Journal of Educational Measurement & Evaluation Studies
Vol. 6, No. 15, autumn2016
فصلنامه مطالعات اندازه‌گیری و ارزشیابی آموزشی
سال ششم، شمارهٔ ۱۵، پاییز ۱۳۹۵، صص ۱۴۲-۱۱۹

تحلیل نتایج آزمون کارشناسی ارشد بر اساس مدل‌های اثر تصادفی رده‌بندی متقاطع و چندسطحی: مقایسه دو رویکرد

تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۰۱/۲۵
تاریخ پذیرش مقاله: ۹۵/۰۶/۰۹

رقیه باقی یزدل*
موسی گل‌علی‌زاده**

چکیده

در برخی مواقع ساختار جوامع سلسله‌مراتبی به گونه‌ای است که دو سطح به جای اینکه در طول هم باشند در عرض هم قرار دارند و لذا نمی‌توان مدل‌های آشیانه‌ای را برای آنها به‌کار برد. در چنین حالتی لازم است مدل‌های رده‌بندی متقاطع به‌عنوان زیرکلاسی از مدل‌های چندسطحی مورد استفاده قرار گیرند. چشم‌پوشی از ساختار رده‌بندی متقاطع می‌تواند جهت و میزان اریبی مشاهده شده در برآورد پارامترها را به‌طور قابل ملاحظه‌ای تحت تأثیر قرار دهد. در این مقاله با به‌کارگیری مدل‌سازی رده‌بندی متقاطع برای نمره‌های کل پذیرفته‌شدگان کنکور کارشناسی ارشد سال ۱۳۹۳ و به‌کارگیری نرم‌افزار R، مدل متقاطع با مدل‌بندی چندسطحی متناظرش با استفاده از آماره انحراف مقایسه شد. بر اساس توزیع‌های شرطی کامل پارامترهای مدل، برآوردشان با به‌کارگیری روش‌های مونت کارلوی زنجیر مارکوفی به‌دست آمد. در نهایت آماره انحراف برای مقایسه مدل متقاطع و مدل چند سطحی استفاده شد. نتایج این تحقیق نشان داد که مدل‌بندی اثر تصادفی رده‌بندی متقاطع برای جوامعی با ساختار تقاطعی به مراتب بهتر از مدل چندسطحی معمولی متناظر با آن عمل می‌کند.

واژگان کلیدی: تحلیل چندسطحی، مدل اثرتصادفی رده‌بندی متقاطع، روش‌های مونت کارلوی زنجیر مارکوفی، آماره انحراف، کنکور کارشناسی ارشد

---

* کارشناس ارشد آمار ریاضی دانشگاه تربیت مدرس
** عضو هیئت علمی گروه آمار دانشگاه تربیت مدرس (نویسنده مسئول: golalizadeh@modares.ac.ir)

مقدمه

مدل‌بندی داده‌های مربوط به حوزه علوم اجتماعی با توجه به ساختار تو در توی جوامع مربوطه، معمولا با استفاده از مدل‌های سلسله‌مراتبی صورت می‌پذیرد (هاکس[1]، ۲۰۰۲). به‌عنوان مثال برای عوامل مؤثر بر نمره‌های داوطلبان آزمون‌های سراسری می‌توان از یک مدل دوسطحی استفاده کرد که در آن داوطلبان درون دانشگاه‌ها آشیانه شده‌اند. اما مثال‌های بی‌شماری در حوزه‌های متفاوت علوم وجود دارد که ساختار جامعه آنها سلسله‌مراتبی محض نیست ولی کماکان تحلیل آنها با مدل‌های چندسطحی صورت می‌گیرد. مثلاً، برای تحلیل نمره‌های داوطلبان آزمون کارشناسی ارشد می‌توان آنها را برحسب استان محل اقامت و دانشگاهی که در آن تحصیل می‌کنند، آشیانه‌ای در نظر گرفت. اما واضح است که دانشجویانی که دارای استان محل اقامت یکسان هستند، در دانشگاهی مشابه حضور ندارند و به همین ترتیب دانشجویانی که در یک دانشگاه حضور دارند، استان محل اقامت یکسانی ندارند. مدل جایگزین در این حالت، مدل رده‌بندی متقاطع[2] است که اجازه تقابل (تقاطع) سطوح ساختاری سلسله‌مراتبی را فراهم می‌سازد. گلداستین[3] (۱۹۸۶) نشان داد که چگونه می‌توان این مدل را با تعریف متغیرهای مجازی[4] در قالب مدل‌های چندسطحی پایه‌ریزی کرد. به‌طور کلی، این مدل‌ها با انعطاف‌پذیری بالا برای تجزیه و تحلیل داده‌هایی با زیرساختارهای خاص که لزوماً سلسله‌مراتبی محض نیست، مورد استفاده قرار می‌گیرند (برتواس[5]، ۲۰۰۸). علی‌رغم این موضوع، پیچیدگی‌های فنی و تفسیری این مدل‌ها موجب شده که استفاده از آنها (دست کم در پژوهش‌های داخل ایران به‌ویژه در پژوهش‌های مربوط به حوزه آموزش عالی) کمتر مورد توجه قرار گیرند. با این حال، بررسی اجمالی پژوهش‌های صورت گرفته در این حوزه نشان می‌دهد برخی از پژوهشگران در این زمینه فعالیت‌های مثمرثمری داشته‌اند. به‌عنوان مثال رادنباش[6] (۱۹۹۳) با استفاده از یک مدل رده‌بندی متقاطع به بررسی اثر مدرسه و محل اقامت بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان پرداخت و بر اساس این مدل هر دو واریانس بین

---

1. Hox
2. Cross-Classified
3. Goldstein
4. Dummy Variables
5. Beretvas
6. Raudenbush

مدرسه‌ها و بین محله‌ها را برآورد کرد. میرز[1] (۲۰۰٤) نشان داد که استفاده از مدل چندسطحی معمولی در مواقعی که ساختار جامعه مورد مطالعه به‌صورت متقاطع است در برآورد اثرات ثابت بی‌تأثیر خواهد بود اما موجب می‌شود که برآورد خطای استاندارد مربوط به متغیرهایی که به‌صورت نادرست مدل‌بندی شده‌اند و همین‌طور برآورد مؤلفه‌های واریانس اریب شوند. همچنین، میرز (۲۰۰٤) مدل رده‌بندی متقاطع را برای تعیین جنسیت کارکنان دانشکده و اطلاع از سیاست سازمانی محل کارشان به کار برد. این مدل به پژوهشگران روش دقیق‌تری را برای بررسی تساوی حقوق کارکنان پیشنهاد داده و به مدیران و پژوهشگران نهادی، دید روشن‌تری را از عواملی که موجب تفاوت در پرداخت حقوق حقوق‌بگیران برحسب جنسیت‌شان می‌شود، ارائه می‌دهد. باقی یزدل (۱۳۹۳) با در نظر گرفتن رده‌بندی متقاطع سهمیه و استان محل اقامت داوطلبان آزمون کارشناسی سال ۱۳۹۰ به بررسی نمره کل داوطلبان پرداخت. وی نشان داد که تغییر در نمره‌های داوطلبان بیشتر متأثر از تغییر در استان محل اقامت آنها است. این مسئله می‌تواند ناشی از سطح برخورداری متفاوت استان‌های مختلف در زمینه‌های آموزشی، اقتصادی، اجتماعی، فرهنگی و ... باشد به این مفهوم که تغییر افزایشی نمره‌های داوطلبان از استان‌های کم‌برخوردار به سمت استان‌های برخوردار بسیار چشم‌گیر است. همچنین نتایج عددی تحلیل نشان داد که معدل لیسانس، میانگین دروس عمومی و میانگین دروس تخصصی آزمون کارشناسی پذیرفته‌شدگان تأثیری مستقیم بر نمره آزمون کارشناسی ارشد آنها دارد. لازم به اشاره است بخشی از نتایج تحقیق توسط باقی‌یزدل و گل‌علی زاده (۱۳۹۳) و باقی‌یزدل و گل‌علی زاده (۱۳۹۵) به ترتیب در مجمع علمی و مجله تحقیقاتی ارائه شده‌اند.

اهمیت آزمون‌های سراسری و نتایج آنها در حوزه‌های مختلف اجتماعی بر کسی پوشیده نیست. واضح است که این نتایج در ابعاد متفاوت فردی و اجتماعی بروز و ظهور خواهد کرد. در کشور عزیزمان ایران وظیفه خطیر و سرنوشت‌ساز گزینش داوطلبان ورود به دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی بر عهده سازمان سنجش آموزش کشور است و تمامی داوطلبان با این امید در آزمون‌ها شرکت می‌کنند که این سازمان بهترین نحوه گزینش را برای انتخاب شایسته‌ترین آنها به‌کار می‌گیرد. لذا، نحوه گزینش از اهمیت بسزایی برخوردار است. در این میان، ساختار جامعه داوطلبان

[1]. Meyers

این آزمون‌ها استفاده از مدل‌های چندسطحی را ملزم ساخته و به تبع آن وجود حالت‌های خاصی در ساختار این جامعه، استفاده از مدل‌های رده‌بندی متقاطع را ضروری می‌سازد. استفاده از مدل‌های مناسب در مدل‌بندی اطلاعات داوطلبان و درنهایت شیوه گزینش آنها می‌تواند در بهبود این فرایند تأثیرگذار باشد و با توجه به اینکه گزینش بر اساس نمره کل داوطلبان صورت می‌پذیرد استفاده از روش‌ها و مدل‌های آماری مناسب می‌تواند در تعیین نمره کل دقیق‌تر برای داوطلبان و گزینش عادلانه‌تر بر اساس آن، تأثیر بسزایی داشته باشد.

با عنایت به مطالب مذکور، در مقاله حاضر با مدنظر قرار دادن استان دانشگاه محل تحصیل و استان محل اقامت داوطلبان، کاربرد مدل‌های رده‌بندی متقاطع در تحلیل نتایج آزمون کارشناسی ارشد تشریح می‌شود.

همان‌طور که پیش از این بیان شد دانشجویان اغلب در دانشگاه‌هایی حضور دارند که متفاوت از استان محل اقامت آنهاست و اغلب دانشگاه‌ها نیز دانشجویانی از استان‌های متفاوت دارند. بنابراین ساختار مرسوم آشیانه‌ای منتسب به مدل‌های چندسطحی برای این دو گروه‌بندی قابل تصور نیست. به عبارتی دقیق‌تر، می‌توان گفت که سطوح دانشگاه و استان محل اقامت داوطلبان با یکدیگر به‌صورت متقاطع در ارتباط هستند. اما اگر قرار بود این مسئله با مدل چندسطحی مورد مطالعه قرار گیرد می‌بایست قبول کرد که تمامی دانشجویانی که در یک دانشگاه درس می‌خوانند از استان‌های مشابه آمده‌اند. برای درک بهتری از این مسئله بیان مثالی مفید خواهد بود.

فرض کنید از هر یک از چهار استان فرضی، ۱۰ دانشجو نمونه‌گیری شده باشند. همان‌طور که در جدول ۱–الف مشاهده می‌شود، دانشجویانی (دانشجو=S) که در دانشگاه‌های مشابه حضور دارند دارای استان محل اقامت مشابه هستند. ساختار نمایشی این داده‌ها نشان می‌دهد که دانشگاه‌هایی که درون استان‌های محل اقامت آشیانه شده‌اند، دارای ساختار سلسله‌مراتب سه سطحی هستند. حال فرض کنید مجدداً از هر یک از چهار استان محل اقامت، ۱۰ دانشجو نمونه‌گیری شود، با این تفاوت که دانشجویان در دانشگاه‌های مشابه ضرورتاً استان محل اقامت یکسان نداشته باشند (جدول ۱–ب). در این حالت نیز دانشجویان درون دانشگاه‌ها و استان محل اقامت آشیانه شده‌اند، اما دانشگاه‌ها به هیچ عنوان درون استان محل اقامت نمی‌توانند به‌صورت آشیانه‌ای در نظر گرفته شوند. در این صورت، اگر سطوح استان محل اقامت

و دانشگاه از منابع مهم تغییرات واریانس در نمره کل آزمون ارشد داوطلبان در نظر گرفته شوند، یک مدل رده‌بندی متقاطع می‌تواند برای مدل‌بندی و تحلیل داده‌ها مناسب باشد. توجه کنید که توصیف این موضوع در خصوص ویژگی‌های دیگر مانند سهمیه داوطلبان نیز صدق می‌کند.

جدول (۱-الف) سلسله‌مراتب دانشجویان، دانشگاه‌ها و استان محل اقامت

دانشگاه	استان محل اقامت			
	الف	ب	ج	د
۱	SSS			
۲	SSSS			
۳	SSS	SSSSS		
٤				
٥		SSSS		
٦		S		
۷			SSSSS	
۸			SSSSS	
۹				SSSSSSS
۱۰				SSS

جدول (۱-ب) رده‌بندی متقاطع دانشجویان، دانشگاه‌ها و استان محل اقامت

دانشگاه	استان محل اقامت			
	الف	ب	ج	د
۱	SS	S	S	
۲	SS			S
۳	SS			
٤				
٥	S	SSS		SSSS
٦				
۷	SSS	SS	SSSSSS	
۸				SS
۹		SSSS		
۱۰			SSS	SSS

با توجه به مطالب مورد اشاره، نکته قابل تأمل در پژوهش‌ها این است که شاید ساختار جامعه مورد مطالعه ذاتاً متقاطع بوده و نیازمند استفاده از مدل رده‌بندی متقاطع باشد، ولی پژوهشگر از یک مدل چندسطحی معمولی برای مدل‌بندی داده‌ها استفاده کند. در این صورت چنین رویکردی ممکن است عواقب استنباطی بدی را به همراه داشته باشد. به بیانی دیگر، در این صورت احتمال دارد مدل مناسبی به داده‌ها برازش داده نشده و درنتیجه نتایج آماری نادرست و غیرقابل تفسیر باشند. بر این اساس، لو و وُک[1] (۲۰۰۹) معتقدند (الف) اثر نادیده گرفتن یک عامل متقاطع مانند نادیده گرفتن

1. Luo & Kwok

یک سطح تو در تو است و (ب) اندازه و جهت اریبی‌ها، نه‌تنها به عواملی مانند بزرگی مؤلفه واریانس عامل تقاطعی نادیده گرفته شده، اندازه نمونه و سطح مرتبط با متغیر پیش‌بین بستگی دارد، بلکه به ساختار رده‌بندی متقاطع نیز مرتبط است. در این حالت زمانی که kامین سطح نادیده گرفته شود، خطای استاندارد ضرایب رگرسیونی متغیرهای پیش‌بین در سطح kام کم برآورد و در سطح (k−1)ام بیش برآورد می‌شوند. از نظر استنباطی، زمانی که ساختار جامعه مورد مطالعه به‌طور کامل رده‌بندی متقاطع است و از وجود یک عامل متقاطع در سطح بالاتر چشم‌پوشی شود، مؤلفه واریانس عامل نادیده گرفته شده به مؤلفه واریانس سطحی اضافه می‌شود که درست در زیر آن سطح قرار دارد. زمانی که عامل متقاطع در سطح وسط نادیده گرفته شود، قسمتی از مؤلفه واریانس آن به مؤلفه واریانس سطحی که بالاتر از آن است و بخشی دیگر به سطحی که پایین‌تر از آن است، اضافه می‌شود (لو و وُک، ۲۰۰۹). مطالعات شبیه‌سازی پیاده شده توسط لو و وُک (۲۰۰۹) نشان دادند که به‌طور کلی میزان شدت ساختار رده‌بندی متقاطع می‌تواند جهت و میزان اریبی مشاهده شده در برآورد پارامترها را به‌طور قابل ملاحظه‌ای تحت تأثیر قرار دهد. پیش از این نیز پژوهشگرانی مانند فیلدینگ[1] (۲۰۰۲) و میرز[2] و برتواس (۲۰۰٦) در مطالعات جداگانه‌ای به این موضوع تإکید کرده‌اند.

در مقاله حاضر ابتدا به‌طور خلاصه به مدل‌های چند سطحی و رده‌بندی متقاطع و مفاهیم مورد نیاز مرتبط با آنها اشاره می‌شود. برای درک بهتری از این مدل‌ها، سعی شده روابط مورد نیاز بر اساس مثال کاربردی این مقاله تشریح شود. همچنین مطالعه مثال کاربردی همراه با تحلیل و تفسیر نتایج ارائه شده است.

معرفی مدل‌های چندسطحی

مدل‌های چندسطحی تعمیمی از مدل‌های خطی هستند که در آنها علاوه بر مدل‌بندی متغیر پاسخ، ضرایب رگرسیونی نیز مدل‌بندی می‌شوند. معمولاً این‌گونه مدل‌بندی به مدل‌های اثرات ثابت و اثرات تصادفی معروف‌اند (گلمن و هیل[3]، ۲۰۰۷). اصلی‌ترین ویژگی داده‌های چندسطحی مربوط به گروه‌بندی آنها است طوری که این گروه‌ها

---

[1]. Fielding
[2]. Meyers
[1]. Gelman and Hill

معمولا به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شوند. بنابر این علاوه بر خطای کلاسیک مربوط به مشاهدات درون هر گروه، خطای دیگری مربوط به نمونه‌گیری از گروه‌ها نیز در تحلیل این نوع داده‌ها دخالت دارد که روش‌های معمول مانند رگرسیون دومین خطا را نادیده می‌گیرند. علاوه بر این نقص می‌توان به امکان نداشتن تعمیم نتایج راجع به گروه‌بندی به کل گروه و عدم کشف تغییرپذیری منتسب به گروه به‌عنوان معایب دیگر مدل‌های مرسوم رگرسیون اشاره کرد. در عوض شکل‌های مختلف مدل‌های چندسطحی به‌طور ماهرانه‌ای مشکلات اشاره شده را برطرف می‌سازند. این مدل‌ها امکان بررسی ناهمسانی و پیچیدگی‌های واقعی بین گروه‌ها، فرمول‌بندی و آزمون فرض‌های اثر متقابل بین سطوح و مطالعه تغییر مقادیر متغیرها در طی زمان را فراهم می‌کنند (جمالی، ۱۳۹۲). تشریح جامع‌تری از مدل‌های چندسطحی همراه با تحلیل مثال‌های واقعی توسط اسنایدر و بوسکر[۱] (۱۹۹۹)، گلمن و هیل (۲۰۰۷) و گلداستین (۲۰۱۰) انجام شده است.

در ادامه ساختار کلی مدل‌های دوسطحی بیان می‌شود. برای فهم بهتر مطالب، این مدل‌ها بر اساس مثال کاربردی مقاله حاضر تشریح می‌شوند.
ابتدا مدل ساده رگرسیونی

$$y_i = \alpha + \beta x_i + e_i , \qquad (۱.۱)$$

را در نظر بگیرید که در آن y_i نمره کل داوطلب، x_i دانشگاه داوطلب iام، α عرض از مبدأ، β شیب و e_i خطای مدل است. به‌منظور توصیف هم‌زمان روابط چندین دانشگاه با نمره داوطلبان برای دانشگاه jام می‌توان نوشت:

$$y_{ij} = \alpha_j + \beta_j x_{ij} + e_{ij}, \qquad (۲.۱)$$

به‌طوری که j برای نمایش رده سطح دوم و i برای مشخص‌سازی واحد سطح اول به‌کار می‌رود. در مدل (۲,۱) هرچند برای هر دانشگاه، رابطه‌ای جداگانه وجود دارد اما تعداد $۲n+۱$ پارامتر شامل $(\alpha_j, \beta_j),\ j=۱,...,n$ و $\sigma_e^۲$ باید برآورد شوند که $\sigma_e^۲$ واریانس خطای درون دانشگاهی است و فرض می‌شود هر دانشگاه شیب جداگانه‌ای دارد. اگر نمونه‌ای از بین دانشگاه‌ها در اختیار باشد در این صورت با استفاده از آن

---

[2]. Snijder & Bosker

می‌توان در مورد تغییرات دانشگاه‌ها بر اساس نمره داوطلبانش استنباط انجام داد. در حالت خاص چنین نمونه‌ای برآوردهای واریانس و کواریانس بین دانشگاه‌ها را برحسب پارامترهای شیب و عرض از مبدأ بیان می‌کند.

به‌منظور بازنویسی مدل (۲,۱) درون یک مدل کاملا دوسطحی، فرض می‌شود α_j و β_j متغیرهای تصادفی باشند. برای سازگاری نمادگذاری α_j با نماد $\beta_{\circ j}$ و β_j با $\beta_{\backslash j}$ جایگزین شده و فرض می‌شود

$$\beta_{\circ j} = \beta_{\circ} + u_{\circ j}, \;\; \beta_{\backslash j} = \beta_{\backslash} + u_{\backslash j}$$

که در آن $u_{\circ j}$ و $u_{\backslash j}$ متغیرهای تصادفی هستند طوری که

$$E(u_{\circ j}) = E(u_{\backslash j}) = \circ$$

$$Var(u_{\circ j}) = \sigma^{\text{۲}}_{u_\circ}, \; Var(u_{\backslash j}) = \sigma^{\text{۲}}_{u_\backslash}, \; Cov(u_{\circ j}, u_{\backslash j}) = \sigma_{u_{\circ \backslash}}$$

حال می‌توان مدل (۲,۱) را به‌صورت

$$y_{ij} = \beta_{\circ} + \beta_{\backslash} x_{ij} + (u_{\circ j} + u_{\backslash j} x_{ij} + e_{ij}) \qquad (\text{۳.۱})$$

نوشت. متغیرهای تصادفی به‌عنوان خطا در نظر گرفته می‌شوند و در حالت مدل یک سطحی خطای سطح اول همان خطای مدل رگرسیونی است. مشخصه مدل (۳,۱) که آن را از مدل رگرسیونی خطی ساده متمایز می‌کند حضور بیش از یک جمله خطا در آن است و نیازمند روش‌های خاصی برای به دست آوردن برآورد پارامترها است. توجه کنید بخش تصادفی مدل یک عامل کلیدی در ساختار آن است در حالی که در بخش ثابت، متغیرها را می‌توان در هر سطحی اندازه‌گیری کرد.

همبستگی درون‌گروهی مشاهدات در مدل‌های چندسطحی با استفاده از معیار ضریب همبستگی درون‌گروهی[1] (ICC) مشخص می‌شود (لنگفورد[2]، ۱۹۹۳) که بر اساس واریانس درون‌گروهی و بین گروهی تعریف می‌شود (گلداستین، ۱۹۹۵). مقدار ICC در بازه [۰و۱] تغییر می‌کند. بزرگ بودن مقدار ICC نشان از همبستگی زیاد درون‌گروهی است. صفر بودن این معیار نشان از نبود همبستگی درون‌گروهی

---

1. Intra Class Correlation
2. Longford

مشاهدات است و در این حالت نیازی نیست که برای مشاهدات ساختار سلسله‌مراتبی در نظر گرفته شود. در ادامه ساختار مدل‌های رده‌بندی متقاطع ارائه می‌شود.

ساختار مدل‌های رده‌بندی متقاطع

مدل‌های اثر تصادفی رده‌بندی متقاطع ارتباط نزدیکی با مدل‌های سلسله مراتبی دارند. در این مدل‌ها نیز افراد یا دیگر اشیاء در جامعه مورد بررسی به‌صورت سلسله‌مراتبی قرار گرفته‌اند. اما همان‌طور که پیش از این ذکر شد، برخی از سطوح فاقد ساختار آشیانه‌ای محض هستند. برای مدل‌بندی مدل اثر تصادفی رده‌بندی متقاطع، در ادامه از مثال استان محل اقامت و دانشگاه داوطلبان استفاده می‌شود. در ابتدا ساده‌ترین حالت را در نظر بگیرید که در مدل هیچ متغیر تبیینی وجود نداشته باشد. این مدل برای برآورد واریانس بین استان اقامت داوطلبان، بین دانشگاه‌ها، بین داوطلبان و همچنین دانشگاه و استان (سلول) مورد استفاده قرار خواهد گرفت. قابل ذکر است که سلول از تقاطع دو عامل رده‌بندی (در اینجا استان محل اقامت و دانشگاه داوطلب) در سطح مورد نظر حاصل می‌شود. مدل درون سلول (تقاطع استان محل اقامت و دانشگاه داوطلب) می‌تواند به‌صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$Y_{i(jk)} = \beta_{\circ(jk)} + e_{i(jk)}$$

که در آن $Y_{i(jk)}$ نمره کل داوطلب iام در استان اقامت jام و دانشگاه kام، $\beta_{\circ(jk)}$ میانگین نمره کل داوطلبانی که دارای استان اقامت jام هستند و در دانشگاه kام حضور دارند و $e_{i(jk)}$ خطای تصادفی مربوط به واحدهای سطح اول (داوطلب) یا انحراف نمره کل داوطلب از میانگین سلول است، طوری که:

$$e_{i(jk)} \sim N(\circ, \sigma^{۲})$$

توجه کنید که پرانتز استفاده شده در زیرنویس متغیرها بیانگر این مطلب است که عوامل رده‌بندی در سطحی مشابه (در اینجا سطح دوم) قرار دارند. بیان این نکته ضروری است که مدل دوسطحی معمول تغییرات بین سلول‌ها را به مؤلفه‌هایی مربوط به اثرات استان اقامت، اثرات دانشگاه و اثر متقابل بین دو عامل تفکیک می‌کند:

$$\beta_{\circ(jk)} = \gamma_{\circ\circ} + b_{\circ\circ j} + c_{\circ\circ k} + d_{\circ(jk)} \qquad (۱.۲)$$

که در آن $\gamma_{\circ\circ}$ میانگین نمره کل داوطلبان، $b_{\circ\circ j}$ اثر تصادفی مربوط به استان jام، $c_{\circ\circ k}$ اثر تصادفی دانشگاه kام و $d_{\circ(jk)}$ اثر تصادفی متقابل است، طوری که:

$$b_{\circ\circ j} \sim N(\circ, \tau_{b_{\circ\circ}}),\ c_{\circ\circ j} \sim N(\circ, \tau_{c_{\circ\circ}}),\ d_{\circ(jk)} \sim N(\circ, \tau_{d_{\circ\circ}})$$

در مدل فوق، خطای تصادفی سطح اول (سطح داوطلب یا همان خطای تصادفی مدل) و اثرات تصادفی سطح دوم و سوم مستقل از هم می‌باشند. بنابراین چون سطوح مستقل فرض می‌شوند، کوواریانس نیز صفر لحاظ می‌شود.

غالبا اندازه نمونه‌های درون‌سلولی اندک هستند و لذا نمی‌توان واریانس مرتبط با اثر متقابل ($d_{\circ(jk)}$) را به‌درستی برآورد کرد. از این‌رو، ترجیح داده می‌شود اثر متقابل اغلب از مدل حذف شود (رادنباش و بریک[1]، ۲۰۰۲).

مشابه همبستگی درون خوشه‌ای[2]، ضرایب همبستگی درون واحدی[3] (IUCCs) برای تعیین وجود تغییرات قابل توجه در متغیر پاسخ (نمره کل) در صورت ایجاد ساختار رده‌بندی متقاطع با رده‌های مختلف به‌کار می‌رود. برای مثال، می‌توان تغییر در نمره کل داوطلبان که ماحصل تغییر بین رده‌های عامل رده‌بندی استان اقامت (از استانی به استان دیگر) است را با این کمیت محاسبه کرد. این کمیت را می‌توان بر اساس سایر عامل‌های رده‌بندی مثل دانشگاه‌ها یا سلول‌ها (اثر متقابل بین استان اقامت و دانشگاه) نیز محاسبه کرد. فرمول محاسبه IUCCs برای داوطلبانی که استان محل اقامت و دانشگاه محل تحصیل آنها یکسان هستند، به‌صورت

$$\rho_{bcd} = \frac{\tau_{b_{\circ\circ}} + \tau_{c_{\circ\circ}} + \tau_{d_{\circ\circ}}}{\tau_{b_{\circ\circ}} + \tau_{c_{\circ\circ}} + \tau_{d_{\circ\circ}} + \sigma^{۲}} \qquad (۲.۲)$$

است؛ که در آن $\tau_{b_{\circ\circ}}$ واریانس اثر تصادفی استان، $\tau_{c_{\circ\circ}}$ واریانس اثر تصادفی دانشگاه، $\tau_{d_{\circ\circ}}$ واریانس اثر تصادفی متقابل و $\sigma^{۲}$ واریانس خطای سطح اول است. چنین رابطه‌ای برای داوطلبانی که دارای استان محل اقامت یکسان هستند، اما در دانشگاه کارشناسی متفاوتی درس می‌خوانند به‌صورت

1. Bryk
2. Intra-class Correlation
3. Intra-unit Correlation

$$\rho_b = \frac{\tau_{b_{00}}}{\tau_{b_{00}} + \tau_{c_{00}} + \tau_{d_{00}} + \sigma^2} \qquad (۳.۲)$$

و برای داوطلبانی با دانشگاه محل تحصیل مشابه، اما استان محل اقامت متفاوت به‌صورت

$$\rho_c = \frac{\tau_{c_{00}}}{\tau_{b_{00}} + \tau_{c_{00}} + \tau_{d_{00}} + \sigma^2} \qquad (٤.۲)$$

است.

همانند مدل‌های سلسله‌مراتبی استاندارد، به‌منظور توضیح تغییرات، متغیرهای تبیینی را بسته به ماهیت‌شان می‌توان به هر سطحی از مدل اضافه کرد. در اینجا دو مشخصه استان محل اقامت و دانشگاه داوطلبان در سطح دوم مدل‌بندی می‌شوند و متغیر جنسیت داوطلب (Gender) در سطح اول مدل وارد می‌شود. بنابراین سطح اول مدل می‌تواند به‌صورت

$$Y_{i(jk)} = \beta_{0(jk)} + \beta_{1(jk)} Gender_{i(jk)} + e_{i(jk)} \qquad (٥.۲)$$

نوشته شود که در آن $Y_{i(jk)}$ نمره کل، $Gender_{i(jk)}$ جنسیت داوطلب iام در استان محل اقامت jام و دانشگاه kام (۱و i=۰، ۰ برای زن و ۱ برای مرد)، $\beta_{0(jk)}$ عرض از مبدأ، یا نمره کل پیش‌بینی شده برای داوطلب زن در سلول (jk)، $\beta_{1(jk)}$ ضریب رگرسیون، یا میزان تغییر در نمره کل یک داوطلب مرد در مقایسه با داوطلب زن در سلول (jk) و $e_{i(jk)}$ خطای تصادفی برای نمره کل داوطلب iام در استان محل اقامت jام و دانشگاه kام است. همچنین فرض می‌شود خطاها دارای توزیع زیر هستند:

$$e_{i(jk)} \sim N(0, \sigma^2)$$

اکنون فرض کنید برای تشریح بهتر تغییرپذیری در نمره‌های کل، متغیرهای تبیینی تعداد دانشجویان دانشگاه محل تحصیل (university size) و استان محل اقامت (OSE) داوطلب وارد مدل شوند. با استفاده از پیش‌بین‌های عوامل رده‌بندی متقاطع سطح دوم، برای نشان دادن تغییرپذیری در عرض از مبدأ $\beta_{0(jk)}$ می‌توان نوشت:

$$\beta_{0(jk)} = \gamma_{00} + \gamma_{01k} OSE_j + \gamma_{02k} universitysize_k + b_{0j} + c_{0k} \qquad (٦.۲)$$

$$\beta_{1(jk)} = \gamma_{10} + b_{1j} + c_{1k}$$

در اینجا می‌توان اثر OSE بر عرض از مبدأ (γ_{01k}) را بر اساس تغییر محل تحصیل داوطلب از دانشگاهی به دانشگاه دیگر توسط

$$\gamma_{01k} = \gamma_{01} + b_{01k} \qquad (۷.۲)$$

و اثر مربوط به تعداد دانشجویان دانشگاه[1] (γ_{02k}) را بر اساس تغییر در استان محل اقامت او توسط

$$\gamma_{02j} = \gamma_{02} + c_{02j} \qquad (۸.۲)$$

مدل‌بندی کرد. جای‌گذاری تساوی‌های (۷,۲) و (۸,۲) در سمت راست اولین رابطه (٦,۲) به روابط

$$\beta_{0(jk)} = \gamma_{00} + (\gamma_{01k} + b_{01k})OSE_j + (\gamma_{02k} + c_{02j})universitysize_k + b_{0j} + c_{0k} \qquad (۹.۲)$$

$$\beta_{1(jk)} = \gamma_{10} + b_{1j} + c_{1k}$$

منجر می‌شود که می‌تواند در قالب تنها یک معادله رگرسیونی به‌صورت زیر نوشته شود:

$$\beta_{0(jk)} = \gamma_{00} + (\gamma_{01k} + c_{01k})OSE_j + (\gamma_{02} + b_{02j})universitysize_k + b_{0j} + c_{0k}$$
$$+ (\gamma_{10} + b_{1j} + c_{1k})Gender_{i(jk)} + e_{i(jk)} \qquad (۱۰.۲)$$

واضح است که مدل‌های توصیف شده با روابط (۵,۲) الی (۸,۲) می‌توانند پیچیده‌تر شوند. به‌عنوان مثال، در اینجا رده‌بندی متقاطع عوامل در سطح دوم مدل صورت پذیرفت که این امر می‌تواند برای هر کدام از سطوح سلسله‌مراتبی انجام شود. همچنین برای آنکه مدل‌های مورد اشاره فرمول‌بندی اثرات یک عامل رده‌بندی متقاطع را با تغییر تصادفی در عامل رده‌بندی متقاطع دیگر لحاظ کنند اضافه کردن مؤلفه‌های تصادفی و غیر تصادفی دیگری به مدل امکان‌پذیر است. رادنباش و بریک (۲۰۰۲) منبع مفیدی برای مطالعه بیشتر در این زمینه است. برآورد پارامترهای مدل رده‌بندی متقاطع از دو دیدگاه محاسباتی و استنباطی حائز اهمیت است. اگرچه می‌توان این

---
[1]. universitysize

موضوع را با رویکرد آمار فراوانی‌گرا[1] مطالعه کرد اما این مسئله بیشتر از دیدگاه بیزی مورد توجه قرار گرفته است (هاکس، ۲۰۰۲؛ راسباش و براون[2]، ۲۰۰۸؛ و براون، ۲۰۰۹). مرسوم‌ترین روش‌های برآورد پارامترهای این مدل استفاده از الگوریتم MCMC است که در ادامه به‌طور مختصر به آن اشاره می‌شود.

برآورد بیزی پارامترهای مدل

بر اساس الگوریتم MCMC، نمونه‌های تصادفی از توزیع پسین توأم پارامترهای نامعلوم تولید و سپس از آنها برای استنباط آماری بیزی مانند تعیین برآورد بیزی و بازه اطمینان در خصوص هر یک از پارامترهای مدل استفاده می‌شود. در صورت وجود توزیع پسین شرطی کامل، تولید نمونه می‌تواند با الگوریتم گیبس صورت گیرد. در مدل رده‌بندی متقاطع، الگوریتم MCMC برای هر کدام از مؤلفه‌های ثابت و تصادفی به‌طور جداگانه انجام می‌شود و درنتیجه اجرای الگوریتم برای این مدل پیچیده‌تر از مدل سلسله مراتبی نیست. بیان این نکته ضروری است که اگر متغیر پاسخ به‌صورت دودویی یا شمارشی باشد می‌توان از روش دورگه[3] متروپلیس–گیبس استفاده کرد. جزئیاتی از این روش‌ها برای مدل رده‌بندی متقاطع در راسباش و براون (۲۰۰۸) و براون (۲۰۰۹) آمده است.

مطابق براون (۲۰۰۹)، مدل رده‌بندی متقاطع دوسطحی برای واحد iام سطح اول، درون رده‌های (j_1, j_2)از عوامل متقاطع سطح دوم به‌صورت

$$y_{i(j_1,j_2)} = X_{i(j_1,j_2)}\beta + u^{(1)}_{0j_1} + u^{(2)}_{0j_2} + e_{0i(j_1,j_2)}$$

نوشته می‌شود و فرضیات این مدل نیز مشابه حالت قبل است. پارامترهای نامعلوم را می‌توان به شش مجموعه مجزا تفکیک کرد: اثرات ثابت (β)، اثرات تصادفی سطر سطح دوم ($u^{(1)}_{0j_1}$)، اثرات تصادفی ستون سطح دوم ($u^{(2)}_{0j_2}$)، واریانس سطر سطح دوم ($\sigma^2_{u^{(1)}_0}$)، واریانس ستون سطح دوم ($\sigma^2_{u^{(2)}_0}$) و واریانس باقیمانده ($\sigma^2_{e_0}$).

همان‌طور که ملاحظه می‌شود لازم است نمونه‌های تصادفی از توزیع شرطی هر یک از شش گروه از پارامترهای نامعلوم تولید شوند. الگوریتم‌های MCMC در

---
1. Frequentist
2. Rasbash & Brown
3. Hybrid

چارچوب بیزی به‌کار می‌روند و بنابراین نیاز است توزیع‌های پیشین برای پارامترهای نامعلوم در نظر گرفته شود. به‌طور کلی در مدل‌های چندسطحی از پیشین نرمال چندمتغیره برای اثرات ثابت (براون، ۲۰۰۹) یعنی $\beta \sim N_p(\mu_p, S_p)$ و توزیع نرمال یک متغیره برای اثرات تصادفی استفاده می‌شود. برای سه مؤلفه واریانس پیشین‌های خی‌دو مقیاس معکوس (SI) در نظر گرفته می‌شود. به‌طور دقیق‌تر، پیشین‌ها برای واریانس سطر سطح دوم به‌صورت $\sigma^2_{u_{0(1)}} \sim SI\chi^2(\nu_1, s_1^2)$، برای واریانس ستون سطح دوم به شکل $\sigma^2_{u_{0(2)}} \sim SI\chi^2(\nu_2, s_2^2)$ و برای واریانس باقیمانده به فرم $\sigma^2_{e_0} \sim SI\chi^2(\nu_e, s_e^2)$ لحاظ می‌شود.

مثال کاربردی

هدف از این پژوهش بررسی و تعیین سطوح مؤثر بر نمره کل پذیرفته‌شدگان آزمون کارشناسی ارشد ایران بود. انتظار می‌رفت برخی از عوامل مانند استان محل اقامت، سهمیه قبولی و دانشگاه مقاطع کاردانی و کارشناسی داوطلبان، به‌صورت آشیانه‌ای بر نمره آنها تأثیرگذار باشند. از طرفی با توجه به ماهیت داده‌ها و سطوح مورد نظر که صرفا ساختار سلسله‌مراتبی محض ندارند، مدل‌های چندسطحی با اثر تقاطعی برای تحلیل داده‌هایی با چنین ساختاری مورد توجه قرار می‌گیرند. قابل ذکر است در این پژوهش، اطلاعات مربوط به پذیرفته‌شدگان کنکور کارشناسی ارشد سال ۱۳۹۲، در گرایش آمار ریاضی مورد بررسی و تحلیل قرار خواهد گرفت. با استفاده از اطلاعات موجود در سازمان سنجش آموزش کشور، داده‌های مورد نیاز از دو بخش کلی ذیل تهیه شده است:

الف) اطلاعات ثبت نامی مانند جنسیت، معدل مقطع کارشناسی، استان محل اقامت، وضعیت اشتغال و گذراندن مقطع کاردانی برای پذیرفته‌شدگانی که مدرک کارشناسی آنها ناپیوسته بوده است.

ب) اطلاعات آزمونی مانند نمره کل نهایی و سهمیه

تعداد کل شرکت‌کنندگان در گروه آمار در آزمون کارشناسی ارشد سال ۹۲، برابر با ۱۱۷۹۵ نفر بود. بنا به نتایج نهایی اعلام شده از سوی سازمان سنجش از این تعداد ۹۰۰ داوطلب در گرایش آمار ریاضی در دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی پذیرفته شدند. به‌علاوه، از این تعداد ٦٢٧ نفر از پذیرفته‌شدگان زن و ۲۷۳ نفر مرد بودند. همچنین تعداد ۵۷ نفر از این افراد دارای مدرک کارشناسی ناپیوسته بوده و در مقطع

کاردانی نیز تحصیل کرده بودند (۳۷ زن و ۲۰ مرد). بیشترین نمره کل در بین پذیرفته‌شدگان ۹۷٦۳ و کمترین ۱۷۲۱ و میانگین نمرات ۳۲۸٤/۹٤ با انحراف استاندارد ۱۰۹۱/۸۳ بود. قابل ذکر است که نمره کل شرکت‌کنندگان در این آزمون بازه تغییراتی از ۷۲۲- تا ۹۹۰۹ داشته است. توزیع فراوانی نوع دوره قبولی پذیرفته‌شدگان به تفکیک جنسیت در جدول (۲) آمده است. همان‌طور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، در تمامی دوره‌ها تعداد پذیرفته‌شدگان زن بیشتر از مرد است. همچنین از تعداد پذیرفته‌شدگان در دوره روزانه ۱۱ نفر (٦ زن و ٥ مرد)، در دوره شبانه ۷ نفر (٦ زن و ۱ مرد)، در دوره پیام نور ۱۳ نفر (۸ زن و ٥ مرد)، در دوره غیرانتفاعی ۱۱ نفر (۸ زن و ۳ مرد) و در دوره پردیس خودگردان ۱٥ نفر (۹ زن و ٦ مرد) دارای مدرک کاردانی نیز بودند. با این حال هیچ پذیرفته‌شده‌ای از دوره مجازی پیام نور قبلاً مقطع کاردانی را نگذرانده است. همان‌طور که مشخص است در دو دوره پیام نور و پردیس خودگردان تعداد بیشتری از پذیرفته‌شدگان نسبت به سایر دوره‌ها در مقطع کاردانی تحصیل کرده بودند.

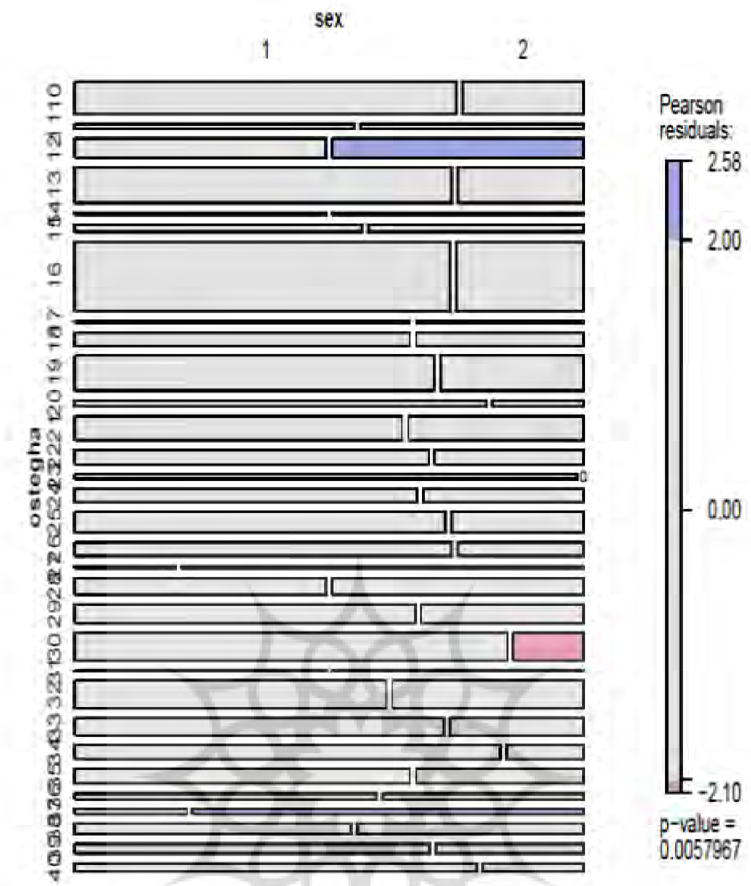
جدول (۲) توزیع فراوانی نوع دوره قبولی پذیرفته‌شدگان به تفکیک جنس

نوع دوره قبولی	جنسیت		کل
	زن	مرد	
روزانه	۲۲۷	۱۳۰	۳٥۷
شبانه	۱۱۳	٤۷	۱٦۰
پیام نور	۱۳٥	٤۹	۱۸٤
غیرانتفاعی	٤۷	۸	٥٥
پردیس خودگردان	۸۹	۳٥	۱۲٤
مجازی پیام نور	۱٦	٤	۲۰
کل	٦۲۷	۲۷۳	۹۰۰

همان‌طور که پیش از این بیان شد ساختار جامعه حاضر به‌صورت متقاطع است. با این حال، برای داده‌های مثال کاربردی مقاله حاضر هر دو مدل‌های سه سطحی

معمولی و مدل متقاطع برازش داده شده است و نتایج حاصل با استفاده از آماره انحراف[1]، مقایسه شده‌اند. در این بخش ابتدا با استفاده از نمودار موزاییکی پراکندگی جنسیت پذیرفته‌شدگان در استان‌های مختلف نمایش و سپس مدل‌های معرفی شده به داده‌ها برازش داده می‌شوند. با استفاده از نمودار موزاییکی شکل (۱) می‌توان بررسی کرد که «آیا جنسیت پذیرفته‌شدگان در هر استان نسبت به جمعیت پذیرفته‌شدگان آن استان، به‌طور یکسانی پراکنده شده است یا خیر؟» به‌علاوه، این نمودار با کمک ابزارهای آماری به این سؤال که «آیا تفاوتی کلی بین نسبت جنسیت پذیرفته‌شدگان است یا خیر؟» پاسخ می‌دهد. با پایه‌ریزی این دو سؤال در قالب آزمون فرضیه‌های آماری می‌توان با استفاده از مقدار p مربوطه به آنها پاسخ داد. این مطلب در حاشیه شکل (۱) آمده است. با توجه به مقدار p (۰/۰۰٦) می‌توان نتیجه گرفت اختلاف مربوطه معنادار است. بنابراین در هر استان (از بالا به پایین: آذربایجان شرقی، آذربایجان غربی، اردبیل، اصفهان، ایلام، بوشهر تهران، چهارمحال بختیاری، خراسان جنوبی، خراسان رضوی، خراسان شمالی، خوزستان، زنجان، سیستان و بلوچستان، فارس، قزوین، قم، کردستان، کرمان، کرمانشاه، کهگیلویه و بویر احمد، گلستان، گیلان، لرستان، مازندران، مرکزی، هرمزگان، همدان، یزد و البرز) جنسیت پذیرفته‌شدگان به‌طور یکسان پراکنده نشده است. یعنی می‌توان گفت در هر استان تفاوت معناداری بین تعداد پذیرفته‌شدگان زن و مرد وجود دارد. همان‌گونه که در نمودار (۱) مشاهده می‌شود، پذیرفته‌شدگان زن به‌طور معناداری از پذیرفته‌شدگان مرد بیشتر بوده‌اند.

1. Deviance



شکل (۱) نمودار موزاییکی تفکیک جنسیت پذیرفته‌شدگان در استان‌های مختلف

برای یافتن مدل مناسب، ابتدا مدل‌های سه سطحی و متقاطع گوناگونی به داده‌ها برازش داده شد. سپس، با مقایسه آنها توسط آماره انحراف مدل (۱۱) به‌عنوان مناسب‌ترین مدل سه سطحی انتخاب شد که نتایج این مدل در زیر ارائه شده است.

$nkol_{ijk} = \beta_{0\,ji}$

$$\beta_{o\,jk} = -0/08 + v_{o,0s\tan(o,K)} + u_o, sahmie\ (o\,jk) \qquad (۱۱)$$

که در آن:

$$v_{\circ,os\tan(\circ,k)} \sim N(\circ,\sigma_v^۲), \qquad u_{\circ,sahmie(\circ\,jk)} \sim N(\circ,\sigma_u^۲), \qquad e_{ijk} \sim N(\circ,\sigma_e^۲)$$

همچنین

$$\hat{\sigma}_v^2 = 0/25, \quad \hat{\sigma}_u^2 = 0/1, \quad \hat{\sigma}_e^2 = 0/74$$

به دست آمدند. در مدل (۱۱)، اندیس i نمایانگر سطح اول (داوطلب)، اندیس j نمایانگر سطح دوم (سهمیه) و اندیس k نمایانگر سطح سوم (استان اقامت) است و متغیر پاسخ (nkol) نمره (نمره کل نهایی) پذیرفته‌شدگان در گرایش آمار ریاضی است. همان‌گونه که از این مدل برمی‌آید متغیرهای جنسیت (jens)، شغل داوطلب (با هفت مقوله به ترتیب، دولتی-رسمی (shogh1)، دولتی-پیمانی (shogh2)، دولتی-قراردادی (shogh3)، غیردولتی (shogh4)، آزاد (shogh5)، نظامی (shogh6) و سایر موارد (shogh7)) و معدل کارشناسی (mdl) نیز در سطح اول این مدل وارد شدند. متغیرهای تصادفی $v_{\circ,os\tan(\circ,k)}$ نمایانگر اثر استان و $u_{\circ,sahmie(\circ\,jk)}$ نمایانگر اثر سهمیه است. همچنین $\sigma_v^۲$ نمایانگر واریانس اثر استان، $\sigma_u^۲$ نمایانگر واریانس اثر سهمیه و $\sigma_e^۲$ نمایانگر واریانس بین پذیرفته‌شدگان است. اکنون با توجه به اینکه مدل سه سطحی (۱۱) برای مثال مورد اشاره پذیرفته شده است، پارامترهای مدل را نیز با الگوریتم MCMC برآورد می‌کنیم.

با پیروی از براون (۲۰۰۹)، برای تمامی پارامترها از پیشین‌های پخش[1] استفاده شده است. به این منظور $p(\beta) \propto ۱$ ، $p(۱/\sigma_v^۲) \sim Gamma(۰/۰۱,۰/۰۱)$ ، $p(۱/\sigma_u^۲) \sim Gamma(۰/۰۱,۰/۰۱)$ و $p(۱/\sigma_e^۲) \sim Gamma(۰/۰۱,۰/۰۱)$ در نظر گرفته شد. در این حالت ۱۰۰۰۰ تکرار انجام شد که دوره داغیدن[2] برابر با ۱۰۰۰ و هر پنجمین تکرار به‌عنوان نمونه مورد نظر انتخاب شد.

1. Diffiuse prior
2. burning period

مقادیر انحراف معیار برآورد پارامترها در جدول‌های ۳ و ٤ ارائه شده است. مقدار آماره انحراف برای مدل (۱۱) برابر با ۲۶۱۱/۲۰٤ به دست آمد. با توجه به ضرایب مدل (۱۱) مشاهده می‌شود جنسیت، معدل کارشناسی و نوع شغل (نظامی) تأثیر مستقیم بر نمره کل دارند. همان‌طور که مشاهده می‌شود تغییر در نمره کل در بین پذیرفته‌شدگان بیشتر متأثر از تغییر در استان محل اقامت آنهاست.

جدول (۳) مقایسه انحراف معیار برآورد پارامترهای مدل سه سطحی و مدل رده‌بندی متقاطع

مدل	پارامتر								
	β_{0jk}	β_{jens}	β_{mdl}	$\beta_{shoghl1}$	$\beta_{shoghl2}$	$\beta_{shoghl3}$	$\beta_{shoghl4}$	$\beta_{shoghl5}$	$\beta_{shoghl6}$
سه سطحی	۰/۰۵۵	۰/۰۶۸	۰/۰۳	۰/۱٤۸	۰/۲۱۸	۰/۲۲۳	۰/۲۲۳	۰/۱۰۱	۰/۶۲
رده‌بندی متقاطع	۰/۰٤۷	۰/۰۶۵	۰/۰۳	۰/۱٤۸	۰/۲۱۷	۰/۲۲۱	۰/۲۲٤	۰/۱۰۳	۰/۶۳

جدول (٤) مقایسه انحراف معیار برآورد واریانس‌های مدل سه سطحی و مدل رده‌بندی متقاطع

مدل	پارامتر		
	σ_v^2	σ_u^2	σ_e^2
سه سطحی	۰/۰۱۷	۰/۰۱۲	۰/۰۳۶
رده‌بندی متقاطع	۰/۰۱۷	۰/۲۱	۰/۰۳۷

مدل متقاطع متناظر با مدل سه سطحی برازش شده نیز با روش MCMC و پیشین‌های مشابه با مدل سه سطحی و در نظر گرفتن اثر تقاطعی بین سهمیه و استان محل اقامت داوطلب در سطح دوم به داده‌ها برازانده شد. در این حالت نیز متغیرهای جنسیت، شغل و معدل کارشناسی در سطح اول مدل وارد شدند. با مقایسه مدل‌های

متقاطع مختلف بر اساس آماره انحراف، مدل زیر به‌عنوان مدل نهایی برای برازش به داده‌ها انتخاب شد:

$$nkol_{ijk} = \beta_{\circ jk} + ۰/۴۶\, jens_{ijk} - ۰/۶۳ shoghle۱_{ijk} - ۰/۶ shoghle۲_{ijk} - ۰/۳۶ shoghle۳_{ijk} - ۰/۵۴ shoghle۴_{ijk}$$
$$- ۰/۱ shoghle۵_{ijk} + ۰/۲۶ shoghle۶_{ijk} + ۰/۴۳ mdl_{ijk} + e_{ijk}$$
$$\beta_{\circ jk} = -۰/۱۲۶ + v_{\circ, ostan(\circ, k)} + u_{\circ, sahmie(\circ jk)} \qquad (۱۲)$$

که:

$$v_{\circ, ostan(\circ, k)} \sim N(\circ, \sigma_v^۲), \qquad u_{\circ, sahmie(\circ jk)} \sim N(\circ, \sigma_u^۲), \qquad e_{ijk} \sim N(\circ, \sigma_e^۲)$$

در این حالت

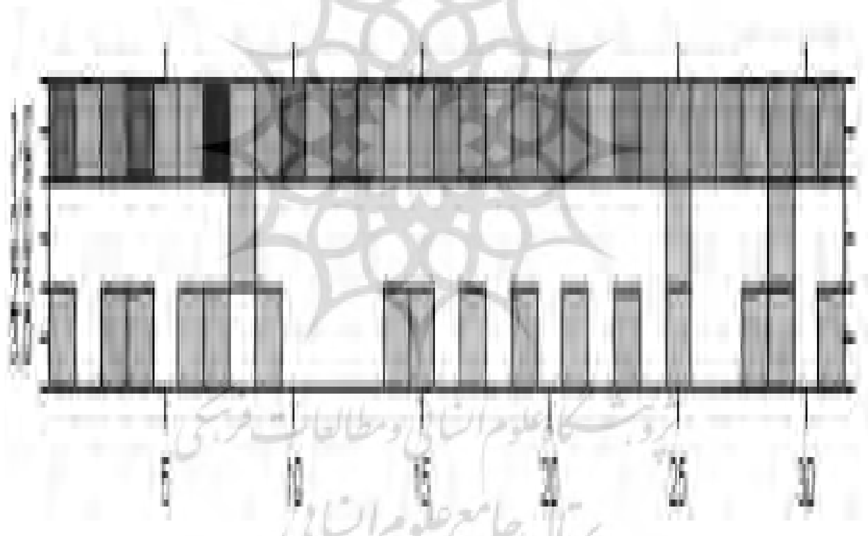
$$\hat{\sigma}_v^۲ = ۰/۳, \quad \hat{\sigma}_u^۲ = ۰/۶, \quad \hat{\sigma}_e^۲ = ۰/۸$$

است. همان‌گونه در جدول‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌شود انحراف معیار برآوردها در هر دو مدل تفاوت چندانی ندارند و در برخی برآوردها مدل تقاطعی عملکرد بهتری داشته است. مقدار آماره انحراف (با استفاده از روش MCMC) برای مدل (۱۲) برابر با ۲۳۰۰/۱۱۷ به دست آمد. در این مدل نیز مشاهده می‌شود که جنسیت، معدل و نوع شغل (نظامی) تأثیری مستقیم بر نمره (نمره کل نهایی) پذیرفته‌شدگان دارند. همچنین، همان‌طور که مشاهده می‌شود در بین این پذیرفته‌شدگان، تغییر در نمره کل بیشتر متأثر از تغییر در نوع سهمیه آنها بوده است. نتایج تحقیقات صورت گرفته توسط برخی از پژوهشگران درباره مسئله کنکور نیز مؤید این مطلب است. به‌عنوان مثال زارع شاه‌آبادی (۱۳۸۱) نشان داد که رابطه بین سهمیه قبولی و افت تحصیلی نه‌تنها از نظر آماری معنادار است بلکه همبستگی آنها نیز قوی و مثبت خواهد بود و به‌علاوه با تغییر سهمیه‌ها این همبستگی نیز تغییر می‌کند.

به‌منظور درک بهتر وجود اثر تقاطعی برای سطوح تأثیرگذار بر نمره کل، می‌توان از نمودار اثرتقاطعی استفاده کرد. با توجه به این نمودار می‌توان مشاهده کرد که چه رده‌هایی از سطوح با یکدیگر به‌صورت تقاطعی بر متغیر پاسخ اثرگذارند. به این منظور در شکل (۲) پذیرفته‌شدگان به‌صورت متقاطع برحسب استان اقامت و نوع

سهمیه رده‌بندی شده‌اند. مربع‌های طولی نشان‌دهنده استان اقامت (از چپ به راست: آذربایجان شرقی، آذربایجان غربی، اردبیل، اصفهان، ایلام، بوشهر، تهران، چهارمحال و بختیاری، خراسان جنوبی، خراسان رضوی، خراسان شمالی، زنجان، سیستان و بلوچستان، فارس، قزوین، قم، کردستان، کرمان، کرمانشاه، کهگیلویه و بویر احمد، گلستان، گیلان، لرستان، مازندران، مرکزی، هرمزگان، همدان، یزد و البرز) و مربع‌های عرضی نشان‌دهنده سهمیه (از بالا به پایین: آزاد، رزمنده، دبیری) هستند. هرچه رنگ مربع‌ها که از تقاطع استان اقامت و سهمیه حاصل شده‌اند، تیره‌تر باشد، مؤید این مطلب است که پذیرفته‌شدگان آن استان بیشتر از نوع سهمیه مورد اشاره هستند. به‌عنوان مثال در استان تهران (مربع طولی هفتم) بیشتر پذیرفته‌شدگان از سهمیه نوع اول (آزاد) بوده‌اند و هیچ‌کدام از پذیرفته‌شدگان این استان دارای سهمیه نوع دوم (رزمنده) نبوده‌اند. ساختار تقاطعی سهمیه و استان اقامت در شکل (۲) به‌وضوح قابل مشاهده است.

شکل (۲) رده‌بندی متقاطع پذیرفته‌شدگان برحسب استان اقامت و سهمیه



همان‌گونه که پیش از این اشاره شد، مدل اثر تصادفی رده‌بندی متقاطع دو سطح را که لزوماً ساختار آشیانه‌ای ندارند در عرض هم در نظر می‌گیرد و با چنین رویکردی

سطوح مورد نظر تلفیق شده و امکان رده‌بندی هم‌زمان مشاهدات در دو سطح (سطر و ستون) فراهم می‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله هدف مقایسه مدل سه سطحی با مدل متقاطع متناظر آن بود. با برشمردن اهمیت مدل رده‌بندی متقاطع در مقایسه با مدل‌های مرسوم چندسطحی، سعی شد استفاده از این مدل‌ها در ارزیابی پذیرش داوطلبان مورد مطالعه آماری قرار گیرد. همان‌طور که مشاهده شد در مدل سه سطحی، تغییر در نمره کل در بین پذیرفته‌شدگان بیشتر متأثر از تغییر در استان محل اقامت آنهاست که این مسئله می‌تواند ناشی از سطوح برخورداری متفاوت استان‌ها از نظر آموزشی، اقتصادی، اجتماعی و ... با یکدیگر باشد. لذا، می‌توان با دسته‌بندی استان‌ها برحسب سطوح برخورداری به نتایج بهتری در خصوص اثرگذاری استان اقامت بر نمره کل دست یافت. در صورتی که در مدل متقاطع تغییر در نمره کل ناشی از تغییر در نوع سهمیه پذیرفته‌شدگان بود. با توجه به اینکه بخش‌های مختلف کشور بر اساس شاخص‌های ضریب محرومیت (به‌ویژه محرومیت آموزشی) به سه منطقه ۱ و ۲ و ۳ تقسیم‌بندی می‌شوند، بنابراین تغییر در نوع سهمیه بر میزان نمره کل داوطلبان مسلماً تأثیرگذار است. بررسی نمرات داوطلبان نشان داد که داوطلبان مشمول سهمیه ایثارگر نیز نسبت نمره کل پایینی دارند.

همچنین در خصوص داده‌های مورد مطالعه، در نظر گرفتن مدل رده‌بندی متقاطع برای مدل‌بندی داده‌ها تأثیر چندانی بر انحراف معیار برآوردها نسبت به مدل چندسطحی معمولی نداشته است، اما میزان آماره انحراف مدل رده‌بندی متقاطع به‌مراتب کمتر از مدل سه سطحی متناظر با آن بود که این مسئله تطابق بیشتر مدل رده‌بندی متقاطع را با ساختار جامعه مورد بررسی نشان می‌دهد. صرف نظر از مقدار آماره انحراف مدل‌ها، جوامعی با ساختار تقاطعی قطعا استفاده از مدل اثر تصادفی رده‌بندی متقاطع را ملزم می‌کند. بنابراین، با توجه به اهمیت همه‌جانبه نتایج آزمون‌ها در ابعاد فردی و اجتماعی، حساسیت تحلیل این داده‌ها و ساختار تقاطعی جامعه مورد بررسی، لازم است که مدل‌های متقاطع برای جوامعی با ساختار متقاطع مورد استفاده قرار گیرند.

منابع

باقی‌یزدل، رقیه (۱۳۹۳). تحلیل اثر تقاطعی و عضویت چندگانه نتایج آزمون کارشناسی ارشد ایران، *پایان‌نامه کارشناسی ارشد*، دانشگاه تربیت مدرس.

باقی‌یزدل، رقیه و گل‌علی‌زاده، موسی (۱۳۹۳). مدل اثر تصادفی رده‌بندی متقاطع برای نمرات کل داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد، چاپ شده در مجموعه مقالات *دوازدهمین کنفرانس آمار ایران*، ص ۱۳۳.

باقی‌یزدل، رقیه و گل‌علی‌زاده، موسی (۱۳۹۵). مدل‌بندی اثر تصادفی رده‌بندی متقاطع نتایج آزمون کارشناسی ارشد ایران. *فصلنامه پژوهش در نظام‌های آموزشی* (پذیرفته شده برای چاپ).

جمالی، احسان (۱۳۹۲). مدل‌های چندسطحی در علوم انسانی: مطالعه موردی داوطلبان آزمون سراسری. *فصلنامه مطالعات اندازه‌گیری و ارزشیابی آموزشی*. ۳ (٤)، ۹ –۳۵.

زارع شاه‌آبادی، اکبر (۱۳۸۱). تأثیر فقر و عوامل آموزشی بر افت تحصیلی دانشجویان در دانشگاه یزد. *نشریه علمی–ترویجی جمعیت: جامعه‌شناسی و علوم اجتماعی*، ٤۱، ٦۹–۸۸.

Beretvas, S. N. (2008). Cross-Classified Random Effects Models. In O'Connell, A. A., and Mc Coach, D. B. (eds.), *Multilevel Modeling of Educational Data*. Charlotte, N.C: Information Age Publishing.

Brown, W. J. (2009). *MCMC Estimation in MLwiN (Version 2.1).* Center for Multilevel Modeling, University of Bristol.

Fielding, A. (2002). Teaching Groups as Foci for Evaluating Performance in Cost Effectiveness of GCE Advanced Level Provision: Some Practical Methodological Innovation. *School Effectiveness and School Improvement*, 13, 225-246.

Gelman, A. & Hill, J. (2007). *Data Analysis Using Regression and Multilevel/ Hierarchical Model*, Cambridge: Cambridge University Press.

Goldestin, H. I. (1986). Efficient Statistical Modeling of Longitudinal Data. *Analyze of Human Biology*, 13, 129-142.

Goldstein, H (2010). *Multilevel Statistical Models*. (4th Ed.) London: Edward Arnold.

Goldstein, H. (1995). *Multilevel Statistics Model*. London: Institute of Education Press.
Hox, J. J. (2002). *Multilevel Analysis*, Techniques and Applications, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
Longford, N. T. (1993). *Random Coefficient Model*, Oxford: Clarendon Press.
Luo, W. & Kwok, O. M. (2009). The Impacts of Ignoring a Crossed Factor in Analyzing Cross-Classified Data. *Multivariate Behavioral Research*, 44, 182-212.
Meyers, J. L. (2004). *The Impacte of the Inappropriate Modeling of Cross-Classified Data Structures*. Ph.D. Thesis, University of Texas.
Meyers, J. L. & Beretvas, S. N. (2006). The Impact of the Inappropriate Modeling of Cross-Classified Data Structures. *Multivariate Behavioral Research*, 41, 473-496.
Rasbash, J. and Brown, W. J. (2008). Non-hierarchical Multilevel Models. In J. De Leeuw and E. Meijer (eds), *Handbook of Multilevel Analysis*. New York: Springer.
Raudenbush, S. W. (1993). A Crossed Random Effects Model for Unbalanced Data with Applications in Cross-Sectional and Longitudinal Research. *Journal of Educational Statistics*, 18 (4), 321-349.
Raudenbush, S. W. and Bryk, A. S. (2002). A Hierarchical Models. *Sociology of Education*, **59,** 1-17.
Snijder, T. A. B., and Bosker, R. J. (1999). *Multilevel Analysis: An Introduction to Basic and Advanced Multilevel Modeling*, London: Sage Publications.