Industrial Management Journal
Print ISSN: 2008-5885
Online ISSN: 2423-5369

An Integer Linear Programming Model for the Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problems with Multiple Products and Split Deliveries

Abolfazl Momeni
Ph.D. Candidate, Department of Industrial Management, Faculty of Administrative Sciences and Economics, University of Isfahan, Isfahan, Iran. E-mail: abolfazl_mmm@ase.ui.ac.ir

Majid Esmaelian *
*Corresponding Author, Associate Prof., Department of Management, Faculty of Administrative Sciences and Economics, University of Isfahan, Isfahan, Iran. E-mail: m.esmaelian@ase.ui.ac.ir

Dariush Mohamadi Zanjarani
Associate Prof., Department of Management, Faculty of Administrative Sciences and Economics, University of Isfahan, Isfahan, Iran. E-mail: d.mohamadi@ase.ui.ac.ir

Abstract

Objective

This study aims to propose a model to minimize the total transportation cost in Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problems with Multi-products and Split Deliveries. This type of vehicle routing problem is commonly encountered in manufacturing companies that produce various products (with different sizes or weights) and distribute them continuously to retail stores and other customers using a heterogeneous fleet of vehicles. In these problems, different types of vehicles with varying loading capacities are available in limited numbers, each with its own fixed and variable (travel) costs.Despite their high importance, vehicle routing problems that involve a heterogeneous fleet, multiple products, and split deliveries have not been extensively studied.

Methods

A pure integer linear programming model is developed to address the problem. The proposed model aims to minimize the total transportation cost, including fixed costs, variable (travel) costs, and stopping costs at destinations. The model selects several vehicles from the fleet and determines the products to be loaded in each one. It then establishes the route for each vehicle and specifies which products each vehicle delivers to which customer. An innovative modeling technique is employed to determine the sequence in which vehicles meet customers.

Results

The computational results from solving 32 instances of random problems using the proposed method demonstrate its effectiveness. For small-scale problems (up to 15 customers), the method can achieve optimal solutions within a reasonable time frame (ranging from 1 to 2000 seconds, depending on the problem size). For medium-scale problems (20 to 30 customers), it can find acceptable solutions within 3600 seconds. Additionally, for larger-scale problems (up to 50 customers), feasible solutions were obtained and improved over time within a one-hour limit (3600 seconds). Among the problem parameters, the number of customers has the greatest impact on the problem-solving time, followed by the number of product types and the number of vehicles.

Conclusion

The results of this study indicate that the proposed model is an effective approach for optimizing transportation costs in vehicle routing problems characterized by split deliveries, multiple products, and heterogeneous fleets. The model proves to be a robust and efficient solution for small to medium-scale problems, significantly enhancing operational efficiency and reducing transportation costs for manufacturing companies. It is anticipated that developing meta-heuristic models based on the proposed mathematical programming framework will not only accelerate problem-solving but also facilitate the attainment of near-optimal and satisfactory solutions for larger-scale issues.

Keywords: Heterogeneous fleet, Multi-product, Split delivery, Vehicle routing problem, Pure integer linear programming.

Citation: Momeni, Abolfazl; Esmaelian, Majid & Mohamadi Zanjarani, Dariush (2024). An Integer Linear Programming model for the Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problems with Multiple Products and Split Deliveries. *Industrial Management Journal*, 16(3), 334-360. (*in Persian*)

Industrial Management Journal, 2024, Vol. 16, No 3, pp. 334-360
Published by University of Tehran, Faculty of Management
https://doi.org/10.22059/IMJ.2024.374742.1008144
Article Type: Research Paper
© Authors
Received: April 07, 2024
Received in revised form: September 01, 2024
Accepted: September 09, 2024
Published online: October 01, 2024

مدیریت صنعتی
شاپا چاپی: ۵۸۸۵-۲۰۰۸
شاپا الکترونیکی: ۵۳۶۹-۲۴۲۳

ارائه یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه ناوگان ثابت ناهمگون چندکالایی با امکان تحویل چندبخشی

ابوالفضل مؤمنی

دانشجوی دکتری، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران. رایانامه: abolfazl_mmm@ase.ui.ac.ir

مجید اسماعیلیان *

* نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران. رایانامه: m.esmaelian@ase.ui.ac.ir

داریوش محمدی زنجیرانی

دانشیار، گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران. رایانامه: d.mohamadi@ase.ui.ac.ir

چکیده

هدف: هدف این مطالعه ارائه مدلی برای حداقل‌سازی هزینهٔ کل حمل‌ونقل در مسائل مسیریابی وسایل نقلیه ناوگان ثابت ناهمگون چندمحصولی با امکان تحویل چندبخشی است. این نوع مسائل، معمولاً در آن دسته از شرکت‌های تولیدی مشاهده می‌شود که محصولات گوناگون (با اندازه‌ها یا وزن‌های مختلف) تولید می‌کنند و آن‌ها را توسط ناوگان ناهمگونی از وسایل نقلیه و به‌طور مداوم به خرده‌فروشی‌ها و سایر مشتریان خود می‌فرستند. در این مسائل، انواع مختلفی از وسایل نقلیه با ظرفیت‌های بارگیری متفاوت به‌طور محدود در دسترس است و هر یک از آن‌ها هزینه ثابت به‌کارگیری و هزینه متغیر سفر مختص به خود را دارد. مسائل مسیریابی وسایل نقلیه با سه ویژگی هم‌زمان ناوگان ناهمگون، چند محصولی و امکان تحویل چندبخشی با وجود اهمیت بالایی که دارند تا پیش از این چندان مطالعه نشده است.

روش: یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح محض، برای حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه‌ای توسعه یافته است که شامل ویژگی‌های تحویل چندبخشی، چند محصولی و ناوگان ناهمگون ثابت است. این مدل با انتخاب تعدادی از وسایل نقلیه از میان ناوگان حمل‌ونقل و تعیین محصولاتی که باید در هر یک از آن‌ها بارگیری شود، مشخص‌کردن مسیر حرکت، ترتیب ملاقات مشتریان توسط هر وسیلهٔ نقلیه و اینکه هر وسیلهٔ نقلیه چه محصولاتی را به کدام مشتری تحویل می‌دهد، توانسته است هزینه کل حمل‌ونقل، یعنی مجموع هزینه‌های ثابت، هزینه‌های متغیر سفر و هزینه‌های توقف در محل مشتریان را به حداقل برساند. برای تعیین ترتیب ملاقات مشتریان، از یک روش ابتکاری در مدل‌سازی استفاده شده است.

یافته‌ها: نتایج محاسباتی حاصل از حل تعدادی از مسائل تصادفی با استفاده از روش پیشنهادی نشان می‌دهد که این روش قادر است برای مسائلی در مقیاس کوچک (تا ۱۵ مشتری) در زمان مناسبی به جواب بهینه دست یابد و برای مسائلی با مقیاس متوسط (با ۲۰ تا ۳۰ مشتری) در محدوده زمانی یک ساعت جواب قابل قبولی پیدا کند. همچنین با استفاده از مدل پیشنهادی برای مسائل در مقیاس بزرگ‌تر (تا ۵۰ مشتری) در محدودهٔ زمانی یک ساعت، جواب‌های شدنی به‌دست آمد و این جواب‌ها، به مرور زمان بهبود

یافتند. از میان پارامترهای مسئله، تعداد مشتریان بیشترین تأثیر را روی زمان حل مسئله داشته است و پس از آن، به‌ترتیب تعداد انواع محصولات و تعداد وسایل نقلیه، زمان حل مسئله را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

نتیجه‌گیری: با توجه به نتایج حاصل از این مطالعه، مدل ارائه شده می‌تواند به‌عنوان ابزاری مؤثر برای بهینه‌سازی هزینهٔ حمل‌ونقل محصولات، در مسائل مسیریابی وسایل نقلیه با ویژگی‌های هم‌زمان تحویل چندبخشی، چند محصولی و ناوگان ناهمگون استفاده شود. این مدل قادر است به‌صورت مناسب و بهینه، به حل مسائل مختلف در مقیاس‌های کوچک و متوسط بپردازد که این امر می‌تواند به بهبود کارایی و کاهش هزینه‌های حمل‌ونقل در شرکت‌های تولیدی کمک کند. انتظار می‌رود طراحی مدل‌های فراابتکاری برپایهٔ منطق مدل برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهادی، ضمن افزایش سرعت حل مسئله، بتواند به دستیابی به جواب نزدیک به بهینه و قابل قبول برای مسائل با مقیاس بزرگ‌تر کمک کند.

کلیدواژه‌ها: برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح محض، تحویل چندبخشی، چندکالایی، مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، ناوگان ناهمگون.

استناد: مؤمنی، ابوالفضل؛ اسماعیلیان، مجید و محمدی زنجیرانی، داریوش (۱۴۰۳). ارائه یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه ناوگان ثابت ناهمگون چندکالایی با امکان تحویل چندبخشی. *مدیریت صنعتی*، ۱۶(۳)، ۳۳۴-۳۶۰.

مدیریت صنعتی، ۱۴۰۳، دوره ۱۶، شماره ۳، صص. ۳۳۴- ۳۶۰
ناشر: دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
نوع مقاله: علمی پژوهشی
© نویسندگان
تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۱۹
تاریخ ویرایش: ۱۴۰۳/۰۶/۱۱
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۶/۱۹
تاریخ انتشار: ۱۴۰۳/۰۷/۱۰
doi: https://doi.org/10.22059/IMJ.2024.374742.1008144

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مقدمه

بسیاری از شرکت‌های تولیدی (یا مراکز توزیع)، مجموعهٔ متنوعی از محصولات با انواع و اندازه‌های متفاوت را تولید (یا تأمین) می‌کنند و بایستی به‌طور مرتب، سفارش‌ها و تقاضاهای دریافت شده از نمایندگی‌ها، خرده‌فروشی‌ها و سایر مشتریان خود را با استفاده از ناوگان ناهمگونی از وسایل نقلیه با ظرفیت‌های بارگیری متفاوت و هزینه‌های ثابت و متغیر مختلف حمل کنند و در محل مشتری به آن‌ها تحویل دهند. ممکن است مقدار تقاضای دریافت شده از یک مشتری، از ظرفیت هرکدام از وسایل نقلیهٔ در دسترس بیشتر باشد. برای چنین شرکت‌هایی، به‌ویژه زمانی که مشتریان در شهرهای مختلف پراکنده باشند، هزینه‌های حمل‌ونقل بر قیمت تمام شده و سودآوری آن‌ها به‌طور چشمگیری تأثیر می‌گذارد. در چنین مواقعی با یک گونه از مسائل مسیریابی وسایل نقلیه (VRP)[1] با سه ویژگی هم‌زمان چندکالایی، وسایل نقلیهٔ ناهمگون و امکان تحویل چندبخشی مواجهیم که در این مطالعه تحت عنوان «مسئله مسیریابی وسایل نقلیه ناوگان ثابت ناهمگون چندکالایی با امکان تحویل چندبخشی»[2] معرفی شده و به‌اختصار با HFFVRP/MPSD نشان داده می‌شود.

ضرورت مطالعه در زمینهٔ مسئله یادشده، به‌دلیل اهمیت دستیابی به یک رویکرد مناسب برای انتخاب مؤثر حامل‌های بار، بارگیری و برنامه‌ریزی ارسال سفارش‌های مشتریان برای شرکت‌هایی است که با مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با محدودیت‌های هم‌زمان چندکالایی، ناوگان وسایل نقلیه ناهمگون و تحویل تقاضاها به‌صورت چندمرحله‌ای سروکار دارند. از طرفی تابه‌حال سه ویژگی یادشده به‌طور هم‌زمان با هم چندان مورد مطالعه قرار نگرفته و مدل‌های کافی برای چنین مسائلی توسعه نیافته‌اند. این پژوهش ضمن مطالعه هم‌زمان این ویژگی‌ها، تکنیکی برای کاهش تعداد محدودیت‌های مدل برنامه‌ریزی خطی و درنتیجه افزایش کارایی آن ارائه می‌کند.

مسئلهٔ مسیریابی وسایل نقلیه که اولین بار توسط دانتزیگ و رامسر[3] (۱۹۵۹) معرفی شد، به‌معنای یافتن مجموعه‌ای از مسیرهایی است که توسط ناوگانی از وسایل نقلیه با ظرفیت مشخص و ثابت، به‌منظور خدمات‌رسانی یا تحویل کالاها به دسته‌ای از مشتریان با میزان تقاضای مشخص و با هدف حداقل‌سازی مجموع هزینه‌های حمل‌ونقل استفاده می‌شود. در طول مسیرها مشتریان تنها و تنها یک بار ملاقات می‌شوند و تمام تقاضاهای آن‌ها تنها توسط یک وسیلهٔ نقلیه برآورده می‌شود. از سوی دیگر، تمام مسیرها از یک نقطه بارگیری مشخص (قرارگاه یا بارانداز مرکزی) آغاز می‌شود و پس از آنکه وسیلهٔ نقلیه یک سلسله از مشتریان را ملاقات کرد، به نقطه اولیه باز می‌گردد و مسیر در همان مکان پایان می‌یابد.

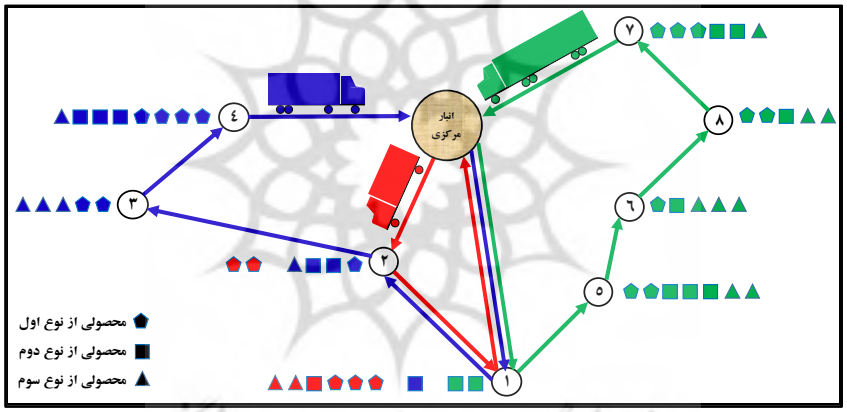
در مسئلهٔ کلاسیک VRP، یک نوع محصول به مشتریان تحویل داده می‌شود و وسایل نقلیه نیز یکسان درنظر گرفته می‌شوند؛ اما برخلاف مسئله کلاسیک VRP، در مسئله HFFVRP/MPSD، هم محصولات و هم وسایل نقلیه از انواع مختلف و ناهمگن[4] هستند.

تفاوت دیگر مسئلهٔ این پژوهش با مسائل کلاسیک مسیریابی وسایل نقلیه این است که در مسائل کلاسیک VRP،

1. Vehicle Routing Problem
2. Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problems with Multi Products and Split Deliveries
3. Dantzig and Ramser
4. Heterogeneous

هر مشتری تنها یک بار (توسط یک وسیلهٔ نقلیه) ملاقات می‌شود؛ اما در مسئله HFFVRP/MPSD تحویل درخواست‌های هر مشتری به‌صورت چندبخشی (در چند مرحله) امکان‌پذیر است و محدودیتی در تعداد ملاقات‌های ناوگان وسایل نقلیه با یک مشتری درنظر گرفته نمی‌شود؛ زیرا درعمل، تقاضای یک مشتری می‌تواند از ظرفیت هر وسیلهٔ نقلیه بیشتر شود و حتی اگر تقاضای هر مشتری کمتر از ظرفیت هر وسیلهٔ نقلیه باشد، ایجاد محدودیتی مانند عدم امکان ملاقات بیش از یک بار هر مشتری، فضای امکان‌پذیر[1] را کاهش می‌دهد و ممکن است راه‌حل‌های بهتر با هزینه حمل‌ونقل بهینه را حذف کند.

در واقع HFFVRP/MPSD دسته‌ای از مسائل مسیریابی وسایل نقلیه است که در آن وسایل نقلیه، به‌طور محدود در دسترس است و ظرفیت‌های متعدد و هزینه‌های ثابت و متغیر متفاوتی دارد. کالاها نیز شامل انواع مختلفی از محصولات با اندازه‌های متفاوت هستند و وسایل نقلیه باید انواع کالاها را برای توزیع در بین مشتریان بارگیری و حمل کنند. امکان تحویل کالای درخواستی هر مشتری، در چند قسمت وجود دارد و ممکن است یک مشتری توسط چندین وسیلهٔ نقلیه ملاقات شود. شکل ۱ نمونه‌ای از یک مسئله HFFVRP/MPSD را نشان می‌دهد.



شکل ۱. نمودار یک مسئله HFFVRP/MPSD

این پژوهش به‌دنبال ارائه مدلی برای حل مسئله HFFVRP/MPSD با هدف به حداقل رساندن هزینهٔ کل حمل‌ونقل است. بدیهی است که هر راه‌حل مسئله به‌منظور برنامه‌ریزی تحویل محصولات به مشتریان، بایستی پاسخ‌گوی چند پرسش باشد: نحوهٔ بارگیری به مفهوم چگونگی انتخاب وسایل نقلیه و تعیین مجموعه‌ای از محصولات برای بارگیری در هر کدام از آن‌ها؛ نحوهٔ مسیریابی وسایل نقلیه و درواقع تعیین ترتیب ملاقات مشتریان توسط هر وسیلهٔ نقلیه و در نهایت، چگونگی توزیع سفارش‌ها، یعنی مشخص‌کردن اینکه هر وسیلهٔ نقلیه چه محموله‌ای را به هر مشتری تحویل می‌دهد.

هدف از ارائهٔ مدل برای حل مسئله HFFVRP/MPSD، عبارت است از: یافتن مسیرهایی برای ناوگانی از وسایل نقلیه ناهمگون (با ظرفیت‌های بارگیری و هزینه‌های ثابت و متغیر متفاوت)، به‌منظور حمل محموله‌هایی با انواع و اندازه‌های متفاوت، از یک مبدأ مشخص (انبار مرکزی) به مقصد مشتریان با در نظر گرفتن شرایط زیر:

1. Feasible Space

- تقاضای هر مشتری بر حسب تعداد کالاهای درخواستی او از هر نوع محصول به‌طور کامل تحویل داده شود (با فرض عدم محدودیت در عرضه)؛
- تقاضای هر مشتری، لزوماً توسط یک وسیلهٔ نقلیه تحویل داده نمی‌شود و تحویل چندبخشی[1] درخواست‌ها امکان‌پذیر است؛
- تعداد وسایل نقلیه مورد استفاده از هر نوعی، از تعداد وسایل نقلیه موجود از آن نوع تجاوز نکند؛
- محدودیت ظرفیت (وزن مجاز بارگیری) برای هر وسیلهٔ نقلیه باید رعایت شود و مجموع وزن کالاهای بارگیری شده در آن نباید از ظرفیت وسیلهٔ نقلیه بیشتر شود.

ساختار مقاله در بخش‌های بعدی بدین شرح است: در بخش دوم، به بررسی ادبیات موضوع و آثار مشابه پرداخته می‌شود. در بخش سوم توضیح دقیقی از مسئله به تفصیل ارائه شده است. بخش چهارم، یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح محض (PILP)[2] را برای حل مسئله پیشنهاد و فرمول‌بندی می‌کند. بخش پنجم نیز نتایج محاسباتی و نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

پیشینه پژوهش

در مسائل کلاسیک VRP که به‌عنوان CVRP[3] نیز شناخته می‌شوند، وسایل نقلیه ویژگی‌های یکسان و ظرفیت محدودی دارند و هرکدام تنها یک مسیر را طی می‌کنند (هر وسیلهٔ نقلیه مسیر خود را در همان نقطهٔ شروع یا دپوی مرکزی به پایان می‌رساند) و هر مشتری فقط یک‌بار توسط یک وسیلهٔ نقلیه ملاقات می‌شود (کالا را تحویل می‌گیرد).

مسائل VRP، در ابتدا اغلب با اهداف اقتصادی مانند برنامه‌ریزی حمل‌ونقل، به‌منظور کاهش هزینه‌های لجستیک و نیز کاهش زمان تحویل کالاها یا خدمات مطرح می‌شدند؛ اما به‌مرور، اهداف اجتماعی و زیست‌محیطی نیز در کنار اهداف اقتصادی در این‌گونه مسائل در کانون توجه قرار گرفتند. حتی در برخی موارد، اهداف اقتصادی، از قبیل کاهش زمان جمع‌آوری زباله، خود به‌نحوی در راستای اهداف اجتماعی همچون رضایت جامعه و مردم تعریف شدند (شاهبندرزاده، نجمی و عطایی، ۱۳۹۶). اصغری‌زاده، جعفرنژاد، زندیه و جویبار (۱۳۹۶) با مطالعه رویکردهای مختلف در زمینه مدل‌سازی ترافیک (با هدف کمینه‌سازی آلاینده‌های زیست‌محیطی) در مسائل مسیریابی وسایل نقلیه، الگویی برای تصحیح رویکرد پیوسته در این زمینه توسعه داده‌اند.

انواع مسائل VRP با چند تابع هدف (اقتصادی، اجتماعی، زیست‌محیطی و...)، در زمینه‌های گوناگون توسعه یافته‌اند که کاربردهای مسائل مسیریابی وسایل نقلیه چندهدفه استفاده در جمع‌آوری پسماندهای شهری (رحمان‌دوست، حافظ‌الکتب، رحمانی پرچیکلایی و عزیزی، ۱۴۰۲) و زنجیرهٔ تأمین مواد غذایی و فاسدشدنی (کاظمی، محمدی زنجیرانی و اسماعیلیان، ۱۴۰۰) از آن جمله است.

همچنین انواع مختلفی از مسائل VRP با افزودن مشخصه‌های دیگری به مسئله توسعه و گسترش یافته‌اند و

1. Split Delivery
2. Pure Integer Linear Programming
3. Capacitated Vehicle Routing Problems

همگی ساختار NP-hard دارند (لنسترا و کان[1]، ۱۹۸۱). یکی از رایج‌ترین گونه‌های VRP که با اعمال تغییر در ویژگی‌های وسایل نقلیه به‌وجود آمده است، مسئله مسیریابی ناوگان ناهمگن (HFVRP)[2] است. تفاوت HFVRP با CVRP کلاسیک در این است که برخلاف CVRP، در HFVRP با ناوگانی از وسایل نقلیه سروکار داریم که همگن نیستند و لزوماً ظرفیت، هزینه‌های ثابت و متغیر یکسانی ندارند.

نخستین بار در سال ۱۹۸۴، گونه‌هایی از مسائل مسیریابی وسایل نقلیه با تفاوت در مشخصات ناوگان وسایل نقلیه، توسط گُلدن و همکارانش معرفی شدند. آن‌ها مسیریابی وسایل نقلیه را به سه حالت یا گونهٔ متمایز مسئله VRP، مسئله تعیین اندازه ناوگان (FSP)[3] و مسئله تعیین اندازه و ترکیب ناوگان (FSMP)[4] دسته‌بندی کردند. در هر دو گونه مسائل VRP و FSP، مشخصات عملیاتی ناوگان حمل‌ونقل یکسان است؛ اما تفاوت آن‌ها این است که در FSP علاوه‌بر هزینه‌های متغیر مسیریابی، هزینهٔ ثابت استفاده از وسایل نقلیه و در نتیجه تعیین تعداد اقتصادی وسایل نقلیه که باید برای توزیع تقاضاهای مشتریان خریداری یا اجاره شوند نیز مورد توجه قرار می‌گیرد. حالت FSMP تعمیم‌یافتهٔ حالت FSP است که در آن، فرض یکسان بودن مشخصات ناوگان حمل‌ونقل نادیده گرفته می‌شود (گُلدن، اسد، لوی و قیسنس[5]، ۱۹۸۴).

در گونه FSMP معرفی شده توسط گلدن و همکارانش، با وجود اینکه وسایل نقلیه ظرفیت‌ها و هزینه‌های ثابت متفاوتی دارند، هزینهٔ متغیر سفر برای همهٔ انواع وسایل نقلیه یکسان و مستقل از نوع وسیلهٔ نقلیه در نظر گرفته شده است. همچنین فرض شده که تعداد وسایل نقلیه در دسترس، نامحدود است.

به‌طور کلی،HFVRP گونهٔ دیگری از مسائل VRP با ناوگان ناهمگون است که در آن علاوه‌بر ظرفیت حمل و هزینهٔ ثابت، هزینهٔ متغیر (هزینهٔ سفر) نیز به نوع وسیلهٔ نقلیه وابسته است (صالحی، ساری، سعیدی و تواتی[6]، ۱۹۹۲). به‌طور کلی، HFVRP خود به دو دسته از مسائل طبقه‌بندی می‌شود: دسته اول، مسائلی است که در آن، ناوگان حمل‌ونقل محدود است و HFFVRP نام دارد و دستهٔ دوم، مسائلی است که ناوگان حمل‌ونقل نامحدودی دارد و FSMVRP نامیده می‌شود (مَتهوپولُس و سُفیانوپولو[7]، ۲۰۱۹).

HFVRP مانند بسیاری از انواع دیگر VRP، با یک نوع محصول سروکار دارد. همچنین در HFVRP هر مشتری فقط یک‌بار توسط یک وسیلهٔ نقلیه ملاقات می‌شود. در عمل، در بسیاری از مسائل دنیای واقعی در زمینه مسیریابی وسایل نقلیه، سروکار ما با یک نوع کالا نیست، بلکه هدف از تعیین و انتخاب ناوگان وسایل نقلیه و مسیریابی آن‌ها انجام برنامه‌ریزی برای توزیع انواع و گونه‌های مختلفی از کالاهاست. علاوه‌براین، درخواست یک مشتری در عمل ممکن است از ظرفیت هرکدام از وسایل نقلیهٔ دردسترس فراتر رود یا وضعیت اقتصادی ایجاب کند که درخواست مشتری در چند مرحله تحویل داده شود. در این مطالعه، دو شرط واقعی، چند کالایی و تحویل چندبخشی به HFVRP اضافه شده است

1. Lenstra and Kan
2. Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem
3. Fleet Size Problem
4. Fleet Size and Mix Problem
5. Golden, Assad, Levy & Gheysens
6. Salhi, Sari, Saidi & Touati
7. Matthopoulos and Sofianopoulou

و با مسئله پیچیده‌تری به نام HFVRP/MPSD سروکار داریم. در واقع، مسئله مورد مطالعه در این مقاله نوعی VRP است که به‌طور هم‌زمان از سه ویژگی برخوردار است: ۱. ناوگان وسایل نقلیه ناهمگن[1]؛ ۲. چند کالایی[2] و ۳. تحویل چندبخشی[3].

مسائل HFVRP و همچنین مسئلهٔ مسیریابی وسایل نقلیه با امکان تحویل چندبخشی، به‌طور گسترده‌ای در چارچوب نظری بررسی قرار شده‌اند. همچنین مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با چندین محصول و رویکردهای حل آن‌ها نیز کمتر؛ اما تا حدی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. مطالعات اشاره‌شده، به‌طور کامل به مسئله مورد مطالعه در این پژوهش نمی‌پردازند؛ زیرا همان طور که گفته شد، مسئلهٔ مدنظر در این پژوهش، سه ویژگی یادشده را به‌طور هم‌زمان دارد.

تاکنون مطالعات چشمگیری روی VRP با سه ویژگی هم‌زمان ناوگان ناهمگن، چند کالایی و امکان تحویل چندبخشی انجام نشده است. در اولین پژوهش در این زمینه که هر سه ویژگی باهم لحاظ شده‌اند، ییلماز اروغلو، کاگلار جنکوسمن، کاودور و اوزموتلو[4] (۲۰۱۴) مسئله‌ای را تنها با دو نوع مختلف کالا بررسی کرده‌اند با این فرض محدودکننده که وسایل نقلیه مجاز نیستند بیش از دو مشتری را ملاقات کنند. آن‌ها یک مسئله OVRP[5] را در کارخانه‌ای که دو نوع مختلف کالا تولید می‌کند با ناوگان وسایل نقلیه ناهمگن و با در نظر گرفتن شرایط چندمحصولی و چندبخشی شدن تحویل تجزیه‌وتحلیل کردند و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط (MIP)[6] برای حل آن پیشنهاد دادند. آن‌ها برای آزمایش این مدل، نمونه مسائلی را در اندازه‌های مختلف (شامل ۱۰ تا ۹۰ مشتری) تولید کردند. مدل MIP پیشنهادی آن‌ها نمی‌تواند جواب‌های بهینه برای مسائلی بزرگ‌تر از ۱۰ مشتری را پیدا کند و برای مسائل بزرگ‌تر از ۵۰ مشتری، حتی قادر نیست یک جواب شدنی[7] در بازهٔ زمانی تعیین شده (۷۲۰۰ ثانیه‌ای) پیدا کند. آن‌ها همچنین یک مدل الگوریتم ژنتیک (GA) برای حل این مسئله توسعه دادند که توانست به‌طور متوسط در ۳۹۲ ثانیه با انحراف حدود ۱۰ درصد، از راه‌حل بهینه برای مسائل کوچک (شامل ۱۰ تا ۵۰ مشتری) مسئله را حل کند و در ۷۲۰۰ ثانیه تنها به جواب‌های شدنی برای نمونه مسائل بزرگ (شامل ۵۰ تا ۹۰ مشتری) دست یابد.

جوانفر، رضائیان، شکوفی و مهدوی (۱۳۹۶) یک مدل ریاضی غیرخطی و یک الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر ازدحام ذرات، برای حل مسئله مکان‌یابی ـ مسیریابی انبارهای عبوری چندمحصولی با وسایل نقلیه ناهمگن محدود و ظرفیت‌دار و امکان تحویل چندبخشی پیشنهاد کردند. در شبکهٔ حمل‌ونقل مورد مطالعه آن‌ها، ارتباطی بین انبارهای عبوری وجود ندارد و تقاضای یک مشتری از هر محصول خاص که از طریق انبارهای عبوری تأمین می‌شود، ممکن است از تأمین‌کنندگان مختلفی به یک انبار عبوری ارسال شده باشد.

آییلدیز، شاهین و تسکین[8] (۲۰۲۳) یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای مسئله انتقال پول نقد (CIT)[9] به‌عنوان

1. Heterogeneous Fleet of Vehicles
2. Multi Product
3. Split Delivery
4. Yilmaz Erouglu, Caglar Gencosman, Cavdur & Ozmutlu
5. Open Vehicle Routing Problem
6. Mixed-Integer Programming
7. Feasible Solution
8. Ayyildiz, Can Sahin & Taskin
9. Cash in Transit Problem

نسخه‌ای از VRP که با برنامه‌ریزی توزیع پول از انبار(ها) به ماشین‌های باجه خودکار (ATM)[1] سروکار دارد، پیشنهاد کردند. در مطالعه آن‌ها یک مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با محدودیت‌های ناوگان ناهمگون، چندکالایی، تحویل چندبخشی، انبارهای متعدد[2] و پنجره‌های زمانی[3] در نظر گرفته شده است. این مدل می‌تواند به تصمیم‌گیرندگان کمک کند تا راه‌حل‌های مؤثری برای عملیات CIT خود را با ارزهای پولی مختلف به‌دست آورند. فهرست مطالعاتی که حداقل دو مورد از سه ویژگی ذکر شده را مورد بررسی قرار داده‌اند، در جدول ۱ خلاصه شده است.

جدول ۱. مطالعات انجام شده روی مسائل VRP با درنظر گرفتن بیش از یک ویژگی اضافی

مطالعه			ویژگی مسئله		
نویسندگان (سال)	مجله	روش حل	ناوگان ناهمگون	تحویل چندبخشی	چند کالایی
بلفیور و یوشیزاکی[4] (۲۰۰۹)	European Journal of Operational Research	الگوریتم جست‌وجوی پراکنده[5]	✓	✓	
اوزفیرات و اوزکاراهان[6] (۲۰۱۰)	Applied Artificial Intelligence	برنامه‌ریزی محدودیتی[7] و الگوریتم ابتکاری	✓	✓	
معین، صالحی و عزیز[8] (۲۰۱۱)	International Journal of Production Economics	الگوریتم ژنتیک ترکیبی[9]		✓	✓
سورجانداری، راچمن، دیاناواتی و ویبوو[10] (۲۰۱۱)	International Journal of Modeling and Optimization	الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه[11]		✓	✓
حسنی‌گودرزی و توکلی‌مقدم[12] (۲۰۱۲)	Procedia Social and Behavioral Sciences	برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط[13]		✓	✓
مهدوی اصل، خادمی زارع و حسینی نسب (۱۳۹۱)	نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید	مدل ریاضی و یک روش ابتکاری	✓		✓
بلفیور و یوشیزاکی (۲۰۱۳)	Computers & Industrial Engineering	رویکرد جست‌وجوی پراکنده	✓	✓	
کوئلهو و لاپورته[14] (۲۰۱۳)	International Journal of Production Research	الگوریتم شاخه و برش[15]	✓		✓
یاکیسی و کاراساکال[16] (۲۰۱۳)	Optimization Letters	الگوریتم ابتکاری	✓	✓	

1. Automated Teller Machines
2. Multi-Depot
3. Time Windows
4. Belfiore and Yoshizaki
5. Scatter Search (SS) Algorithm
6. Ozfirat and Ozkarahan
7. Constraint Programming
8. Moin, Salhi & Aziz
9. Hybrid Genetic Algorithm
10. Surjandari, Rachman, Dianawati & Wibowo
11. Tabu Search (TS) Algorithm
12. Hasani-Goodarzi & Tavakkoli-Moghaddam
13. Mixed Integer Linear Programming (MILP)
14. Coelho and Laporte
15. Branch and Cut Algorithm
16. Yakıcı and Karasakal

مطالعه			ویژگی مسئله		
نویسندگان (سال)	مجله	روش حل	ناوگان ناهمگون	تحویل چندبخشی	چند کالایی
آساورانگسائنکول، راتانامانی و ووتیپورنپون[1] (۲۰۱۳)	International Journal of Artificial Intelligence	برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط		✓	✓
مجیردا، جربویی، مکدو، حنفی و ملادنوویچ[2] (۲۰۱۴)	Computers & Operations Research	الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی همسایگی متغیر[3] دوفازی		✓	✓
ییلماز اروغلو و همکاران (۲۰۱۴)	The Scientific World Journal	برنامه‌ریزی صحیح مختلط و الگوریتم ژنتیک	✓	✓	✓
لوی، ساندار و راتینام[4] (۲۰۱۴)	Mathematical Problems in Engineering	روش‌های ابتکاری نزولی همسایگی متغیر[5] و جست‌وجوی همسایگی متغیر	✓	✓	
وانگ، لی و هو[6] (۲۰۱۵)	Computers & Industrial Engineering	رویکرد ابتکاری و الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه	✓	✓	
جوانفر و همکاران (۱۳۹۶)	مهندسی حمل‌ونقل	مدل ریاضی غیرخطی عدد صحیح مختلط و یک الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات	✓	✓	✓
کیو، ونگ، شو، فنگ و پاردالس[7] (۲۰۱۸)	Expert Systems with Applications	الگوریتم شاخه و برش	✓		✓
چوومالی و سوکتو[8] (۲۰۲۰)	Decision Science Letters	یک روش ابتکاری دو مرحله‌ای به‌عنوان گونه‌ای از الگوریتم فیشر و جایکومار[9]	✓		✓
شهابی شهمیری و همکاران[10] (۲۰۲۱)	Computers & Industrial Engineering	برنامه‌ریزی صحیح مختلط چندهدفه و یک روش حل ترکیبی به نام AUGMECON2-VIKOR	✓	✓	
آییلدیز و همکاران (۲۰۲۳)	Journal of Transportation and Logistics	مدل برنامه‌ریزی ریاضی صحیح مختلط	✓	✓	✓
کابادارماس و اردوغان[11] (۲۰۲۳)	Journal of Combinatorial Optimization	برنامه‌ریزی خطی صحیح مختلط و الگوریتم ژنتیک	✓	✓	

1. Asawarungsaengkul , Rattanamanee & Wuttipornpun
2. Mjirda, Jarboui, Macedo, Hanafi & Mladenović
3. Variable Neighborhood Search (VNS)
4. Levy, Sundar & Rathinam
5. Variable Neighborhood Descent (VND)
6. Wang, Li & Hu
7. Qiu, Wang, Xu, Fang & Pardalos
8. Chowmali and Sukto
9. the Fisher and Jaikumar Algorithm (FJA)
10. Shahabi - Shahmiri
11. Kabadurmus and Erdogan

مطالعه			ویژگی مسئله		
نویسندگان (سال)	مجله	روش حل	ناوگان ناهمگون	تحویل چندبخشی	چند کالایی
ژائو، دونگ و وانگ[1] (۲۰۲۳)	Computers & Operations Research	یک الگوریتم بهینه‌سازی دومرحله‌ای ازدحام ذرات کوانتومی[2]		✓	✓
فهمی و جعفر[3] (۲۰۲۳)	International Journal of Systems Science: Operations & Logistics	برنامه‌ریزی خطی صحیح مختلط و الگوریتم ترکیبی کلونی مورچگان[4]	✓	✓	
پژوهش حاضر		برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح محض[5]	✓	✓	✓

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، فقط در سه مقاله، روی هر سه ویژگی ناوگان ناهمگون، چندکالایی و تحویل چندبخشی مطالعه صورت گرفته است. در مقاله ارائه شده توسط ییلماز اروغلو و همکارانش (۲۰۱۴)، فقط دو کالا بررسی شده و در واقع مدل پیشنهادی آن‌ها، ویژگی چندکالایی را به‌معنای واقعی پوشش نمی‌دهد. از سوی دیگر، مدل ارائه شدهٔ آن‌ها، برای حالتی طراحی شده است که هر وسیلهٔ نقلیه، مجاز نیست بیش از دو مشتری را ملاقات کند و این مدل در عمل نمی‌تواند مسائل مسیریابی وسایل نقلیه تحت شرایط عمومی را که هر وسیله در ملاقات مشتریان آزاد است، پوشش دهد. همچنین، در مقاله آییلدیز و همکاران (۲۰۲۳)، حجم یا وزن هر نوع کالا مشخص نیست و برای هر وسیلهٔ نقلیه نیز، ظرفیت عمومی لحاظ نشده که بتواند توسط انواع کالاها اشغال شود؛ بلکه فرض شده است یک وسیلهٔ نقلیه k دارای ظرفیت معینی به تعداد q_{kp} برای بارگیری کالای نوع P است. بدیهی است این سبک از افراز فضای داخل وسایل نقلیه، نمی‌تواند در اکثر مسائل مسیریابی وسایل نقلیه کاربرد داشته باشد. مقاله جوانفر و همکارانش (۱۳۹۶)، علاوه‌بر اینکه امکان ارتباط مستقیم بین تأمین‌کننده و مشتری را پوشش نمی‌دهد، در موارد خاص و نادری قابل استفاده است که برای مشتریان اصلاً مهم نباشد که تقاضای خود از یک نوع کالا را از کدام تأمین‌کننده یا تأمین‌کنندگان دریافت می‌کنند. این فرضیه‌ها با توجه به برندها و قیمت‌های مختلف کالاها، در دنیای واقعی کمتر اتفاق می‌افتد.

در پژوهش حاضر، علاوه‌براینکه شکاف تحقیقاتی یاد شده، به‌منظور امکان تعمیم استفاده از مدل پیشنهادی در مسائل مسیریابی وسایل نقلیه مرتبط با زنجیرهٔ توزیع کالاها، پوشش داده می‌شود با انتخاب روش برنامه‌ریزی ریاضی برای حل مسئله و بهره‌گیری از تکنیک‌ها و ایده‌های جدید در تعریف متغیرها و محدودیت‌های مدل، تلاش شده است تا ضمن بهبود سرعت حل مسئله، زمینه توسعه مدل‌های فراابتکاری کارآمدتر و ساده‌تر در تحقیقات آتی فراهم شود. برای این منظور متغیرهایی در مدل تعریف شده‌اند که به‌سادگی علاوه‌بر ممانعت از ایجاد زیردورها در مسیر حرکت وسایل نقلیه، ترتیب ملاقات مشتریان توسط هر وسیلهٔ نقلیه را هم مشخص کنند.

1. Zhao, Dong & Wang
2. a two-stage search quantum particle swarm optimization (TSQPSO) algorithm
3. Fahmy and Gaafar
4. Hybrid Ant Colony Optimization (ACO) algorithm
5. Pure Integer Linear Programming (PILP)

روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش، یک پژوهش کاربردی از نوع مدل‌سازی ریاضی است. در مسئله‌ای که در این پژوهش بررسی شده است، یک شرکت تولیدی که انواع مختلفی از کالاها را با وزن‌های مختلف تولید می‌کند، هر روز سفارش‌های مشتریان خود در شهرهای مختلف را می‌پذیرد و باید سفارش‌های مشتریان را به مقصد آن‌ها ارسال کند. این شرکت از یک ناوگان وسایل نقلیه اجاره‌ای متعلق به یک شرکت ثالث ارائه‌دهنده خدمات لجستیک (پشتیبانی و تدارکات) برای ارسال کالاها به مشتریان خود استفاده می‌کند. شرکت ارائه‌دهندهٔ خدمات لجستیک، کامیون‌هایی با ویژگی‌های مختلف دارد. هر کامیون بسته به نوع آن، ظرفیت، هزینهٔ ثابت و هزینهٔ سفر متفاوتی دارد. هزینهٔ سفر به‌معنای هزینه‌ای است که برای طی یک واحد مسافت باید پرداخت شود. به‌علاوه، شرکت ارائه‌دهنده خدمات لجستیک، بسته به نوع کامیون برای هر تخلیه بار در محل مشتری، هزینه‌ای تحت عنوان هزینه توقف نیز دریافت می‌کند. در قراردادی که بین شرکت تولیدی و شرکت ثالث تأمین‌کننده خدمات لجستیک برای تأمین ناوگان وسایل نقلیه منعقد شده است، تأمین‌کنندهٔ لجستیک متعهد شده است که در ابتدای هر روز، تعداد و مشخصات کامیون‌ها (وسایل نقلیه) قابل ارائه خود را به شرکت تولیدی اعلام کند. بنابراین، حداکثر تعداد V وسیلهٔ نقلیه (با مشخصات مختلف) در یک روز خاص در دسترس خواهد بود. نوع، ظرفیت و سایر مشخصات این وسایل نقلیه از قبل تعیین شده است؛ اما شرکت تولیدی ملزم نیست که همهٔ آن‌ها را به‌کار گیرد.

در یک روز معین، سفارش‌های دریافتی از تعداد C مشتری باید به‌منظور بارگیری از انبار مرکزی شرکت، حمل و در نهایت تحویل در محل مشتری برنامه‌ریزی شود. فرض می‌شود که محدودیتی برای عرضهٔ کالاها وجود ندارد و iامین مشتری تعداد R_{ip} کالا از محصول نوع p را درخواست کرده است. وزن هر محصول از نوع p برابر با w_p است. همچنین، هر وسیلهٔ نقلیه $v \in \{1,2,\dots,V\}$دارای حداکثر ظرفیت بارگیری به وزن W_v، هزینه ثابت fc_v، هزینه توقف sc_v و هزینه سفر tc_v است. فاصله بین دو عضو i و j از مجموعه انبار مرکزی و کلیه مشتریان با d_{ij} نمایش داده می‌شود. سفارش هر مشتری لزوماً توسط یک کامیون حمل نمی‌شود. شرکت باید برای بارگیری محصولات در وسایل نقلیه (کامیون‌ها) و توزیع آن‌ها، بین مشتریان به‌گونه‌ای برنامه‌ریزی کند که ضمن برآورده کردن تقاضای همهٔ مشتریان، هزینه‌های حمل‌ونقل را نیز به حداقل برساند. کامیون‌ها بایستی پس از تخلیهٔ کامل محموله در مقصد مشتری، به انبار مرکزی شرکت بازگردند. در واقع شرکت تولیدی هزینهٔ بازگشت کامیون‌ها به مبدأ را نیز تقبل کرده است.

شرکت تولیدی، داده‌های دریافت شده از مشتریان (شامل تقاضاها، و فواصل مکانی)، داده‌های دریافتی از شرکت ثالث ارائه‌دهنده خدمات لجستیک (شامل وسایل نقلیه در دسترس و ظرفیت‌ها و هزینه‌های ثابت و متغیر آن‌ها) و همچنین، داده‌های محصولات تولیدی خود (انواع و اوزان کالاها) را جمع‌آوری کرده و درصدد است که با استفاده از یک روش بهینه‌سازی دقیق، حمل کالاها و تحویل تقاضاهای مشتریان خود را به نحوی برنامه‌ریزی کند که میزان کل هزینه‌های حمل‌ونقل، به‌عنوان یکی از مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار بر قیمت تمام شده، رضایت مشتریان و سودآوری خود را به حداقل برساند. بهینه‌سازی مسئله، به‌کمک یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی و با استفاده از نرم‌افزار لینگو انجام می‌شود.

مدل برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهادی

در این بخش یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح محض برای حل مسئله HFFVRP/MPSD ارائه می‌شود. پارامترها، اندیس‌ها و متغیرهای تصمیم این مدل به شرح زیر معرفی شده است.

اندیس‌ها و پارامترها

تعداد مشتریان	C
تعداد وسایل نقلیه	V
تعداد انواع (گونه‌های) محصولات (کالاها)	P
اندیس مشتریان (0 مشتری موهومی یا همان انبار مرکزی و I معرف مجموعه مشتریان واقعی است).	$i, j \quad (i, j \in I \cup \{0\} : I = \{1,2,...,C\})$
اندیس وسایل نقلیه	$v = 1,2,...,V$
اندیس انواع کالا	$p = 1,2,...,P$
فاصلهٔ بین محل مشتری iام و محل مشتری j ام	$d_{ij} \quad (i, j \in \{0,1,2,...,C\}$
هزینهٔ ثابت[1] استفاده از وسیلهٔ نقلیهٔ v ام	$fc_v \quad v \in \{1,2,...,V\}$
هزینهٔ توقف[2] وسیلهٔ نقلیهٔ v ام به‌ازای هر توقف در محل مشتری	$sc_v \quad v \in \{1,2,...,V\}$
هزینهٔ سفر[3] وسیلهٔ نقلیهٔ v ام به‌ازای هر واحد مسافت	$tc_v \quad v \in \{1,2,...,V\}$
ظرفیت (وزنی) بارگیری وسیلهٔ نقلیهٔ v ام	$W_v \quad v \in \{1,2,...,V\}$
وزن هر بسته از کالای نوع p ام	$w_p \quad p \in \{1,2,...,P\}$
تعداد بسته‌هایی از کالای نوع p ام که توسط مشتری iام درخواست شده است.	$R_{ip} \quad i \in \{1,2,...,C\}, \ p \in \{1,2,...,P\}$
یک عدد به‌اندازه کافی بزرگ	$BigM$

متغیرهای تصمیم

تعداد بسته‌هایی از کالای نوع p ام که در وسیلهٔ نقلیهٔ v ام بارگیری شده‌اند.	$NumBL_{pv} \quad p \in \{1,2,...,P\}, \ v \in \{1,2,...,V\}$
یک متغیر دودویی[4] (صفرویک) که مشخص می‌کند آیا وسیلهٔ نقلیهٔ v ام استفاده شده است (۱) یا خیر (۰)؟	$u_v \quad v \in \{1,2,...,V\}$

1. Fixed Cost
2. Stopping Cost
3. Travel Cost
4. Binary

تعداد بسته‌هایی از کالای نوع p ام که توسط وسیلهٔ نقلیهٔ v ام به مشتری i ام تحویل شده‌اند.	$NumBD_{i\,p\,v} \quad i \in \{1,2,...,C\}\ ,\ p \in \{1,2,...,P\}\ ,\ v \in \{1,2,...,V\}$
یک متغیر دودویی (صفرویک) که مشخص می‌کند آیا وسیلهٔ نقلیهٔ v ام محموله‌ای به مشتری i ام تحویل داده است (۱) یا خیر (۰)؟	$Dlvr_{i\,v} \quad i \in \{1,2,...,C\}\ ,\ v \in \{1,2,...,V\}$
یک متغیر دودویی (صفرویک) که برای تعیین حرکت وسایل نقلیه بین موقعیت‌های مختلف (اعم از انبار مرکزی و محل‌های مشتریان) به‌کار می‌رود. مقدار ۱ نشان‌دهنده حرکت وسیلهٔ نقلیه v از i به j است.	$Mov_{i\,j\,v} \quad i, j \in \{0,1,2,...,m\}\ ,\ v \in \{1,2,...,V\}$
یک متغیر مکمل کمکی که برای حصول اطمینان از اینکه برای هیچ وسیلهٔ نقلیه‌ای چندین دور (مسیر بسته ناپیوسته) ایجاد نمی‌شود و هر وسیلهٔ نقلیه تنها یک مسیر را طی می‌کند، به‌کار می‌رود.	$crc_{i\,v} \geq 0 \ \ and \ \ \text{integer} \quad i \in \{0,1,2,...,C\}\ ,\ v \in \{1,2,...,V\}$

مدل برنامه‌ریزی خطی پیشنهادی به شرح زیر است:

رابطهٔ ۱)
$$Min\ \ Z = \sum_{v=1}^{V} fc_v u_v + \sum_{v=1}^{V}\sum_{i=1}^{C} sc_v Dlvr_{i\,v} + \sum_{v=1}^{V}\sum_{i=0}^{C}\sum_{j=0}^{C} tc_v Mov_{i\,j\,v} d_{i\,j}$$

رابطهٔ ۲)
$$\sum_{p=1}^{P} w_p NumBL_{p\,v} \leq W_v \qquad v = 1,2,...,V$$

رابطهٔ ۳)
$$NumBL_{p\,v} = \sum_{i=1}^{C} NumBD_{i\,p\,v} \qquad p = 1,2,...,P \ ;\ v = 1,2,...,V$$

رابطهٔ ۴)
$$R_{i\,p} = \sum_{v=1}^{V} NumBD_{i\,p\,v} \qquad i = 1,2,...,C \ ;\ p = 1,2,...,P$$

رابطهٔ ۵)
$$\sum_{p=1}^{P} NumBL_{p\,v} \leq u_v BigM \qquad v = 1,2,...,V$$

رابطهٔ ۶)
$$\sum_{p=1}^{P} NumBL_{p\,v} \geq u_v \qquad v = 1,2,...,V$$

رابطهٔ ۷)
$$\sum_{p=1}^{P} NumBD_{i\,p\,v} \leq Dlvr_{i\,v} BigM \qquad i = 1,2,...,C \ ;\ v = 1,2,...,V$$

رابطهٔ ۸)
$$\sum_{p=1}^{P} NumBD_{i\,p\,v} \geq Dlvr_{i\,v} \qquad i = 1,2,...,C \ ;\ v = 1,2,...,V$$

رابطهٔ ۹)
$$\sum_{i=1}^{C} Mov_{0\,i\,v} = u_v \qquad v = 1,2,...,V$$

رابطهٔ ۱۰)
$$\sum_{i=1}^{C} Mov_{i\,0\,v} = u_v \qquad v = 1,2,...,V$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

$$\sum_{\substack{i=0 \\ i\neq j}}^{C} Mov_{i\,j\,v} = Dlvr_{j\,v} \qquad j=1,2,\ldots,C \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۱۱)

$$\sum_{\substack{i=0 \\ i\neq j}}^{C} Mov_{j\,i\,v} = Dlvr_{j\,v} \qquad j=1,2,\ldots,C \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۱۲)

$$crc_{0\,v} = u_v \qquad v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۱۳)

$$1+crc_{i\,v}-crc_{j\,v} \le (C+1)(1-Mov_{i\,j\,v}) \qquad i=0,1,2,\ldots,C \;;\; j=1,2,\ldots,C \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۱۴)

$$NumBL_{p\,v} \quad \text{integer} \qquad p=1,2,\ldots,P \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۱۵)

$$NumBL_{p\,v} \ge 0 \qquad p=1,2,\ldots,P \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۱۶)

$$NumBD_{i\,p\,v} \quad \text{integer} \qquad i=1,2,..,C \;;\; p=1,2,\ldots,P \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۱۷)

$$NumBD_{i\,p\,v} \ge 0 \qquad i=1,2,..,C \;;\; p=1,2,\ldots,P \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۱۸)

$$u_v \in \{0,1\} \qquad v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۱۹)

$$Dlvr_{iv} \in \{0,1\} \qquad i=1,2,\ldots,C \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۲۰)

$$Mov_{ijv} \in \{0,1\} \qquad i=0,1,2,\ldots,C \;;\; j=0,1,2,\ldots,C \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۲۱)

$$crc_{i\,v} \quad \text{integer} \qquad i=0,1,2,\ldots,C \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۲۲)

$$crc_{i\,v} \ge 0 \qquad i=0,1,2,\ldots,C \;;\; v=1,2,\ldots,V$$ رابطهٔ ۲۳)

در مدل فوق، رابطهٔ ۱ تابع هدف مسئله است که به‌منظور کمینه‌سازی هزینهٔ کل حمل‌ونقل، یعنی مجموع هزینه‌های به‌کارگیری وسایل نقلیه، هزینه‌های سفر و هزینه‌های توقف آن‌ها در مقصد هر مشتری، تعریف شده است. رابطه‌های ۲ تا ۲۳ محدودیت‌های مدل هستند. در ادامه هر یک از محدودیت‌ها با جزئیات بیشتری توضیح داده شده است.

نامعادلهٔ ۲ تضمین می‌کند که هر وسیلهٔ نقلیه، بیش از ظرفیت وزنی خود بارگیری نمی‌شود. رابطهٔ ۳ مشخص می‌کند که چگونه بسته‌های بارگیری شده در هر وسیلهٔ نقلیه میان مشتریان ملاقات شده توسط آن توزیع (تخلیه) می‌شوند و در واقع هر وسیلهٔ نقلیه چه کالاهایی را به کدام مشتری تحویل می‌دهد. رابطهٔ ۴ نشان می‌دهد که تقاضای هر مشتری از هر نوع کالا به‌طور کامل توسط مجموعه ناوگان وسایل نقلیه ارسال و به او تحویل می‌شود. با استفاده از دو نامعادلهٔ ۵ و ۶ می‌توان فهمید که آیا هرکدام از وسایل نقلیه مورد استفاده قرار گرفته است یا خیر. در صورتی که یک وسیلهٔ نقلیه استفاده شود، بایستی حداقل یک محصول در آن بارگیری شود. بدیهی است که وقتی حتی یک بسته در یک

وسیلهٔ نقلیه v بارگیری شده باشد، سمت چپ نامعادله‌های ۵ و ۶ مثبت می‌شود و درنتیجه مقدار متغیر u_v در سمت چپ آن‌ها نمی‌تواند برابر با صفر شود. با استفاده از محدودیت‌های دو نامعادله ۷ و ۸ می‌توان تعیین کرد که آیا یک وسیلهٔ نقلیهٔ معین محموله‌ای را به یک مشتری معین تحویل می‌دهد یا خیر. بدیهی است که وقتی حتی یک بسته توسط وسیلهٔ نقلیه v به مشتری i تحویل شده باشد، سمت چپ نامعادله‌های ۷ و ۸ مثبت می‌شود و درنتیجه، مقدار متغیر $Dlvr_{iv}$ در سمت چپ آن‌ها نمی‌تواند برابر با صفر شود. دو محدودیت در روابطه ۹ و ۱۰، شروع حرکت هر وسیلهٔ نقلیه به‌کار گرفته شده از انبار مرکزی، به محل یکی از مشتریان (اولین مشتری ملاقات شده توسط آن وسیلهٔ نقلیه) و همچنین بازگشت همان وسیلهٔ نقلیه به مبدأ (انبار مرکزی) از محل آخرین مشتری ملاقات شده توسط آن وسیلهٔ نقلیه را نشان می‌دهند. به‌طور مشابه، دو قید روابط ۱۱ و ۱۲ جابه‌جایی وسیلهٔ نقلیه v بین دو مشتری i و j را تعیین می‌کنند. با تعیین مقادیر متغیرهای Mov_{ijv} می‌توان توالی حرکت وسایل نقلیه را بین مکان‌های مختلف (اعم از انبار مرکزی و محل مشتریان) در طول مسیر آن‌ها تعیین کرد.

محدودیت‌های ۱۳ و ۱۴ همراه با هم تضمین می‌کنند که برای یک وسیلهٔ نقلیه معین، چندین زیردور[1] (مسیرهای بسته جدا از هم) ایجاد نشود و هر وسیلهٔ نقلیه فقط یک چرخه را طی کند. درواقع این محدودیت‌ها امکان ایجاد چرخه‌های غیرمتصل به انبار مرکزی برای حرکت وسایل نقلیه را از بین می‌برند. بدیهی است که حرکت هر وسیلهٔ نقلیه بین مکان‌های مختلف، باید به‌طور پیوسته و در یک چرخه یا مسیر بستهٔ واحد انجام شود که از انبار مرکزی آغاز و در نهایت به همان جا نیز ختم شود، بنابراین برای اینکه دورها یا مسیرهای بستهٔ متعدد برای هر وسیلهٔ نقلیه v ایجاد نشود، متغیرهای نامنفی crc_{jv} تعریف شده و مقادیر آن‌ها طوری تنظیم می‌شود که در طول مسیر حرکت وسیلهٔ نقلیه v افزایش یافته و برای هر مشتری بیشتر از مشتری ملاقات‌شده قبلی باشد (برای مثال اگر مشتری i قبل از مشتری j توسط وسیلهٔ نقلیه v ملاقات شود $crc_{jv} > crc_{iv}$). با توجه به محدودیت ۱۴، چنانچه وسیلهٔ نقلیه vام استفاده شده باشد (به عبارتی اگر $u_v = 1$) و در مسیر حرکت این وسیلهٔ نقلیه، مشتری j ام بلافاصله پس از مشتری iام ملاقات شود (یعنی $Mov_{ijv} = 1$)، آنگاه مقدار متغیر نامنفی crc_{jv} دست‌کم یک واحد بیشتر از مقدار متغیر نامنفی crc_{iv} و در واقع $crc_{jv} \geq crc_{iv} + 1$ خواهد بود. بنابراین مشاهده می‌شود که مقادیر متغیرهای crc_{jv} در امتداد مسیر حرکت وسیلهٔ نقلیه vام به‌صورت صعودی در حال افزایش هستند. ماهیت صعودی مقادیر دنباله crc_{jv} در مسیر سفر هر وسیلهٔ نقلیه تضمین می‌کند تا زمانی که وسیلهٔ نقلیه به انبار مرکزی باز نشود هیچ چرخه یا مسیر بسته دیگری ایجاد نمی‌شود. بدیهی است در صورتی‌که وسیلهٔ نقلیه vام هر دو مشتری iام و j ام را ملاقات نکرده باشد یا اینکه مستقیماً از محل مشتری iام به محل مشتری j ام نرفته باشد (یعنی $Mov_{ijv} = 0$) آنگاه $crc_{iv} - crc_{jv} \leq C$ خواهد بود. در این نامعادله C نقش یک عدد به‌اندازه کافی بزرگ را ایفا می‌کند؛ زیرا در هر مسیر بیش از C مشتری وجود ندارند؛ از این رو با توجه به ماهیت صعودی مقادیر crc_{jv} در هر مسیر، نیازی نیست که اختلاف مقادیر هر دو تا از آن‌ها از C واحد تجاوز کند.

1. subtour

نحوهٔ تعریف متغیرهای مکمل کمکی $crc_{j\,v}$ در کنار محدودیت‌های تساوی در رابطهٔ ۱۳ و محدودیت‌های نامساوی در رابطهٔ ۱۴ مزیت مهم مدل برنامه‌ریزی خطی پیشنهادی این پژوهش هستند؛ زیرا محدودیت‌های روابط ۱۳و ۱۴ که به‌منظور شکستن زیردورها در مسیر حرکت وسایل نقلیه تعریف شده‌اند با کاهش در تعداد محدودیت‌های نامساوی مورد نیاز برای حذف زیردورها نسبت به روش متداول در مسائل مسیریابی وسایل نقلیه، سرعت و کارایی مدل را افزایش می‌دهند. شایان ذکر استکه در رویکرد متداول برای حذف زیردورها در مسائل CVRP از محدودیت‌های زیر استفاده می‌شود (میوناری، دولِوُئت و اسپلیت[1]، ۲۰۱۶):

$$q_i \le y_i \le Q \qquad i = 0,1,2,\dots,C \qquad \text{رابطهٔ ۲۴)}$$

$$y_j \ge y_i + q_i Mov_{i\,j} - Q(1 - Mov_{i\,j}) \qquad i,j = 0,1,2,\dots,C \qquad \text{رابطهٔ ۲۵)}$$

در محدودیت‌های بالا q_i میزان تقاضای مشتری i بوده و Q ظرفیت عمومی هر وسیلهٔ نقلیه می‌باشد. البته از آنجایی که در مسائل HFFVRP/MPSD هم کالاها و هم وسایل نقلیه ناهمگون و متفاوت هستند با پیروی از رویکرد متداول مورد اشاره، محدودیت‌های لازم جهت حذف زیردورها به شکل زیر خواهند بود:

$$\sum_{q=1}^{P} R_{i\,q} \le crc_{i\,v} \le W_v \qquad \text{رابطهٔ ۲۶)}$$

$$i = 0,1,2,\dots,C \ , \ v = 1,2,\dots,V$$

$$crc_{jv} \ge crc_{iv} + \sum_{q=1}^{P} R_{i\,q}\, Mov_{ijv} - W_v(1 - Mov_{ijv}) \qquad \text{رابطهٔ ۲۷)}$$

$$i,j = 0,1,2,\dots,C \ , \ v = 1,2,\dots,V$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود با رویکرد متداول فوق، تعداد محدودیت‌های نامساوی برای اجتناب از زیردورها برابر با $2V(C+1) + V(C+1)^2$ خواهد شد در حالی که با استفاده از محدودیت‌های روابط ۱۳ و ۱۴در مدل پیشنهادی تعداد محدودیت‌های نامساوی به $V(C+1)^2$ کاهش یافته است.

روابط آخر (۱۵ تا ۲۳)، نوع یا علامت متغیرهای مورد استفاده در مدل را تعیین می‌کنند.

یافته‌های پژوهش

در این بخش به‌منظور بررسی روایی مدل ارائه شده، جواب آن برای یک مثال عددی محاسبه و ارائه شده است. همچنین کارایی محاسباتی مدل پیشنهادی با طراحی ۳۲ نمونه مسئله در اندازه‌های مختلف بررسی شده است.

جدول‌های ۲ و ۳ حاوی اطلاعات و داده‌های کمی برای یک نمونه مسئله با تعداد ۸ مشتری (C = ۸)، ۴ وسیلهٔ نقلیه مختلف (V = ۴) و ۳ نوع محصول (P = ۳) هستند.

1. Munari, Dollevoet and Spliet

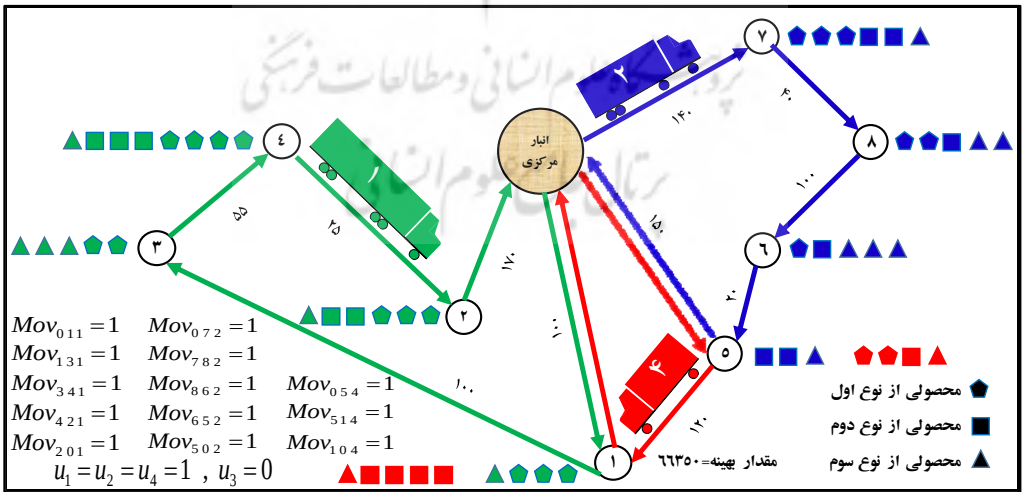
جدول ۲. وزن محصولات (کیلوگرم) و تقاضای مشتریان

P	w_p	i							
		۱	۲	۳	٤	٥	٦	۷	۸
		R_{ip}							
۱	۱۴۸۰	۳	۳	۲	۴	۲	۱	۳	۲
۲	۱۰۶۷	۴	۲	۰	۳	۳	۱	۲	۱
۳	۷۹۲	۲	۱	۳	۱	۲	۳	۱	۲

جدول ۳. مشخصات وسایل نقلیه

v	W_v	fc_v	SC_v	tc_v
۱	۲۸۰۰۰	۹۰۰۰	۳۵	۸۰۰
۲	۲۱۰۰۰	۸۰۰۰	۳۰	۵۰۰
۳	۲۱۰۰۰	۸۰۰۰	۳۰	۵۰۰
۴	۱۰۰۰۰	۷۰۰۰	۲۰	۲۵۰

جواب بهینهٔ این مسئله به‌صورت گرافیکی در شکل ۲ نشان داده شده است. اعداد درج شده در کنار هر کمان، فاصلهٔ بین دو نقطه ملاقات‌شده را نشان می‌دهند. در این راه‌حل از وسیلهٔ نقلیه شماره ۳ استفاده نشده است ($u_3 = 0$). در این شکل، ضمن ترسیم مسیر حرکت سه وسیلهٔ نقلیه دیگر، کالاهای دریافتی هر مشتری از آن‌ها نیز در کنار گره‌ها نمایش داده شده است.



شکل ۲. مسیرهای سفر وسایل نقلیه و تحویل کالا به مشتریان

همچنین محموله‌های بارگیری شده در داخل هر وسیلهٔ نقلیه و نحوه توزیع کالاهای بارگیری‌شده هر وسیلهٔ نقلیه در میان مشتریان در جدول ۴ خلاصه شده است.

جدول ٤. محموله‌های بارگیری شده در وسایل نقلیه و توزیع محموله‌ها بین مشتریان

i																																
۸			۷			٦			٥			٤			۳			۲			۱			۰							
P																																
۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	v	$NumBL_{pv}$	
$NumBD_{ipv}$																																
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۳	۴	۳	۰	۲	۱	۲	۳	۱	۰	۳	۰	۰	۰	۶	۵	۱۲	۱		
۲	۱	۲	۱	۲	۳	۳	۱	۱	۱	۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۷	۶	۶	۲		
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳		
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۴	۰	۰	۰	۰	۲	۵	۲	۴		

برای ارزیابی کارایی محاسباتی مدل پیشنهادی آزمایش‌هایی روی مجموعه‌ای از ۳۲ نمونه مختلف از مسائل HFFVRP/MPSD انجام گرفت. در همه نمونه‌ها، مقادیر پارامترهای C (تعداد مشتریان)، V (تعداد وسایل نقلیه) و P (تعداد انواع محصولات) به‌صورت دلخواه انتخاب شدند. فاصله مشتریان از یکدیگر و فاصله آن‌ها از انبار مرکزی بر اساس اطلاعات حاصل از مجموعه‌ای از مراکز فروش است که تقاضاهای خود را از یک مرکز اصلی توزیع وسایل الکتریکی دریافت می‌کنند. این مشتریان در فهرستی مرتب شده‌اند و در هر نمونه، مجموعه‌ای شامل C مشتری از ابتدای این فهرست انتخاب شدند. مشتریان در چند ناحیه در شهرهای مختلف پراکنده‌اند؛ بنابراین بین بسیاری از مشتریان یک ناحیه مسیر مستقیم وجود دارد؛ اما برای مشتریانی که در دو ناحیه مختلف قرار دارند یا مسیر مستقیمی بین آن‌ها وجود ندارد، فاصلهٔ میان دو مشتری با درنظر گرفتن کوتاه‌ترین مسیر غیر مستقیم بین آن‌ها درنظر گرفته شده است.

داده‌های مربوط به نوع محصولات و وزن آن‌ها و همچنین اطلاعات مربوط به نوع وسایل نقلیه از جمله میزان ظرفیت بارگیری و هزینه‌های آن‌ها از مرکز اصلی توزیع دریافت شده است. در هر نمونه، به‌منظور تعیین انواع محصولات و وسایل نقلیه، ابتدا یک جایگشت تصادفی از همه انواع محصولات ایجاد می‌شود و تعداد P نوع محصول از ابتدای این جایگشت انتخاب می‌شود و سپس یک جایگشت تصادفی از همه وسایل نقلیه تولید شده و تعداد V وسیلهٔ نقلیه از ابتدای این جایگشت انتخاب می‌شود. تقاضای هر مشتری از انواع محصولات انتخابی به‌صورت تصادفی بر اساس توزیع نرمال در نظر گرفته شده است.

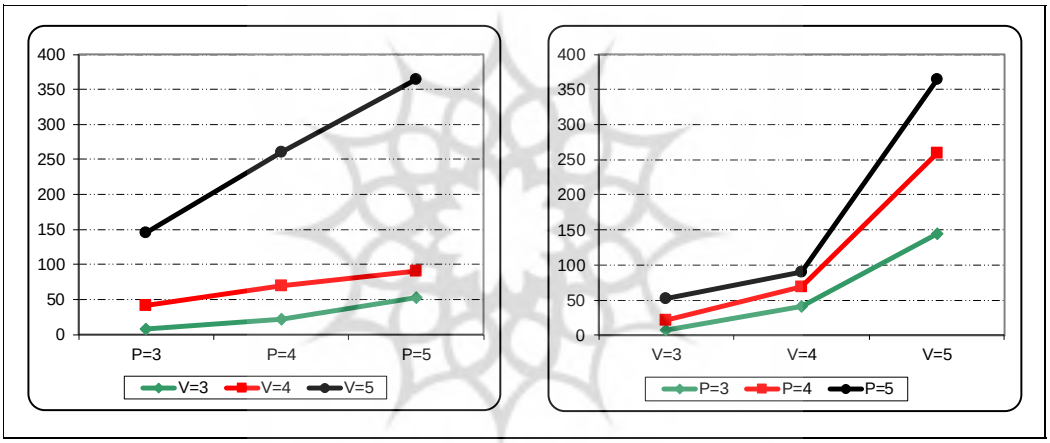
برای حل نمونه مسائل با استفاده از مدل PILP پیشنهادی که در نرم‌افزار لینگو نسخهٔ ۱۸ کدنویسی شده است، از لپ‌تاپ با پردازنده اینتل Corei7-7500U واحد پردازش مرکزی ۲.۷۰ گیگاهرتز و ۸ گیگابایت حافظه RAM استفاده شده است. همچنین مدت زمان ۳۶۰۰ ثانیه به‌عنوان محدودیت زمان اجرای برنامه در نظر گرفته شده است. نتایج ارزیابی حاصل از آزمایش‌ها در جدول ۵ خلاصه شده است.

جدول ۵. مشخصات مسئله و نتایج ارزیابی

C	V	P	جواب بهینه (*) یا کران پایین	زمان اجرا (ثانیه)	مقدار تابع هدف	شکاف (%)
۵	۳	۶	* ۵۰۷۲۵	۱	۵۰۷۲۵	۰
۵	۳	۷	* ۵۱۲۹۰	۵	۵۱۲۹۰	۰
۵	۴	۶	* ۴۴۵۷۵	۱۴	۴۴۵۷۵	۰
۵	۴	۷	* ۶۲۴۶۰	۲۰	۶۲۴۶۰	۰
۱۰	۳	۳	* ۴۷۹۹۰	۸	۴۷۹۹۰	۰
۱۰	۳	۴	* ۴۷۷۶۵	۲۲	۴۷۷۶۵	۰
۱۰	۳	۵	* ۵۸۸۷۰	۵۲	۵۸۸۷۰	۰
۱۰	۴	۳	* ۷۹۸۸۰	۴۱	۷۹۸۸۰	۰
۱۰	۴	۴	* ۸۲۲۳۵	۶۹	۸۲۲۳۵	۰
۱۰	۴	۵	* ۷۳۱۲۰	۹۰	۷۳۱۲۰	۰
۱۰	۵	۳	* ۷۹۶۱۵	۱۴۵	۷۹۶۱۵	۰
۱۰	۵	۴	* ۹۲۰۰۰	۲۶۰	۹۲۰۰۰	۰
۱۰	۵	۵	* ۹۷۵۴۰	۳۶۴	۹۷۵۴۰	۰
۱۵	۳	۲	* ۷۷۳۱۰	۶۳۶	۷۷۳۱۰	۰
۱۵	۳	۳	* ۷۴۱۸۵	۱۱۷۲	۷۴۱۸۵	۰
۱۵	۴	۲	* ۹۱۷۹۰	۶۰۷	۹۱۷۹۰	۰
۱۵	۴	۳	* ۸۷۲۵۰	۱۹۹۵	۸۷۲۵۰	۰
۲۰	۳	۲	۴۶۵۹۹	۳۶۰۰	۶۰۸۹۰	۳۰/۷
۲۰	۴	۳	۷۷۹۰۰	۳۶۰۰	۱۰۴۳۰۰	۳۳/۹
۲۰	۵	۴	۸۶۱۷۷	۳۶۰۰	۱۳۴۸۲۰	۵۶/۴
۲۵	۳	۲	۶۱۳۶۵	۳۶۰۰	۸۸۳۲۵	۴۳/۹
۲۵	۴	۳	۶۴۷۳۸	۳۶۰۰	۱۰۲۰۰۰	۵۷/۶
۲۵	۵	۴	۶۸۸۴۲	۳۶۰۰	۱۱۸۰۴۵	۷۱/۵
۲۵	۷	۵	۱۳۶۶۷۰	۳۶۰۰	۲۵۱۹۸۰	۸۴/۴
۳۰	۴	۲	۵۸۲۲۴	۳۶۰۰	۹۷۴۷۵	۶۷/۴
۳۰	۵	۳	۷۶۳۸۸	۳۶۰۰	۱۴۳۱۴۰	۸۷/۴
۳۰	۶	۴	۱۱۵۷۰۱	۳۶۰۰	۲۲۹۱۳۰	۹۸
۴۰	۴	۲	۸۷۵۷۹	۳۶۰۰	۲۴۹۵۹۵	۱۸۵
۴۰	۵	۲	۸۹۳۹۱	۳۶۰۰	۲۰۹۳۱۵	۱۳۴/۲
۴۰	۵	۳	۱۱۰۶۸۴	۳۶۰۰	۳۱۰۱۲۵	۱۸۰/۲
۵۰	۴	۲	۱۰۴۴۰۵	۳۶۰۰	۳۰۸۸۱۰	۱۹۵/۸
۵۰	۴	۳	۶۶۹۹۵	۳۶۰۰	۲۱۵۰۵۰	۲۲۱

یافته‌های پژوهش حاکی از این است که با افزایش مقدار پارامترهای مدل، زمان لازم برای دستیابی به جواب بهینه نیز افزایش می‌یابد؛ اما در میان پارامترها، تعداد مشتریان (C) بیشترین تأثیر را بر سرعت حل مسئله دارد. در بین نمونه مسائلی که جواب بهینه حاصل شده است، به‌وضوح مشخص است که افزایش ۵۰ تا ۱۰۰ درصدی تعداد مشتریان زمان حل مسئله را تا چند هزار درصد افزایش می‌دهد. برای نمونه وقتی V = ۴ و P = ۳ یک افزایش ۵۰ درصدی در تعداد مشتریان از C = ۱۰ به C = ۱۵، زمان حل مسئله را بیش از ۴۷ برابر افزایش داده و از ۴۱ ثانیه به ۱۹۹۵ ثانیه رسیده است.

همچنین نتایج حاکی از آن است که پس از تعداد مشتریان (C)، به‌ترتیب تعداد انواع محصولات (P) و تعداد وسایل نقلیه (V) روی زمان حل مسئله مؤثرند. برای نمونه شکل ۳ نشان می‌دهد که چگونه برای مسائل با ۱۰ مشتری که جواب بهینه در زمان‌هایی بین ۸ تا ۳۶۴ ثانیه حاصل شده است؛ تأثیر افزایش تعداد انواع محصول بر زمان حل مسئله بیشتر از تأثیر افزایش تعداد وسایل نقلیه است.



شکل ۳. مقایسهٔ تأثیر افزایش پارامترها در زمان حل برای مسائل با ۱۰ مشتری

بدیهی است که هر راه‌حل مسئله پاسخ‌گوی سه پرسش است: ۱. نحوهٔ بارگیری وسایل نقلیه؛ ۲. مسیریابی وسایل نقلیه و درواقع تعیین ترتیب ملاقات مشتریان توسط هر وسیلهٔ نقلیه؛ ۳. چگونگی توزیع سفارش‌ها بین مشتریان به‌معنای مشخص کردن اینکه هر وسیلهٔ نقلیه چه محموله‌ای را به هر مشتری تحویل می‌دهد. با توجه به نتایج پژوهش می‌توان گفت پیچیدگی مربوط به مسیریابی در مسئله بیش از پیچیدگی بارگیری و توزیع است و این موضوع که تعداد مشتریان بر زمان حل مسئله بیشترین تأثیر را دارد، می‌تواند ناشی از این باشد که افزایش تعداد مشتریان (گره‌ها) مستقیماً بر رشد نامتناسب و چشمگیر تعداد مسیرهای قابل بررسی مسئله مؤثر بوده و زمان مورد نیاز برای مسیریابی و تعیین ترتیب بهینه ملاقات مشتریان را افزایش می‌دهد.

در مجموع، مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح محض ارائه شده قادر بود برای همه نمونه مسائل حل شده، جواب شدنی به‌دست آورد ولی به‌دلیل پیچیدگی‌های مسئله، دستیابی به جواب بهینه، در محدوده زمانی کمتر از یک ساعت فقط برای مسائل با مقیاس کوچک (تا ۱۵ مشتری) امکان‌پذیر است.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

به‌طور کلی مسائل مسیریابی وسایل نقلیه در طبقه‌بندی مسائل NP-Hard قرار دارند (لنسترا و کان، ۱۹۸۱). بدیهی است که اضافه‌کردن و تحمیل شرایطی مانند ناوگان ناهمگون و چندکالایی به مسئله، هرکدام به‌تنهایی سختی و پیچیدگی آن را افزایش می‌دهد و به‌طبع، تحمیل هم‌زمان این شرایط باعث مضاعف‌شدن پیچیدگی مسئله خواهد شد. با استفاده از مدل پیشنهاد شده، در زمان مناسبی جواب شدنی برای همهٔ نمونه مسائل به‌دست می‌آید. همچنین مدل ارائه شده قادر است در زمان مناسبی (از ۱ تا ۲۰۰۰ ثانیه بسته به اندازه مسئله) به جواب بهینه برای مسائل با تعداد ۱۵ مشتری دست یابد. برای مسائلی با تعداد حداکثر ۳۰ مشتری اختلاف جواب به‌دست آمده با کران پایین کمتر از ۱۰۰ درصد است و می‌تواند تا حد مقبولی به جواب بهینه نزدیک باشد. برای مسائل با بیش از ۳۰ مشتری جواب شدنی به‌دست می‌آید و با گذشت زمان، اجرا بهبود می‌یابد؛ اما دستیابی به جواب نزدیک به بهینه، به صرف زمان بیشتری نیاز دارد که غیراقتصادی است.

انتظار می‌رود که توسعهٔ مدل‌های فراابتکاری[1] بر پایهٔ منطق مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح ارائه شده در این پژوهش، به‌ویژه بر مبنای رویکرد تعریف متغیرهای کمکی crc_{jv} و تکنیک به‌کار رفته در تعریف محدودیت‌های مورد نیاز برای ممانعت از ایجاد زیردورها، به‌عنوان زمینه‌ای برای تحقیقات آتی بتواند تا حد بسیار زیادی سرعت دستیابی به جواب قابل قبول را بهبود بخشد و به دستیابی به جواب‌های نزدیک به بهینه برای مسائل با اندازه‌های بزرگ‌تر نیز منجر شود. همان‌طور که گفته شد استفاده از متغیرهای مکمل کمکی crc_{jv} و محدودیت‌های متناظر آن باعث می‌شود که ضمن کاهش تعداد محدودیت‌های نامساوی مورد نیاز برای اجتناب از زیردورها در مقایسه با مدل‌های متداول مسائل مسیریابی وسایل نقلیه، نیازی به تعریف متغیرهای Mov_{ijv} جهت تعیین حرکت وسایل نقلیه بین مشتریان در مدل‌های فراابتکاری نباشد؛ زیرا با توجه به روند صعودی مقادیر crc_{jv} در مسیر وسیلهٔ نقلیه vام رتبه‌های مقادیر متغیرهای crc_{jv} خود معادل با ترتیب و توالی ملاقات شدن مشتریان بوده و درنتیجه منجر به سهولت در تعیین مسیر حرکت وسایل نقلیه خواهد شد.

با توجه به پیچیده بودن مسئله مورد مطالعه این پژوهش، دستیابی به راه‌حل‌های بهینه برای بسیاری از مسائل (حتی در مقیاس کوچک و متوسط) و همچنین دستیابی به جوابهای شدنی حتی برای مسائلی با کمتر از ۵۰ مشتری، با استفاده از یک روش دقیق مانند برنامه‌ریزی ریاضی نشان‌دهنده کارایی روش خواهد بود. همان‌طور که توضیح داده شد برای غلبه بر این پیچیدگی، در مدل طراحی شده تکنیک‌هایی به‌منظور کاهش محدودیت‌ها به‌ویژه محدودیت‌های نامساوی به‌کار گرفته شد.

در این پژوهش از لپ تاپ برای اجرای مدل استفاده شده است؛ اما بدیهی است که با توجه به اهمیّت اقتصادی کیفیت جواب‌های حاصل از اجرای مدل و همچنین اهمیّت و ضرورت هرچه بیشتر دستیابی به جواب‌های قابل قبول در یک زمان منطقی، استفاده از رایانه‌های پیشرفته با امکانات سخت‌افزاری و نرم‌افزاری مناسب‌تر می‌تواند نتایج بهتری به‌همراه داشته باشد.

1. Meta-heuristic

نتایج این تحقیق می‌تواند در زمینه‌های مختلف تولید و توزیع مانند صنایع تولید یا توزیع وسایل برقی (مانند تلویزیون، یخچال، ماشین لباس‌شویی و ...) مواد غذایی و دارویی و بهداشتی، ابزارآلات و مصالح ساختمانی و ... کاربرد داشته باشد؛ با وجود این، به‌عنوان یک زمینه تحقیقاتی بسیار کاربردی دیگر در صنایع مختلف، پیشنهاد می‌شود مسئله مورد مطالعه این پژوهش (HFFVRP?MPSD) با اضافه کردن محدودیت‌های چیدمان سه‌بُعدی (جای‌گذاری کامل و بدون روی‌هم‌رفتگی[1] محموله‌های سه‌بُعدی (مانند جعبه‌های مکعبی شکل) درون حامل‌های بار) و درواقع ترکیب با یک مسئله بارگیری کانتینری (CLP)[2] توسعه یابد و با هدف حداقل‌سازی هزینه‌های کلی حمل‌ونقل مورد بررسی و مطالعه بیشتر قرار گیرد.

منابع

اصغری‌زاده، عزت‌اله؛ جعفرنژاد، احمد؛ زندیه، مصطفی؛ جویبار، سبحان (۱۳۹۶). تبیین الگوی مدل‌سازی ترافیک در مسائل مسیریابی خودرو مبتنی بر پارادایم حمل‌ونقل سبز (مورد مطالعه: شرکت زمزم). *مدیریت صنعتی*، ۹(۲)، ۲۱۷-۲۴۴.

جوانفر، الهام؛ رضائیان، جواد؛ شکوفی، کیوان؛ مهدوی ایرج (۱۳۹۶). مسئله مکان‌یابی مسیریابی انبارهای عبوری چند محصولی با در نظرگرفتن وسایل نقلیه ناهمگن ظرفیت دار و قابلیت برداشت و تحویل در چند بار در یک شبکه زنجیره تأمین چند سطحی. *مهندسی حمل‌ونقل*، ۸(۴)، ۶۰۳-۶۲۷.

رحمان‌دوست، افروز؛ حافظ الکتب، اشکان؛ رحمانی پرچیکلایی، بیژن؛ عزیزی، امیر (۱۴۰۲). طراحی مدل ریاضی چندهدفه استوار مبتنی بر پایداری برای مسیریابی وسایل نقلیه جمع‌آوری پسماند شهری. *مدیریت صنعتی*، ۱۵(۴)، ۶۸۰-۷۰۹.

شاهبندرزاده، حمید؛ نجمی، محمد حسن؛ عطایی، علیرضا (۱۳۹۶). ارائه مدل ریاضی بر اساس مسئله مسیریابی خودرو ظرفیت‌دار با پنجره‌های زمانی برای جمع‌آوری زباله. *مدیریت صنعتی*، ۹(۱)، ۱۴۷-۱۶۶.

کاظمی، محبوبه؛ محمدی زنجیرانی، داریوش؛ اسماعیلیان، مجید (۱۴۰۰). مدل چندهدفه مکان‌یابی مراکز بارانداز عبوری، زمان‌بندی و مسیریابی هم‌زمان وسایل نقلیه، تحت بخش‌بندی تقاضا برای اقلام فاسدشدنی. *مدیریت صنعتی*، ۱۳(۴)، ۶۰۶-۶۳۳.

مهدوی اصل، وحید؛ خادمی زارع، حسن؛ حسینی نسب، حسن (۱۳۹۱). ارائه یک مدل ریاضی و روش ابتکاری جدید برای حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند قرارگاهی و چند محصولی با وسایل نقلیه متفاوت. *نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید*، ۲۳(۳)، ۳۰۳-۳۱۵.

References

Asawarungsaengkul, K., Rattanamanee, T. & Wuttipornpun, T. (2013). A multi-size compartment vehicle routing problem for multi-product distribution: Models and solution procedures. *International Journal* of Artificial Intelligence, 11(13A), 237-256 .

1. Overlap
2. Container Loading Problem

Asgharizadeh, E., Jafar Nejad, A., Zandieh, M. & Jooybar, S. (2017). Explaining the Approach of Traffic Modeling to Vehicle Routing Issues Based on the Paradigm of Green Transportation (Case Study: ZAMZAM Co). *Journal of Industrial Management*, 9(2), 217-244. (*in Persian*)

Ayyildiz, E., Şahin, M. C. & Taskin, A. (2023). A Multi Depot Multi Product Split Delivery Vehicle Routing Problem with Time Windows: A Real Cash in Transit Problem Application in Istanbul, Turkey. *Journal of Transportation and Logistics*, 7(2), 213-232 .

Belfiore, P. & Yoshizaki, H. T. Y. (2009). Scatter search for a real-life heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows and split deliveries in Brazil. *European Journal of Operational Research*, 199(3), 750-758.

Belfiore, P. & Yoshizaki, H .T. Y. (2013). Heuristic methods for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and split deliveries. *Computers & Industrial Engineering*, 64(2), 589-601.

Chowmali, W. & Sukto, S. (2020). A novel two-phase approach for solving the multi-compartment vehicle routing problem with a heterogeneous fleet of vehicles: a case study on fuel delivery. *Decision Science Letters*, 9(1), 77-90.

Coelho, L. C. & Laporte, G. (2013). A branch-and-cut algorithm for the multi-product multi-vehicle inventory-routing problem. *International Journal of Production Research*, 51(23-24), 7156-7169.

Dantzig, G. B. & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1), 80-91.

Fahmy, S. A. & Gaafar, M. L. (2023). Modelling and solving the split-delivery vehicle routing problem, considering loading constraints and spoilage of commodities. *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics*, 10(1), 2074566.

Golden, B., Assad, A., Levy, L. & Gheysens, F. (1984). The fleet size and mix vehicle routing problem. Computers & Operations Research, 11(1), 49-66.

Hasani-Goodarzi, A. & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2012). Capacitated vehicle routing problem for multi-product cross-docking with split deliveries and pickups. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 62, 1360-1365.

Javanfar, E., Rezaeian, J., Shokofi, K. & Mahdavi, I. (2017). Multi product cross-docking location vehicle routing problem with capacity hetrogeneous vehicles and split pickup and delivery in multi level supply chain. *Journal of Transportation Engeneering*, 8(4), 603–627. (*in Persian*)

Kabadurmus, O. & Erdogan, M. S. (2023). A green vehicle routing problem with multi-depot, multi-tour, heterogeneous fleet and split deliveries: a mathematical model and heuristic approach. *Journal of Combinatorial Optimization*, 45(3), 89.

Kazemi, M., Mohamadi Zanjirani, D. & Esmaelian, M. (2021). The Multi-Objective Locating Model for Cross-Docking Centers and Vehicle Routing Scheduling With Split Demands for Perishable Products. *Industrial Management Journal*, 13(4), 606-633. (*in Persian*)

Lenstra, J. K. & Kan, A. R. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11(2), 221-227.

Levy, D., Sundar, K. & Rathinam, S. (2014). Heuristics for routing heterogeneous unmanned vehicles with fuel constraints. *Mathematical Problems in Engineering*, 1-12. DOI:10.1155/2014/131450

Mahdavi Asl, V., Khademi Zare, H. & Hoseyni Nasab, H. (2012). Offering a mathematical model and heuristic method for solving multi-depot and multi-product vehicle routing problem with heterogeneous vehicle. *International Journal of Industrial Engineering*, 23(3), 303-315. (*in Persian*)

Matthopoulos, P.P. & Sofianopoulou, S. (2019). A firefly algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 33(2), 204-224.

Mjirda, A., Jarboui, B., Macedo, R., Hanafi, S. & Mladenović, N. (2014). A two phase variable neighborhood search for the multi-product inventory routing problem. *Computers & Operations Research*, 52, 291-299.

Moin, N. H., Salhi, S. & Aziz, N. (2011). An efficient hybrid genetic algorithm for the multi-product multi-period inventory routing problem. *International Journal of Production Economics*, 133(1), 334-343.

Munari, P., Dollevoet, T. & Spliet, R. (2016). *A generalized formulation for vehicle routing problems.* arXiv preprint arXiv:1606.01935 .

Ozfirat, P. M. & Ozkarahan, I. (2010). A constraint programming heuristic for a heterogeneous vehicle routing problem with split deliveries. *Applied Artificial Intelligence*, 24(4), 277-294.

Qiu, Y., Wang, L., Xu, X., Fang, X. & Pardalos, P. M. (2018). Formulations and branch-and-cut algorithms for multi-product multi-vehicle production routing problems with startup cost. *Expert Systems With Applications*, 98, 1-10.

Rahmandoust, A., Hafezalkotob, A., Rahmani Parchikolaei, B. & Azizi, A. (2023). Designing a Multi-Objective Stable Mathematical Model for Routing Municipal Waste Collection Vehicles. *Industrial Management Journal*, 15(4), 680-709. (*in Persian*)

Salhi, S., Sari, M., Saidi, D. & Touati, N. (1992). Adaptation of some vehicle fleet mix heuristics. *Omega*, 20(5-6), 653-660 .

Shahabi-Shahmiri, R., Asian, S., Tavakkoli-Moghaddam, R., Mousavi, S. M. & Rajabzadeh, M. (2021). A routing and scheduling problem for cross-docking networks with perishable products, heterogeneous vehicles and split delivery. *Computers & Industrial Engineering*, 157, 107299.

Shahbandarzadeh, H., Najmi, M.H. & Ataei, A. (2017). A Mathematical Model Based on Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Lapses for Garbage Collection. *Journal of industrial management*, 9(1), 147-166. (*in Persian*)

Surjandari, I., Rachman, A., Dianawati, F. & Wibowo, R. (2011). Petrol delivery assignment with multi-product, multi-depot, split deliveries and time windows. *International Journal of Modeling and Optimization*, 1(5), 375 .

Wang, Z., Li ,Y. & Hu, X. (2015). A heuristic approach and a tabu search for the heterogeneous multi-type fleet vehicle routing problem with time windows and an incompatible loading constraint. *Computers & Industrial Engineering*, *89*, 162-176.

Yakıcı, E. & Karasakal, O. (2013). A min–max vehicle routing problem with split delivery and heterogeneous demand. *Optimization Letters*, *7*(7), 1611-1625.

Yilmaz Eroglu, D., Caglar Gencosman, B., Cavdur, F. & Ozmutlu, H. C. (2014). Introducing the MCHF/OVRP/SDMP: Multicapacitated/Heterogeneous Fleet/Open Vehicle Routing Problems with Split Deliveries and Multiproducts. *The Scientific World Journal*, (1), 515402. DOI:10.1155/2014/515402

Zhao, J., Dong, H. & Wang, N. (2023). Green split multiple-commodity pickup and delivery vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 159, 106318.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی