

کشف پرتفوی سهام با استفاده از محدودیت کاردینال

حسن ابوالفتحی^۱

تاریخ پذیرش: ۹۵/۶/۳۱

تاریخ دریافت: ۹۵/۴/۲۷

چکیده

تنوع روش‌های سرمایه‌گذاری و پیچیدگی تصمیم‌های مزبور در چند دهه اخیر، افزایش چشم‌گیری داشته است. این رشد گسترده، نیاز فزاینده‌ای به مدل‌های فراگیر و یکپارچه ایجاد کرد که برای پاسخگویی به این نیاز، مدل‌سازی مالی از پیوند رویکرد مالی و برنامه‌ریزی ریاضی به‌وجود آمده است. این مدل‌ها، از پیشرفت‌های برنامه‌ریزی ریاضی و مباحث مالی به‌موازات هم استفاده می‌کنند. هدف این پژوهش، ایجاد مدلی هوشمند برای انتخاب سبد بهینه سهام با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبودیافته است. به این منظور، ریسک و بازده مورد انتظار شرکت‌های دارویی و سرمایه‌گذاری پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران، به‌صورت ماهیانه بررسی شده است. نمونه آماری پژوهش، شامل داده‌های مالی ۳۲ شرکت دارویی و ۲۸ شرکت سرمایه‌گذاری بورس ایران، طی سال‌های ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۳ است. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که الگوریتم به‌کاررفته، توانایی انتخاب سبد بهینه سهام را با در نظر گرفتن تعاملات بین ریسک و بازده دارد. ضمن آنکه براساس نتایج مکتسبه، تشکیل پرتفوی سهام متشکل از شرکت‌های دارویی، نسبت به شرکت‌های سرمایه‌گذاری، بهینه‌تر بوده است.

کلیدواژه‌ها: سبد سهام، الگوریتم تکامل تفاضلی، صنعت دارویی و صنعت سرمایه‌گذاری.

۱. مقدمه

ایجاد کرد که برای پاسخگویی به این نیاز، مدل‌سازی مالی از پیوند رویکرد مالی و برنامه‌ریزی ریاضی به‌وجود آمده است. این مدل‌ها، از پیشرفت‌های برنامه‌ریزی ریاضی و مباحث مالی، به‌موازات هم استفاده می‌کنند. سرمایه‌گذاری در چارچوب سبد سهام، در پرتو اندیشه‌های مارکویتز و شارپ، روند تکاملی پیموده و کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی، دقت سرمایه‌گذاری در سبد سهام را افزایش داده است (آذر و معماریانی، ۱۳۷۶). بازار سرمایه کشور ما دارای کارایی لازم نیست و برای کسب بازده منطقی، نمی‌توان فقط به اطلاعات موجود

تصمیم‌گیرندگان حوزه سرمایه‌گذاری، اغلب ناگزیر به انتخاب از میان گزینه‌های مختلف هستند. پیشنهادهای گوناگونی درخصوص انجام فعالیتی به‌دست آنها می‌رسد و آنان باید به‌قدر کافی با اصول مقایسه گزینه‌های مختلف، از نظر سودآوری، آشنا باشند تا بتوانند بهترین گزینه را انتخاب کنند (سن جو و همکاران، ۱۳۷۸).

تنوع روش‌های سرمایه‌گذاری و پیچیدگی تصمیم‌های مزبور در چند دهه اخیر، افزایش چشم‌گیری داشته است. این رشد گسترده، نیاز فزاینده‌ای به مدل‌های فراگیر و یکپارچه

^۱. دانشجوی دکترای حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب پردیس بین المللی کیش، پست الکترونیکی نویسنده مسئول: h.abolfathy1391@yahoo.com

نگهداری سهامی است که بازدهی بالا و ریسک پایینی دارند. از طرف دیگر، نتایج بسیاری از مطالعه‌های سنتی انجام گرفته، نشان‌دهنده وجود رابطه مثبت بین ریسک و بازدهی است. از این رو، یکی از مهم‌ترین چالش‌های موجود در تشکیل سبد سهام، تعیین نسبت یا وزن بهینه‌ای از سهام موجود در سبد سهام، برای کاهش ریسک است.

شایان ذکر است که پژوهش‌های انجام شده در حوزه رفتار مالی، نشان می‌دهد که برخلاف نظریه‌های سنتی، شخص سرمایه‌گذار ممکن است، تصمیم‌هایی اتخاذ کند که از لحاظ اقتصادی توجیهی نداشته باشد. براساس نظریه رفتار مالی، سرمایه‌گذار اولویت‌هایی دارد که باعث می‌شود ریسک‌گریز نباشد، بلکه زیان‌گریز باشد؛ بنابراین، حاضر به تحمل ریسک بالا باشد. به علاوه، فرد ممکن است، تحت تأثیر اجتماع یا افراد، در تضاد با نظریه‌های سنتی، تصمیم‌هایی اتخاذ کند. با قبول نظریه سنتی، سرمایه‌گذاری و فرض اساسی ریسک‌گریزی شخص، چالش تشکیل سبد بهینه سهام را می‌توان حل کرد. مارکویتز^۱ (۱۹۵۲)، با اشاره به این نکته که با تشکیل یک سبد در سطح معینی از بازدهی، ریسک کمتری را متحمل شد، چالش مذکور را حل کرد.

روش‌های متعددی برای تشکیل سبد سهام بهینه به کاررفته است. این رویکرد در چارچوب سبد سرمایه‌گذاری در پرتو اندیشه‌های مارکویتز و شارپ، روند تکاملی پیمود و کاربرد ریاضی، دقت سرمایه‌گذاران را در انتخاب سبد سهام افزایش داد. مدل‌های مختلفی برای هدایت سرمایه‌گذاران با کمک برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده است.

مارکویتز (۱۹۵۲ و ۱۹۵۹)، با پیشنهاد مدلی که حداقل کردن واریانس به همراه حداکثر شدن بازده را دنبال می‌کرد، آغازگر این راه بود و با پیشنهاد مرز کارا، سرمایه‌گذاران را در پذیرش ریسک‌های مختلف یاری کرد. مدل مارکویتز از دو معیار بازده و ریسک، به همراه محدودیت بودجه سرمایه‌گذاری، در قالب برنامه‌ریزی درجه دو استفاده کرده است. مارکویتز بعدها (۱۹۵۹ و ۱۹۹۱)، نیم واریانس را جایگزین واریانس کرد. نیم واریانس، درواقع ارزش مورد انتظار مجذور انحراف منفی

اکتفا کرد؛ بنابراین، باتوجه به گزینه‌های فراوان پیش رو و نیز عدم کارایی بازار، نیاز است مدلی طراحی شود که برای حداکثرسازی بازده و حداقل کردن ریسک سبد سهام مؤثر واقع شود. پژوهش‌ها و مطالعات بسیاری که در حوزه تعیین سبد سهام بهینه و استفاده از مدل‌های مدرن و در تعامل با یکدیگر انجام گرفته است، نشان از اهمیت این موضوع دارد که چگونه می‌توان با مدیریت صحیح سبد سهام، نسبت به تشکیل پربازده‌ترین سبد سهام اقدام کرد. در چند دهه اخیر، اساس تئوری‌های مالی (فرضیه بازار کارا، عقلایی بودن سرمایه‌گذار و ضریب بتا)، ازسوی صاحب‌نظران کنونی مورد تردید واقع شده است. به عبارت دیگر، مدل‌های موجود در انتخاب سبد سهام بهینه، دارای اعتبار کافی نیستند (عباس‌نژاد، ۱۳۸۰)؛ بنابراین، ضرورت دارد مدلی طراحی شود که نسبت به مدل‌های انتخاب سبد سهام بهینه قبلی، دارای اعتبار باشد و در شرایط عدم اطمینان موجود، سرمایه‌گذاران را در انتخاب سبد بهینه سهام یاری رساند.

۲. مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در عبارت ساده، پرتفوی به ترکیبی از دارایی‌ها اطلاق می‌شود که از طریق یک سرمایه‌گذار، برای سرمایه‌گذاری تشکیل می‌شود. این سرمایه‌گذار می‌تواند یک فرد یا یک نهاد باشد. از نظر تکنیکی، یک پرتفوی، دربرگیرنده مجموعه‌ای از دارایی‌های واقعی و مالی سرمایه‌گذاری شده ازسوی یک سرمایه‌گذار است. به عبارت دیگر، می‌توان گفت پرتفوی، مجموعه دارایی‌های یک نفر، یا یک سازمان است. در این ارتباط، مسئله مدیریت پرتفوی مطرح می‌شود که مفهوم آن، مطالعه تمام جنبه‌های پرتفوی است. این واژه وسیع، دربرگیرنده مفاهیم پرتفوی است که بخش مهمی از مفهوم سرمایه‌گذاری را تشکیل می‌دهد. در بهینه‌سازی سبد سهام، مسئله اصلی، انتخاب بهینه دارایی‌ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه می‌توان تهیه کرد. در این میان، ریسک سرمایه‌گذاری، یکی از مهم‌ترین مسائلی است که سرمایه‌گذار در بورس با آن مواجه است. به طور عموم، سرمایه‌گذار به دنبال

1. Markowitz, H.

هر مدل پرداخت. نتایج حاصل از کار وی، مشخص کرد که یک شخص می‌تواند، کارهای بیشتری از آنچه فکر می‌کند، با مدل برنامه‌ریزی خطی انجام دهد. او با کنار گذاشتن خصوصیات واقعی مدل اسپرانزا، آن را به یک مدل خطی تبدیل، و فواید چنین مدلی را عنوان کرد.

کانداسمی^۹ (۲۰۰۸)، در پایان‌نامه خود، تحت عنوان «انتخاب پرتفوی تحت سنج‌های ریسک گوناگون»، مدل‌های برنامه‌ریزی غیرخطی و خطی را برای اندازه‌گیری ریسک و مسئله انتخاب پرتفوی بیان داشت. وی به علاوه، کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی در مسائل تک‌زمانه و چندزمانه انتخاب پرتفوی بهینه، همراه با بازده پرتفوی قطعی و احتمالی را به صورت بسیار هنرمندانه نشان داد.

انتخاب سبد سهام، تحت معیار ریسک نامطلوب، در سال‌های اخیر، عمومیت و شهرت بسیاری به دست آورده است. این روش، در پی بیان این موضوع ساده است که سرمایه‌گذار، زمانی از سرمایه‌گذاری خود راضی است که یک سود پیش‌بینی‌نشده را به دست آورد و نه در زمانی که زیان ببیند.

جانگ-فنگ^{۱۰} و همکاران (۲۰۱۳)، در مقاله خود با عنوان «انتخاب پرتفوی سهام براساس مدل مارکویتز»، به این نتیجه رسیدند که الگوریتم حرکات ذرات، نسبت به الگوریتم ژنتیک، دارای توانایی و عملکرد بهتری در انتخاب پرتفوی سهام است. یانگ^{۱۱} و همکاران (۲۰۱۳) در مقاله خود، با عنوان «انتخاب یک مدل بهینه‌سازی چند دوره‌ای پرتفوی، با به کار بردن تحلیل فاصله با استفاده از تئوری تصمیم‌گیری فازی و روش برنامه‌نویسی چندهدفه»، مدلی ارائه دادند که نسبت به الگوریتم حرکات ذرات بهبود یافته، برای نشان دادن پرتفوی بهینه، مؤثرتر است.

لیوی^{۱۲} و لیوی^{۱۳} (۲۰۱۴)، در مقاله خود، با عنوان «مزایای محدودیت براساس واریانس - دیفرانسیل در بهینه‌سازی

نتایج ممکن از بازده مورد انتظار را نشان می‌دهد که نشانگر انحراف پایین نرخ بازده مورد انتظار است. بنابراین، واریانس، هر انحرافی را از بازده مورد انتظار نشان می‌دهد، درحالی که نیم واریانس، فقط نمایانگر انحراف منفی و پایین از بازده مورد انتظار است. از این رو، سرمایه‌گذاران، نیم واریانس را نسبت به واریانس بیشتر ترجیح می‌دهند.

کونو^۱ و یامازاکی^۲ (۱۹۹۱)، انحراف مطلق را برای اندازه‌گیری ریسک و راه حل ساده‌ای برای مسئله انتخاب پرتفوی با کمک برنامه‌ریزی خطی پیشنهاد دادند. درواقع، آنها توانستند مدلی قابل حل از طریق برنامه‌ریزی خطی برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری بر مبنای مقیاس اندازه‌گیری ریسک به طور کامل ارائه دهند. این مدل، نیازی به کوواریانس نداشت. از این رو، به کاهش زمان حل مسئله منجر می‌شد. پژوهش‌های آنان، حاکی از آن است که انحراف مطلق از میانگین بازده تحت شرایط خاص، مانند واریانس، معیاری برای اندازه‌گیری ریسک است.

اسپرانزا^۳ (۱۹۹۵)، مدلی از برنامه‌ریزی مختلط را با خصوصیات واقعی، مثل هزینه‌های معاملات و حداقل واحدهای معاملات ارائه داد. وی بعد از طراحی مدل مذکور، آن را برای بازار سهام میلان ایتالیا به کار گرفت.

فیرینگ^۴ و لی^۵ (۱۹۹۶)، انتخاب سبد سهام استاندارد، با محدودیت احتمالی را بنا کردند. تانگ^۶ و همکاران (۲۰۰۱)، محدودیت احتمالی مسئله انتخاب سبد سهام را فرموله کردند و مقدار برابر قطعی آن را تخمین زدند. آنها توانستند روش جدیدی برای حل مسئله ارائه دهند و نمونه‌ای از بازار سرمایه مربوط به مدل را به نمایش بگذارند.

پپاریستودولو^۷ و داتزور^۸ (۲۰۰۴)، با نوشتن مقاله‌ای به نام «پرتفوی‌های بهینه با استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی خطی»، مدل‌های برنامه‌ریزی خطی در این زمینه را بیان کرد و سپس با نمونه‌های تجربی به مقایسه سبدهای سهام به دست آمده از

1. Konno, H.

2. Yamazaki, H.

3. Speranza, M. Grazia

4. Feiring, B. R.

5. Lee, S. W.

6. Tang, W.

7. Papahristodoulou, C.

8. Dotzauer, E.

9. Kandasamy, Hari

10. Guang-Feng, Deng

11. Yong, L.

12. Levy, H.

13. Levy, M.

۳. روش پژوهش

در این مقاله، برای انتخاب سبد بهینه سهام، از الگوریتم تکامل تفاضلی $(\mu+\lambda)$ مقید بهبودیافته $(ICDE-(\mu+\lambda))$ استفاده می‌شود. در زمینه‌های مهندسی و علوم، تعداد زیادی مسائل بهینه‌سازی مقید^۲ (COPs) وجود دارند. در حالت کلی، یک COPs را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(\vec{X}) \\ & \text{subject to } g_i(\vec{X}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, l \\ & h_j(\vec{X}) = 0, \quad j = l+1, \dots, p \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن: $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n) \in \Omega \subseteq S$ یک بردار تصمیم n بعدی است، $f(\vec{X})$ تابع هدف، $g_i(\vec{X})$ زامین قید نامساوی است؛ $h_i(\vec{X})$ زامین قید مساوی، Ω ناحیه شدنی تعریف شده از طریق l قیود نامساوی و $(p-l)$ قیود مساوی است و S فضای جست‌وجوی مستطیلی n بعدی در $\mathbb{R}$ که از طریق قیود مرزی زیر تعریف شده‌اند:

$$L_i \leq X_i \leq U_i, \quad 1 \leq i \leq n \quad (2)$$

که در آن: L_i و U_i ، به ترتیب، کران‌های پایین و بالا برای آمین متغیر تصمیم هستند.

برای COPها، اگر $\vec{X} \in \Omega$ باشد، یک راه‌حل شدنی است و در غیر این صورت، راه‌حلی نشدنی است. یک قید نامساوی $g_i(\vec{X})$ ($j \in \{1, \dots, l\}$) در راه‌حل $\vec{X} \in \Omega$ به صورت فعال در نظر گرفته می‌شود، اگر $g_i(\vec{X}) = 0$ در $\vec{X}$ باشد. همه قیود مساوی $h_j(\vec{X})$ ($j = l+1, \dots, p$) در همه راه‌حل‌های Ω ، فعال در نظر گرفته می‌شوند.

هنگام حل COPها، قیود مساوی معمولاً به قیود نامساوی به صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$|h_j(\vec{X})| - \delta \leq 0 \quad (3)$$

که در آن: $(j = l+1, \dots, p)$ و δ مقدار خطا^۳ برای قیود مساوی است. در مجموع، درجه نقض قیود برای یک راه‌حل

پرتفوی^۴، نشان دادند که براساس معیار شارپ، مدل بیز توانایی بالایی در انتخاب پرتفوی سهام دارد.

کارابای^۱ و همکاران (۲۰۱۶)، در مقاله خود، با عنوان «رویکرد خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی به انتخاب سبد سهام» که در آن، به بررسی انتخاب سبد سهام در بورس استانبول پرداخته‌اند، نشان می‌دهند که الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی، توانایی تشکیل سبد سهام در بورس اوراق بهادار استانبول با استفاده از متغیر ریسک و بازده را دارد.

اسلامی بیدگلی و طیبی ثانی (۱۳۹۳)، در پژوهش خود، با عنوان «بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، براساس ارزش در معرض ریسک با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان»، نشان دادند که الگوریتم ترکیبی مورچگان و ژنتیک در این پژوهش، نتایج بهتری از نتایج به دست آمده از طریق الگوریتم ژنتیک به تهنایی دارد.

افشارکاظم و همکاران (۱۳۹۳)، در مقاله خود، با عنوان «تدوین مدلی جدید برای بهینه‌سازی پرتفوی بورس با استفاده از روش مارکویتز و اصلاح آن از طریق مدل کسینوس‌ها و حل آن از طریق الگوریتم ژنتیک» که با استفاده از داده‌های مالی ۵۰ شرکت برتر در سال ۱۳۸۹ انجام شد، نشان دادند که همیشه پر گونه‌سازی پرتفوی به نفع سرمایه‌گذار نیست و از یک جایی به بعد، بهتر است، متنوع‌سازی را متوقف کنیم.

یوسف‌وند و جهان‌شاد (۱۳۹۴)، نشان دادند که بازده مورد انتظار پرتفوی‌های مرتب شده براساس اهرم مالی، تفاوت معناداری با بازده واقعی این پرتفوها دارد. به علاوه، تغییرات اهرم، اثر منفی بر بازده پرتفوها دارد و شدت تأثیر منفی تغییرات اهرم در سطوح بالای اهرم، بیشتر از سطوح پایین تغییرات اهرم است. شدت تأثیر منفی تغییرات اهرم در سطوح بالای اهرم و سلامت پایین‌تر، بیشتر از سطوح پایین تغییرات اهرم و سلامت مالی بالاتر است.

امیرحسینی و قبادی (۱۳۹۵)، نشان دادند که سبد سهام پیشنهادی شرکت خدمات انفورماتیک، دارای بالاترین عملکرد و بانک پارسیان، دارای ضعیف‌ترین عملکرد است.

1. Improved $(\mu+\lambda)$ -Constrained Differential Evolution

2. Constrained Optimization Problems

3. Tolerance

$\bar{X}$ بر روی زامین قید به صورت زیر محاسبه می شود:

$$G_j(\bar{X}) = \begin{cases} \max\{0, g_j(\bar{X})\}, & 1 \leq j \leq l \\ \max\{0, h_j(\bar{X})\}, & l+1 \leq j \leq p \end{cases} \quad (۴)$$

به دلیل حضور انواع مختلف قیود، تابع هدف چندمدله و ناحیه شدنی مقعر، حل مسئله COPS، معمولاً مشکل است. روش های بهینه سازی قدیمی به راحتی در بهینه محلی گیر می کنند؛ یا اینکه هزینه محاسباتی بالایی برای حل مسئله COPS نیاز دارند. الگوریتم های تکاملی (EAs)^۱، یک ابزار بهینه سازی قوی است که به راحتی قابل پیاده سازی است. به دلیل این مزایا، EAs در دهه گذشته، برای حل مسئله COPS، بسیار مورد توجه قرار گرفته است؛ در حالی که تکنیک های مدیریت قیود نیز توسعه یافته اند. با ترکیب تکنیک های مدیریت قیود با EAs، الگوریتم های بهینه سازی مقید (COAs) ارائه شده اند.

در این مقاله، از $(\mu+\lambda)$ -ICDE که از سوی Jia و همکارانش در سال ۲۰۱۳ ارائه شده است، برای انتخاب سبد بهینه سهام استفاده شده است. ICDE، اصولاً شامل یک IDE و یک مدل تبدیلی مبتنی بر ذخیره سازی (ArATM)^۲ است که IDE به عنوان موتور جست و جو و ArATM برای مدیریت قیود به کار گرفته می شود. ICDE به صورت زیر کار می کند:

مرحله ۱: قراردادن $t=0$ و $A=\phi$ که t نشان دهنده شماره نسل و A نشان دهنده لیست ذخیره است.

مرحله ۲: μ نمونه تصادفی و یکنواخت از فضای جست و جوی S که برای جمعیت اولیه $P_0 = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_\mu\}$ تولید می شود.

مرحله ۳: محاسبه نقص های قید برای همه افراد در P_0 . باتوجه به تفاوت بین نقص های قیود، یک معیار برای محاسبه درجه نقص قید هر یک از افراد، در طی تکامل تعیین می شود.

مرحله ۴: محاسبه مقدار تابع $f(\bar{x}_i)$ و درجه نقص $G(\bar{x}_i)$

برای هر فرد در جمعیت P_0 .

مرحله ۵: تولید λ فرزند، با اجرای IDE بر روی تمامی افراد در P_t . این λ فرزند، یک جمعیت فرزند Q_t را تشکیل می دهند.

مرحله ۶: محاسبه مقدار تابع هدف و درجه نقص قید هر یک از افراد در Q_t .

مرحله ۷: ترکیب P_t با Q_t ، برای به دست آوردن جمعیت ترکیبی H_t (یعنی $H_t = P_t \cup Q_t$).

مرحله ۸: انتخاب μ فرد بالقوه از H_t ، برای ساخت نسل بعدی P_{t+1} از طریق ArATM.

مرحله ۹: قراردادن $t = t + 1$.

مرحله ۱۰: در صورتی که شرط خاتمه برقرار نباشد، به مرحله ۵ برود و در غیر این صورت، متوقف شود و خروجی، بهترین فرد $\bar{x}_{best}$ در P_t است.

برای تشکیل پرتفوی (سبد بهینه سهام)، از مدل میانگین - واریانس با محدودیت کاردینال (MVCCPO)^۳ در این پژوهش استفاده می شود؛ که معادله آن به شکل زیر است:

$$\min \quad \lambda \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} - (1-\lambda) \sum_{i=1}^N w_i \mu_i \quad (۵)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^N z_i = K \quad (۶)$$

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (۷)$$

$$\varepsilon_i z_i \leq w_i \leq \delta_i z_i, \quad i=1, \dots, N \quad (۸)$$

$$z_i \in \{0,1\} \quad i=1, \dots, N \quad (۹)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (۱۰)$$

که در آن: N تعداد دارایی های مورد نظر برای سرمایه گذاری، و w_i متغیر تصمیم درباره سرمایه گذاری است

محدودیت دوم: مجموع وزن سرمایه‌گذاری، برابر یک باشد.

محدودیت سوم تا آخر: اگر دارایی در سبد قرار گرفته شده باشد، $z_i = 1$ و وزن آن باید بین ε_i و δ_i باشد و اگر دارایی در سبد قرار نگرفته باشد، $z_i = 0$ خواهد بود و وزن آن صفر است. ما از نمایش هیبریدی برای مدل کردن مسئله ۵ تا ۱۰ استفاده کردیم. در نمایش هیبریدی، دو بردار برای تعریف یک سند بهادار (سبد بهینه سهام) استفاده می‌شود:

بردار اول (Z) : یک بردار با مقادیر حقیقی است که مشخص می‌کند کدام k شرکت در سبد سرمایه‌گذاری حضور دارند.

بردار دوم (X) : یک بردار با مقادیر حقیقی^۲ است که برای محاسبه سهم‌های بودجه سرمایه‌گذاری شده در دارایی‌ها استفاده می‌شود.

$$Z = \{z_1, \dots, z_n\}, z_i \in R, i = 1, \dots, n. \quad (11)$$

$$W = \{w_1, \dots, w_k\}, 0 \leq w_i \leq 1, i = 1, \dots, k \quad (12)$$

برای کد کردن مسئله و ورود آن به الگوریتم $(\mu + \lambda)$ -ICDE، معادلات ۵ تا ۱۲ به صورت زیر تغییر داده شدند:

$$\min \tilde{\lambda} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k w_i w_j \sigma_{ind(i), ind(j)} - (1 - \tilde{\lambda}) \sum_{i=1}^k w_i \tilde{\mu}_{ind(i)} \quad (13)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^N s_i = k \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1 \quad (15)$$

$$\varepsilon_i s_i \leq w_i \leq \delta_i s_i, \quad i = 1, \dots, k \quad (16)$$

$$s_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N \quad (17)$$

که نشان‌دهنده درصد سرمایه‌گذاری برای دارایی i ام است. در رابطه ۵، در حالتی که $\lambda = 0$ باشد، بیان‌کننده امید ریاضی بازده سهام، با صرف نظر از ریسک (کوواریانس σ_{ij}) است و راه حل بهینه، فقط دارایی‌هایی با حداکثر بازده سهام است، در حالی که اگر $\lambda = 1$ باشد، بیان‌کننده حداقل ریسک، بدون در نظر گرفتن بازده سهام است. مقدار λ می‌تواند $0 \leq \lambda \leq 1$ باشد و در واقع λ یک پارامتر تنظیم سبد سرمایه‌گذاری سهام (پرتفوی سهام) است که یک معاوضه بین بازده سهام و ریسک است.

بنابراین، با تغییر مقدار λ ، می‌توان جواب‌های متفاوتی را بنا به سلیقه سرمایه‌گذار تولید کرد. در فاصله بین ۰ و ۱، سبدهایی در نظر گرفته می‌شود که هر دو فاکتور ریسک و بازده سهام را بهینه می‌کند. به علاوه، مقدار σ_{ij} ، با استفاده از رابطه $\sigma_{ij} = \rho_{ij} s_i s_j$ تعیین می‌شود که در آن: ρ_{ij} همبستگی بین دارایی i ام و دارایی j ام $(-1 \leq \rho_{ij} \leq +1)$ و s_i و s_j انحراف از معیار در بازده سهام در دارایی i ام است.

در رابطه ۶ K تعداد دارایی‌های مجاز در پرتفو است و $z_i \in \{0, 1\}$ نشان‌دهنده حضور یا عدم حضور دارایی i ام در سبد سرمایه‌گذاری است و دقیقاً باید K دارایی در سبد سرمایه‌گذاری قرار گیرد.

به رابطه ۷، محدودیت بودجه می‌گویند و این محدودیت، تضمین می‌کند که مجموع سرمایه‌گذاری روی دارایی‌های انتخاب‌شده سبد سهام، بیشتر از ۱۰۰٪ نشود.

رابطه ۸، بیانگر این است که درصد سرمایه‌گذاری دارایی‌هایی که در سبد قرار گرفته‌اند ($z_i = 1$) می‌تواند برای دارایی i ام، حداقل ε_i و حداکثر δ_i باشد. مقادیر ε_i و δ_i از طریق سرمایه‌گذار تعیین می‌شود. برای مثال، می‌تواند برای همه دارایی‌ها ثابت باشد، یا برای هر دارایی جداگانه تعیین شود. به زبان ساده‌تر، هر کدام از قیود عمل‌های زیر را کنترل می‌کنند:

محدودیت اول: دقیقاً k دارایی در سبد سرمایه‌گذاری قرار گرفته است.

ضمناً منظور از $ind(.)$ در رابطه ۱۳، ایندکس شرکت انتخابی در سبد سهام است. به علاوه، به منظور اشتباه نشدن سبیل های μ و λ در $(\mu+\lambda)$ -ICDE، در رابطه ۱۳ $\tilde{\mu}$ و $\tilde{\lambda}$ که نشان دهنده میانگین و پارامتر ورودی برای تنظیم بین ریسک و بازده سهام است، به این صورت نشان داده شده اند.

۴. نتایج الگوریتم

جامعه مورد آزمایش در مسئله حاضر، از بین شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران انتخاب شده است. داده های مالی ۳۲ شرکت دارویی و ۲۸ شرکت سرمایه گذاری به صورت ماهیانه، با متغیر مستقل بازده مورد انتظار، از سال ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۳ از نرم افزار ره آورد نوین گردآوری شد. در شبیه سازی، بالاترین تعداد دارایی های مجاز در اسناد بهادار ۱۰ در نظر گرفته شد ($K = 10$). برای وزن های سهام w_i ، حدهای بالا و پایین به ترتیب: ۱ و ۱۰۰٪ بودند؛ یعنی: $\varepsilon_i = 0.01$ ، $\partial_i = 1$ ، $i = 1, \dots, k$. اینها پارامترهای محدودیت معمولی استفاده شده در بیشتر پژوهش ها هستند. برای اجرای الگوریتم $(\mu+\lambda)$ -ICDE پارامترهای ورودی الگوریتم $(\mu+\lambda)$ -ICDE در جدول ۱ نشان داده شده است. برای به کارگیری سلاقی مختلف، مقدار پارامتر λ در سه حالت ۰، ۰/۵ و ۱ بررسی شد. در حالتی که $\tilde{\lambda} = 0$ باشد، بیان کننده امید ریاضی بازده سهام، با صرف نظر از ریسک (کوواریانس σ_{ij}) است و راه حل بهینه، فقط دارایی هایی با حداکثر بازده سهام است، در حالی که اگر $\tilde{\lambda} = 1$ باشد، بیان کننده حداقل ریسک، بدون در نظر گرفتن بازده سهام است. مقدار $\tilde{\lambda}$ می تواند $0 \leq \tilde{\lambda} \leq 1$ باشد و در واقع $\tilde{\lambda}$ ، یک پارامتر تنظیم سبد سرمایه گذاری سهام (پرتفوی سهام) است که یک معاوضه بین بازده سهام و ریسک است. بنابراین، با تغییر مقدار $\tilde{\lambda}$ می توان جواب های متفاوتی را بنا به سلیقه سرمایه گذار تولید کرد. با انتخاب پارامترهای جدول ۱ و اجرای الگوریتم شرکت های انتخاب شده، به عنوان k ، شرکت موجود در سبد سهام در جدول ۲ و ۳ نشان داده شده است.

$$0 \leq \tilde{\lambda} \leq 1 \quad (18)$$

$$s_i = \begin{cases} 1 & z_i \in \text{top } k \text{ element in } Z \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

که در روابط بالا، بردار تصمیم الگوریتم $(\mu+\lambda)$ -ICDE، یک بردار با $n+k$ تصمیم است که N ، تعداد کل شرکت ها و k تعداد شرکت های موجود در سبد سهام است. بردار تصمیم الگوریتم $(\mu+\lambda)$ -ICDE به صورت $X = [Z, W]$ است که Z و W در روابط ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده اند.

در واقع w_i ، $i = 1, \dots, k$ برای تعیین میزان سرمایه گذاری در شرکت i ام موجود در سبد سهام k تایی است و براساس رابطه ۱۵، باید مجموع w_i ها، برابر یک شود و علاوه بر آن، حداقل و حداکثر سرمایه گذاری باید براساس رابطه ۱۶، دارای حداقل و حداکثر باشد که رابطه ۱۵ را به عنوان یک قید مساوی، به $(\mu+\lambda)$ -ICDE اعمال می کنیم و رابطه ۱۶ را به عنوان کران های متغیر هر متغیر تصمیم را به عنوان ورودی کران ها در $(\mu+\lambda)$ -ICDE وارد می کنیم.

در هر بردار، تصمیم قسمت Z ، k مقدار حقیقی بزرگ تر را پیدا می کند و s_i های نظیر آنها را ۱ و بقیه را صفر می کنیم. این کار در رابطه ۱۹ انجام می گیرد و با این عمل، از قیود ۱۴، ۱۷ و ۱۹ ارضا می شوند این قیود در حین فرایند جست و جوی $(\mu+\lambda)$ -ICDE، همیشه به صورت یک قید فعال در ناحیه شدنی قرار می گیرد و دیگر لازم به وارد کردن این قیود در الگوریتم $(\mu+\lambda)$ -ICDE نیست.

پس در مجموع، می توان گفت که W در بردار تصمیم، نمایانگر میزان سرمایه گذاری روی k شرکت موجود در سبد سهام و Z در کنار محاسبه S ، نشان دهنده نحوه انتخاب و حضور شرکت ها در سبد سهام است. پس الگوریتم $(\mu+\lambda)$ -ICDE، با تابع هدف ۱۳ و تک قید مساوی ۱۵ و دو قید نامساوی رابطه ۱۶ با بردار تصمیم X مدل شده است.

جدول ۱. پارامترهای الگوریتم ICDE-($\mu+\lambda$) در تعیین پرتفو

نام	گروه دارویی	گروه سرمایه گذاری	توضیحات
μ	۲۰	۲۰	جمعیت والدین
λ	۶۰	۶۰	جمعیت فرزندان
MAX_FES	۵۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	حداکثر تعداد ارزیابی تابع ارزیاب
δ	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	مقدار خطا در قیود مساوی tolerance value
r	۰/۶	۰/۶	پارامتر آستانه
ϵ_i	۰/۰۱	۰/۰۱	کران پایین از پارامترهای بهینه سازی
$\bar{\theta}_i$	۱	۱	کران بالا از پارامترهای بهینه سازی
N	۳۲	۲۸	تعداد کلی شرکتها
k	۵	۵	تعداد شرکت های موجود در سبد سهام

جدول ۲. پرتفوی انتخاب شده از طریق الگوریتم ICDE-($\mu+\lambda$) در شرکت های دارویی

شرکت	بازده			ریسک			وزن			بازده	ریسک	وزن
	بازده	ریسک	وزن	بازده	ریسک	وزن	بازده	ریسک	وزن	بازده	ریسک	وزن
البرز دارو	۰/۱۸۴	۰/۶۱	۰/۴۲									
سینا دارو	۰/۱۹۶	۰/۶۳	۰/۴۱									
کیمیدارو	۰/۲۰۴	۰/۵۶	۰/۵۴									
دارو ابوریحان	۰/۲۰۶	۰/۵۵	۰/۴۶									
دارو اسوه	۰/۲۱	۰/۵۶	۰/۴۸									
تهران دارو				۰/۲۰۳	۰/۴۱	۰/۴۱						
دارو زهراوی				۰/۱۹۸	۰/۳۲	۰/۱۸						
دارو لقمان				۰/۱۸۱	۰/۳۰	۰/۱۹						
دارو پخش				۰/۲۲۱	۰/۴۴	۰/۱۶						
داروسازی کوثر				۰/۲۰۷	۰/۳۸	۰/۲۲						
دارو رازک							۰/۱۹۸	۰/۱۸	۰/۱۱			
سیحان دارو							۰/۱۹۳	۰/۲۱	۰/۰۸			
دارو عبیدی							۰/۱۹۱	۰/۲۲	-۰/۰۳			
دارو فارابی							۰/۲۰۸	۰/۱۹	۰/۱۲			

مقدار λ تعامل بین بازده سهام و ریسک است. در حالتی که $\lambda = 0$ باشد، با صرف نظر از ریسک سهام مختلف، صرفاً حداکثر بازده سهام برای تعیین پرتفوی در نظر گرفته شده است. در چنین شرایطی، سهامی وارد پرتفوی می شود که

نتایج مزبور، بیانگر توانایی الگوریتم به کار گرفته شده در تعیین سبد بهینه سهام است. براساس مطالب پیش گفته، مقدار λ می تواند $0 \leq \lambda \leq 1$ باشد و درواقع λ ، یک پارامتر تنظیم سبد سرمایه گذاری سهام (پرتفوی سهام) است. درواقع

باشد. باتوجه به موارد مزبور، در شرایطی که $\tilde{\lambda} = 0.5$ باشد، بازده سهام و ریسک به یک اندازه در تعیین پرتفوی حایز اهمیت هستند. نتایج کاربرد الگوریتم مورد بحث، برای گروه شرکت‌های سرمایه‌گذاری به شرح زیر است:

بالاترین مقدار بازده را به همراه داشته باشد. درحالی که اگر $\tilde{\lambda} = 1$ باشد، تنها معیار برای تعیین پرتفوی، ریسک سهام، بدون در نظر گرفتن بازده آن است. در چنین شرایطی، سهامی وارد پرتفوی می‌شود که کمترین مقدار ریسک را داشته

جدول ۳. پرتفوی انتخاب شده از طریق الگوریتم ICDE-($\mu+\lambda$) در شرکت‌های سرمایه‌گذاری

شرکت	$\tilde{\lambda}$ برابر ۰			$\tilde{\lambda}$ برابر ۰/۵			$\tilde{\lambda}$ برابر ۱		
	وزن	ریسک	بازده	وزن	ریسک	بازده	وزن	ریسک	بازده
سرمایه‌گذاری آتیه دماوند	۰/۱۷۸	۰/۶۸	۰/۴۳						
سرمایه‌گذاری اقتصاد نوین	۰/۱۸۳	۰/۷۳	۰/۴۴						
سرمایه‌گذاری خوارزمی	۰/۲۱۲	۰/۷۷	۰/۳۸						
سرمایه‌گذاری صنعت و معدن	۰/۱۹۶	۰/۸۱	۰/۴۳						
سرمایه‌گذاری ملت	۰/۲۳۱	۰/۷۴	۰/۴۶						
سرمایه‌گذاری بوعلی				۰/۱۸۸	۰/۴۵	۰/۲۲			
سرمایه‌گذاری توسعه شمال				۰/۱۹۶	۰/۵۱	۰/۱۸			
سرمایه‌گذاری توسعه ملی				۰/۲۰۲	۰/۵۴	۰/۱۵			
سرمایه‌گذاری سایا				۰/۱۹۹	۰/۴۹	۰/۱۷			
سرمایه‌گذاری سپه				۰/۲۱۵	۰/۴۴	۰/۲۰			
سرمایه‌گذاری فلات ایرانیان							۰/۱۹۶	۰/۲۸	۰/۱۲
سرمایه‌گذاری اعتلای البرز							۰/۱۹۴	۰/۲۶	۰/۱۴
سرمایه‌گذاری بهمن							۰/۲۰۳	۰/۳۲	-۰/۰۱
سرمایه‌گذاری بانک مسکن							۰/۱۹۹	۰/۳۴	-۰/۰۷
سرمایه‌گذاری صنعت بیمه							۰/۲۰۸	۰/۳۱	۰/۱۵

در ادامه، عملکرد سبدهای بهینه متشکل از سهام را ارزیابی

می‌کنیم. به عبارتی، آخرین مرحله در فرایند سرمایه‌گذاری، ارزیابی عملکرد سبد سرمایه‌گذاری است. برای ارزیابی عملکرد سبدهای بهینه از نسبت پاداش به تغییرپذیری^۱ (معیار شارپ) استفاده شده است. این نسبت، معیاری ترکیبی از عملکرد پرتفوی است که بر پایه نظریه بازار سرمایه استوار است. معیار شارپ از شاخص مبنایی براساس خط بازار سرمایه تاریخی، به عنوان معیار ریسک استفاده می‌کند. این معیار به صورت زیر تعریف می‌شود (رهنمای رودپشتی و همکاران، ۱۳۹۰):

$$RVAR = SR_p = \frac{\bar{r}_p - \bar{r}_f}{\sigma_p} \quad (20)$$

که در این معادله، داریم:

$$\bar{r}_p = \text{متوسط بازده کل پرتفوی}$$

$$\bar{r}_f = \text{متوسط نرخ بازده بدون ریسک}$$

$$\sigma_p = \text{انحراف معیار بازده پرتفوی}$$

$$\bar{r}_p - \bar{r}_f = \text{بازده مازاد (صرف ریسک) پرتفوی}$$

صورت معادله قبل بازده مازاد پرتفوی، یا بازده بالاتر از نرخ بدون ریسک را اندازه‌گیری می‌کند که به آن «صرف ریسک» نیز اطلاق می‌شود. به علاوه، درمورد معیار شارپ، باید موارد زیر را در نظر داشت:

۱. بازده مازاد هر واحد از ریسک کل را اندازه‌گیری می‌کند.
۲. هرچه میزان معیار شارپ بیشتر باشد، عملکرد پرتفوی

به همان اندازه بهتر خواهد بود.

بازدهی به‌دست‌آمده، با تقبل ریسک کمتری بوده است. به این معنا که منفی‌بودن نسبت شارپ نشان می‌دهد که بازده انتظاری مورد نظر از بازده بدون ریسک اوراق مشارکت کمتر است و از این رو، سرمایه‌گذاری مزبور توجه‌پذیر به‌نظر نمی‌رسد. نتایج حاصل از آزمون شارپ برای گروه شرکت‌های دارویی و سرمایه‌گذاری به‌صورت جدول ۴ است:

جدول ۴. معیار شارپ

گروه	$\lambda = 0$	$\lambda = 0.5$	$\lambda = 1$
گروه شرکت‌های دارویی	۱/۰۱۵	۰/۹۹۱	۰/۸۶۹
گروه شرکت‌های سرمایه‌گذاری	۰/۸۱۲	۰/۷۹۹	۰/۷۱۵

براساس نتایج مکتسبه از آزمون شارپ، در مقایسه با پرتفوی شرکت‌های سرمایه‌گذاری، بازدهی حاصل از تشکیل پرتفوی شرکت‌های دارویی، با تقبل ریسک کمتری به‌دست آمده است. از این رو، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که تشکیل پرتفوی سهام شرکت‌های دارویی، نسبت به پرتفوی سهام شرکت‌های سرمایه‌گذاری، بهینه‌تر است.

مشخص شده است.

نتایج حاصل، بیانگر آن است که الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته، توانسته است مدلی هوشمند برای انتخاب ترکیب بهینه سبد سهام فراهم سازد. علاوه بر این، نتایج حاصل از آزمون شارپ، حاکی از بهینه‌تر بودن سرمایه‌گذاری در شرکت‌های دارویی، در مقایسه با سرمایه‌گذاری در شرکت‌های سرمایه‌گذاری است.

از این رو، براساس نتایج پژوهش حاضر، به‌نظر می‌رسد، الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته، دارای توانایی مناسبی برای تعیین سبد بهینه سهام در پارامترهای متفاوت و با در نظر گرفتن وضعیت تقبل ریسک سرمایه‌گذار باشد.

نتایج بررسی‌های انجام‌شده، پیرامون پژوهش‌های پیشین، نمایانگر آن است که تاکنون از الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته برای ایجاد مدل بهینه‌سازی سبد سهام استفاده نشده است. در سایر پژوهش‌های انجام‌شده، جانگ‌فنگ و همکاران (۲۰۱۳)، با استفاده از الگوریتم حرکات ذرات مدلی برای انتخاب پرتفوی سهام ایجاد کردند.

در پژوهش دیگری، یانگ و همکاران (۲۰۱۳)، با استفاده از تئوری تصمیم‌گیری فازی و روش برنامه‌نویسی چندهدفه، مدلی ارائه دادند که نسبت به الگوریتم حرکات ذرات بهبود یافته برای نشان دادن پرتفوی بهینه، مؤثرتر بود. لیوی و لیوی (۲۰۱۴) نیز نشان دادند که براساس معیار شارپ، مدل بیز توانایی بالایی در انتخاب پرتفوی سهام دارد.

۵. نتیجه‌گیری

در امر سرمایه‌گذاری سهام، انتخاب سبد بهینه سهام از جمله مهم‌ترین موارد قابل توجه است. در این رابطه، ایجاد مدل‌هایی که بتواند به انتخاب بهترین سبد سهام منجر شود، دارای اهمیت حایز توجه‌ای است. مدل‌های مزبور باید در ایجاد سبد بهینه سهام، توانایی لحاظ کردن شخصیت ریسک‌پذیری اشخاص را نیز داشته باشند. الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته، از جمله این مدل‌ها است.

هدف این پژوهش، ایجاد مدلی هوشمند برای انتخاب سبد بهینه سهام، با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته در شرکت‌های دارویی و سرمایه‌گذاری است. باتوجه به هدف پژوهش، با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته و با در نظر گرفتن ریسک و بازده مورد انتظار ۳۲ شرکت دارویی و ۲۸ شرکت سرمایه‌گذاری پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران، طی سال‌های ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۳، بهترین سبد سهام باتوجه به تعاملات بین ریسک و بازده

۱۳۹۰. مدیریت مالی راهبردی (ارزش آفرینی). نشر حکیم‌باشی.
سن جو، شی زوا؛ فوشی می، تامی او و فوجی تا، سی ایچی (۱۳۷۸)،
تحلیل بهره‌وری و سودآوری، ترجمه سید عباس جوادی، چاپ
اول، تهران انتشارات نوادر.

عباس نژاد، علی اکبر (۱۳۸۰). ارزیابی مالی شرکتهای پذیرفته شده
در بورس اوراق بهادار تهران بر اساس فرایند تحلیل سلسله
مراتبی، دانشگاه امام صادق.

یوسف‌وند، طاهره و جهان‌شاد، آزیتا. ۱۳۹۴. «نقش اهرم بر تحلیل
پرتفوی سهام باتوجه به سلامت مالی شرکت‌ها»، مجله
حسابداری مدیریت، دوره ۸، ش ۲۷/زمستان، ص ۵۶-۳۷.

Feiring, B. R. & Lee, S. W. 1996. "A Chance-
Constrained Approach to Stock Selection in Hong
Kong", *International Journal of Systems Science*
27(1), 3341.

Guang-Feng, Deng; Woo-Tsong, Lin; Chih-Chung,
Lo. 2013. "Markowitz-based Portfolio Selection
with Cardinality Constraints Using Improved
Particle Swarm Optimization", *Expert Systems
with Applications* 40(2), 4558-4566.

Kandasamy, Hari. 2008. *Portfolio Selection under
Unequal Prioritized Downside Risk* (Advisor:
Kostreva, Michael M., The Degree Doctor of
Philosophy Mathematical Sciences), Department
of Mathematical Science, Clemson University.

Karabayır, Mehmet Emin; Doganay, Murat; Barak,
Osman. 2016. "Hierarchical Clustering Approach
to Portfolio Selection: The Case of Istanbul Stock
Exchange (March 14, 2016), *Akhmed Yassawi
IKTU Bulletin* 1(76), p. 408-413, Available at
SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2747348>

Konno, H. & Yamazaki, H. 1991. "Mean-absolute
Deviation Portfolio Optimization Model and
Its Applications to Tokyo Stock Market",
Management Science 37(5), 519-531.

اسلامی بیدگلی و طیبی ثانی (۱۳۹۳) نیز ثابت کردند که
الگوریتم ترکیبی مورچگان و ژنتیک، نتایجی بهتر از الگوریتم
ژنتیک به‌تنهایی دارد.

۶. پیشنهاد برای پژوهش‌های آتی

برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود، از سایر
الگوریتم‌های هوشمند استفاده شود و با مقایسه نتایج بین
الگوریتم‌های مختلف، الگوریتمی که با لحاظ کردن ریسک،
سبد سهامی با بیشترین بازده را برای سرمایه‌گذاران به
ارمغان می‌آورد، مشخص شود. به‌علاوه، پیشنهاد می‌شود
در پژوهش‌های آتی، از تمام معیارهای ارزیابی عملکرد
مالی و اقتصادی و تمام ریسک‌های مالی و تجاری برای
تشکیل پرتفوی سهام استفاده شود. نتایج این پژوهش،
به‌علاوه، می‌تواند مورد استفاده شرکت‌های سرمایه‌گذاری و
کارگزاری‌های سهام قرار گیرد.

مرجع‌ها

آذر، عادل و معماریانی، عزیزالله. ۱۳۷۶. «برنامه‌ریزی شولا،
تکنیکی نوین برای برنامه‌ریزان»، نشریه علمی دانشگاه شاهد،
ش ۹ و ۱۰.

اسلامی بیدگلی، غلامرضا و طیبی ثانی، احسان. ۱۳۹۳.
«بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری براساس ارزش درمعرض
ریسک»، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ش ۱۸/
بهار، ص ۱۸۳-۱۶۳.

افشارکاظم، محمدعلی؛ میرفیض فلاح، شمس؛ کارگر، مرضیه.
۱۳۹۳. «تدوین مدلی جدید برای بهینه‌سازی پرتفوی
بورس، با استفاده از روش مارکویتز و اصلاح آن توسط مدل
کسینوس‌ها و حل آن توسط الگوریتم ژنتیک»، مجله مهندسی
مالی و مدیریت اوراق بهادار، ش ۱۸/بهار، ص ۱۰۴-۸۰.

امیرحسینی، زهرا و قبادی، معصومه. ۱۳۹۵. «ارزیابی و انتخاب
سبد سهام، با استفاده از تئوری فازی و تصمیم‌گیری چند
معیار»، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره
بیست و هفتم/تابستان، ص ۲۵-۱.

رهنمای رودپشتی، فریدون؛ نیکومرام، هاشم؛ شاهوردیانی، شادی.

- Speranza, M. Grazia. 1995. "A Heuristics Algorithm for A Portfolio Optimization Model Applied to the Milan Stock Market", *Computer and Ops Res.* 5(4), 433-441.
- Tang, W.; Han, Q.; Li, G. 2001. "The Portfolio Selection Problems with Chance-constrained", in: *Systems, Man, and Cybernetics IEEE International Conference* 4(12), 2674-2679.
- Yong, L.; Zhang, W.; Zhang, P. 2013. "A Multi-period Portfolio Selection Optimization Model by Using Interval Analysis", *Economic Modeling* 33, 113-119.
- Levy, H. & Levy, M. 2014. "The Benefits of Differential Variance-based Constraints in Portfolio Optimization", *European Journal of Operational Research* 234(2), 372-381.
- Markowitz, H. 1952. "Portfolio Selection", *Journal of Finance* 7(1), 7-91.
- Markowitz, H. 1959. *Portfolio Allocation: Efficient Diversification of Investments*. New York: A Cowles Foundation Monograph, John Wiley & Sons, Inc.
- Markowitz, H. 1991. Foundations of Portfolio Theory", *Journal of Finance* 46(2), 469-477.
- Papahristodoulou, C. & Dotzauer, E. 2004. "Optimal Portfolios Using Linear Programming Problems", *Journal of the Operations Research Society* 55(11), 1169-1177.

