Securities & Exchange Organization, Research, Development & Islamic Studies (RDIS)
Journal of Securities and Exchange, Spring 2024, V. 17, No.65, pp. 153-172

Portfolio Optimization Including Informational Entropy[1]

Zahra Zolfagharian[2], Fateme Samadi[3], Masomeh Jafari[4]

Received: 2023/10/20
Accepted: 2024/03/12

Research Paper

Abstract

The most important factor in investing is choosing the asset that will bring us the highest expected return. Each investment forms its portfolio by predicting the investment risk and estimating the expected return. Various methods have been used to estimate the expected return on investment in recent decades, the most important of which is the Markowitz mean-variance model. But this model has been faced with flaws, so financial researchers have tried in the following decades to obtain more reliable findings for portfolio optimization by adding higher moments such as skewness and kurtosis and entropy.

The statistical population of this research is based on trading data (adjusted price) of the top 35 symbols of the the Iranian capital market during the last ten years from 2013 to 2023 from the software bourseview, tsetmc, and the variables including variance, mean, skewness, kurtosis and entropy after processing. Data were implemented using Matlab version 6.7 software and portfolio optimization was done based on mv, mvs, mvsk models and finally MVSKE model. The findings of this research indicate that informational entropy is a reliable variable in portfolio optimization.

Key Words: Portfolio Optimization, Informational Entropy, Fuzzy Logic.
JEL Classification: G11

---

1. doi: 10.22034/JSE.2024.12281.2173

2. M.Sc. Student, Department of Financial Management, East Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. (zahra.zolfagari@gmail.com).
3. Assistant Professor, Department of Management, East Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. (Corresponding Author). (m.samadi53@gmail.com).
4. Assistant Professor, Department of Management, East Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, (jafari_m@yahoo.com).

Copyright © 2024 The Authors. Published by Securities and Exchange Organization. This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Non-commercial uses of the work are permitted, provided the original work is properly cited.

سازمان بورس و اوراق بهادار، مرکز پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی
فصلنامه بورس اوراق بهادار، سال هندهم، شماره ٦٥، بهار ١٤٠٣، صص ١٧٢-١٥٣

بهینه‌سازی پرتفو با استفاده از آنتروپی اطلاعاتی[1]

زهرا ذوالفقاریان[2]، فاطمه صمدی[3]، معصومه جعفری[4]

مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۲۸
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۲/۲۲

چکیده

مهمترین عامل در سرمایه‌گذاری انتخاب دارایی است که بیشترین بازده مورد انتظار را برای ما به ارمغان آورد. هر سرمایه‌گذاری با پیش‌بینی ریسک سرمایه‌گذاری و تخمین بازده مورد انتظار سبد خود را تشکیل می‌دهد. روش‌های مختلفی برای تخمین بازده مورد انتظار سرمایه‌گذاری در دهه‌های اخیر استفاده شده که مهم‌ترین آن مدل میانگین–واریانس مارکوویتز است. اما این مدل با ایراداتی روبرو بوده بنابراین پژوهشگران مالی در دهه‌های بعد تلاش کردند تا با افزودن گشتاورهای بالاتر همچون چولگی و کشیدگی و آنتروپی یافته‌های قابل اتکاتری برای بهینه‌سازی پرتفوی به دست آورند. جامعه آماری این پژوهش بر مبنای داده‌های معاملاتی(قیمت تعدیل شده) ۳۵ نماد برتر بازار سرمایه ایران طی بازه زمانی ده سال اخیر سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۴۹۱ از نرم افزار tsetmc, bourseview گردآوری و متغیرها شامل واریانس،میانگین،چولگی، کشیدگی و آنتروپی پس از پردازش داده‌ها بااستفاده از نرم افزار Matlab نسخه ۶,۷ پیاده‌سازی شدند و بهینه‌سازی پرتفوی بر اساس مدل‌های mv, mvs,mvsk و در نهایت مدل MVSKE انجام شد که یافته‌های بدست آمده از این پژوهش حکایت از آن دارد که آنتروپی اطلاعاتی متغیری قابل اتکا در بهینه‌سازی پرتفو است.

واژه‌های کلیدی: بهینه سازی پرتفو، آنتروپی اطلاعاتی، منطق فازی.
طبقه‌بندی موضوعی: G11

---

۱. doi: 10.22034/JSE.2024.12281.2173

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مدیریت مالی، واحد تهران شرق، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (zahra.zolfagari@gmail.com).
۳. استادیار، گروه مدیریت، واحد تهران شرق، دانشگاه آزاد اسلامی، شهر. تهران، ایران. (نویسنده مسئول). (m.samadi53@gmail.com).
۴. استادیار، گروه مدیریت، واحد تهران شرق.، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (jafari_m@yahoo.com).

حق انتشار این مستند، متعلق به نویسندگان آن است. ۱۴۰۳ ©. ناشر این مقاله، سازمان بورس و اوراق بهادار است.
این مقاله تحت گواهی زیر منتشرشده و هر نوع استفاده غیرتجاری از آن مشروط بر استناد صحیح به مقاله و با رعایت شرایط مندرج در آدرس زیر مجاز است.
Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license
(https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

مقدمه

هری مارکوویتز بیش از ۷ دهه پیش، مطالعاتی در زمینه مدل‌سازی مالی انجام داد و ازآن زمان تاکنون مدل میانگین-واریانس[1] مارکوویتز و مدل‌های دیگری که بر اساس این نظریه پی‌ریزی شده همچون مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای یکی از پرکاربردترین مدل‌ها برای انتخاب پرتفوی بهینه از بین پرتفوهای ممکن بوده، انتخابی که یکی از مهم‌ترین موضوعات در مدل‌سازی مالی بوده و خواهد بود، در این میان بازده موردانتظار سرمایه‌گذاری یکی از مهمترین عوامل در انتخاب سرمایه‌گذاران محسوب می‌شود. هر سرمایه‌گذاری با پیش‌بینی بازده سرمایه‌گذاری و تخمین بازده موردانتظار، سبد سهامی را تشکیل می‌دهد. در دهه‌های اخیر، انواع مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی به منظور تخمین بازده موردانتظار سرمایه‌گذاری در پرتفوی سهام بررسی شده‌اند. حال اینکه این مدل‌ها مبتنی بر برقراری فرضیه‌هایی هستند که نتایج مدل را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهند.

نظریه فرضیه کارای مارکوویتز بر اساس فرضیه‌هایی بنا شده که همیشه درست نیستند. یکی از مهم‌ترین مشکلات مدل میانگین-واریانس مارکوویتز به واریانس برمی‌گردد چرا که واریانس، نگرش یکسانی نسبت به بازده‌های بیشتر و کمتر از میانگین دارد، یعنی فرض بر این است که بازده بسیار بالا و بسیار کمتر برای سرمایه‌گذار ریسک یکسان خواهند داشت حال آنکه در عمل و واقعیت اینگونه نیست.

دیگر ایراد وارد بر مدل میانگین-واریانس در رابطه با فرض عقلایی رفتارکردن سرمایه‌گذاران است. سرمایه‌گذاران همیشه عقلایی رفتار نمی‌کنند و ویژگی‌های رفتاری و روانشناختی آن‌ها بر تصمیماتشان تاثیر می‌گذارد.

دانشمندان دیگری طی سال‌های بعد تلاش کردند تا با ارائه متغیرهای جدیدتر برخی از مشکلات موجود در نظریه مارکوویتز و مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای را برطرف کردند و پرتفو را تا حداکثر میزان بهینه‌سازی کنند.

در همین راستا معیارهای همچون نیمه واریانس[2](هری مارکوویتز)[3]، قدرمطلق انحرافات[4] (کونو و یامازاکی)[5]، ارزش در معرض خطر[6] (کانسیگلی) ،آنتروپی و نیمه‌آنتروپی[7](هوانگ)[8]،

1. Mean-variance model
2. Semi-variance
3. Harry Markowitz
4. Absolute value of deviations
5. Konno and Yamazaki
6. Value at Risk
7. Entropy and Semi-Entropy
8. Hung

گشتاورهای مراتب بالاتر مانند کشیدگی و چولگی[1](چونهاچیندا و همکاران) در بهینه‌سازی پرتفوی استفاده شدند.

در چارچوب مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای[2] اثر تمامی عوامل مؤثر بر بازده موردانتظار در بتا خلاصه می‌شود. واقعی نبودن بسیاری از مفروضات این مدل، زمینه توسعه و گسترش مدل‌های قیمت‌گذاری دیگری را فراهم ساخت که هر یک، به نوبه خود با نقض یکی از مفروضات یادشده، به توسعه مدل‌های جدیدی منجر شد.

بهینه‌سازی پرتفو با روش مارکوویتز، باوجود اینکه پاسخ مطلوبی برای سرمایه‌گذار فراهم می‌آورد اما با چالش‌هایی نیز همراه است، یافته‌های حاصل از این مدل در بازارهای مالی سرمایه‌گذار را با انبوهی از اطلاعات روبرو کرده و انتخاب را در این شرایط سخت‌تر می‌کند. با توجه به شواهد تجربی که بیانگر مشکلاتی در این نظریه است، پژوهشگران مالی تلاش کردند با غنی‌سازی این مدل و اضافه‌کردن متغیرهای دیگر این ضعف‌ها را برطرف کنند.

شاید یکی از مهمترین مفروضات حاکم بر این مدل‌ها را بتوان فرض نرمال بودن توزیع بازده سهام و ریسک گریزبودن سرمایه‌گذاران دانست، درحالیکه توزیع بازده‌ها لزوماً نرمال نیست. وجود مشکلات نمایندگی و بدهی‌های مجاز یا محدود، همبستگی بین قیمت و نوسان پذیری، بازدهی مرکب در یک چارچوب چنددوره‌ای، عواملی هستند که موجب نامتقارنی و فاصله‌گیری توزیع بازده از توزیع نرمال می‌شوند. غیرنرمال بودن بازده سهام شرکت که از طریق دو شاخص چولگی و کشیدگی در بسیاری از پژوهش‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته، نشان‌دهنده میزان انتظارات سرمایه‌گذاران از سرمایه‌گذاری در سهام شرکت‌ها و تشکیل پرتفوی است. افزایش چولگی در بازده سهام شرکت به جهت آن می‌تواند منعکس‌کننده انتظارات سرمایه‌گذاران از بازده‌های بیش از حد یا بازده‌های کمتر از حد باشد درحالی‌که کشیدگی بازده سهام نشان‌دهنده شانس وقوع بازده‌های بالا یا پایین در سرمایه‌گذاری در سهام شرکت است، از جایی که این دو ویژگی در کنار هم معیاری برای سنجش نرمال بودن توزیع بازده سهام در نظر گرفته می‌شوند، منطبق نبودن آنها با ویژگی‌های نرمال می‌تواند بسیاری از نظریه‌های حاکم بر بازده سهام و مدل‌های قیمت‌گذاری را تحت تأثیر قرار دهد.

در همین راستا، استفاده از آنتروپی اطلاعاتی به عنوان یک متغیر جدید مورد توجه قرار گرفت که می‌تواند در بهبود کارایی این مدل موثر باشد.

---

1. Kurtosis and Skewness
2. Capital asset Pricing Model

در این پژوهش با استفاده از آنتروپی اطلاعاتی بر اساس مدل MVSKE در تلاش هستیم که نتیجه حاصل از بهینه‌سازی پرتفو در نمونه آماری متشکل از ۳۵ شرکت برتر بازار سرمایه طی بازده زمانی ۱۰ ساله را با بهینه‌سازی پرتفو با استفاده از روش MVSKE با روش MV و MVSK مقایسه کنیم. آنتروپی اطلاعاتی در سال‌های اخیر در مطالعات مربوط به بهینه‌سازی پرتفو در سطح بین‌المللی استفاده شده، در داخل کشور پژوهش‌های اندکی در خصوص بهینه‌سازی پرتفو با تمرکز بر معیار آنتروپی اطلاعاتی انجام شده است.

در این مسیر منطق فازی[1] که از مطالعات پروفسور لطف‌زاده نشات گرفته و استفاده از برنامه‌های که با استفاده از این منطق بررسی و تحلیل داده‌های بازارهای مالی را آسان‌تر و قابل فهم‌تر کنند، برای ما راهگشا بوده‌است. یکی از راه حل‌هایی مفید برای مدل کردن بازده دارایی‌ها در مسئله پرتفوی منطق فازی است که با منظور کردن نظرات کارشناسی و عدم اطمینان موجود در بازارهای مالی، استفاده از این منطق می‌تواند مفید باشد(میرلوحی، ۱۳۹۹).

پژوهش‌های اخیر همانند کارهای تاناک و جئو[2] بیانگر آن است که با استفاده از منطق فازی این عدم اطمینان و ابهام را به شیوه بهتری نشان داد زیرا داده‌های تاریخی نمی‌توانند پیش‌بینی دقیقی از آینده ارایه کنند، به همین دلیل انتخاب یک بازه در منطق فازی عدم اطمینان از آینده را تا حدودی کنترل می‌کند. به عبارت دیگر با استفاده از ریاضیات فازی به جای قانون احتمال می‌توان برآورد دقیق‌تری از بازده‌های آتی به دست آورد و سپس بر اساس این بازده‌ها به محاسبه ریسک پرداخت اما در صورت استفاده از منطق فازی برای محاسبه بازده، امکان استفاده از روش‌های خطی برای بهینه سازی وجود ندارد و نمی‌توان مرز کارا را توسط مدلهای ریاضی حل کرد و بنابراین پژوهشگران لزوم استفاده از الگوریتمهای ابتکاری را در حل این مسئله پیشنهاد می‌کنند(میرلوحی،۱۳۹۹).

بررسی بهینه‌سازی پرتفو با استفاده از آنتروپی اطلاعاتی[3]، بررسی و مقایسه عملکرد بین یک پرتفوی بهینه‌سازی شده بوسیله مدل MV با مدل MVSKE از اهداف این پژوهش است.

در این پژوهش، ابتدا مروری بر پیشینه پژوهش‌های انجام شده در این حوزه و یافته‌های سایر پژوهشگران صورت می‌گیرد سپس با تشریح روش پژوهش به معرفی جامعه و نمونه آماری و

1. Fuzzy logic
2. Tanank & Guo
3. Informational Entropy

مدل آزمون فرضیه‌های پژوهش پرداخته می‌شود. در بخش بررسی و تحلیل داده‌ها، یافته‌های پژوهش مبتنی بر نتایج آزمون فرضیه‌ها ارائه شده و پیشنهادهایی در راستای یافته‌های پژوهش ارائه می‌شود.

آنتروپی اطلاعاتی

یکی از مهمترین مسائل در بازارهای سرمایه ، انتخاب راهکاری مناسب برای سرمایه‌گذاری است. در همین راستا، مدل‌های مختلفی توسط پژوهشگران مالی معرفی شده‌اند. بیشتر این مدل‌ها استوار بر دو عامل ریسک و بازده هستند. به همین دلیل اندازه گیری ریسک، موضوع تحقیقات بسیاری بوده است. هدف اصلی این پژوهش آن است که کارایی محاسبه آنتروپی در کنار گشتاورهای بالاتر یعنی چولگی و کشیدگی برای بهینه‌سازی پرتفو در معرض آزمون قرار گیرد. بنابر تئوری اطلاعات، آنتروپی معادل عدم اطمینان در یک سیستم است. در نهایت آنتروپی محاسبه شده به عنوان ریسک سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شده است.

آنتروپی در نظریه اطلاعات معیاری عددی از میزان تصادفی بودن یک متغیر تصادفی است. به عبارت دیگر هرچه آنتروپی یک متغیر تصادفی بیشتر باشد، ابهام ما در مورد آن متغیر تصادفی بیشتراست بنابراین با مشاهده نتیجه قطعی آن متغیر تصادفی اطلاعات بیشتری بدست می‌آید پس هرچه آنتروپی یک متغیر تصادفی بیشتر باشد، اطلاعات حاصل از مشاهده قطعی آن بیشتر خواهد بود. همچنین آنتروپی یک منبع اطلاعات، حد پایین امید بهترین نرخ فشرده‌سازی بدون اتلاف داده‌ها برای آن منبع است.

مفهوم گشتاور

در آمار، گشتاور[1] یک توزیع، عبارت از معیار کمی برای مشخص کردن شکل توزیع متغیر تصادفی است. همان‌طورکه میانگین شاخص مرکزی و واریانس شاخص پراکندگی است، معیاری عمومی‌تر با عنوان گشتاور، ویژگی‌های توزیع را تبیین می‌کند. هر چه شکل توزیع پیچیده‌تر باشد، مرتبه‌های بالاتر گشتاور نیاز است تا شکل توزیع دقیق‌تر مشخص شود. به‌طورکلی سه نوع گشتاور وجود دارد: گشتاور خام (گشتاور حول صفر)، گشتاور مرکزی (گشتاور حول میانگین) و گشتاور استاندارد شده.

1. Moment

گشتاور استانداردشده در قبال هرگونه تغییر خطی در مقیاس، تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد و همین موضوع آن را قادر می‌سازد تا توزیع‌های احتمال مختلف باهم قابل مقایسه شوند. به‌بیان‌دیگر، گشتاور خام و یا گشتاور حول میانگین در توزیع‌های مختلف به علت پراکندگی متفاوت توزیع‌ها، با یکدیگر قابل مقایسه نیستند و زمانی که بر انحراف معیار به توان مرتبه گشتاور تقسیم می‌شود، قابلیت مقایسه ایجاد می‌شود. گشتاور استانداردشده مرتبه سوم و چهارم حول میانگین عبارت‌اند از چولگی و کشیدگی.

مبانی نظری و توسعه فرضیه‌ها

یکی از کارهای بنیادی در خصوص مدل‌سازی مالی را مارکویتز(۱۹۵۲)با مدل میانگین-واریانس ارائه داد که پنجره جدیدی را در اقتصاد مالی مدرن گشود و نظریه مدرن پرتفوی در حقیقت بر آن استوار است. مدل مارکویتز مدلی هنجاری است که به مطالعه آنچه باید باشد، می‌پردازد.

براساس نظریه مدرن پرتفوی مطرح‌شده توسط مارکویتز، سرمایه‌گذاران تصمیمات سرمایه‌گذاری خود را بر اساس رابطه بهینه بین بازده موردانتظار و ریسک انجام می‌دهند که از طریق بازده و ریسک پرتفوی محاسبه می‌شود. مارکویتز واریانس را شاخص ریسک در نظر گرفت و پس از آن واریانس یکی از معیارهای رایج ریسک در مسئلهٔ انتخاب پرتفوی درنظر گرفته شد. مارکویتز طی پژوهش‌هایی که در سال‌های بعد انجام داد به این نتیجه رسید که معیار واریانس دارای نواقصی است. یکی از مهم‌ترین ایرادات مطرح‌شده این است که واریانس، تفاوتی میان بازده‌های بالا و پایین قائل نمی‌شود. به‌عبارت‌دیگر، مقدار بازده خیلی بالا و خیلی پایین برای سرمایه‌گذار ریسک یکسانی را در پی خواهد داشت در حالی که در جهان واقعی این‌طور به‌نظر نمی‌رسد و سرمایه‌گذاران تنها نوسانات قسمت نامطلوب از بازده را شاخص ریسک در نظر می‌گیرند. از این‌رو، بنا به اعتقاد مارکویتز، توجه به گشتاورهای بالاتر نظیر چولگی و کشیدگی به‌عنوان شاخص ریسک به‌جای واریانس، نتایج دقیق‌تری را به همراه داشت؛ مگر آنکه بنا به دلایلی مانند تقارن توزیع احتمال متغیر مورد بررسی، گشتاورهای بالاتر درنظر گرفته نشوند.

Fang و همکارانش معتقدند مدل میانگین-واریانس(MV) هری مارکوویتز، پایه بسیاری از مدل‌های رگرسیونی که مشهورترین آنها مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای است که

توسط ویلیام شارپ ارائه شد و جایزه نوبل اقتصاد را در سال ۱۹۹۰ برای ویلیام شارپ، هری مارکویتز و مرتون میلر به پاس مطالعات‌شان و پیشگامی در ارائه نظریه اقتصاد مالی به ارمغان آورد.

مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای حاکی از این است که بین بازده موردانتظار یک سهم و ریسک سیستماتیک (بتا) آن دارایی، رابطه خطی وجود دارد و سایر ویژگی‌های آماری بازده نظیر چولگی و کشیدگی بر رابطه ریسک و بازده تأثیر ندارند.این مدل بر اساس مفهوم خط بازار سرمایه[1] شناخته می‌شود. دو جنبه مهم خط بازار سرمایه ، نظریه تجزیه و پرتفوی بازار است.

نظریه تجزیه بر این محور استوار است که با در نظرگرفتن فرضیه‌های موجود در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای و با فرض اینکه n+1 بیانگر تعداد ورقه بهادار موجود (آخرین ورقه بدون ریسک) است، زوج‌هایی از پرتفو کارا وجود دارد، به گونه‌ای که مستقل از رجحان‌های سرمایه‌گذاران هستند.

نظریه فرضیه کارای مارکوویتز بر اساس فرضیاتی بنا شده که همیشه درست نیستند. یکی از مهم‌ترین ایرادات وارد بر این نظریه در رابطه با فرض عقلایی رفتار کردن سرمایه‌گذاران است. سرمایه‌گذاران همیشه عقلایی رفتار نمی‌کنند و ویژگی‌های رفتاری و روانشناختی آن‌ها بر تصمیماتشان تاثیر می‌گذارد.

بنا به اعتقاد پژوهشگرانی مانند فاما و مکبث، فاما و فرنچو بالی وهمکاران از آنجایی که توزیع بازده سهام نرمال نیست، در نظرگرفتن گشتاورهای بالاتر بازده سهام و عوامل مؤثر بر پیش‌بینی بازده سهام مانند چولگی سودآوری دارای اهمیت است. مطالعات تجربی اولیه فاما و مک بث (۱۹۷۳)، اعتبار مدل مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه ای را تصدیق کرد، با وجود این هم اکنون جامعیت مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای به طور جدی مورد پرسش است.

پژوهش‌های صورت گرفته درباره مدل‌های شرطی مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (تهرانی، ۱۳۸۷) را می‌توان به ۲ گروه تقسیم کرد: ۱ .پژوهشگرانی مانند هاروی (۱۹۸۹) از روش‌هایی مانند واریانس ناهمسانی شرطی اتورگرسیون و یا از روش عمومی گشتاورها استفاده کردند. ۲.پژوهش‌هایی که در آنها صرف ریسک در طول زمان تغییر می‌کنند و بر اساس یک

1. CML

مجموعه از مدل‌های رگرسیونی تخمین زده می‌شوند و از این طریق تغییرات ساختاری ممکن در نظر گرفته می‌شود.

علی روحی و محمد محققی ریاضی در مقاله‌ای با عنوان «ارزیابی عملکرد سبد اوراق بهادار مدل علمی میانگین-واریانس-چولگی در مقایسه با مدل علمی میانگین-واریانس» با تمرکز بر شرکت‌های سرمایه‌گذاری منتخب، محمد اصولیان، سید علی حسینی اسفیدواجانی و مبینا باقری در مقاله‌ای با عنوان«تحلیل شاخص کل با رهیافت آنتروپی» با تاکید بر کارآمد بودن تکنیک آنتروپی در حوزه‌های مختلف مدیریت مالی، با محاسبه مقدار آنتروپی در بازه‌های ماهانه، فصلی، شش ماهه و سالانه برای دو مقیاس ۵۰. -۵۰ به بررسی رابطه علیت خطی، با استفاده از آزمون تودا-یاماموتو و گرنجر خطی پرداخته است. رضا راعی، استادتمام دانشگاه تهران در سال ۱۳۹۶ در مقاله‌ای با عنوان «بهینه‌سازی پرتفو چند هدفه بر اساس میانگین، واریانس، آنتروپی و الگوریتم ازدحام ذرات»، معیاری جدید به نام آنتروپی را معرفی کرد که برخلاف واریانس، وابسته به تقارن توزیع بازده دارایی‌ها نیست و می‌توان از آن به عنوان معیاری جدید برای محاسبه ریسک سبد سهام در کنار واریانس استفاده کرد. احمد نبی‌زاده، استادیار دانشکده مدیریت دانشگاه خوارزمی و همکارانش نیز در مقاله‌ای علمی-پژوهشی «گشتاور مراتب بالاتر در بهینه سازی پرتفو» با در نظر گرفتن آنتروپی و استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی چند جمله‌ای با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی چندجمله‌ای بر اساس مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی ـ کشیدگی ـ آنتروپی و همچنین، الگوریتم جست‌وجوی مستقیم به عنوان الگوریتم بهینه‌سازی و اندازه‌گیری آنتروپی با استفاده از معیارهای شانون و جینی سیمپسون نشان می‌دهد که کارایی پرتفوی به دست آمده در حالت استفاده از آنتروپی جینی سیمپسون و شانون و به‌کارگیری الگوریتم جست‌وجوی مستقیم بهبود یافته است.

مفهوم آنتروپی را در بهینه‌سازی پرتفوی نخستین بار توسط فیلیپاتوس و ویلسون(۱۹۷۲) مطرح شد. این دو پژوهشگر در پژوهش خود با پیشنهاد مفهوم میانگین ـ آنتروپی و بررسی آن روی ۵۰ سهم از سهام شاخص داوجونز، به مقایسه این روش با روش‌های سنتی پرداختند. آنها دریافتند که نتایج این روش با روش مارکوییتز و مدل تک‌شاخصه شارپ، سازگار است. پس از آن، پژوهشگران زیادی نظریه انتخاب سهام با استفاده از مفهوم آنتروپی را گسترش دادند. پژوهشگران مختلف با طرح انواع مختلف آنتروپی، شکلهای تعمیم‌یافته‌ای از آنتروپی همچون آنتروپی افزایشی را در پژوهش‌های خود به کار بردند. زو و همکاران(۲۰۱۱) مسائل انتخاب

پرتفوی با استفاده از آنتروپی ترکیبی به منظور تخمین ریسک دارایی ناشی از هر دو عامل تصادفی و احتمالی، گسترش دادند. استا و کنتر(۲۰۱۱)مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی ـ آنتروپی را مطرح کردند که نسبت به مدل‌های سنتی انتخاب پرتفوی، در آزمون‌های خارج از نمونه عملکرد بهتری داشت. اندازه‌گیری آنتروپی اطلاعات ـ آنتروپی افزایشی ـ چولگی توسط ژو و همکاران (۲۰۱۳) برای انتخاب پرتفوی مطرح شد. نتیجه مقایسه عملکرد این مدل با دو مدل کلاسیک شامل مدل میانگین ـ واریانس مارکوییتز و مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی در بازار شانگ‌های چین نشان‌دهنده برتری این روش نسبت به دو مدل دیگر بود. یو و همکاران(۲۰۱۷)، مدلی برای انتخاب پرتفوی مطرح کردند که در آن روش‌های بهبود تنوع سرمایه‌گذاری و پیش‌بینی بازده ترکیب شده است. آنها مدل آنتروپی یاگر و مدل آریما را ترکیب کردند و نشان دادند که مدل آنتروپی نسبت به مدل میانگین ـ واریانس، کارایی بالاتر، هزینه‌های معاملاتی کمتر و تنوع بالاتری در پرتفوی حاصل می‌کند، آنتروپی در زمینه قیمت‌گذاری نیز کاربرد دارد. مثالی از این حوزه، «نظریه قیمت گذاری آنتروپی» معرفی شده توسط گولکو(۱۹۹۷) است. نتایج این پژوهش نشان داد که EPT می‌تواند نتایج مقداری مشابهی با مدل قیمت‌گذاری دارایی شارپ ـ لیتنر و رابطه بلک ـ شولز ارائه کند. گولکو همچنین EPT را در قیمت‌گذاری سهام به کار گرفت. ارمس و همکاران (۲۰۱۴)در پژوهش خود نشان دادند که آنتروپی به عنوان یک معیار اندازه گیری ریسک، مزایای پارامتر اندازه‌گیری ریسک در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (بتا) و انحراف معیار استاندارد را ترکیب می‌کند. برپایه نتایج، هر دو آنتروپی شانون و رنی، تخمین ریسک معتبری ارائه دادند و آنتروپی نسبت به مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای، قدرت بیشتری در توضیح بازده موردانتظار داشت.

روش‌شناسی پژوهش

متغیرها شامل واریانس، میانگین، چولگی، کشیدگی و آنتروپی پس از پردازش داده‌ها، برای پیاده‌سازی آنها از نرم افزار Matlab استفاده شده است.

در مرحله نخست، میانگین، واریانس، چولگی، کشیدگی و آنتروپی در جامعه آماری نمونه محاسبه خواهد شد، سپس برای ارزیابی پرتفو جامعه نمونه از معیار ترینر و برای ارزیابی پرتفوی خارج از نمونه از معیار شارپ استفاده می‌کنیم. در مرحله سوم عملکرد پرتفو در روش

MVSKEبر اساس بازدهی سالانه پرتفو جامعه نمونه بر اساس نسبت شارپ و در مرحله پایانی نتایج تفسیر و بررسی می‌شوند.

در خصوص جامعه آماری پژوهش یادشده، ۳۵ شرکت بزرگ پذیرفته شده در بازار سرمایه شامل بورس تهران و فرابورس انتخاب شده‌اند و دوره مطالعاتی این پژوهش از فروردین ۱۳۹۲ تا ۲۹ اسفندماه ۱۴۰۱ به مدت ۱۰ سال است، ۳۵ شرکت بزرگ با توجه به ارزش بازار آنها انتخاب شده و سعی شده حتی‌الامکان پایان سال مالی آنها یکسان بوده و نماد بیش از ۳ ماه توقف معاملاتی پیوسته نداشته باشد .

برای جمع‌آوری جامعه آماری در این پژوهش از آرشیو سایت بورس اوراق بهادار تهران، نرم‌افزار ره‌آورد نوین، بورس ویو و tseclient استفاده خواهد شد.

همچنین داده‌های مربوط به گروه تامین سرمایه به واسطه اینکه بیش از یک دهه از فعالیت آنها نمی‌گذرد، نیز از داده‌ها حذف شده‌اند.پس از گردآوری داده‌ها و غربالگیری آنها، از نرم‌افزار Matlab برای نوشتن کدها و تجزیه و تحلیل نهایی داده‌ها استفاده شده است.

یافته‌های پژوهش

تفکیک زمانی داده‌ها: در مرحله اول تمامی داده‌های مربوط به بازه‌ی زمانی فروردین ۱۳۹۲ تا اسفند ۱۴۰۱ تمامی نمادها تفکیک شد.

ویژگی موردنظر: از قیمت تعدیلی به عنوان ویژگی برای بررسی مدل MVSK و مدل MVSKE استفاده شد. به طوری که برای هر صنعت، اطلاعات ۵ نماد در کنار همدیگر قرار گرفتند.

حذف داده‌های فاقد اطلاعات: روزهای تعطیل از دادگان حذف شدند، علاوه بر آن در برخی روزها اطلاعات قیمت تعدیلی در سهام برخی از نمادها منظور نشده بود، در نتیجه اطلاعات مربوط به آن روز به طور کل از دادگان حذف شد.

تبدیل قیمت تعدیلی به return: از آنجایی که قیمت یک کمیت نسبی است و برای مقایسه بین سهام مختلف ما نیاز به یک کمیت مطلق نیاز داریم. در نتیجه برای حل این موضوع از کمیت بازده استفاده می‌کنیم که برای سهم iام، برای زمان t مطابق فرمول زیر تعریف می‌شود. در این رابطه P_i (t) قیمت تعدیلی سهام است.

$$r_i(t)=□((P_i(t+1)-P_i(t))/(P_i(t)))$$

توصیف داده‌ها: مهم‌ترین فرض برای استفاده از مدل MV این است که داده‌ها از توزیع نرمال پیروی می‌کنند در جدول های ۱ تا ۹، چهار گشتاور اول هر یک از نمادها محاسبه شده و افزون بر آن از آزمون کولموگراف اسمرینوف برای تعیین نرمال بودن توزیع استفاده شده است. در این آزمون با p value = 0.05 در صورتی که توزیع داده‌ها نرمال باشد، صفر و در غیر این صورت با عدد ۱ مشخص شده است. در جدول ۹ نیز برآیند اطلاعات هر صنعت به صورت مشابه بررسی شده است.

جدول ۱. سهام بانکی

ردیف	بانکی	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	وکار	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۸۷	-۰.۲۰	۳۴.۴۱	۱
۲	وتجارت	۰.۰۰۳۰	۰.۰۰۱۴۱	۴.۶۱	۷۶.۲۷	۱
۳	وپاسارگاد	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۹۸	۶.۳	۹۱.۴۶	۱
۴	وملت	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۱۱۶	۴.۲۶	۶۴.۷۲	۱
۵	وبصادر	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۱۲۵	۳.۳۲۵	۴۴.۰۶	۱

جدول ۲. سهام خودرویی

ردیف	خودرویی	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	خودرو	۰.۰۰۳۸	۰.۰۰۲۴	۷.۳۶۶	۱۳۰.۷۰	۱
۲	خساپا	۰.۰۰۳۵	۰.۰۰۲۹	۱۲.۵۴	۲۸۳.۱۷	۱
۳	خزامیا	۰.۰۰۳۹	۰.۰۰۲۴	۶.۲۷	۸۶.۳۶	۱
۴	خپارس	۰.۰۰۴۴	۰.۰۰۵۶	۲۱.۱۹	۶۴۲.۷۹	۱
۵	خبهمن	۰.۰۰۳۸	۰.۰۰۲۱	۹.۳۳	۱۹۴.۰۵	۱

جدول ۳. سهام شیمیایی

ردیف	شیمیایی	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	فارس	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۰۶۵	۱.۴۳	۲۰.۳۶	۱
۲	خارک	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۶۶	۱.۵۰	۱۳.۰۵	۱
۳	شپدیس	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۰۸۲	۳.۰۵	۴۱.۰۶	۱
۴	تاپیکو	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۹۱	۱.۳۷	۱۹.۳۴	۱
۵	پارسان	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۰۸۶	۲.۱۴	۲۹.۷۳	۱

جدول ۴. سهام هلدینگ

ردیف	هلدینگ	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	ومعدن	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۰۸۹	۱.۹۲	۲۳.۰۷	۱
۲	وغدیر	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۸	۰.۹۷	۴۳.۲۹	۱
۳	وصندق	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۷۷	۲.۱۹	۳۵.۹۴	۱
۴	وبانک	۰.۰۰۳۲	۰.۰۰۰۹۶	۲.۹۴	۵۵.۱۱	۱
۵	وامید	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۶۱	۰.۵۵	۷.۸۹	۱

جدول ۵. سهام فلزات اساسی

ردیف	فلزات	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	کگل	۰.۰۰۲۳	۰.۰۰۰۸۶	۲.۷۹	۲۵.۲۰	۱
۲	کچاد	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۸۷	۲.۹۹	۲۷.۹۳	۱
۳	فولاد	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۸۸	۲.۸۲	۲۶.۹۲	۱
۴	فخوز	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۱۱	۳.۲۲	۳۴.۴۹	۱
۵	ذوب	۰.۰۰۲۰	۰.۰۰۱۳	۱.۹۱	۲۱.۸۱	۱

جدول ۷. سایر سهام

ردیف	سایر سهام	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	رمپنا	۰.۰۰۳۰	۰.۰۰۱۲	۳.۵۶	۶۰.۹۲	۱
۲	رانفور	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۰۷۱	۱.۴۶	۱۳.۸۲	۱
۳	حکشتی	۰.۰۰۴۷	۰.۰۰۷۳	۲۱.۳	۵۳۷.۳۵	۱
۴	اخابر	۰.۰۰۲۲	۰.۰۰۱۲	۸.۶۹	۱۹۶.۰۲	۱
۵	همراه	۰.۰۰۲۳	۰.۰۰۱۲	۱۶.۰۲	۴۴۹.۳۷	۱

جدول ۸. سهام پالایشی

ردیف	پالایشی	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	شبریز	۰.۰۰۳۰	۰.۰۰۲۲	۵.۵۶	۱۲۴.۰۱	۱
۲	شترن	۰.۰۰۳۲	۰.۰۰۱۸	۱.۵۵	۴۸.۰۱	۱
۳	شپنا	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۱۳	-۰.۳۹	۳۹.۳۶	۱
۴	شبهرن	۰.۰۰۳۷	۰.۰۰۱۳	۸.۱	۱۵۹.۵۵	۱
۵	شبندر	۰.۰۰۳۴	۰.۰۰۲۱	۴.۸۲	۱۱۳.۶۸	۱

جدول ۹. برآیند سهام در هر صنعت

ردیف	صنعت	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	بانک	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۵۹	۵.۱۸	۸۶.۴۷	۱
۲	خودرو	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۱۲۴	۷.۸۶	۱۰۸.۹۳	۱
۳	شیمایی	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۴۷	۲.۵۳	۳۳.۵۲	۱
۴	هلدینگ	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۰۴۱	۲.۵۵	۶۵.۷۵	۱
۵	فلزات اساسی	۰.۰۰۲۱	۰.۰۰۰۴۱	۳.۰۸	۲۷.۸۵	۱
۶	سایر	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۱۰۰	۱۸.۰۴	۵۰۳.۲۶	۱
۷	پالایشی	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۹۶	۵.۸۹	۱۲۱.۶۷	۱

پردازش

با توجه به مقاله مرجع پژوهش، مدل MVSK مطابق فرمول‌های زیر تعریف شده می‌شود:

$$Min\sigma_p^2(X) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_i W_j Cov_{i,j}$$

$$Max\bar{R}\cdot(x) = \sum_{j=1}^{n} R_j W_j$$

$$MaxS_p(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} E(R_i R_j R_k) W_i W_j W_k}{\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_i W_j Cov_{i,j}\right)^{3/2}}$$

$$Min\ K_p(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum^{n} E(R_i R_j R_k R\ \ ) W_i W_j W_k W}{\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_i W_j Cov_{i,j}\right)^{2}}$$

$$Subjectto\ \bar{R}_p \geq \sum_{j=1}^{n} R_j W_j$$

$$\sum w_i = I, W_i \geq 0$$

در این مدل ما به دنبال آن هستیم تا مقادیر وزن‌های W را به گونه‌ای به دست آوریم میانگین پرتفوی p بیشینه، واریانس کمینه، چولگی بیشینه و کشیدگی کمینه شود. حل این مسئله بهینه‌سازی

با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی آرمانی چند جمله‌ای (PGP[1])استفاده شده است. این روش به صورت دومرحله‌ای پیاده‌سازی می‌شود. در مرحله اول مقادیر بهینه را برای هر یک از توابع میانگین (R^*_{pe})، واریانس (V^*_p)، چولگی (S^*_p) و کشیدگی (K^*_p) با استفاده از برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی به صورت مجزا محاسبه می‌کنیم. روابط در خصوص بهینه‌سازی این بخش به شرح زیر است:

$$Maximize R^*_{pe} = w^T M$$

$$\text{Subject to} W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

$$Minimize V^*_p = W^T V W$$

$$\text{Subject to} W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

$$Maximize S^*_p = E\left(W^T (R - M)\right)^2$$

$$\text{Subject to} W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

$$Minimize K^*_p = \left(W^T (R - M)\right)^4$$

$$\text{Subject to} W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

$$Maximize E^*_s = -W^T (\ln w)$$

$$\text{Subject to} W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

در مرحله دوم مدل بهینه MVSK با استفاده از الگوریتم PGP و مقادیر بهینه به صورت تابع Z تعریف می‌شود و با کمینه کردن این تابع ، وزن‌های نهایی مربوط به مدل MVSK محاسبه می‌شوند.

$$minimize\ Z = \left(1 + \left|\frac{d_1}{R^*_{Pe}}\right|\right)^{\lambda_x} + \left(1 + \left|\frac{d_2}{V^*_p}\right|\right)^{\lambda_x} + \left(1 + \left|\frac{d_3}{S^*_p}\right|\right)^{\lambda_x} + \left(1 + \left|\frac{d_4}{K^*_p}\right|\right)^{\lambda_x}$$

1. Polynomial Goal Programing

$$\text{Subject to: } W^T M + d_1 = R^*_{Pe}$$

$$W^T VM + d_2 = V^*_p$$

$$E\left(W^T(R-M)\right)^3 + d_3 = S^*_p$$

$$\left(W^T(R-M)\right)^4 + d_4 = K^*_p$$

$$W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

در این الگوریتم مقادیر λ به صورت باینری (۰ و ۱) مشخص می‌شوند. به طوری که اگر برای تمامی λ مقدار ۱ در نظر گرفته شود، وزن‌های مدل MVSK به دست می‌آید و اگر تنها برای λ_1 و λ_2 مقادیر ۱ را در نظر گیریم و λ_3 و λ_4 صفر باشد، وزن‌های مدل MV را محاسبه می کنیم.

به صورت مشابه برای مدل MVSKE نیز از الگوریتم بالا استفاده شده است، با این تفاوت که با اضافه شدن رابطه آنتروپی شانون در مدل، وزن‌های به دست آمده تحت تاثیر شرایط بیشینه‌سازی آنتروپی محاسبه می‌شود.

تابع Z نیز به صورت زیر تغییر می‌یابد.

$$minimize\, Z = \left(1 + \left|\frac{d_1}{R^*_{Pe}}\right|\right)^{\lambda_1} + \left(1 + \left|\frac{d_2}{V^*_p}\right|\right)^{\lambda_2} + \left(1 + \left|\frac{d_3}{S^*_p}\right|\right)^{\lambda_3} + \left(1 + \left|\frac{d_4}{K^*_p}\right|\right)^{\lambda_4} + \left(1 + \left|\frac{d_5}{E^*_S}\right|\right)^{\lambda_5}$$

$$\text{Subject to: } W^T M + d_1 = R^*_{Pe}$$

$$W^T VW - d_2 = V^*_p$$

$$E\left(W^T(R-M)\right)^3 + d_3 = S^*_p$$

$$\left(W^T(R-M)\right)^4 - d_4 = K^*_p$$

$$W^T(lnw) + d_5 = E^*_S$$

$$W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

یافته‌های پژوهش

در جدول ۱۰، نتایج مدل MVSK و MVSKE ارایه شده است، مقادیر بهینه در واقع همان مقادیری هستند که در مرحله اول پیاده‌سازی الگوریتم محاسبه شده‌اند، هدف ما این است که مدلی طراحی کنیم که به این مقادیر نزدیک باشند. برای هر صنعت مقادیر بهینه، مقادیر حاصل از مدل MVSK و MVSKE ارایه شده است، افزون بر آن نتایج در حالتی که وزن‌ها را بدون بهینه سازی برابر با n/۱ در نظر بگیریم (n برابر است با تعداد سهم) نیز ارایه شده است.

جدول ۱۰. نتایج مدل MVSK و MVSKE به تفکیک هر صنعت

صنعت	شرح	میانگین بازدهی	میانگین واریانس	میانگین چولگی	میانگین کشیدگی	میانگین آنتروپی
بانک	مقادیر بهینه	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۰۵۳	۷.۵	۲۵	۱
	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۰۶۴	۱.۸	۲۵	۰.۳۸
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۶۲	۲.۱	۳۱	۰.۶۳
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۳۰	۰.۰۰۰۶۷	۵.۲	۷۸	۱
خودرو	مقادیر بهینه	۰.۰۰۴۵	۰.۰۰۱۲	۲۱	۸۷	۱
	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۴۰	۰.۰۰۱۳	۶.۹	۸۸	۰.۶۳
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۴۰	۰.۰۰۱۲	۸.۱	۱۰۰	۰.۹۷
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۳۹	۰.۰۰۱۳	۸.۶	۱۲۰	۱
شیمیایی	مقادیر بهینه	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۳۳	۳.۴	۲۰	۱
	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۳۶	۱.۶	۱۶	۰.۶۸
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۳۴	۱.۹	۲۰	۰.۸۳
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۳۸	۲.۷	۳۷	۱
هلدینگ	مقادیر بهینه	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۰۳۷	۳.۴	۷.۹	۱
	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۵۱	۰.۶۴	۹.۴	۰.۳۳
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۴۵	۰.۷۵	۱۲	۰.۵۵
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۰۴۰	۲.۳	۵۳	۱
فلزات	مقادیر بهینه	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۴۱	۴.۵	۱۵	۱

	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۳	۰.۰۰۰۴۵	۲.۴	۱۸	۰.۶۷
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۴	۰.۰۰۰۴۴	۲.۶	۲۱	۰.۸۷
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۰۴۵	۳.۸	۳۵	۱
سایر	مقادیر بهینه	۰.۰۰۴۷	۰.۰۰۰۴۹	۲۲	۱۴	۱
	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۶۰	۱.۵	۱۵	۰.۲۳
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۵۸	۱.۶	۱۷	۰.۳۰
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۳۰	۰.۰۰۱۱	۱۹	۴۹۰	۱
پالایش	مقادیر بهینه	۰.۰۰۳۷	۰.۰۰۰۶۷	۱۱	۴۸	۱
	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۳۵	۰.۰۰۰۶۷	۳.۲	۵۳	۰.۶۶
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۳۵	۰.۰۰۰۶۷	۳.۳	۵۴	۰.۶۹
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۳۴	۰.۰۰۰۹۱	۴.۷	۱۱۰	۱

در جدول ۱۱ نتایج مدل‌های EMW (وزن ثابت)، MVSK و MVSKE برای هر صنعت، ارایه شده است. از سه معیار میانگین، انحراف معیار و معیار شارپ برای بررسی عملکرد هر مدل در هر صنعت استفاده شد.

جدول ۱۱. مقایسه نتایج به تفکیک صنایع

صنعت	شرح	r_p	δ_p	Sharpe ratio
بانک	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۷۹۸	۰.۰۲۵۲۲	۰.۱۱۱۰
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۸۶۸	۰.۰۲۴۹۷	۰.۱۱۴۹
	مدل EMW	۰.۰۰۲۹۵۲	۰.۰۲۵۸۲	۰.۱۱۴۳
خودرو	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۳۹۵۶	۰.۰۳۵۸۵	۰.۱۱۰۴
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۳۹۶۳	۰.۰۳۴۹۹	۰.۱۱۳۳
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۳۹۳۳	۰.۰۳۵۶۴	۰.۱۱۰۳
شیمیایی	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۶۷۹	۰.۰۱۹۱۰	۰.۱۴۰۳
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۶۸۶	۰.۰۱۸۴۶	۰.۱۴۵۵
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۲۷۲۳	۰.۰۱۹۳۸	۰.۱۴۰۵
هلدینگ	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۶۷۸	۰.۰۲۲۴۹	۰.۱۱۹۱

صنعت	شرح	r_p	δ_p	Sharpe ratio
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۶۸۳	۰.۰۲۱۲۱	۰.۱۲۶۵
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۲۸۰۸	۰.۰۲۰۰۶	۰.۱۴۰۰
فلزات	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۳۰۹	۰.۰۲۱۱۸	۰.۱۰۹۰
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۳۵۵	۰.۰۲۰۸۷	۰.۱۱۲۹
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۲۵۱۴	۰.۰۲۱۱۴	۰.۱۱۸۹
سایر	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۵۷۱	۰.۰۲۴۵۸	۰.۱۰۴۶
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۵۸۲	۰.۰۲۴۰۴	۰.۱۰۷۴
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۲۹۸۵	۰.۰۳۳۷۵	۰.۰۸۸۴۵
پالایش	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۳۴۷۱	۰.۰۲۵۸۴	۰.۱۳۴۳
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۳۴۷۰	۰.۰۲۵۸۵	۰.۱۳۴۲
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۳۳۶۰	۰.۰۳۰۱۱	۰.۱۱۱۶

در جدول ۱۲ نتایج پیاده‌سازی الگوریتم برای ۳۵ سهم به صورت همزمان آورده شده و در جدول ۱۳ نتایج مدل‌های EMW (وزن ثابت)،MVSK و MVSKE باهم مورد مقایسه قرار گرفته است.

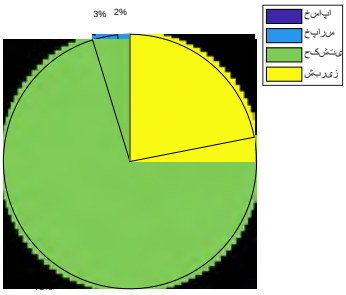
جدول ۱۲. نتایج مدل MVSK و MVSKE ترکیب سهام

شرح	میانگین بازدهی	میانگین واریانس	میانگین چولگی	میانگین کشیدگی	میانگین آنتروپی اطلاعاتی
مقادیر بهینه	۰.۰۳۸۲	۰.۰۰۴۸	۱۴.۱۴	۱۲.۷۶	۱
نتیجه مدل MVSK	۰.۰۱۶۸	۰.۰۰۵۴	۲.۵۴	۱۲.۸۶	۰.۲۰
نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۱۷۱	۰.۰۰۵۴	۲.۸۵	۱۴.۵۳۳	۰.۳۸
وزن ثابت 1/n	۰.۰۲۰۸	۰.۰۱۵۵	۸.۶۵	۹۲.۹۹	۱

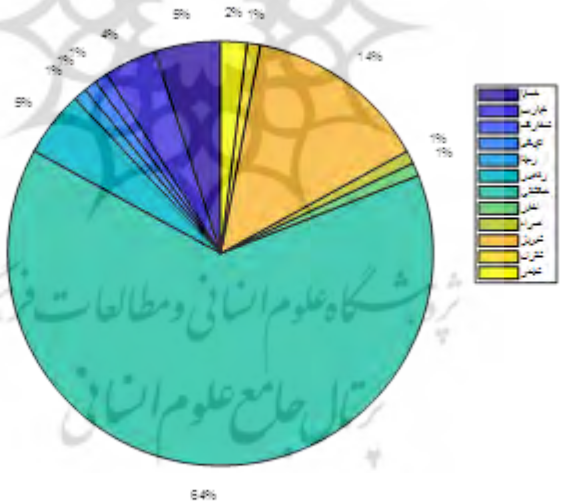
جدول ۱۳. مقایسه نتایج به ترکیب صنایع

شرح	r_p	δ_p	Sharpe ratio
نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۷۹۸	۰.۰۲۵۲۲	۰.۱۱۱۰
نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۸۶۸	۰.۰۲۴۹۷	۰.۱۱۴۹
مدل EMW	۰.۰۰۲۹۵۲	۰.۰۲۵۸۲	۰.۱۱۴۳

در حالت ترکیب سهام‌ها برای مدل MVSK، به جز وزن‌های مربوط به سهام خساپا، خپارس، حکشتی و شبریز، وزن سایر سهام ها به طور تقریبی بسیار نزدیک صفر محاسبه شد. در شکل ۱ نمودار دایره‌ای مربوط به این مدل نمایش داده شده است. در مدل MVSKE توزیع احتمال وزن‌ها شامل ۱۲ سهم بوده که در نمودار شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۱. وزن های مدل MVSK



شکل ۲. ضرایب مدل MVSKE

References

Aksarayli, M; & Pala, O. (2018), a polynomial goal programming model for portfolio optimization based on entropy and higher moments. *Expert Systems with Application, Modern Economy*, 10. (6), 185-192.

Aracioglu, B; Demircan, F; & Soyuer, H. (2011). Mean –Variance- Skewness-kurtosis approach to portfolio optimization: An application Istanbul Stock Exchange. *Ege Academic Review*, 11, 9-17

Alexander, G. J; & Baptista, A. M. (2004). A comparison of VaR and CVaR constraints on portfolio selection with the mean-variance model. *Management science*, 50(9), 1261-1273.

Andersson, F; Mausser, H; Rosen, D; & Uryasev, S. (2001).Credit risk optimization with conditional value-at-risk criterion. *Mathematical Programming*, 89(2), 273-291.

Arditti, F. D; & Levy, H. (1975). Portfolio efficiency analysis in three moments: the multiperiod case. *The Journal of Finance*, 30(3), 797-809.

Artzner, P; Delbaen, F; Eber, J. M; & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, 9(3), 203-228.

Ben-Tal, A; & Nemirovski, A. (1998). Robust convex optimization. *Mathematics of operations research*, 23(4), 769-805.

Ben-Tal, A; & Nemirovski, A. (2002).Robust optimization–methodology and applications.Mathematical Programming, 92(3), 453-480.

Brodt, A. I. (1983). Min-mad life: A multi-period optimization model for life insurance company investment decisions.Insurance: mathematics and Economics, 2(2), 91-102.

Chen, Y; Liu, Y. K; & Chen, J. (2006). Fuzzy portfolio selection problems based on credibility theory. *Advances in Machine Learning and Cybernetics*, 377-386.

Didehkhani, H. Hojjatiastani, S. (2016) Presenting a fuzzy multi objective model for portfolio selection based on value at risk, semi-skewness and fuzzy credibility theory, 8 (320), 228-239. (In Persian).

Goncalves, G; & Wanke, Peter; (2022), a higher order portfolio optimization model incorporating information entropy. https://journals. Elsevier.com/intelligent-systems-with-applications

Jones, Charles. P; (2013), Investment Management, Translation and Adaptation by Reza Tehrani and Asgar Nourbakhsh, Tehran: Negah Danesh Publishing. Eleventh edition. (In Persian).

Mirlohi, M;Tehrani,R. Abbasian,E;Jaberizadeh,A(2021), Comparison of the Performance of Genetic and Hunting Search Algorithms in Portfolio Optimization Using Mean-Variance Model Based on Fuzzy Logic in Tehran Stock Exchange, Stock Exchange Quarterly, 13, (52), 71-95.(In Persian).

Nabizadeh, A. Behzadi, A. (2013) Higher Moments Portfolio Optimization Considering Entropy based on Polynomial Idealistic Programming. *Financial Research Journal*, 20 (2), 193-210. (In Persian).

Rai, Reza; Ali, Saeedi; (2017), Fundamentals of Financial Engineering and Risk Management, Tehran, Soroushgan Publications. (In Persian).

Riley, Frank K; Brown, Keith, (2017), Investment Analysis and Portfolio Management, Translated by Gholamreza Eslami Bidgoli, Farshad Hibati, Fereydoon Rahnamai Rudpashti, First Edition, Tehran, Research Institute of Economic Affairs. (In Persian).

Tehrani,R. Belgorian, M. Nabizadeh, A.(2009) Examination of the Effect of Skewness and Excess Kurtosis on Stock Returns Description through Capital Asset Pricing Model, *Stock Exchange Quarterly*, 1, (4), 52-35.(In Persian).