



## تحلیل و ارزیابی مدل‌های هیبریدی فراکاوشی در شبیه‌سازی سطح آب‌های زیرزمینی در دشت خرم‌آباد

علی حیدر نصرالهی<sup>۱\*</sup>، یاسر سبزواری<sup>۲</sup>

۱- استادیار، گروه مهندسی آب، دانشگاه لرستان، خرم‌آباد، ایران

۲- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی آب، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۳۰

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۱۷

### چکیده

در سال‌های اخیر، برداشت بی‌رویه آب‌های زیرزمینی باعث افت شدید سطح آب‌های زیرزمینی شده است؛ که خطراتاتی همچون نشست زمین را در پی داشته است. لذا پیش‌بینی قابل‌اطمینان سطح آب‌های زیرزمینی برای مدیریت این منابع، حائز اهمیت است. در این پژوهش به منظور شبیه‌سازی سطح آب زیرزمینی دشت خرم‌آباد عملکرد مدل‌های هیبریدی رگرسیون بردار پشتیبان‌موجک، رگرسیون بردار پشتیبان خفash، رگرسیون بردار پشتیبان-گرگ خاکستری برای چهار چاه پیزومتری سراب پرده، ناصرونده، سالی و پل بابا حسین که دارای آمار همگن و فاقد داده‌های مفقود بودند انجام شد. جهت مدل‌سازی، پارامترهای بارش (P)، دما (T) و سطح آب زیرزمینی (H) و برداشت از منابع آب (q) در مقیاس ماهانه به عنوان ورودی مدل‌ها در طی دوره آماری ۱۴۰۰-۱۳۸۰ به کار برد شد. لازم به ذکر است جهت مدل‌سازی ۸۰ درصد داده‌ها برای آموزش و ۲۰ درصد باقی مانده جهت تست، بصورت تصادفی، که گستره وسیعی از انواع داده‌ها را پوشش دهد، انتخاب شد. معیارهای ضریب همبستگی (R)، ریشه میانگین مربعات خطای (RMSE)، میانگین قدر مطلق خطای (MAE) و ضریب نش ساتکلیف (NS) برای ارزیابی و نیز مقایسه عملکرد مدل‌ها مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان داد ساختار ترکیبی در کلیه مدل‌های مورد بررسی عملکرد بهتری نسبت به سایر ساختارها ارائه می‌دهد. همچنین نتایج نشان داد مدل رگرسیون بردار پشتیبان موجک طبق شاخص‌های ارزیابی، در چاه پیزومتری سراب پرده دارای مقادیر R=0.981، NS=0.985، MAE=0.011 m، RMSE=0.221 m، R=0.978 و نیز در چاه پیزومتری ناصرونده دارای مقادیر R=0.991، NS=0.991، MAE=0.008 m، RMSE=0.168 m، R=0.980 و همچنین چاه پیزومتری سالی دارای مقادیر NS=0.986، MAE=0.010 m، RMSE=0.186 m، R=0.985 و در نهایت چاه پیزومتری پل بابا حسین دارای مقادیر NS=0.995، MAE=0.007 m، RMSE=0.101 m می‌باشد، نسبت به سایر مدل‌ها از توانایی مطلوبی برخوردار است.

**کلمات کلیدی:** افت منابع آب، شبیه‌سازی، مدل هیبریدی، دشت خرم‌آباد.

## ۱- مقدمه

با توجه به رشد روزافزون جمعیت و ضرورت استفاده بهینه از منابع آب، تأمین بیشترین مقدار ممکن آب‌های زیرزمینی برای رفع نیازهای همه انسان‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بهره‌برداری بی‌رویه از منابع آب زیرزمینی در سال‌های اخیر باعث به هم خوردن تعادل طبیعی آن شده و تراز آب زیرزمینی در آبخوان‌های بسیاری از نقاط کشور منفی شده است. بهمنظور آگاهی از وضعیت این منابع و مدیریت بهینه آن‌ها، لازم است پیش‌بینی دقیقی از نوسانات تراز آب زیرزمینی صورت گیرد. بیشتر سری‌های زمانی هیدرولوژیک نظری تغییرات سطح آب زیرزمینی همواره شامل فرایندهای نامانا و پیچیده هستند که با استفاده از مدل‌های خطی متداول و کلاسیک به‌خوبی قابل توصیف و مدل‌سازی نیستند. بنابراین بهمنظور مدل‌سازی این پدیده‌های هیدرولوژیکی لازم است از مدل‌های غیرخطی استفاده نمود (Lm<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۲۱: ۳). امروزه سیستم‌های هوشمند به‌طور گسترده برای پیش‌بینی پدیده‌های غیرخطی مورداستفاده قرار می‌گیرد. در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های هوشمند در مطالعات کمی آب‌های زیرزمینی موردنمود توجه محققین قرار گرفته است. در پژوهشی به شبیه‌سازی تراز آب زیرزمینی مرودشت و بررسی سناریوهای پیش‌بینی با استفاده از کد ریاضی MODFLOW پرداخته شد. نتایج نشان داد بیشترین میزان افت آب زیرزمینی مربوط به مناطق درودزن، رامجرد و شول اتفاق افتاده است. از سوی دیگر در نقشه‌های میان‌یابی ضریب پارامتر هدایت هیدرولیکی بیان‌کننده‌ی این است که میزان افت تراز آبخوان در مناطق شمال‌غرب، مرکز و جنوب شرق حوضه دارای بیشترین مقدار می‌باشد که با ۱۱ درصد خطای نسبی مؤید مدل‌سازی مناسب است (حیدری و جباری، ۱۴۰۰: ۱۵۰). تحقیقی به منظور پتانسیل‌یابی منابع آب زیرزمینی با استفاده از رویکرد تلفیقی AHP و Fuzzy Topsis در دشت سیلاخور انجام شد. نتایج بدست آمده بیانگر آن است که، استفاده از رویکرد تلفیقی فرآیند تحلیل سلسله مراتبی و تاپسیس فازی در پتانسیل‌یابی با موقعیت چاه‌ها همخوانی خوبی دارد، به طوری که حدود ۸۷٪ از چاه‌های بهره‌برداری در مناطقی با پتانسیل آب زیرزمینی متوسط تا زیاد قرار گرفته است (سعیدی و همکاران، ۱۴۰۰: ۴۲). در پژوهشی، سطح آب زیرزمینی دشت سلسله استان لرستان با استفاده از مدل ترکیبی رگرسیون بردار پشتیبان (SVR) با موجک و الگوریتم‌های فرا ابتکاری گرگ خاکستری (GWO) و خفash (BA) شبیه‌سازی شد. نتایج نشان داد هر سه مدل هیبریدی، در الگوهای ترکیبی نتایج بهتری نسبت به سایر الگوهای تعیین‌شده دارند. همچنین، با توجه به معیارهای ارزیابی مشخص شد که از بین مدل‌های به کاررفته در شبیه‌سازی ازی سطح آب زیرزمینی، مدل رگرسیون بردار پشتیبان-موجک عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها از خود نشان داده است (باباعلی، ۱۴۰۰: ۱۴۷). در

تحقيقی به بررسی عوامل مؤثر بر تغییرات سطح آب زیرزمینی و افت آبخوان در دشت اردبیل پرداخته شد. نتایج نشان داد در دشت اردبیل حداقل تراز سطح ایستایی (۱۴۳۷ متر) مربوط به قسمت‌های جنوب دشت اطراف اراضی-نوشهر-کرگان و حدائق تراز (۱۳۰۰ متر) مربوط به اطراف روستای خلیفه‌لو شیخ می‌باشد. مطابق با نقشه‌ی پراکنش چاه‌ها، بیشترین تراکم چاه‌ها در منطقه‌ی شرقی و مرکزی دشت بوده است (ضیایی و همکاران، ۱۴۰۰: ۱۴۴). تحقیقی به ارزیابی مدل شبکه عصبی موجک در پیش‌بینی منابع آب زیرزمینی در استان لرستان پرداختند. نتایج نشان داد افزایش میزان بارش تأثیر بسیاری بر منابع آب زیرزمینی دارد و همچنین نتایج حاصل از معیارهای ارزیابی نشان داد مدل شبکه عصبی موجک کارایی بهتر و خطای کمتری نسبت به شبکه عصبی مصنوعی دارد (ترابی‌پوده و همکاران، ۱۴۰۰: ۲).

پژوهشی جهت شبیه‌سازی سطح آب زیرزمینی دشت کرج واقع در کشور ایران از الگوریتم‌های فرآکاوشی ترکیبی با مدل SVR استفاده کرد. در این پژوهش از پارامترهای سطح آب زیرزمینی، بارش و تبخیر با استفاده از الگوریتم جستجوی داخلی-حدائق پشتیبانی از رگرسیون ناقل (ISA-LSSVR) و الگوریتم ژنتیک-کمترین رگرسیون برداری (GA-LSSVR) در مقایسه با برنامه‌نویسی ژنتیک (GP) و سیستم استنتاج فازی عصبی تطبیقی (ANFIS) بهره گرفتند. نتایج نشان داد مدل ISA-LSSVR عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌های موردنظری دارد. همچنین نتایج سناریوهای تعریف‌شده نشان داد پارامترهای بارش و تبخیر تأثیر بسیاری در افزایش دقت مدل‌ها ایفا می‌کنند (مروج و همکاران، ۲۰۲۰: ۲۰). در تحقیقی اثر تغییرات آب و هوایی بر منابع آب زیرزمینی در یک منطقه ساحلی ویتنام با استفاده از مدل هیدرولوژیکی توزیع شده (PANTA RHEI) و مدل سیستم جریان زیرسطحی عنصر محدود (FEFLOW) بررسی شد. نتایج نشان داد میزان بارش در سال‌های آتی بویژه فصول خشک و مرتبط روند نزولی دارد، همچنین نتایج نشان داد که بارش به عنوان مؤثرترین پارامتر بر GWL می‌باشد (لم و همکاران، ۲۰۲۱: ۲۰۲۱). پژوهشی به منظور پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی دشت دلفان واقع در استان لرستان از تکنیک‌های هوش مصنوعی هیبریدی استفاده کرد. در این پژوهش جهت شبیه‌سازی سطح آب زیرزمینی از مدل‌های برنامه‌ی بیان ژن (GEP) و درخت تصمیم (M5) با روش تجزیه حالت تجربی گروه (EEMD) و تجزیه حالت تجربی گروه تجربی (CEEMD) برای پیش‌پردازش داده‌های ورودی برای تولید مدل‌های ترکیبی بهره گرفتند. نتایج نشان داد پیش‌پردازش می‌تواند عملکرد مدل‌های ساده را بهبود بخشد و مدل ترکیبی حاصل از WT و CEEMD عملکرد مناسبی نسبت به EEMD از خود نشان داده است (بهمنی و همکاران، ۲۰۲۱: ۵۹۵). در مجموع با توجه به پژوهش‌های انجام‌شده، ارائه راهکار و پیش‌بینی مناسب منابع آب زیرزمینی جهت جلوگیری از پدیده‌های فرونگشت و خشکسالی در کشور ایران لازم و ضروری می‌باشد. از این‌رو دشت خرم‌آباد واقع در استان لرستان که اهمیت بسیاری از لحاظ شرب و کشاورزی داشته و مهم‌ترین

محدوده‌های استان لرستان از جهت تولید محصولات کشاورزی بوده و محصولات این دشت جهت رشد و نمو از آب‌های زیرزمینی تغذیه می‌کنند برداشت‌های بی‌رویه و حفر چاههای غیرمجاز سبب گردیده در طی سال‌های اخیر افت شدیدی در منابع آب زیرزمینی ایجاد شود. بنابراین تغییرات سطح آب زیرزمینی به‌منظور پیش‌بینی و اقدامات مدیریتی جهت بهبود آن بیش‌ازپیش ضروری است. لذا هدف از این تحقیق شبیه‌سازی سطح آب زیرزمینی دشت خرم‌آباد با استفاده از مدل تلفیقی رگرسیون بردار پشتیبان‌موجک، رگرسیون بردار پشتیبان‌خفاش و رگرسیون بردار پشتیبان-گرگ خاکستری بر اساس پارامترهای اقلیمی، سطح آب زیرزمینی و برداشت از آبخوان است.

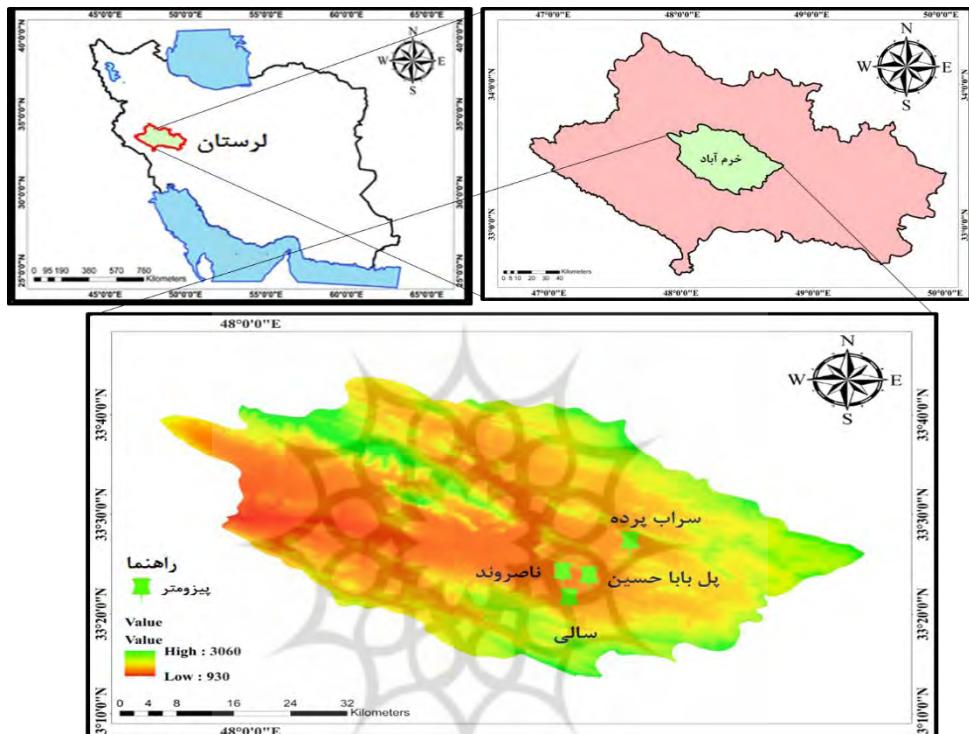
## ۲- مواد و روش‌ها

### ۱- منطقه مورد مطالعه

دشت خرم‌آباد در مرکز استان لرستان واقع در کشور ایران بین عرض‌های جغرافیایی ۳۳ درجه و ۱۳ دقیقه تا ۳۳ درجه و ۳۵ دقیقه شمالی و طول‌های جغرافیایی ۴۷ درجه و ۵۲ دقیقه تا ۴۸ درجه و ۴۶ دقیقه شرقی قرارگرفته است. حداقل ارتفاع منطقه ۱۹۰ متر و حداقل آن ۹۲۹ متر و مساحت این محدوده مطالعاتی ۲۵۱۷ کیلومترمربع می‌باشد. همچنین متوسط بارش سالانه محدوده مطالعاتی خرم‌آباد ۵۰۹ میلی‌متر و متوسط دمای آن ۱۷/۲ درجه سانتی‌گراد است. سفره آبدار اصلی دشت خرم‌آباد را رسوبات آبرفتی تشکیل می‌دهد که این دشت دارای ۴ حلقه چاه پیزومتر با آمار همگن بوده و فاقد آمار و اطلاعات مفقود است که در شکل ۱ قابل مشاهده است. همچنین جهت مدلسازی از پارامترهای بارش (P)، دما (T) و سطح آب زیرزمینی (H) و برداشت از منابع آب (q) بصورت ماهانه که در شرکت آب منطقه‌ای لرستان طی بازه زمانی ۱۴۰۰-۱۳۸۰ در دسترس بود، استفاده گردید. جدول (۱) موقعیت جغرافیایی چاههای پیزومتری مورد بررسی را نشان می‌دهد.

### ماشین بردار پشتیبان

ماشین بردار پشتیبان یک سیستم یادگیری کارآمد بر مبنای تئوری بهینه‌سازی مقید است که از اصل استقرای کمینه‌سازی خطای ساختاری استفاده کرده و منجر به یک جواب بهینه کلی می‌گردد (واپنیک، ۱۹۹۵: ۲). در مدل رگرسیون SVM تابعی مرتبط با متغیر وابسته  $Y$  که خود تابعی از چند متغیر مستقل  $x$  است، برآورد می‌شود. در مدل SVM همانند مسائل رگرسیونی رابطه میان متغیرهای مستقل و وابسته به صورت رابطه ۲ بیان می‌گردد که در این معادله  $f(x)$  تابع SVM به علاوه خطای مجاز مشخص شود (واپنیک، ۱۹۹۸: ۴).



شکل (۱): منطقه مورد مطالعه

Fig (1): Case study area

جدول (۱): موقعیت جغرافیایی چاه‌های بیزومنتر مورد بررسی

Table (1): The geographic location of the investigated piezometer wells

شماره	چاه پیزومتر	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی	ارتفاع (m)
۱	سراب پرده	"۴۹ °۲۸'۴۸"	"۵۷ °۲۶'۳۳"	۱۳۷۶
۲	ناصروند	"۴۱ °۲۳'۴۸"	"۵۳ °۲۲'۳۳"	۱۲۳۴
۳	سالی	"۱۰ °۲۴'۴۸"	"۱۶ °۲۱'۳۳"	۱۳۰۲
۴	پل بابا حسین	"۴۱ °۲۵'۴۸"	"۲۹ °۲۲'۳۳"	۱۲۶۷

$$F(x) = W^T \cdot \phi(x) + b \quad (1)$$

$$y = f(x) + \text{noise} \quad (2)$$

چنانچه  $WT$  ترانهاده بردار ضرایب و  $b$  ثابت مشخصه‌های تابع رگرسیونی و  $\phi$  نیز تابع کرنل باشد، آنگاه هدف پیدا کردن فرم تابعی برای  $f(x)$  است. این مهم با آموزش مدل  $SVM$  توسط مجموعه‌ای از داده‌ها (مجموعه

آموزش) محقق می‌شود (میسرا و همکاران، ۲۰۰۹: ۵۲۸). برای محاسبه  $W$  و  $b$  لازم است تابع خطای آموزش (معادله ۳) در مدل SVM- $\epsilon$  با در نظر گرفتن شرایط مندرج (قیود) در معادله (۴) و (۵) کمینه شود (هامل، ۲۰۰۹: ۳).

$$\frac{1}{2} W^T \cdot W + C \sum_{i=1}^N \varepsilon_i + C \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^* \quad (3)$$

$$W^T \cdot \emptyset(X_i) + b - y_i \leq \varepsilon + \varepsilon_i^*, \quad (4)$$

$$y_i - W^T \cdot \emptyset(X_i) - b \leq \varepsilon + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i, \varepsilon_i^* \geq 0, \quad i=1,2,\dots,N \quad (5)$$

در معادلات بالا  $C$  عددی صحیح و مثبت است، که عامل تعیین جریمه در هنگام رخدادن خطای آموزش مدل است.  $\emptyset$  تابع کرنل،  $N$  تعداد نمونه‌ها و دو مشخصه  $\varepsilon_i^*$  و  $\varepsilon_i$  متغیرهای کمبود هستند. در نهایت تابع SVM رگرسیونی را می‌توان به فرم زیر بازنویسی کرد:

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \bar{\alpha}_i \emptyset(x_i)^T \cdot \emptyset(x) + b \quad (6)$$

در معادله ۶،  $\bar{\alpha}_i$  میانگین ضرایب لاغرانژ می‌باشد. محاسبه  $(x)$  در فضای مشخصه آن ممکن است بسیار پیچیده باشد (یون<sup>۲</sup> و همکاران، ۲۰۱۱: ۱۲۹). برای حل این مشکل روند معمول در مدل SVM رگرسیون انتخاب یک تابع کرنل به صورت رابطه زیر است.

$$K(X_j, X) = \emptyset(X_j)^T \sqrt{b^2 - 4ac} \quad (7)$$

می‌توان از توابع مختلف کرنل برای ساخت انواع مختلف SVM- $\epsilon$  استفاده کرد. پرکاربردترین توابع کرنل چندجمله‌ای<sup>۳</sup> و کرنل توابع پایه شعاعی<sup>۴</sup> (RBF) و کرنل خطی، به ترتیب طبق روابط ۱۰-۸ محاسبه می‌گردند (باساک<sup>۵</sup> و همکاران، ۲۰۰۷: ۲۰۵؛ واپنیک و چروننسکی<sup>۶</sup>، ۱۹۹۱: ۱۸۵). در این پژوهش از این سه تابع کرنل استفاده شده است. قابل ذکر است فرآیند محاسبات ماشین بردار پشتیبان بر اساس کد نویسی در محیط متلب انجام، و پارامترهای توابع کرنل از طریق سعی و خطای بهینه گردیدند.

$$K(x, x_j) = (t + x_i \cdot x_j)^d \quad (8)$$

$$K(x, x_i) = \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9)$$

1- Hamel

4- Radial Basis Functions (RBF)

2- Yoon

5- Basak

3- Polynomial

6- Chervonenkis

$$k(x_i, x_j) = x_i \cdot x_j \quad (10)$$

### تبدیل موجک

تبدیل موجک به عنوان روشی جایگزین برای تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه ارائه شده است و هدف از ارائه‌ی آن، غلبه بر مشکلات مربوط به قدرت تفکیک‌پذیری فرکانس در تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه است. در تبدیل موجک همانند تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه، سیگنال موردنظر به پنجره‌هایی تقسیم شده و تبدیل موجک بر روی هر کدام از این پنجره‌ها به صورت جداگانه انجام می‌گیرد (واپنیک، ۱۹۹۸: ۴). اما مهم‌ترین تفاوت آن‌ها در این است که در تبدیل موجک علاوه بر اینکه قدرت تفکیک فرکانس‌های یک سیگنال یا طول پنجره، مناسب با نوع فرکانس تغییر می‌کند. به عبارت دیگر، در تبدیل موجک به جای فرکانس، مقیاس وجود دارد. یعنی تبدیل موجک، نوعی تبدیل زمان – مقیاس است. بر همین اساس با استفاده از تبدیل موجک، در مقیاس‌های بالا سیگنال منبسط شده و جزئیات سیگنال قابل تجزیه و تحلیل است و در مقیاس‌های پایین سیگنال منقبض شده و کلیات سیگنال قابل بررسی می‌باشد (وانگ<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۰۰: ۲۰۰۹). یک موجک به معنای موج کوچک، بخشی یا پنجره‌ای از سیگنال اصلی است که انرژی آن در زمان متتمرکز شده است. با استفاده از تبدیل یا آنالیز موجک می‌توان یک سیگنال یا سری زمانی مادر را به موجک‌هایی با سطح تفکیک و مقیاس‌های مختلف تجزیه کرد. بنابراین موجک‌ها نمونه‌های انتقال یافته و تفکیک شده سیگنال مادر هستند که نوساناتی در یک طول متناهی داشته و شدیداً میرا هستند. بر اساس این ویژگی مهم تبدیل موجک، می‌توان سری‌های زمانی نامانا و گذرا را به صورت موضعی مورد تجزیه و تحلیل قرارداد (شین<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۰۵: ۱۲۸). تبدیل موجک به دو صورت پیوسته و گسسته تعریف می‌شود.

### تبدیل موجک پیوسته (CWT)

تبدیل موجک پیوسته‌یتابع  $f(t)$  به صورت روابط زیر تعریف می‌شود (واپنیک، ۱۹۹۸).

$$CWT_f^\Psi(s, \tau) = \Psi_f^\Psi(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \Psi^* \left( \frac{t - \tau}{s} \right) dt = \langle f(t), \Psi_{s, \tau}(t) \rangle \quad (11)$$

$$\Psi_{s, \tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \Psi \left( \frac{t - \tau}{s} \right) \quad (12)$$

رابطه‌ی (۲) یک رابطه با دو متغیر  $s$  و  $\tau$  است که  $s$  پارامتر مقیاس (عکس فرکانس) و  $\tau$  پارامتر انتقال می‌باشند. علامت \* نیز نشان دهنده مزدوج مختلط است.  $\psi$  تابع پنجره یا موجک مادر و  $\frac{1}{\sqrt{s}} \frac{\tau-t}{|\tau|}$  موجک‌های حاصل از انتقال و تغییر مقیاس موجک مادر هستند. واژه‌ی مادر به این سبب به کار می‌رود که تمامی نسخه‌های انتقال یافته و مقیاس شده (موجک‌های دختر)، همگی از این تابع به دست می‌آیند. یعنی موجک مادر یک الگو برای سایر پنجره‌هاست. علامت {...} نیز نشان دهنده ضرب برداری دو تابع در فضای سیگنال است.

#### الگوریتم گرگ خاکستری

الگوریتم گرگ خاکستری GWO یک الگوریتم فراکاوشی است که از ساختار سلسله مراتبی و رفتار اجتماعی گرگ‌های خاکستری در هنگام شکار کردن الهام گرفته است (اوستا، ۱۹۷۹: ۶۵). این الگوریتم مبتنی بر جمعیت بوده، فرآیند ساده‌ای دارد و به سادگی قابلیت تعمیم به مسائل با ابعاد بزرگ را دارد. گرگ‌های خاکستری به عنوان شکارچیان راس در نظر گرفته می‌شوند، که در بالای هرم زنجیره غذایی هستند. گرگ‌های خاکستری ترجیح می‌دهند در یک گروه (دسته) زندگی کنند، هر گروه به طور متوسط ۱۲-۵ عضو دارد. همه اعضای این گروه دارای سلسله مراتب تسلط اجتماعی بسیار دقیق هستند و وظایف خاصی دارند. در هر گله از گرگ‌ها برای شکار کردن ۴ درجه وجود دارد که مانند شکل زیر به صورت یک ساختار هرمی مدل می‌شود (اوستا، ۱۹۷۹: ۶۵).

- گرگ‌های رهبر گروه alpha نامیده می‌شوند که می‌توانند مذکور یا مونث باشند و این گرگ‌ها بر گله تسلط دارند.

- گرگ‌های beta کمک به گرگ‌های alpha در فرآیند تصمیم‌گیری بوده و همچنین مستعد انتخاب شدن به جای آنها هستند.

- گرگ‌های delta پایین‌تر از گرگ‌های beta و شامل گرگ‌های پیر، شکارچی‌ها و گرگ‌های مراقبت‌کننده از نوزادان هستند.

- گرگ‌های omega پایین‌ترین مرتبه در هرم سلسله مراتب که کمترین حق را نسبت به بقیه اعضای گروه دارند. بعد از همه غذا می‌خورند و در فرآیند تصمیم‌گیری مشارکتی ندارند.

این الگوریتم شامل سه مرحله می‌باشد که بصورت زیر تشریح می‌گردد:

مشاهده شکار، ردیابی و تعقیب آن tracking and approaching . نزدیک شدن، احاطه کردن (حلقه زدن) به دور شکار و گمراه کردن آن تا زمانی که از حرکت باز بماند (Pursing and encircling) حمله به شکار (attacking). در این مقاله ساختار سلسله مراتبی و رفتار اجتماعی گرگ‌ها در حین فرایند شکار به صورت ریاضی مدل شده و برای طراحی الگوریتمی برای بهینه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است.



شکل (۲): فلوچارت الگوریتم گرگ خاکستری

Fig (2): Gray wolf algorithm flowchart

### الگوریتم خفاش

هوش جمعی یکی از قویترین تکنیک‌های بهینه‌سازی می‌باشد که بر مبنای رفتارهای گروهی است (سارایانا<sup>۱</sup> و آمودا<sup>۲</sup>، ۲۰۱۳). الگوریتم خفاش از دسته الگوریتم‌های فراشناختی است که الهام گرفته از رفتار جمعی خفاش‌ها در محیط طبیعی است که در سال ۲۰۱۰ توسط یانگ ارائه شد. این الگوریتم بر مبنای استفاده از خاصیت انعکاس صدا توسط خفاش‌ها است. خفاش‌ها مسیر و محل دقیق طعمه خود را بوسیله فرستادن امواج صوتی و دریافت بازتاب آن، پیدا می‌کنند. زمانی که امواج صوتی به سمت فرستنده امواج (خفاش) بازمی‌گردند، این پرندۀ می‌تواند یک تصویر صوتی از موضع روپرتوی محیط اطراف خود رسم کند و محیط اطراف را حتی در

تاریکی مطلق به خوبی ببیند. با استفاده از این سیستم، خفash‌ها می‌توانند اجسام متحرک مثل حشرات و اجسام بی‌حرکت مثل درختان را تشخیص دهند (سارایانا و آمودا، ۲۰۱۳: ۲).

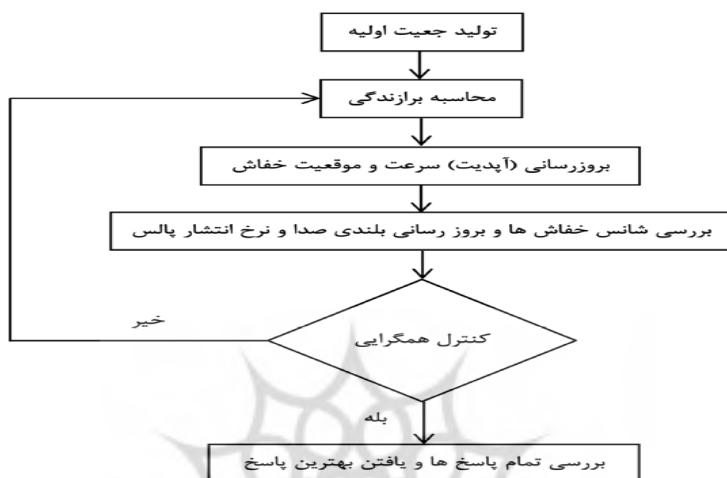
الگوریتم خفash مبتنی بر ویژگی پژواکیابی ریز خفash‌ها است. در حالت کلی دو نوع خفash وجود دارد که نوع اول بزرگ خفash‌ها هستند و نوع دوم ریز خفash‌ها نام دارند. ریز خفash‌ها از این ویژگی برای پرواز در شب و شکار استفاده می‌کنند. پژواکیابی ریز خفash‌ها در عمل یک سامانه ادراکی است که در آن موج‌های فرacoتوی برای بدست آوردن پژواک، تولید می‌شوند. مغز و دستگاه عصبی خفash با مقایسه‌ی موج‌های فرستاده شده و موج‌های بازتاب شده می‌تواند تصویری از فضای پیرامون و جزئیاتش را برای خود بسازد. این توانایی به ریز خفash‌ها اجازه می‌دهد تا در تاریکی مطلق شکارشان را شناسایی کنند (سارایانا و آمودا، ۲۰۱۳: ۲).

قوانين الگوریتم خفash این قوانین می‌تواند به زبان ساده بهصورت زیر بیان شود:

تمامی خفash‌ها با بکارگیری پژواکیابی می‌توانند مسافت را تخمین بزنند و تفاوت بین طعمه و مواعظ ثابت را تشخیص دهند.

خفash‌ها بهصورت تصادفی با سرعت  $V_i$  در موقعیت  $X_i$  با فرکانس ثابت  $f_{min}$  با طول موج متغیر  $\lambda$  و بلندی صدای  $A_0$  در جستجوی شکار هستند. آن‌ها می‌توانند بهطور اتوماتیک طول موج پالس‌های منتشرشده از خود را تنظیم کرده و نرخ انتشار پالس خود یعنی  $(v, \epsilon) \in (1, 0)$  را طبق نزدیکی طعمه خود مطابقت دهند

اگرچه بلندی صدا می‌تواند به طرق مختلف تغییر کند، اما فرض می‌شود که بلندی از یک مقدار بزرگ (مثبت  $A_0$ ) تا یک مقدار مینیمم ثابت یعنی  $A_{min}$  تغییر کند



شکل (۳): فلوچارت الگوریتم بهینه‌سازی خفash

Fig (3): Flowchart of the Bat Optimization Algorithm

### ارزیابی و عملکرد مدل‌ها

در این تحقیق به منظور ارزیابی دقت و کارایی مدل‌ها، از نمایه‌های ضریب تبیین ( $R^2$ )، ریشه میانگین مربعات خطأ (RMSE)، میانگین قدر مطلق خطأ (MAE) و ضریب نش ساتکلیف (NS) طبق روابط زیر استفاده گردید. بهترین مقدار برای این سه معیار به ترتیب یک، صفر، صفر، یک و صفر می‌باشد.

$$R^2 = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (M_{oi} - \bar{M}_0)(M_{ei} - \bar{M}_e)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (M_{oi} - \bar{M}_0)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (M_{ei} - \bar{M}_e)^2}} \right]^2, 0 \leq R^2 \leq 1 \quad (13)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (M_{ei} - M_{oi})^2}, 0 \leq RMSE \leq +\infty \quad (14)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |M_{ei} - M_{oi}|, 0 \leq MAE \leq +\infty \quad (15)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (M_{ei} - M_{oi})^2}{(M_{ei} - \bar{M}_e)^2}, -\infty < NSE < 1 \quad (16)$$

در روابط بالا،  $M_{oi}$  و  $M_{ei}$  به ترتیب مقادیر مشاهداتی و محاسباتی در گام زمانی  $i$  ام،  $N$  تعداد گام‌های زمانی،  $\bar{M}_e$  و  $\bar{M}_0$  نیز به ترتیب میانگین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی می‌باشد. علاوه بر معیارهای فوق از نمودارهای

پرآکنش و سری زمانی مقادیر مشاهداتی- محاسباتی نسبت به زمان نیز جهت تحلیل بیشتر نتایج استفاده شده است.

### ۳- بحث و نتایج

یکی از مهم‌ترین مراحل در مدل‌سازی، انتخاب ترکیب مناسبی از متغیرهای ورودی است. در مدل‌های هوشمند انتخاب ورودی‌های اولیه مناسب و تاثیرگذار در پدیده بمنظور آموزش ماهیت سازوکار حاکم بر پدیده باعث بهبود عملکرد خواهد شد بنابراین در الگوسازی نوسانات سطح آب زیرزمینی نیز سعی گردید تا موثرترین پارامترها جهت آموزش مدل‌ها انتخاب شود که در جدول ۲ نشان داده شده است. در این پژوهش به منظور شبیه سازی نوسانات سطح آب زیرزمینی از آمار و اطلاعات ماهانه چهار چاه پیزومتری واقع در دشت خرم‌آباد که دارای آمار همگن و فاقد داده‌های مفقود بودند، استفاده شد. جهت مدل‌سازی، از پارامترهای بارش (P)، دما (T) و سطح آب زیرزمینی (H) و برداشت از منابع آب (q) بعنوان ورودی مدل‌ها بکار برده شد. لازم به ذکر است جهت مدل‌سازی ۸۰ درصد داده‌ها برای آموزش و ۲۰ درصد باقی مانده جهت تست، بصورت تصادفی، که گستره وسیعی از انواع داده‌ها را پوشش دهد، انتخاب شد (کیسی<sup>۱</sup> و کارهان<sup>۲</sup>، ۲۰۰۶؛ ۴۳۵۲؛ ناگای<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۰۲: ۵۸۹). در ادامه نتایج مدل‌های مورد استفاده ارائه می‌گردد.

جدول (۲): ترکیب‌های منتخب پارامترهای ورودی مدل‌های مورد بررسی  
Table (2): Selected combinations of input parameters of the investigated models

شماره	خر裘ی	ورودی
۱	H(t)	T(t)
۲	H(t)	T(t), P(t)
۳	H(t)	T(t), P(t), q(t)
۴	H(t)	T(t), P(t), q(t), H(t-1)

به منظور برآورد نوسانات سطح آب زیرزمینی دشت خرم‌آباد استان لرستان از مدل‌ها و الگوریتم‌های فرآکاوشی با یک مجموعه داده مشاهداتی ارزیابی شدو کارایی مدل‌ها بررسی گردید. بمنظور مدل‌سازی الگوهای متفاوتی به عنوان ورودی مدل در نظر گرفته شد که در جدول ۲ بهترین الگوهای ترکیبات ورودی ارائه شده است. همچنین برای هر مدل هیبریدی شامل رگرسیون بردار پشتیبان-موجک، رگرسیون بردار پشتیبان-خفاش، رگرسیون بردار پشتیبان-گرگ خاکستری از هر چهار الگو در مراحل آموزش و تست استفاده می‌شود. بطور

خلاصه پس از انتخاب بهترین ترکیب ورودی برای هر مدل، شبیه‌سازی سطح آب زیرزمینی چاه‌های پیزومتری، طبق جدول ۳ نشان می‌دهد که برای هر چهار چاه پیزومتری مدل هیبریدی رگرسیون بردار پشتیبان-موجک عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌های هیبریدی از جمله رگرسیون بردار پشتیبان-خفاش، رگرسیون بردار پشتیبان-گرگ خاکستری دارد بگونه‌ای که طبق شاخص‌های ارزیابی مدل‌ها این مدل در چاه پیزومتری سراب پرده دارای مقادیر  $MAE=0.011\text{ m}$ ,  $RMSE=0.221\text{ m}$ ,  $R=0.978$  و نیز در چاه پیزومتری ناصرونده دارای مقادیر  $MAE=0.008\text{ m}$ ,  $RMSE=0.168\text{ m}$ ,  $R=0.981$  نموده است. همچنین چاه پیزومتری سالی دارای مقادیر  $MAE=0.010\text{ m}$ ,  $RMSE=0.186\text{ m}$ ,  $R=0.980$  و در نهایت چاه پیزومتری پل بابا حسین دارای مقادیر  $MAE=0.007\text{ m}$ ,  $RMSE=0.101\text{ m}$ ,  $R=0.985$  نموده است. در مجموع می‌توان بیان نمود مدل رگرسیون بردار پشتیبان-موجک بهترین عملکرد و مدل رگرسیون بردار پشتیبان-خفاش، رگرسیون بردار پشتیبان-گرگ خاکستری ضعیف‌ترین عملکرد را دارا هستند.

همچنین در شکل ۴ نمودار خطأ و دقت مدل‌های هیبریدی مورد بررسی نشان می‌دهد که مدل مدل رگرسیون بردار پشتیبان-موجک نسبت به مدل‌های رگرسیون بردار پشتیبان-خفاش، رگرسیون بردار پشتیبان-گرگ خاکستری از عملکرد بهتری برخوردار است بگونه‌ای که مطابق شکل دارای کمترین میزان خطأ است.

برای تحلیل و ارزیابی مدل‌های بکار رفته در تحقیق، نمودار جعبه‌ای مورد استفاده قرار گرفت. مزیت نمودار جعبه‌ای این است که می‌تواند نشان دهد که یک مدل چگونه مقادیر بیشینه، میانه و چارک‌ها را پیش‌بینی می‌کند.

نمودار جعبه‌ای نوسانات سطح آب زیرزمینی در شکل ... نشان می‌دهد که مدل رگرسیون بردار پشتیبان-موجک مطابقت مناسبی با نوسانات سطح آب زیرزمینی مشاهداتی دارد. همچنین رگرسیون بردار پشتیبان-خفاش، رگرسیون بردار پشتیبان-گرگ خاکستری کمترین تطابق و همخوانی را دارا می‌باشد. همین نتیجه برای پیش‌بینی حداقل نوسانات سطح آب زیرزمینی مشاهداتی مشاهده گردید. این دو نتیجه نشان می‌دهد که، اگر چه رگرسیون بردار پشتیبان از جمله مدل‌های هوشمند و دقیق است، اما نمی‌تواند مقادیر بیشینه را به خوبی پیش‌بینی کند. اما وقتی با الگوریتم‌ها یا مدل‌های فرآکاوشی از جمله تبدیل موجک ترکیب شود، عملکرد آن در پیش‌بینی مقادیر بیشینه بسیار بهبود می‌یابد که با نتایج پژوهش بهمنی و همکاران (۵۹۶: ۲۰۲۰) مطابقت دارد.

همچنین طبق شکل ۵ در چاههای پیزومتری سالی و ناصروند و پل بابا حسین مدل رگرسیون بردار پشتیبان-موجک در برآورد کلیه مقادیر (مینیمم، ماکزیمم، میانه، چارک اول و سوم) نسبت به سایر مدل‌ها از عملکردهای بهتری برخوردار بود زیرا این مقادیر را نزدیک به مقادیر محاسباتی برآورد نموده است.

جدول (۳): ارزیابی عملکرد مدل‌ها جهت شبیه‌سازی چاههای پیزومتر مورد بررسی

**Table (3): Evaluation of the performance of the models for simulating the investigated piezometer wells**

سراب پرده

صحبت‌سنگی				آموزش				مدل
NS	MAE	RMSE	R	NS	MAE	RMSE	R	
۰/۹۸۵	۰/۰۱۱	۰/۲۲۱	۰/۹۷۸	۰/۹۶۸	۰/۲۳۱	۰/۴۱۸	۰/۹۵	WSVR
۰/۹۷	۰/۲۰۱	۰/۴۲۵	۰/۹۵۱	۰/۹۵۴	۰/۴۵۵	۰/۶۸۴	۰/۹۳۵	GWO-SVR
۰/۹۴۷	۰/۳۱۵	۰/۵۲۶	۰/۹۳۳	۰/۹۳۸	۰/۶۷۱	۰/۸۶۲	۰/۹۱۶	BA-SVR

ناصروند

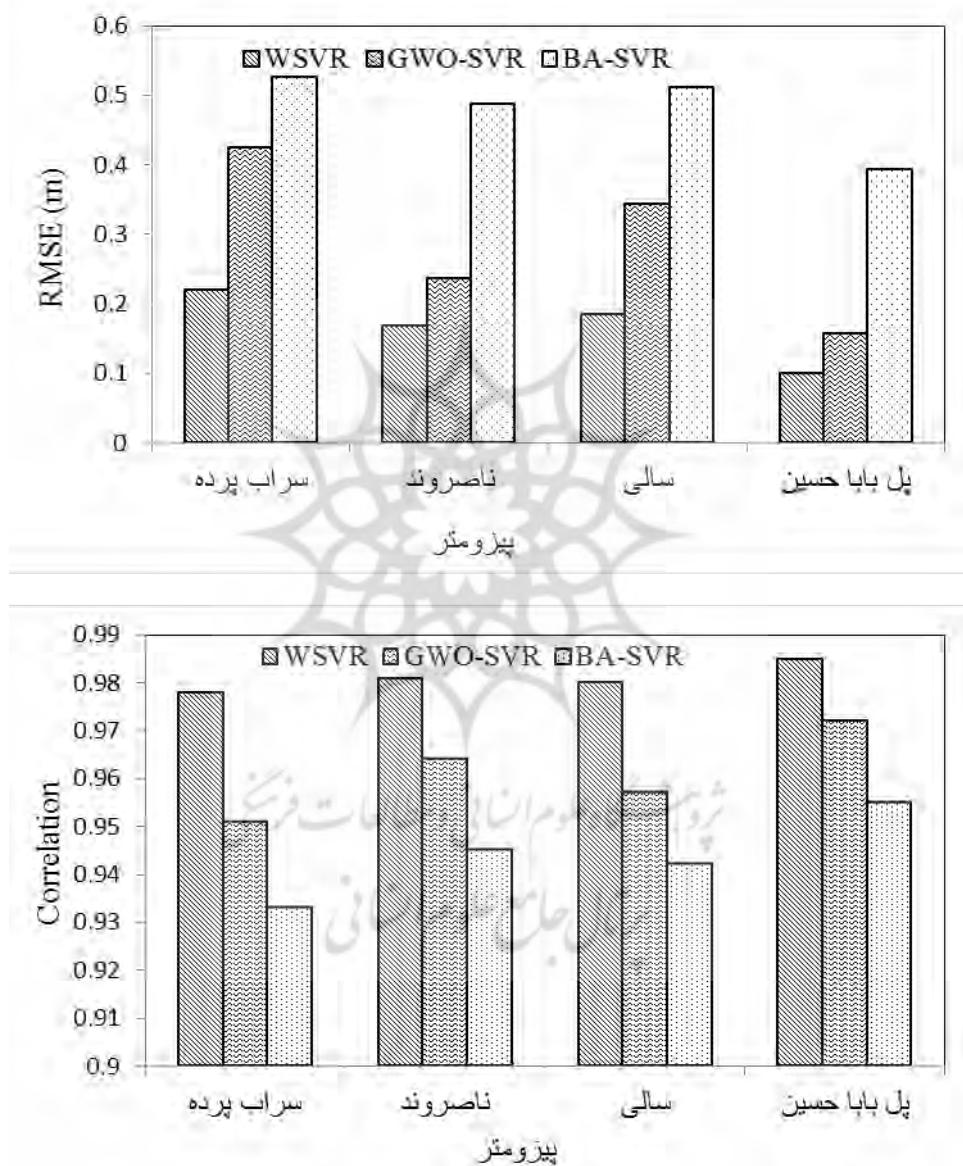
صحبت‌سنگی				آموزش				مدل
NS	MAE	RMSE	R	NS	MAE	RMSE	R	
۰/۹۹۱	۰/۰۰۸	۰/۱۶۸	۰/۹۸۱	۰/۹۷۵	۰/۱۷۱	۰/۳۴۴	۰/۹۶	WSVR
۰/۹۷۸	۰/۱۰۸	۰/۲۳۶	۰/۹۶۴	۰/۹۶۲	۰/۳۴۱	۰/۵۸۲	۰/۹۴۱	GWO-SVR
۰/۹۵۸	۰/۲۶۴	۰/۴۸۷	۰/۹۴۵	۰/۹۴۷	۰/۵۴۶	۰/۷۱۴	۰/۹۲۵	BA-SVR

سالی

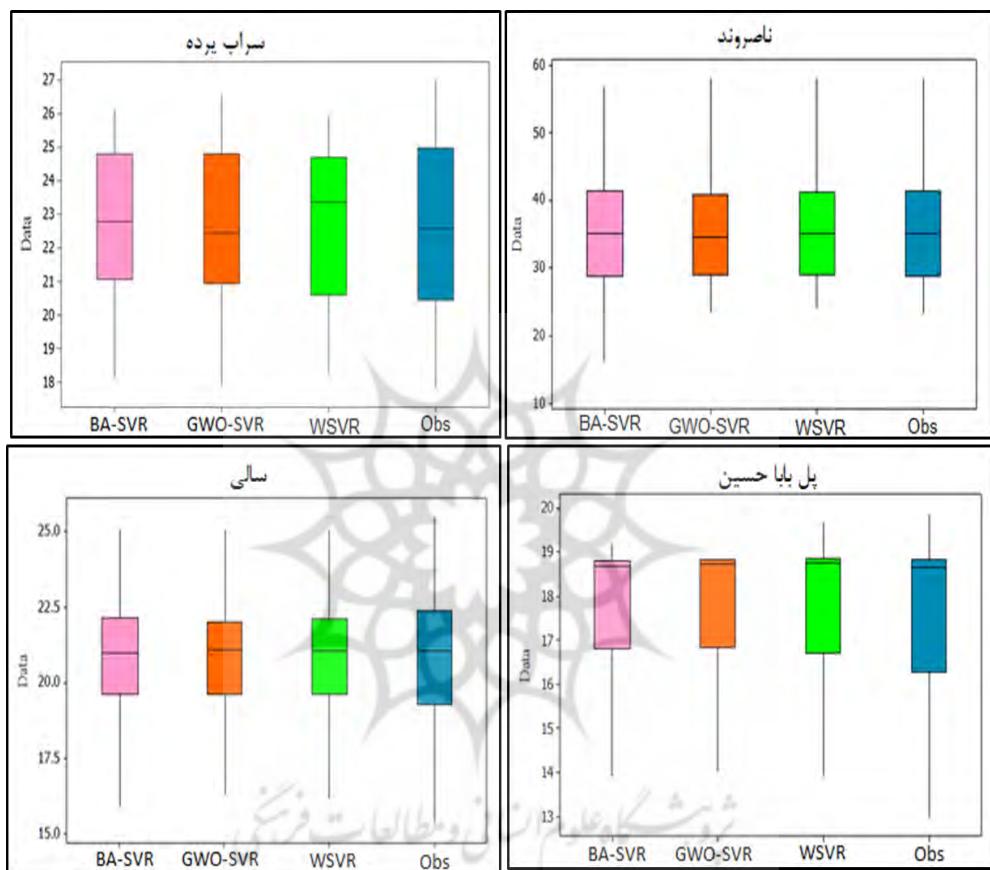
صحبت‌سنگی				آموزش				مدل
NS	MAE	RMSE	R	NS	MAE	RMSE	R	
۰/۹۸۶	۰/۰۱	۰/۱۸۶	۰/۹۸	۰/۹۷۳	۰/۲۰۱	۰/۳۸۶	۰/۹۵۷	WSVR
۰/۹۷۵	۰/۱۵۵	۰/۳۴۴	۰/۹۵۷	۰/۹۵۸	۰/۳۷	۰/۶۳۱	۰/۹۲۶	GWO-SVR
۰/۹۵۳	۰/۲۷۲	۰/۵۱۲	۰/۹۴۲	۰/۹۴۱	۰/۵۸۸	۰/۸۴۳	۰/۹۱۸	BA-SVR

پل بابا حسین

صحبت‌سنگی				آموزش				مدل
NS	MAE	RMSE	R	NS	MAE	RMSE	R	
۰/۹۹۵	۰/۰۰۷	۰/۱۰۱	۰/۹۸۵	۰/۹۸۴	۰/۱۸۸	۰/۲۳۳	۰/۹۷۱	WSVR
۰/۹۸	۰/۱۱۱	۰/۱۵۷	۰/۹۷۲	۰/۹۷۶	۰/۲۳۱	۰/۴۷۲	۰/۹۵۳	GWO-SVR
۰/۹۶۱	۰/۲۲۱	۰/۳۹۴	۰/۹۵۵	۰/۹۵۲	۰/۴۷۲	۰/۶۲۳	۰/۹۳۷	BA-SVR



شکل (۴): نمودار دقیقت و خطای مدل‌های هیبریدی مورد بررسی  
Fig. (4): Accuracy and error diagram of the investigated hybrid models



شکل(۵): نمودار باکس پلات مدل‌های مورد بررسی  
 Fig. (5): Box plot diagram of the examined models

همانطور قابل مشاهده است مدل رگرسیون بردار پشتیبان-موجک عملکرد بهتری داشته زیرا تبدیل موجک WT با جدا نمودن سیگنال به فرکانس‌های بالا و پائین ویژگی‌های چند مقیاسی سیگنال را در اختیار داشته و دقق مدل را تا حد قابل توجهی بالا می‌برد. سیگنال‌های بالا گذر و پایین گذر حاصل از تجزیه موجک، برآزش بسیار خوبی با معادلات مجموع سینوسی دارند که هر چه تعداد مراتب این معادلات بیشتر می‌شود، دقق کار افزایش می‌یابد، بسامدهای مراحل پایین‌تر تجزیه، نویز بیشتریدارند، ولی با افزایش سطح تجزیه از میزان نویز کاسته شده و سیگنال نرم‌تر می‌شود (وانگ و همکاران، ۲۰۰۰: ۱۶۰۸)، بر همین اساس مدل WSVR نسبت به سایر مدل‌ها ارجح‌تر است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر عملکرد مدل‌های رگرسیون بردار پشتیبان-موجک، رگرسیون بردار پشتیبان-خفاش، رگرسیون بردار پشتیبان-گرگ خاکستری را جهت شبیه سازی سطح آب زیرزمینی چهار چاه پیزومتری دشت خرم‌آباد واقع در استان لرستان با استفاده از پارامترهای بارش، دما، دبی جريان و تراز سطح ايستاي در طی دوره‌ی آماری (۱۳۸۰-۱۴۰۰) مورد ارزیابی قرار گرفت. مقادیر سطح آب زیرزمینی مشاهداتی با سطح آب زیرزمینی تخمين زده شده اين مدل با استفاده معيارهای ارزیابی بررسی گردید. نتایج حاصل از عملکرد مدل‌های هیبریدی رگرسیون بردار پشتیبان-موجک، رگرسیون بردار پشتیبان-خفاش، رگرسیون بردار پشتیبان-گرگ خاکستری با توجه به دوره‌ی آماری ۱۳۸۰-۱۴۰۰ نشان داد مدل‌های مورد بررسی در ساختار ترکیبی شامل کلیه پارامترهای ورودی از عملکرد بهتری بدليل افزایش حافظه برخوردار هستند و مدل رگرسیون بردار پشتیبان-موجک دقت بیشتر و خطای کمتری نسبت به سایر مدل‌های مورد بررسی دارد و این امر ناشی از جدا نمودن سیگنال‌ها به دو دسته بالاگذر و پایین گذر در تبدیل موجک WT می‌باشد. بنابراین با توجه به افت سطح آب زیرزمینی طی ۲۰ سال بررسی شده پیشنهاد می‌گردد. نصب کنتور هوشمند بر روی تمامی چاههای کشاورزی و صنعتی صورت گیرد و همچنین از حفر چاههای غیرمجاز جلوگیر بعمل آید همچنین با اطلاع‌رسانی به مالکان چاههای کشاورزی از کشت محصولات آبدوست جلوگیری شود. این راهکار بهنوبه خود برای تسهیل توسعه و پیاده‌سازی استراتژی‌های مدیریت آب‌های زیرزمینی مفید می‌باشد و گامی در جهت اتخاذ تصمیمات مدیریتی به منظور بهبود کمیت منابع آب‌های زیرزمینی است.

## ۵- منابع

- Baba Ali, H.R. (2021). Simulating the underground water level of the Selesh plain of Lorestan province using modern meta-exploration algorithms. *Hydrogeomorphology*, 8(28), 145-162. doi: 10.22034/hyd.2021.47162.1598. (in Farsi)
- Bahmani, R., & Ouarda, T. B. (2021). Groundwater level modeling with hybrid artificial intelligence techniques. *Journal of Hydrology*, 595, 125659.
- Basak, D., Pal, S., & Patranabis, D.C. (2007). Support vector regression. *Neural Inf Process*, 11(2), 203-225.
- Dehghani, R., & Poudeh, H.T. (2021). Applying hybrid artificial algorithms to the estimation of river flow: a case study of Karkheh catchment area. *Arabian Journal of Geosciences*, 14(9), 1-19.
- Hamel, L. H. (2011). *Knowledge discovery with support vector machines*. John Wiley & Sons.
- Heydari, A. & Jabari, I. (2021). Simulating Marvdasht underground water level and checking forecasting scenarios using MODFLOW mathematical code. *Hydrogeomorphology*, 8(29), 172-149. doi: 10.22034/hyd.2022.49139.1612. (In Farsi)
- Kisi, O., Karahan, M. E., & Şen, Z. (2006). River suspended sediment modelling using a fuzzy logic approach. *Hydrological Processes: An International Journal*, 20(20), 4351-4362.
- Lam, Q. D., Meon, G., & Pätsch, M. (2021). Coupled modelling approach to assess effects of climate change on a coastal groundwater system. *Groundwater for Sustainable Development*, 14, 100633.
- Misra, D., Oommen, T., Agarwal, A., Mishra, S. K., & Thompson, A. M. (2009). Application and analysis of support vector machine-based simulation for runoff and sediment yield. *Biosystems engineering*, 103(4), 527-535.
- Moravej, M., Amani, P., & Hosseini-Moghari, S. M. (2020). Groundwater level simulation and forecasting using interior search algorithm-least square support vector regression (ISA-LSSVR). *Groundwater for Sustainable Development*, 11, 100447.
- Nagy, H.M., Watanabe, K.A.N.D., & Hirano, M. (2002). Prediction of sediment load concentration in rivers using artificial neural network model. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(6), 588-595.
- Otsu, N. (1979). A threshold selection method from gray-level histograms. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, 9(1), 62-66.
- Saranya, M.P., & Amudha, T. (2014, December). Optimized block assignment for disaster inspection problem using bat metaheuristics. In 2014 IEEE International Conference on Computational Intelligence and Computing Research (pp. 1-4). IEEE.

- Saidi, M., Kamasi, M. & Hasanpour, S. (2021). Finding the potential of underground water resources using the integrated approach of AHP and Fuzzy Topsis (case study: Silakhor Plain). *Hydrogeomorphology*, 8(26), 59-41. doi: 10.22034/hyd.2021.37835.1548. (in Farsi)
- Shin, K.S., Lee, T.S., & Kim, H.J. (2005). An application of support vector machines in bankruptcy prediction model. *Expert systems with applications*, 28(1), 127-135.
- Torabi Podeh, H, Nasrolahi, A.H. & Dehghani, R. (2021). Evaluation of wavelet neural network model in predicting underground water resources (case study: Lorestan province, Iran). *Hydrogeology*, 6(1), 1-12. doi: 10.22034/hydro.2021.9403
- Vapnik, V., and Chervonenkis, A. (1991). The necessary and sufficient conditions for consistency in the empirical risk minimization method, *Pattern Recognition and Image Analysis*, 1(3), 283-305.
- Vapnik, V.N. (1995). *The Nature of Statistical Learning Theory*. Springer, New York.
- Vapnik, V.N. (1998). *Statistical learning theory*. Wiley, New York.
- Wang, D., Safavi, A.A., and Romagnoli, J.A.(2000). Wavelet-based adaptive robust M-estimator for non-linear system identification, *AICHE Journal*, 46(4), 1607-1615.
- Yoon, H., Jun, S.C., Hyun, Y., Bae, G.O., and Lee, K.K. (2011). A comparative study of artificial neural networks and support vector machines for predicting groundwater levels in a coastal aquifer, *Journal of Hydrol*, 396(4), 128–138.
- Zamuda, A., Brest, J., & Mezura-Montes, E. (2013, June). Structured population size reduction differential evolution with multiple mutation strategies on CEC 2013 real parameter optimization. In *2013 IEEE congress on evolutionary computation* (pp. 1925-1931). IEEE.
- Ziyai, S., Esmali, A., Mostafazadeh, R. & Ghorbani, O. (2021). Investigating the effective factors on changes in the underground water level and aquifer drop in Ardabil plain. *Hydrogeomorphology*, 8(28), 127-143. doi: 10.22034/hyd.2021.46333.1590