی ۱/N نشان داده می‌شود.

پرتفوی مبنای دوم: پرتفوی مستخرج از مدل بهینه‌سازی مارکوویتز و بهره‌برداری از داده‌های تاریخی به جهت بهره‌برداری به‌عنوان پارامترهای مدل. این مدل با نماد MinVar نشان داده می‌شود و از خروجی مدل زیر قابل احصا است:

رابطهٔ ۲۳)

$$\min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \, Cov(r_1, r_2)$$

$$\max \sum_{i=1}^{n} x_i \, r_i$$

St:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad x_i \geq 0$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

یافته‌های پژوهش

در این پژوهش، به‌منظور ارزیابی عملکرد مدل‌های مختلف پیش‌بینی و استراتژی‌های متنوع ساخت پرتفوی، نتایج حاصل از اجرای مدل‌ها بر روی داده‌های واقعی ۱۰ صنعت بزرگ بازار سرمایه ایران از جمله صنایع پتروشیمی، پالایش فراورده‌های نفتی، سیمان، دارویی، بانک‌ها و مؤسسه‌های اعتباری، فلزات اساسی، کانی‌های فلزی، خودرو، لاستیک و پلاستیک و فلزات گران‌بها تحلیل و مقایسه شد. به‌طور کلی در این پژوهش از ۹۱ سهم بازار سرمایه پذیرش شده در شرکت بورس اوراق بهادار و فرابورس ایران استفاده شده است.

1. Train
2. Test

از ملزومات مورد نیاز برای محاسبهٔ نسبت شارپ، نرخ بازده بدون ریسک روزانه بازار است که در این گزارش ۰/۱۳درصد روزانه در نظر گرفته شده است که معادل بازده تقریبی ۳۴ درصدی سالیانه است. با توجه به فرمول محاسبهٔ نسبت شارپ، به‌طور مشخص، افزایش این عدد می‌تواند به کاهش نسبت شارپ منجر شود؛ اما در نتیجه نهایی و مقایسه روش‌ها با یکدیگر تغییری ایجاد نخواهد شد؛ بنابراین می‌توان در ادامه، به محاسبهٔ نسبت شارپ و مقایسهٔ روش‌ها با یکدیگر اقدام کرد. در محاسبات ساخت پرتفوی محدودیت وزنی برای سهام صنایع وجود نخواهد داشت. در ادامه پژوهش نتایج کمی ۴ پرتفوی به شرح تعریف جدول زیر مورد بررسی قرار گرفته است:

جدول ۲. پرتفوهای ارائه شده در بخش نتایج

ردیف	نماد	تعریف	کاربرد مدل
۱	1/N	پرتفوی وزن برابر	پرتفوی مبنای مقایسه
۲	MinVar	پرتفوی مستخرج از مدل مارکویتز	پرتفوی مبنا ی مقایسه
۳	Robust	پرتفوی ایجاد شده با استفاده از مدل بهینه‌سازی استوار	مدل مفهومی پژوهش
۴	NGBoost-PF	پرتفوی ایجاد شده با مدل تقویت گرادیان طبیعی پیش‌بینی احتمالی	مدل مفهومی پژوهش

در جدول ۳ بازده، ریسک و شاخص شارپ هر یک از ۴ پرتفوی معرفی شده در جدول ۲، برای هر یک از ۱۰ صنعت اشاره شده در بخش داده‌های مورد استفاده، بررسی شده است.

جدول ۳. نتایج روش تقویت گرادیان طبیعی

صنعت	شرح	1/N	MinVar	Robust	NGBOOST-PF
فلزات اساسی	متوسط یازده	٪ ۰/۴۰	٪۰/۳۹	٪ ۲/۳۷	٪۲/۱۸
	انحراف استاندارد	٪ ۰/۷۴	٪۰/۶۸	٪۱/۰۹	٪۱/۲۰
	شاخص شارپ	۰/۳۸	۰/۴۰	۲/۰۶	۱/۷۲
پالایش و فراورده‌های نفتی	متوسط یازده	٪ ۰/۳۰	٪۰/۱۴	٪۱/۲۱	٪۱/۱۴
	انحراف استاندارد	٪ ۰/۸۵	٪۰/۵۵	٪۱/۳۱	٪۱/۱۱
	شاخص شارپ	۰/۲۲	۰/۰۴	۰/۸۴	۰/۹۲
بانک و مؤسسه‌های اعتباری	متوسط یازده	٪۰/۳۸	٪۰/۱۱	٪۰/۹۷	٪۰/۹۱
	انحراف استاندارد	٪۰/۷۱	٪۰/۲۴	٪۱/۰۰	٪۰/۸۷
	شاخص شارپ	۰/۳۷	-۰/۰۳	۰/۸۵	۰/۹۱
فلزات گران‌بها	متوسط یازده	٪۰/۴۴	٪۰/۲۹	٪۰/۸۷	٪۰/۷۷
	انحراف استاندارد	٪۰/۷۸	٪۰/۴۹	٪۰/۸۳	٪۰/۷۲
	شاخص شارپ	۰/۴۱	۰/۳۵	۰/۹۰	۰/۹۱
خودرو	متوسط یازده	٪۰/۴۱	٪۰/۱۰	٪۱/۵۵	٪۱/۴۸
	انحراف استاندارد	٪۱/۱۰	٪۰/۷۷	٪۲/۰۶	٪۲/۲۴
	شاخص شارپ	۰/۲۷	-۰/۰۲	۰/۷۰	۰/۶۱

صنعت	شرح	1/N	MinVar	Robust	NGBOOST-PF
پتروشیمی و مواد شیمیایی	متوسط یازده	٪۰/۲۴	٪۰/۱۶	٪۰/۴۲	٪۰/۴۴
	انحراف استاندارد	٪۰/۵۹	٪۰/۳۵	٪۰/۵۴	٪۰/۵۹
	شاخص شارپ	۰/۲۱	۰/۱۲	۰/۵۶	۰/۵۵
سیمان	متوسط یازده	٪-۰/۰۳	٪۰/۱۹	٪۰/۵۹	٪۰/۵۰
	انحراف استاندارد	٪۰/۷۳	٪۰/۵۷	٪۰/۷۲	٪۰/۷۴
	شاخص شارپ	-۰/۲۰	۰/۱۳	۰/۶۵	۰/۵۲
دارو	متوسط یازده	٪ -۰/۰۲	٪۰/۱۸	٪۰/۲۳	٪۰/۲۵
	انحراف استاندارد	٪۰/۶۹	٪۰/۵۰	٪۰/۸۰	٪۰/۷۸
	شاخص شارپ	-۰/۲۰	۰/۱۳	۰/۱۵	۰/۱۷
لاستیک و پلاستیک	متوسط یازده	٪-۰/۱۱	٪ -۰/۰۶	٪-۰/۳۰	٪ -۰/۲۶
	انحراف استاندارد	٪۰/۹۴	٪۰/۵۲	٪۰/۹۷	٪۰/۹۶
	شاخص شارپ	-۰/۲۴	-۰/۳۴	-۰/۴۳	-۰/۳۹
کانی‌های فلزی	متوسط یازده	٪ -۰/۲۹	٪ -۰/۰۳	٪ -۰/۰۲	٪ -۰/۰۲
	انحراف استاندارد	٪۱/۱۹	٪۰/۳۲	٪۰/۳۳	٪۰/۳۱
	شاخص شارپ	-۰/۳۴	-۰/۴۶	-۰/۴۲	-۰/۴۴

بالاترین شاخص شارپ به دست‌آمده برای مدل Robsut در صنعت فلزات اساسی است. این مدل در این صنعت توانسته است شاخص شارپ معادل ۲/۰۶ را ارائه کند. مدل NGB–PF در صنعت فلزات اساسی با نسبت شارپ ۱/۷۰ بالاترین نسبت بازده به ریسک را ارائه کرده است.

مدل MinVar در صنعت فلزات اساسی با نسبت شارپ ۰/۴۰ درصد بالاترین نسبت بازده به ریسک را ارائه کرده است. مدل۱/N در صنعت فلزات گران‌بها با نسبت شارپ ۰/۴۱ درصد بالاترین نسبت بازده به ریسک را ارائه کرده است.

در یک ارزیابی کلی، به نظر می‌رسد که مدل‌های Robsut و NGBoost که عدم قطعیت پارامترها را در فرایند بهینه‌سازی پرتفوی در نظر می‌گیرند، به نتایج بهتری از منظر شاخص شارپ رسیده اند. جدول ۴ متوسط شاخص شارپ هر یک از مدل‌ها برای صنایع را نشان می‌دهد.

جدول ٤. متوسط شاخص شارپ مدل‌ها

	1/N	MinVar	Robust	NGBOOST-PF
متوسط شاخص شارپ	۰/۰۸۸	۰/۰۳۲	۰/۵۸۶	۰/۵۴۸

با بررسی جدول ۴، واضح است که دو مدل NGBoost و Robust به پرتفوهایی با شاخص شارپ بیشتر منتج شده‌اند.

به‌منظور تعیین برتری شاخص شارپ مدل‌های پیشنهادی نسبت به مدل‌های مبنا، باید این موضوع از طریق آزمون مقایسات زوجی، از لحاظ آماری ارزیابی شود. جدول ۵ نحوه انجام آزمون مقایسه‌های زوجی را نشان می‌دهد.

جدول ۵. آزمون مقایسه‌های زوجی

ناحیه رد شدن فرض صفر	آماره آزمون	آزمون
	$D_i = ShR_A - ShR_B$ $t = \frac{\overline{D}}{(\frac{S_d}{\sqrt{n}})}$ $\overline{D}$: متوسط اختلاف شاخص‌شارپ پرتفوی‌ها S_d: انحراف استاندارد اختلاف شاخص شارپ پرتفوی‌ها	$\begin{cases} H_0: ShR_A > ShR_B \\ H_1: ShR_A \leq ShR_B \end{cases}$

رد شدن فرض صفر در این آزمون نشان‌دهندهٔ این موضوع است که مقدار نسبت اطلاعاتی پرتفوی A به‌طور معناداری از پرتفوی B بزرگ‌تر است.

برای این منظور، این آزمون روی اختلاف شاخص شارپ دو مدل پیشنهادی و مدل‌های پایه انجام می‌شود. جدول ۶ این اختلاف‌ها و نتیجه آزمون مقایسه‌های زوجی را بررسی می‌کند. ستون‌ها به‌ترتیب، اختلاف شاخص شارپ پرتفوی Robust و پرتفوی ۱/N، اختلاف شاخص شارپ پرتفوی Robust و پرتفوی MinVar، اختلاف شاخص شارپ پرتفوی NGBoost و پرتفوی ۱/N و اختلاف شاخص شارپ پرتفوی NGBoost با MinVar را نشان می‌دهند.

جدول ٦. نتایج آزمون مقایسه‌های زوجی

	Sharpe Robust – Sharpe 1/N	Sharpe Robust – Sharpe MinVar	Sharpe NGboost – Sharpe 1/N	Sharpe NGBoost – Sharpe MinVar
فلزات اساسی	۰/۳۸	۰/۴۰	۲/۰۶	۱/۷۲
پالایش و فراورده‌های نفتی	۰/۲۲	۰/۰۴	۰/۸۴	۰/۹۲
بانک و مؤسسه‌های اعتباری	۰/۳۷	−۰/۰۳	۰/۸۵	۰/۹۱
فلزات گران‌بها	۰/۴۱	۰/۳۵	۰/۹۰	۰/۹۱
خودرو	۰/۲۷	−۰/۰۲	۰/۷۰	۰/۶۱
پتروشیمی و مواد شیمیایی	۰/۲۱	۰/۱۲	۰/۵۶	۰/۵۵
سیمان	−۰/۲۰	۰/۱۳	۰/۶۵	۰/۵۲
دارو	−۰/۲۰	۰/۱۳	۰/۱۵	۰/۱۷
لاستیک و پلاستیک	−۰/۲۴	−۰/۳۴	−۰/۴۳	−۰/۳۹
کانی‌های فلزی	−۰/۳۴	−۰/۴۶	−۰/۴۲	−۰/۴۴
متوسط اختلاف	۰/۵۰	۰/۵۵	۰/۴۶	۰/۵۱
انحراف استاندارد اختلاف	۰/۵۱	۰/۵۲	۰/۴۳	۰/۴۵
آماره آزمون	۳/۰۶	۳/۳۹	۳/۴۲	۳/۶۵
آستانه رد شدن فرض صفر در سطح اطمینان ۹۹ درصد	۲/۸۲			
نتیجه آزمون	رد شدن فرض صفر در هر ۴ آزمون			

نتایج آزمون مقایسه‌های زوجی نشان می‌دهد که هر دو پرتفوی ایجاد شده از مدل‌های پیشنهادی نسبت به مدل‌های مبنا بر اساس شاخص شارپ عملکرد بهتری داشتند و این برتری در سطح اطمینان ۹۹ درصد، معنادار است؛ اما بین دو مدل پیشنهادی NGBoost و Robust از منظر عملکرد بر اساس شاخص شارپ اختلاف معناداری وجود ندارد. این در حالی است که متوسط شاخص شارپ حاصل از پرتفوی NGboost بالاتر از متوسط شاخص شارپ حاصل از پرتفوی Robust است؛ اما این بالاتر بودن در سطح اطمینان ۹۹ درصد، معنادار نیست.

بحث، نتیجه‌گیری و پیشنهادها

پژوهش حاضر با هدف بررسی امکان بهره‌برداری از اندیکاتورهای تکنیکال به‌عنوان ورودی مدل تقویت گرادیان طبیعی با هدف تخمین توزیع بازده سهام و بهره‌برداری از نتایج آن در رویکرد پیش‌بینی احتمالی به‌منظور بهینه‌سازی پرتفوی بتای هوشمند انجام شد. با توجه به اینکه این رویکرد عدم قطعیت پارامترهای مدل بهینه‌سازی پرتفوی را به‌طور کامل در نظر می‌گیرد، نتایج این رویکرد با رویکرد بهینه‌سازی استوار که از رویکردهای پرکاربرد دیگر در زمینه بهینه‌سازی در شرایط عدم قطعیت است نیز مقایسه شد.

مدل‌های ارائه شده در این پژوهش، روی داده‌های ۱۰ صنعت پتروشیمی، پالایش فراورده‌های نفتی، سیمان، دارویی، بانک‌ها و مؤسسه‌های اعتباری، فلزات اساسی، کانی‌های فلزی، خودرو، لاستیک و پلاستیک و فلزات گران‌بها پیاده‌سازی و برای هر صنعت پرتفوی بهینه استخراج شده و نتیجه سرمایه‌گذاری با وزن‌های پیشنهادی مدل‌ها از منظر بازده و ریسک و شاخص شارپ به‌صورت خارج از نمونه مورد ارزیابی قرار گرفته است.

یافته‌ها نشان داد:

- استفاده از اندیکاتورهای تکنیکال به‌عنوان ورودی مدل تقویت گرادیان طبیعی با هدف تخمین توزیع بازده سهام و بهره‌برداری از نتایج آن در رویکرد پیش‌بینی احتمالی به‌منظور بهینه‌سازی پرتفوی، به پرتفویی با شاخص شارپ بالاتر از پرتفوهای مبنا منتج شده است. در نتیجه می‌توان ادعا کرد که ترکیب این ورودی‌ها و مدل، می‌تواند با دقت مناسبی در تخمین توزیع بازده آینده سهام مورد استفاده قرار گیرد.
- استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار به‌منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترهای مدل بهینه‌سازی پرتفوی، به پرتفویی با شاخص شارپ بالاتر از پرتفوهای مبنا منتج می‌شود.
- استفاده از تکنیک‌های در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها در بهینه‌سازی پرتفوی به پرتفویی با عملکرد بهتر از منظر شاخص شارپ نسبت به رویکردهای کلاسیک منتج می‌شود.

برای گسترش و تعمیق این خط پژوهش، پیشنهاد می‌شود موضوعات زیر در مطالعات آینده بررسی شود:

- استفاده از داده‌های ترکیبی شامل عوامل تکنیکال، بنیادی و روان‌شناسی بازار برای افزایش دقت مدل پیش‌بینی؛
- تحلیل حساسیت نسبت به تغییر بازه‌های زمانی آموزش، اعتبارسنجی و آزمون و تأثیر آن بر پایداری مدل؛

- ارزیابی پرتفوی‌ها در وضعیت‌های مختلف بازار (روند صعودی، نزولی و خنثی) به‌صورت جداگانه برای تحلیل رفتاری دینامیک مدل‌ها؛
- بهره‌برداری از خروجی‌های مدل تقویت گرادیان طبیعی، به‌منظور تخمین مجموعه عدم قطعیت و بهره‌برداری از آن در رویکرد بهینه‌سازی استوار.

منابع

سیفی، عباس؛ حنفی‌زاده، پیام و نوایی، حیدرضا (۱۳۸۳). مدل یک پارچه استوار در انتخاب پرتفوی سهام یک دوره‌ای. *تحقیقات مالی*، ۱۷، ۷۱-۹۵.

عباسی، میلاد؛ موسوی، سمیه السادات؛ جعفری ندوشن، عباسعلی (۱۴۰۳). شناسایی و ارزیابی قواعد معاملات تکنیکی سودآور در بازار رمزارز با استفاده از روش ترکیبی کیفی ـ کمی. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار* ، ۳(۲۶)، ۵۲۵-۵۴۶.

فلاح‌پور، سعید؛ تندنویس، فرید؛ هاشمی، سید محمد امیر (۱۳۹۴). بهینه‌سازی پرتفوی ردیاب شاخص با استفاده از مدل تک شاخصی پایدار برمبنای شاخص ۵۰ شرکت فعالتر بورس اوراق بهادار تهران. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۶(۲۴)، ۱۱۵-۱۳۴.

فلاح‌پور، سعید و تندنویس، فرید (۱۳۹۳). کاربرد مدل پایدار در انتخاب پرتفوی بهینه سهام. *دانش سرمایه‌گذاری*، ۳ (۱۰)، ۶۷-۸۴.

فلاح‌پور، سعید؛ گل ارضی، غلامحسین؛ فتوره چیان، ناصر (۱۳۹۲). پیش‌بینی روند حرکتی قیمت سهام با استفاده از ماشین بردار پشتیبان برپایهٔ الگوریتم ژنتیک در بورس اوراق بهادار تهران. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار* ، ۲(۱۵)، ۲۶۹-۲۸۸.

محمدی، شاپور؛ تندنویس، فرید؛ محمودی سعیدآباد، الناز (۱۴۰۱). کاربرد ضرایب هم‌بستگی مبتنی بر کاپولا و رویکردهای مبتنی بر برنامه‌ریزی پویا در تعیین شباهت میان سری‌های زمانی به‌منظور خوشه‌بندی و تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص. *فصلنامه بورس اوراق بهادار تهران*، ۱۵(۶۰)، ۴۷-۷۲.

محمدی، شاپور؛ راعی، رضا؛ تندنویس، فرید (۱۴۰۰) کاربرد ضرایب هم‌بستگی مبتنی بر کاپولا و اطلاعات متقابل در خوشه‌بندی سری‌های زمانی و تشکیل پرتفوی شاخصی ارتقایافته با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار، *تحقیقات مالی*، ۲۳(۴)، ۴۷۹-۵۲۲.

References

Abassi, M., Mousavi, S. & Jafari Nodoushan, A. (2024). Identification and Evaluation of Profitable Technical Trading Rules in the Cryptocurrency Market: A Mixed Method Approach. *Financial Engineering and security Management*. 3(26), 525-546. (*in Persian*)

Agrawal, M., Shukla, P., Nair, R., Nayyar, A. & Masud, M. (2021). Stock prediction based on technical indicators using deep learning model. *Computers, Materials & Continua*, 70(1), 287.

Ameen Suhail, K. M., Sankar, S., Kumar, A. S., Nestor, T., Soliman, N. F., Algarni, A. D., ... & Abd El-Samie, F. E. (2022). Stock Market Trading Based on Market Sentiments and Reinforcement Learning. *Computers, Materials & Continua*, *70*(1).

Beasley, J., Meade, N. & Chang, T. (2003). An evolutionary heuristic for the index tracking problem. *European Journal of Operational Research*, 148(3), 621–643.

Bertsimas, D. & Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations Research*, 52(1), 35-53.

Chen, W., Zhang, H., Mehlawat, M. K. & Jia, L. (2021). Mean–variance portfolio optimization using machine learning-based stock price prediction. *Applied Soft Computing*, 100, 106943.

Duan, T., Anand, A., Ding, D. Y., Thai, K. K., Basu, S., Ng, A. & Schuler, A. (2020, November). Ngboost: Natural gradient boosting for probabilistic prediction. In *International conference on machine learning* (pp. 2690-2700). PMLR.

Fallahpor, S., Golarzi, G. & Fatourechian, N. (2013). Predicting Stock Price Movement Using Support Vector Machine Based on Genetic Algorithm in Tehran Stock Exchange Market. *Financial Engineering and security Management*, 2(15), 269-288. (*in Persian*)

Fallahpor, S., Tondnevis, F. & Hashemi,. M.A. (2016). Index tracking portfolio optimization by robust single factor model based on 50 more active company index of TSE. *Financial Engineering and security Management*, 6(24), 115-134. (*in Persian*)

Fallahpour, S. & Tondnevis, F. (2014). Robust Model for optimal Portfolio Selection, *Investment knowledge Journal* 3(10) 67-84. (*in Persian*)

Gneiting, T. & Katzfuss, M. (2014). Probabilistic forecasting. *Annual Review of Statistics and Its Application*, *1*(1), 125-151.

Huang, C. F. (2012) A hybrid stock selection model using genetic algorithms and support vector regression. *Applied Soft Computing*, 12(2), 807–818.

Kocuk, B. & Cornuéjols, G. (2020). Incorporating Black-Litterman views in portfolio construction when stock returns are a mixture of normal's. *Omega*, *91*, 102008.

Malkiel, B.G. (2014) Is Smart Beta Really Smart? *Journal of Portfolio Management*, 40(5) 127-134.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.

Mohammdi, Sh., Tondnevis, F. & Mahmoudi, E. (2020). Application of Copula Based Correlations and Mutual Information in Time Series Clustering and Enhanced Indexing by Adopting the Robust Optimization Approach. *Financial Research Journal* 23(4) 479-523.

Mohammdi, Sh., Tondnevis, F. & Mehmoudi, E. (2023). Application of Copula-based Correlation Coefficients and Dynamic Programming-based Approaches to determining Similarity between Time Series for Clustering and Index Tracking, *Tehran Exchange journal*, 60(15) 47-72. (*in Persian*)

Seyfi, A., Hanafizadeh, P. & Navayi, H. (2004). Robust Model for Single Period portfolio optimization. *Financial Research Journal*, 17, 71-95 (*in Persian*)

Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The Journal of Business*, 39(1).

Stigler, S.M. (1975). The transition from point to distribution estimation. *Bull. Int. Stat. Inst*. 46, 332–340.

Wang, W., Li, W., Zhang, N. & Liu, K. (2020). Portfolio formation with preselection using deep learning from long-term financial data. *Expert Systems with Applications*, 143, 113042.

Zhao, C., Yang, S., Qin, C., Zhou, J. & Chen, L. (2023). A novel smart beta optimization based on probabilistic forecast. *Computers, Materials & Continua*, 75(1), 478–491.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی