بررسی استفاده از نظریه اعتبار فازی در سنجش ارزش در معرض ریسک

سید بابک ابراهیمی و امیرسینا جیرفتی*

تاریخ وصول: ۱۳۹۴/۹/۲۴ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۰/۷

چکیده:

ارزش در معرض ریسک از سنجه‌های نوین در اندازه‌گیری ریسک در نهادهای مالی می‌باشد. در این مقاله یک مدل کاربردی بر مبنای نظریه اعتبار فازی برای اندازه‌گیری این سنجه معرفی شده است. بدین منظور، بازده دارایی‌ها به شکل اعداد فازی مثلثی درنظر گرفته شده و برای تخمین ارزش در معرض ریسک از توزیع اعتبار متغیرهای فازی مثلثی استفاده گردیده است. سپس برای اینکه بتوان نتایج حاصل از این رویکرد مدل‌سازی را مورد سنجش قرار داده و پنجره زمانی مناسب برای تخمین پارامترها بدست آید، ارزش در معرض ریسک برای یک شرکت سرمایه‌گذاری با رویکردهای مختلف محاسبه شده است. براین اساس، به‌وسیله سه روش شامل استفاده از نظریه اعتبار فازی با دو پنجره زمانی ۶ ماهه و ۴ ماهه برای تخمین پارامترها و همچنین روش سنتی واریانس-کوواریانس ساده، ارزش در معرض ریسک تخمین زده شده و نتایج با استفاده از آزمون پوششی غیرشرطی برنولی مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج حاکی از آن است که مقدار ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه اعتبار فازی که از پنجره زمانی ۴ ماهه برای برآورد پارامترها استفاده می‌کند، تصریح دقیق‌تری را فراهم آورده است. از آنجا که در دنیای واقعی بازده و ریسک دارایی‌ها متغیرهایی همراه با عدم قطعیت می‌باشد، استفاده از این مدل می‌تواند محاسبه‌ها را به یک محیط غیرقطعی فازی منتقل کرده و محققان را به نتایج درستی رهنمود سازد. علاوه بر این، مدل معرفی‌شده حجم محاسبه‌ها را به مقدار چشمگیری کاهش داده و ارزش در معرض ریسک را ساده‌تر از روش‌های متداول همچون روش‌های مبتنی بر خانواده گارچ تخمین می‌زند.

طبقه‌بندی JEL: G10، G20

واژه‌های کلیدی: *ریسک، منطق فازی، ارزش در معرض ریسک، نظریه اعتبار فازی*

---

* به ترتیب، استادیار مهندسی مالی (نویسنده مسئول) و دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، ایران. (b_ebrahimi@kntu.ac.ir)

۱- مقدمه

ریسک یکی از مفاهیم پایه‌ای در بازارهای مالی می‌باشد که از پیچیدگی خاصی برخوردار است. با توجه به عدم وجود تصویر دقیق از تحقق ریسک، بازارهای مالی نیازمند رویکردهای کنترل و مدیریت ریسک هستند. ارزش در معرض ریسک[۱] روشی برای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب می‌باشد که به‌وسیله جی پی مورگان[۲] در دهه ۱۹۹۰ میلادی توسعه داده شد. سپس رویکرد VaR به‌طور گسترده‌ای در بانک‌های تجاری[۳] و بانک‌های سرمایه‌گذاری[۴] به‌منظور اندازه‌گیری ریسک دارایی‌های مالی مورداستفاده قرار گرفت. این شاخص حداکثر زیان انتظاری یک سبد سرمایه‌گذاری (یا بدترین زیان ممکن) را برای یک افق زمانی مشخص با توجه به یک فاصله اطمینان معین بیان می‌کند. اهمیت این سنجه ریسک به اندازه‌ای است که کمیسیون بورس و اوراق بهادار آمریکا[۵] در ژانویه ۱۹۹۷، همه موسسه‌های مالی و شرکت‌های سهامی عام با ارزش سهام بیش از ۲/۵ میلیارد دلار را موظف کرد تا ریسک بازار خود را با معیار ارزش در معرض ریسک اعلام و محاسبه کنند (ویتوورث[۶]، ۲۰۰۳). همچنین کمیته بال[۷] بانک‌ها را از سال ۱۹۹۵ موظف کرد تا حد کفایت سرمایه خود را بر اساس معیار ارزش در معرض ریسک مشخص و رعایت کنند (بیانیه بازل(۱)[۸]، ۱۹۹۵). ارزش در معرض ریسک بسیاری از محدودیت‌های روش‌های سنتی مدیریت ریسک مانند فرض نرمال بودن توزیع بازده، عدم توجه به افق زمانی و یا نقدشوندگی دارایی‌های مالی را ندارد.

ارزش در معرض ریسک، برای انواع ابزارهای مالی مانند سهام، اوراق قرضه، ارز، اوراق بهادار با پشتوانه دارایی، اوراق قرضه با پشتوانه وام‌های رهنی و همچنین ابزارهای مالی مشتقه، کاربرد دارد. بر این اساس، با استفاده از این سنجه می‌توان حداکثر زیان انتظاری ممکن در یک سطح اطمینان مشخص و در افق زمانی معین را برای یک سبد سرمایه‌گذاری شامل هریک از دارایی‌های فوق به دست آورد

[1] Value at Risk
[2] JPMorgan
[3] Commercial Banks
[4] Investment Banks
[5] U.S. Securities and Exchange Commission (SEC)
[6] Whitworth
[7] Basel Committee
[8] Basel I Accord

(لینسمیر و پیرسون[۹]، ۲۰۰۰). به دلیل همین کاربرد وسیع بود که ارزش در معرض ریسک به یکی از محبوب‌ترین سنجه‌های ریسک تبدیل شد. به دلیل ویژگی‌های مطلوب این سنجه، ارزش در معرض ریسک هنوز در بیشتر نهادهای سرمایه‌گذاری به منظور سنجش و مدیریت ریسک مالی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

علی‌رغم تمام ویژگی‌های مطلوبی که رویکرد ارزش در معرض ریسک با خود به همراه دارد، در روش‌های سنتی اندازه‌گیری آن، محاسبه‌ها در یک محیط قطعی انجام می‌گیرد. اما مسئله مهم در دنیای واقعی وجود عدم قطعیت داده‌ها است. روش کلاسیک برای لحاظ نمودن عدم قطعیت پارامترها شامل آنالیز حساسیت[۱۰] می‌شود. در آنالیز حساسیت ابتدا عدم قطعیت نادیده گرفته می‌شود، سپس بعد از حل مسئله تأثیر عدم قطعیت داده‌ها در مسئله، مورد بررسی قرار می‌گیرد. هرچند که آنالیز حساسیت ابزار خوبی برای بررسی میزان خوبی جواب‌ها می‌باشد، اما راهکار مناسبی برای تولید جواب‌هایی که در مقابل تغییرات داده‌ها استوار باشند نیست. از طرف دیگر، امکان استفاده از آنالیز حساسیت برای مدل‌هایی که دارای پارامترهایی با عدم قطعیت زیاد هستند وجود ندارد. یکی از مهمترین اجزایی که در بازارهای مالی دارای عدم قطعیت است، بازده دارایی‌ها می‌باشد. با مبهم بودن بازده دارایی‌ها در آینده، می‌توان محاسبه ریسک دارایی‌ها را به محیطی غیرقطعی انتقال داد که محیط‌های فازی می‌توانند نشان‌دهنده این عدم قطعیت باشند.

برای محاسبه ارزش در معرض ریسک اغلب از روش‌های پارامتریک مشروط نظیر مدل‌های خانواده گارچ[۱۱] برای سازگاری تخمین ریسک با تغییرات شرایط بازار استفاده می‌شود. اما مطالعه‌های اخیر آلمیدا و کایماک[۱۲] (۲۰۰۹) حاکی از آن است که روش‌های نیمه پارامتریک مانند برخی روش‌های فازی توانایی بهتری در سازگاری ریسک با تغییرات شرایط بازار دارد. همچنین مطالعه‌های دیگری از سوی هانگ و مراگا[۱۳] (۲۰۰۲)، لی وچن[۱۴] (۲۰۰۸) و ژو و همکاران[۱۵] (۲۰۱۰) نشان می‌دهد که

[9] Linsmeier & Pearson
[10] Sensitivity analysis
[11] GARCH Family
[12] Almeida & Kaymak
[13] Huang & Moraga
[14] Lee & Chen
[15] Xu and *et al.*

روش‌های فازی علاوه بر ساده بودن، منطق قوی‌تری در مدل‌سازی ارزش در معرض ریسک در بازارهای مالی دارند.

در ادامه مطالعه‌های صورت‌گرفته در زمینه اندازه‌گیری ریسک و منطق فازی به اختصار ارائه می‌شود. معرفی مفاهیم اجمالی از نظریه اعتبار فازی[16] و بررسی ارزش در معرض ریسک در محیط فازی و در چارچوب نظریه اعتبار و روابط مربوطه برای محاسبه آن در قسمت سوم بیان می‌شود. در بخش چهارم به پیاده‌سازی مدل بر روی یک شرکت سرمایه‌گذاری منتخب پرداخته شده و یافته‌های این پژوهش ارائه می‌گردد. در نهایت در بخش پایانی به جمع‌بندی نتایج، مقایسه آن با روش‌های دیگر و ارائه نتیجه‌گیری پرداخته می‌شود.

۲- مروری بر پیشینه پژوهش

مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری یکی از مسائل کلاسیک دنیای مالی است که اولین بار توسط مارکویتز[17] (۱۹۵۲) مطرح گردید و شامل دو جز اصلی و جدایی‌ناپذیر بازده و ریسک است. مارکوییتز اولین فردی بود که ریسک دارایی‌های مالی را به صورت کمی اندازه‌گیری نمود و انحراف معیار بازده دارایی‌ها را به عنوان ریسک درنظر گرفت. اما این معیار هرگونه انحرافی چه بالاتر و چه پایین‌تر از بازده انتظاری را به عنوان ریسک تلقی می‌کند و درصدد کاهش آن می‌باشد. در حالی که بازده بیشتر از میانگین مطلوب سرمایه‌گذاران می‌باشد. برای حل این مشکل سنجه نیم‌واریانس[18] معرفی شد که امید ریاضی مجذور انحراف‌های منفی می‌باشد. اما پس از آن کونو و یامازاکی[19] (۱۹۹۱) یک سنجه ریسک جدید را توسعه دادند. آنها پیشنهاد دادند برای سنجش انحرافات از میانگین بازده انتظاری، به جای واریانس از قدرمطلق انحراف از میانگین[20] استفاده شود. استفاده از قدرمطلق انحراف از میانگین باعث می‌شود که مدل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری به یک مدل برنامه‌ریزی خطی[21] تبدیل شود. اما فرض مهم در سنجه‌های ریسک عنوان شده، توزیع نرمال بازده دارایی‌ها می‌باشد. فرض داشتن توزیع نرمال برای عوامل ریسک در بازده دارایی‌های

[16] Fuzzy Credibility Theory
[17] Markowitz
[18] Semi-Variance
[19] Konno & Yamazaki
[20] Absolute Deviation
[21] Linear Programming Model

مالی در دهه‌های اخیر به طور گسترده مورد بحث قرار گرفته‌است. برخی از مطالعه‌های اولیه همچون مندلبورت[۲۲] (۱۹۶۳) و فاما[۲۳] (۱۹۶۵) نشان داد که بازده دارایی‌ها دارای قله‌ای بلندتر و دنباله‌ای پهن‌تر نسبت به توزیع نرمال به خصوص در افق‌های زمانی کوتاه می‌باشند. پس از آن نیز برخی از محققین همچون امبرکز و همکاران[۲۴] (۲۰۰۲)، هاسکینگ و همکاران[۲۵] (۲۰۰۰)، مکنیل و فری[۲۶] (۲۰۰۰) و هیدا[۲۷] (۱۹۹۹) با استفاده از مجموعه اطلاعات مختلف از بازارهای مالی، انحراف‌های سیستماتیک و پیوسته‌ای از حالت نرمال با مشخصه‌های قله بلندتر و دنباله پهن‌تر را نشان دادند.

سنجه ارزش در معرض ریسک در ابتدای دهه ۱۹۹۰ توسط مورگان معرفی شد و پس از آن به سرعت به عنوان یکی از محبوب‌ترین سنجه‌های ریسک شناخته شد. چرا که این سنجه به اندازه‌گیری ریسک نامطلوب پرداخته و فرض نرمال بودن بازده دارایی‌ها را شامل نمی‌شود (موسی و همکاران[۲۸]، ۲۰۱۴). لینسمیر و پیرسون (۲۰۰۰) ارزش در معرض خطر را به عنوان حداکثر زیان یک دارایی در سطح اطمینان معین و در زمانی معین معرفی نمودند. همان‌طور که اشاره شد روش‌های متعددی برای تخمین ارزش در معرض ریسک وجود دارد که در این مقاله از تئوری اعتبار فازی برای تخمین آن استفاده می‌شود. مفاهیم مجموعه فازی اولین بار توسط پروفسور لطفی‌زاده[۲۹] در سال ۱۹۶۵ از طریق تابع عضویت بیان شد. سپس بر اساس آن، اندازه یک رویداد فازی به وسیله ایشان در سال ۱۹۷۸ از طریق مفهوم مقدار امکان[۳۰] معرفی گردید. نظریه امکان[۳۱] بعد از آن توسط بسیاری از محققان همچون نامیاس[۳۲] (۱۹۷۸)، کافمن و گوپتا[۳۳] (۱۹۸۵)، زیمرمن[۳۴] (۱۹۸۵)، دوباس و پراد

---

[22] Mandelbrot
[23] Fama
[24] Embrechts and *et al.*
[25] Hosking and *et al.*
[26] McNeil and Frey
[27] Heyde
[28] Moussa and *et al.*
[29] Lotfi Zadeh
[30] Possibility Value
[31] Possibility Theory
[32] Nahmias
[33] Kaufman & Gupta
[34] Zimmermann

[۳۵](۱۹۸۸)، کلیر و یان[۳۶] (۱۹۹۵)، دکومن[۳۷] (۱۹۹۷) و لیو و لیو[۳۸] (۲۰۰۲) مورد مطالعه قرار گرفت. اگرچه اندازه امکان به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفت، اما ویژگی خود-دوگانگی[۳۹] را دارا نمی‌باشد. به عنوان مثال، یک رویداد فازی ممکن است شکست بخورد حتی اگر ارزش امکان آن ۱ باشد و یا پیروز شود، درحالی‌که ارزش امکان آن برابر صفر می‌باشد. به منظور رفع این مشکل، نظریه اعتبار به وسیله لیو[۴۰](۲۰۰۴) مطرح گردید و به عنوان شاخه جدیدی از ریاضی برای مطالعه رفتار پدیده‌های فازی در سال ۲۰۰۷ گسترش یافت. توجه داشته باشید، هنگامی که مقدار اعتبار[۴۱] یک رویداد فازی برابر با ۱ می‌شود، رویداد مذکور مطمئناً اتفاق خواهد افتاد؛ در حالی‌که اگر مقدار امکان مربوط به آن برابر با ۱ گردد، ممکن است این رویداد فازی با شکست مواجه شود. به عبارت دیگر، رویداد فازی اتفاق می‌افتد اگر اندازه اعتبار آن برابر ۱ گردد و اتفاق نمی‌افتد اگر ارزش اعتبار آن برابر با صفر باشد (گوپتا و همکاران[۴۲]، ۲۰۱۴).

ریسک را می‌توان به عنوان پدیده‌ای غیرقطعی درنظر گرفت. بنابراین برای مدل‌سازی ریسک می‌توان از دو رویکرد استفاده نمود. رویکرد اول از طریق مدل‌سازی تصادفی بر مبنای توزیع احتمالی می‌باشد. اما رویکرد دوم از طریق مدل‌سازی غیرقطعی و بکارگیری مفاهیم فازی است. اخیرا تحقیق‌های زیادی در زمینه مدل‌سازی ریسک در محیط فازی صورت گرفته است. ژو و کایاک[۴۳] (۲۰۰۸) از سیستم‌های فازی احتمالی برای تخمین ارزش در معرض ریسک استفاده نمودند. هانگ[۴۴] (۲۰۱۰) در مدل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری از واریانس متغیر فازی تحت نظریه اعتبار برای اندازه‌گیری ریسک استفاده نمود. همچنین وانگ و واتادا[۴۵] ($۲۰۱۱_{a,b}$) نیز در مدل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری چندمعیاره خود، سنجه ارزش در

---

35 Dubois & Prade
36 Klir & Yuan
37 De Cooman
38 Liu
39 Self-Duality
40 Liu & Liu
41 Credibility Value
42 Gupta and *et al.*
43 Xu & Kaymak
44 Huang
45 Wang & Watada

معرض ریسک را با استفاده از نظریه اعتبار تخمین زدند. کاتاگیری و همکاران[46] (۲۰۱۴)، ارزش در معرض ریسک را برمبنای نظریه امکان و از طریق برنامه‌ریزی چندسطحی مدل‌سازی کرد. موسی و همکاران (۲۰۱۴) نیز ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار[47] را از طریق متغیرهای تصادفی فازی تخمین زدند. پنگ[48] (۲۰۱۱) به بحث محاسبه ارزش در معرض ریسک تحت تئوری اعتبار فازی پرداخت و روابطی را برای ارزش در معرض ریسک و میانگین ارزش در معرض ریسک[49] تحت تئوری اعتبار فازی بدست آورد.

در ادامه به معرفی مفاهیم اجمالی از تئوری اعتبار فازی پرداخته می‌شود. سپس ارزش در معرض ریسک در محیط فازی و در چارچوب تئوری اعتبار بررسی گشته و از روابط معرفی شده برای محاسبه ارزش در معرض ریسک یک شرکت سرمایه‌گذاری استفاده می‌گردد.

۳- مبانی نظری

۳-۱-تحلیل مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری

همان‌طور که عنوان شد، مارکوویتز با انتشار تئوری انتخاب پرتفوی درسال ۱۹۵۲ به موفقیت بزرگی دست‌یافت. تئوری مارکوویتز که با عنوان تئوری نوین سرمایه‌گذاری شناخته می‌شود، یک جواب برای این سوال که "چگونه یک سرمایه‌گذار، سرمایه خود را به گزینه‌های سرمایه‌گذاری ممکن، تخصیص دهد؟" ارائه نمود. مارکوویتز اولین فردی بود که ریسک دارایی‌های مالی را به صورت کمی اندازه‌گیری نمود. مارکوویتز فرض کرد که اطلاعات یا پیش‌بینی درباره دارایی‌ها از قوانین احتمالی مشابهی که متغیرهای تصادفی پیرو آن هستند، تبعیت می‌کنند (راشل و همکاران[50]، ۱۹۹۹).

با این فرض، واضح است که:

(الف) بازده مورد انتظار پرتفوی برابر است با میانگین موزون بازده مورد انتظار تک‌تک دارایی‌های آن.

[46] Katagiri
[47] Expected Shortfall
[48] Peng
[49] Average Value at Risk (AVaR)
[50] Rachel *et al.*

(ب) واریانس بازده پرتفوی تابع خاصی از واریانس‌ها و کوواریانس‌های میان دارایی‌ها و وزن هر یک از دارایی‌ها در پرتفوی می‌باشد؛

بنابراین، سرمایه‌گذاران باید ریسک و بازده را به طور همزمان موردتوجه قرار داده و میزان تخصیص سرمایه به هریک از گزینه‌های سرمایه‌گذاری را تعیین نمایند. بنابراین، مارکوییتز واریانس بازده دارایی‌ها را به عنوان ریسک درنظر گرفت. مدل میانگین-واریانس مارکوویتز به صورت بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}x_i x_j \\ &s.t: \sum_{i=1}^{n} r_i x_i \geq r_0, \\ &\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, i = 1,2,\ldots n, \end{aligned} \tag{1}$$

در رابطه بالا r_i بازده دارایی iام و r_0 حداقل بازده پرتفوی می‌باشد. همچنین x_i ها نسبت‌های سرمایه‌گذاری بوده که از حل مدل فوق بدست می‌آیند. رویکرد مارکوویتز یعنی حداقل کردن ریسک با مقید کردن بازده همچنان در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تفاوت مدل‌های نوین‌تر نسبت به مدل مارکوویتز تغییر در سنجه‌های اندازه‌گیری ریسک و جایگزین نمودن سنجه‌هایی همچون نیم واریانس، قدرمطلق انحراف از میانگین، ارزش در معرض ریسک، ارزش درمعرض ریسک مشروط[۵۱] و ... به جای واریانس می‌باشد. همچنین در مباحث نوین در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری محدودیت‌هایی همچون حداقل میزان نقدشوندگی پرتفوی بر مبنای نرخ حجم معاملات روزانه، محدودیت حداقل و حداکثر نسبت سرمایه‌گذاری بر روی هر دارایی، محدودیت کاردینالیتی[۵۲] که مشخص‌کننده تعداد دارایی‌های تشکیل‌دهنده پرتفوی می‌باشد، محدودیت امکان وام‌دهی و وام‌گیری برای سرمایه‌گذار و... به مدل اضافه می‌گردد.

[51] Conditional Value at Risk (CVaR)
[52] Cardinality Constraint

۳-۲- نظریه اعتبار فازی

همانطور که اشاره شد، به طور کلی یک رویداد فازی اتفاق می‌افتد اگر اندازه اعتبار[53] آن برابر۱ گردد و اتفاق نمی‌افتد اگر اندازه اعتبار آن برابر با صفر باشد. حال فرض کنید Θ یک مجموعه غیرتهی که نشان‌دهنده فضای نمونه و $P(\Theta)$ مجموعه توانی Θ متشکل از تمام زیرمجموعه‌های ممکن باشند و هرعنصری از $P(\Theta)$ یک رویداد نامیده شود. به منظور ارائه یک تعریف بدیهی از اعتبار، لازم است به رویداد A، یک مقدار $Cr(A)$ نسبت داده شود که نشان دهنده اعتبار رخ دادن رویداد A می‌باشد. علاوه بر این برای اطمینان از این‌که $Cr(A)$ از ویژگی‌های ریاضی خاصی برخوردار است،۴ اصل زیر باید برقرار باشند:

اصل ۱ (نرمال بودن[54]): $Cr\{\Theta\} = ۱$

اصل ۲ (یکنواختی[55]): $Cr\{A\} \le Cr\{B\}$ زمانیکه $A \subset B$

اصل ۳ (خود دوگانگی[56]): $Cr\{A\} + Cr\{A^c\} = ۱$ آنگاه برای هر رویداد $A \in P(\Theta)$

اصل ۴ (حداکثرسازی[57]): $Cr\{A_i\} \le ۰.۵$ آنگاه برای هر رویداد $\{A_i\}$ داریم

$$Cr\{U_i A_i\} \wedge ۰.۵ = \sup_i Cr\{A_i\}$$

سه اصل اول بدیهی می‌باشند. اصل چهارم نیز به این صورت می‌باشدکه اگر اندازه اعتبار یک رویداد فازی برابر با ۱ (یا صفر) باشد، هیچ عدم اطمینانی در نتیجه آن رویداد وجود ندارد. زیرا این باور وجود دارد که آن رویداد اتفاق می‌افتد (یا نمی‌افتد). از طرف دیگر، یک رویداد از عدم اطمینان زیادی برخوردار است، اگر اندازه اعتبار آن برابر با ۰/۵ باشد. زیرا در چنین حالتی رخ دادن و یا رخ ندادن رویداد از احتمال مساوی برخوردارند. علاوه بر این، اگر درباره اندازه اعتبار یک رویداد اطلاعاتی در دسترس نباشد، باید مقدار آن برابر با ۰/۵ فرض شود. بر این اساس، لیو (۲۰۰۷) اصل عدم‌قطعیت حداکثری را پیشنهاد کردند که بیان می‌کند اگر برای هر رویداد مقادیر منطقی مختلفی برای اندازه اعتبار آن وجود داشته باشد، نزدیک‌ترین مقدار

---

[53] Credibility Measure
[54] Normality
[55] Monotonicity
[56] Self-Duality
[57] Maximality

به ۰/۵ به آن اختصاص داده خواهد شد. به مجموعه توابع Cr اندازه اعتبار گفته می‌شود، اگر اصول نرمال بودن، یکنواختی، خود-دوگانگی و حداکثر سازی را برآورده نماید.

اکنون فرض کنید ξ یک متغیر فازی با تابع μ باشد. حال برای هر مجموعه B از مجموعه اعداد حقیقی می‌توان رابطه (۲) را نوشت:

$$cr\left(\xi \epsilon B\right)=\frac{1}{2}\left(\sup_{x\in B}\mu\left(x\right)+1-\sup_{x\in B^{C}}\mu\left(x\right)\right) \qquad (۲)$$

حال در حالت خاص‌تر می‌توان اثبات کرد(برای هر $r\in R$):

$$cr\left(\xi \le r\right)=\frac{1}{2}\left(\sup_{x\le r}\mu\left(x\right)+1-\sup_{x>r}\mu\left(x\right)\right) \qquad (۳)$$

مقدار موردانتظار متغیر فازی ξ نیز توسط لیو و لیو(۲۰۰۲) به شکل رابطه(۴) تعریف شد:

$$E[\xi]=\int_{0}^{+\infty} cr\{\xi \ge r\}dr-\int_{-\infty}^{0} cr\{\xi \le r\}dr \qquad (۴)$$

البته رابطه (۴) مشروط بر این است که حداقل یکی از دو انتگرال محدود باشد. حال اگر ξ یک متغیر فازی با ارزش موردانتظار متناهی e باشد، واریانس آن به‌صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود:

$$V\left[\xi\right]=E\left[\left(\xi-e\right)^{2}\right] \qquad (۵)$$

حال اگر $(\xi-e)^{2}$ یک متغیر نامعین غیرمنفی باشد، می‌توان به رابطه (۶) رسید:

$$V\left[\xi\right]=\int_{0}^{+\infty} Cr\left\{\left(\xi-e\right)^{2}\ge r\right\}dr \qquad (۶)$$

توزیع اعتبار[۵۸] [[,,]→→:Φ برای یک متغیر فازی ξ توسط لیو[۵۹] (۲۰۰۶) به شکل رابطه (۷) تعریف می‌شود:

$$\Phi\left(x\right)=cr\left\{\theta\epsilon\Theta|\xi\left(x\right)\le x\right\} \qquad (۷)$$

58 Credibility distribution
59 Liu

همچنین لیو و گائو[60] (۲۰۰۷) مفهوم استقلال متغیرهای فازی را ارائه دادند. براین اساس به متغیرهای ξ_1 و ξ_2 و ... و ξ_m مستقل گفته می‌شود، اگر و تنها اگر برای هر مجموعه B_1 , B_2 B B B $B_m \epsilon R$ رابطه زیر وجود داشته باشد:

$$cr\left\{\bigcap_{i=1}^{m}\{\xi_i \in B_i\}\right\} = \min_{1\le i\le m} cr\{\xi_i \epsilon B_i\} \tag{۸}$$

حال با توجه به تعاریف و روابط بیان شده از نظریه اعتبار فازی می‌توان ارزش در معرض ریسک را در محیط فازی و تحت نظریه اعتبار بدست آورد. لازم به ذکر است از این تخمین تحت عنوان ارزش در معرض ریسک اعتباری[61] نیز یاد می‌شود.

۴- مدل مفهومی و متغیرهای پژوهش

۴-۱- ارزش در معرض ریسک تحت نظریه اعتبار در محیط فازی

در این قسمت ابتدا ارزش در معرض ریسک اعتباری بررسی شده و روابط آن استخراج می‌شود. سپس با درنظر گرفتن اعداد فازی مثلثی برای بازده دارایی‌ها روابط ارزش در معرض ریسک تحت نظریه اعتبار بدست می‌آید.

فرض کنید ξ یک متغیر فازی و $\alpha \in (0,1]$ سطح اطمینان ریسک باشد. در این صورت ارزش در معرض ریسک اعتباری برای ξ به شکل تابع $\xi VaR: (0,1] \to R$ بیان شده و به صورت رابطه (۹) محاسبه می‌شود:

$$\xi VaR(\alpha) = -inf\ \{x \mid cr\{\xi \le x\} \ge \alpha\} \tag{۹}$$

همچنین می‌توان ارزش در معرض ریسک اعتباری را ($\xi VaR(\alpha)$) با داشتن توزیع اعتبارΦ از متغیر فازی برای سطح اطمینانی مشخص از ریسک برابر با $۰ < \alpha \le ۱$ به شکل زیر به‌دست آورد:

$$\xi VaR(\alpha) = -inf\ \{x \mid \Phi(x) \ge \alpha\} = -\Phi^{-1}(\alpha) \tag{۱۰}$$

که در آن $\Phi^{-1}(\alpha)$ تابع معکوس تعمیم‌یافته $\Phi(x)$ می‌باشد. همچنین ارزش در معرض ریسک اعتباری دارای خواص و ویژگی‌هایی نظیر؛ همجنسی مثبت[62]،

---

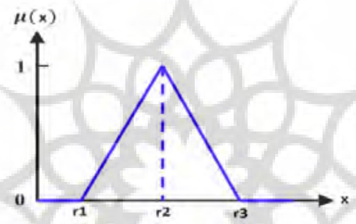
[60] Liu & Gao
[61] Credibility Value at Risk
[62] Positive Homogeneity

برگردان تغییر ناپذیر[۶۳]، یکنواختی انتقال[۶۴]، زیرافزایشی تحت استقلال[۶۵]، تحدب تحت استقلال[۶۶] و غیره می‌باشد. برای مشاهده و اثبات این خواص می‌توان از منابع به مقاله پنگ[۶۷] (۲۰۰۸) مراجعه کرد.

اگر ارزش در معرض ریسک اعتباری برای یک متغیر فازی مثلثی با توجه به روابط قبل مدنظر باشد، ابتدا یک عدد فازی مثلثی را به شکل $\xi = (r_1 , r_2 , r_3)$ در نظر بگیرید. تابع عضویت این متغیر به شکل رابطه(۱۱) می‌باشد.

$$\mathrm{f(x)} = \begin{cases} \frac{x-r_1}{r_2-r_1} & r_1 \leq x \leq r_2 \\ \frac{x-r_3}{r_2-r_3} & r_2 \leq x \leq r_3 \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \tag{۱۱}$$

شکل ۱: عدد فازی مثلثی



همچنین توزیع اعتبار برای متغیر فازی مثلثی ξ به شکل رابطه (۱۲) می‌باشد:

$$\Phi(\mathrm{x}) = \begin{cases} 0 & \mathrm{x} \leq r_1 \\ \dfrac{x-r_1}{2(r_2-r_1)} & r_1 \leq x \leq r_2 \\ \dfrac{x+r_3-2r_2}{2(r_3-r_2)} & r_2 \leq x \leq r_3 \\ 1 & r_3 \leq x \end{cases} \tag{۱۲}$$

---

63 Translation Invariance
64 Monotonicity Transformation
65 Subadditivity under Independence
66 Convexity under Independence
67 Peng

حال می‌توان به راحتی مقدار ارزش در معرض ریسک اعتباری را در سطح اطمینان مشخصی از ریسک $(0 < \alpha \leq 1)$ بدست آورد:

$$\xi \mathrm{VaR}(\alpha) = \begin{cases} 2(r_1 - r_2)\alpha - r_1 & \alpha < 0/5 \quad (13) \\ 2(r_2 - r_3)\alpha + r_3 - 2r_2 & \alpha \geq 0/5 \quad (14) \end{cases}$$

لازم به ذکر است که از آنجایی که معمولا در تخمین ارزش در معرض ریسک، سطح اطمینان بیش از ۵۰٪ $(\alpha < 0/5)$ در نظر گرفته می‌شود، از رابطه (۱۳) برای تخمین استفاده می‌گردد.

۴-۲-تخمین ارزش در معرض ریسک با روش واریانس-کوواریانس ساده

این شیوه تخمین، یک روش خطی است و فرض اساسی آن نرمال بودن توزیع داده‌های بازده دارایی‌ها است. فرض کنید σ_i^2 واریانس بازده دارایی iام، σ_p^2 واریانس پرتفوی و σ_{ij} عضو سطر iام و ستون jام ماتریس واریانس-کواریانس می‌باشد حال اگر بخواهیم ماتریس واریانس-کواریانس را بنویسیم، خواهیم داشت.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ & & \vdots & \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

اما نکته حائز اهمیت آنست که واریانس بدست آمده از طریق رابطه (۱۵) برای افق زمانی یک دوره‌ای (یک‌روزه، یک‌ماهه و...) صدق می‌کند. دلیل این موضوع آن است که بازده محاسبه شده، به شکل یک دوره‌ای (مثلاً روزانه) می‌باشد. بنابراین اگر بخواهیم این واریانس را برای چند دوره درنظر بگیریم ماتریس واریانس-کواریانس به صورت زیر خواهد بود:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{2}\sqrt{T_1}\sqrt{T_1} & \sigma_{12}\sqrt{T_1}\sqrt{T_2} & \dots & \sigma_{1n}\sqrt{T_1}\sqrt{T_n} \\ \sigma_{21}\sqrt{T_2}\sqrt{T_1} & \sigma_{22}^2\sqrt{T_2}\sqrt{T_2} & \dots & \sigma_{2n}\sqrt{T_2}\sqrt{T_n} \\ & \vdots & & \\ \sigma_{n1}\sqrt{T_n}\sqrt{T_1} & \sigma_{n2}\sqrt{T_n}\sqrt{T_2} & \dots & \sigma_{nn}^2\sqrt{T_n}\sqrt{T_n} \end{bmatrix} \qquad (۱۶)$$

حال برای محاسبه VaR با استفاده از روش واریانس-کوواریانس ساده و با درنظر گرفتن توزیع نرمال برای بازده دارایی‌ها می‌توان از رابطه (۱۷) استفاده کرد:

$$VaR = F^{-1}(1-\alpha)\sqrt{(V'\Omega V)} \qquad (۱۷)$$

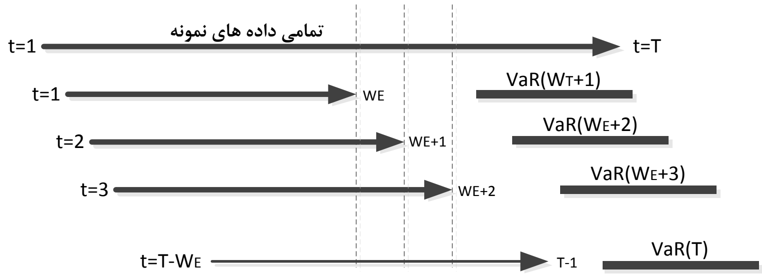
در رابطه (۱۷) مقدار $F^{-1}(1-\alpha)$ را می‌توان از جدول نرمال استاندارد استخراج نمود. همچنین V بردار وزن‌ها و V' ترانهاده آن می‌باشد.

۵- آزمون بازخورد[۶۸] برای ارزش در معرض ریسک

فرض کنید تعداد کل مشاهده‌ها برابر با T باشد. این تعداد از مشاهده‌ها به دو دسته به نام‌های پنجره تخمین[۶۹] (WE) و پنجره آزمون[۷۰] (WT) تقسیم می‌شوند. پنجره تخمین، تعدادی از مشاهده‌های متوالی است که در تخمین ریسک مورد استفاده قرار می‌گیرد. این پنجره در طول دوره مشاهده‌ها به منظور ارائه تخمین‌های گوناگون جابه‌جا می‌شود. طول پنجره آزمون به اندازه کل مشاهده‌ها منهای طول پنجره تخمین است. این پنجره همانطور که از نامش پیداست برای آزمون مدل مورد استفاده قرار می‌گیرد. چگونگی تغییر پنجره تخمین در امتداد کل مشاهده‌ها در شکل (۲) نشان داده شده است.

68 Back test
69 Window of Estimation
70 Window of Testing

شکل ۲: چگونگی تغییر پنجره تخمین در امتداد کل مشاهده‌ها



اکنون چنانچه مقدار بازدهی هر دوره زمانی از مقدار VaR- تخمین زده شده متناظر کمتر باشد در واقع حد VaR نقض شده است در این صورت گفته می‌شود که یک استثناء رخ داده است. این مفهوم در زمان t با تابع مشخصه زیر بیان می‌شود:

$$\eta_t = \begin{cases} 1 & if \quad y_t \le -VaR \\ 0 & if \quad y_t > -VaR \end{cases} \qquad (۱۸)$$

تعداد کل استثناءها نیز به صورت زیر قابل بیان است:

$$\upsilon_1 = \sum_{t=WT+1}^{T} \eta_t \qquad (۱۹)$$

اکنون می‌توان به معرفی نسب نقض[۷۱] به عنوان یکی از ابزارهای مهم آزمون بازخورد پرداخت. فرض کنید که p سطح معنی‌داری در محاسبه مقدار VaR باشد، در این‌صورت نسبت نقض از طریق رابطه (۲۰) تعریف می‌شود:

$$VR = \frac{\upsilon_1}{p \times W_T} \qquad (۲۰)$$

اگر این نسبت بیش از یک باشد مقدار VaR پیش‌بینی‌شده، ریسک را کمتر از مقدار واقعی نشان می‌دهد و اگر کمتر از یک باشد مقدار VaR پیش‌بینی‌شده، ریسک را بیشتر از مقدار واقعی نشان می‌دهد. اما بر اساس آنچه دنیلسون[۷۲] (۲۰۱۱) بیان می‌کند، یک قاعده سر انگشتی برای مقدار نسبت نقض این است که اگر این مقدار در بازده $[0/8\,,1/2]$ قرار بگیرد مدل مقدار ریسک را بطور مناسب پیش بینی کرده است و اگر بیش از ۱/۵ و کمتر از ۰/۵ باشد می‌توان گفت مدل از دقت کافی برخوردار نیست. جهت تحلیل دقیق در این خصوص آزمون‌های آماری

---

[71] Violation Ratio
[72] Danielsson

برای بررسی معنی‌داری نسبت نقض نیاز می‌باشد. بدین منظور، از آزمون پوششی غیر شرطی برنولی[۷۳] استفاده شده است. آزمون پوششی غیر شرطی برنولی، برابری بین سطح معنی‌داری تئوری و احتمال تجربی استثناءها را بررسی می‌کند. در این آزمون فرض می‌شود که متغیر تصادفی وقوع یک نقض در زمان t از توزیع برنولی پیروی می‌کند. فرض صفر این آزمون برابری نسبت نقض تئوری و نسبت نقض تجربی است. به عبارت دیگر:

$$H_0 : p = \hat{p} = \frac{\upsilon_1}{W_T} \tag{۲۱}$$

با انجام محاسبه‌های مربوطه نسبت درستنمایی برای آزمون $p = \hat{p}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود: (کیوپیک[۷۴]، ۱۹۹۵)

$$LR = 2\log(\frac{(1-\hat{p})^{\upsilon_0}\,\hat{p}^{\upsilon_1}}{(1-\mathrm{p})^{\upsilon_0}\,p^{\upsilon_1}}) \overset{asymptotic}{\sim} \chi_1^2 \tag{۲۲}$$

بنابراین در سطح اطمینان ۹۵٪ در صورتی که $\mathrm{LR} > 3/84$ باشد، فرض صفر (برابری نسبت نقض تئوری و نسبت نقض تجربی) رد می‌شود.

در بخش بعدی یک مثال عددی از چگونگی پیاده‌سازی مدل معرفی‌شده ارائه می‌گردد. سپس به تحلیل و مقایسه نتایج پرداخته می‌شود.

۶- یافته‌های پژوهش

۶-۱- داده‌های مورد استفاده

در این مقاله به محاسبه ارزش در معرض ریسک اعتباری سبد سرمایه‌گذاری برای یک شرکت سرمایه‌گذاری حاضر در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته شده است. انتخاب سبد سرمایه‌گذاری با رویکرد حداکثرسازی بازده و حداقل نمودن ریسک (براساس رویکرد مارکوویتز) انجام شده است. همچنین شرکت مذکور بنابر سیاست‌های خود، بر روی شرکت‌هایی با سرمایه بالا و در سه طبقه خودروسازی، نفت و انرژی و برخی شرکت‌هایی که در خلال دو سال اخیر دارای نوسانات قیمت منفی کمتری بوده‌اند، سرمایه‌گذاری کرده است. اطلاعات این شرکت برای سال

---

[73] Bernoulli Unconditional Coverage Test

[74] Kupiec

۱۳۹۳ در دسترس بوده است. این شرکت در سال ۱۳۹۳ بر روی ۳۳ دارایی از بورس اوراق بهادار تهران سرمایه‌گذاری کرده است. به همین دلیل از داده‌های این سال برای محاسبه ارزش درمعرض ریسک استفاده شده است، که نام این دارایی‌ها و سایر اطلاعات از قبیل میزان سرمایه‌گذاری، نسبت سرمایه‌گذاری و تعداد روزهای نگهداری سهام مذکور به ترتیب از A_1 تا A_{33} در جدول (۱) آمده است. در این جدول میزان سرمایه‌گذاری بر روی هریک از دارایی‌ها بر حسب میلیون ریال براساس اطلاعات شرکت جمع‌آوری شده‌است. همچنین نسبت‌های سرمایه‌گذاری از طریق تقسیم میزان سرمایه‌گذاری بر روی هریک از دارایی‌ها به کل بودجه سرمایه‌گذاری شده برای هر دارایی بدست آمده است. به همین ترتیب تعداد روزهای دراختیارداشتن هر دارایی، از اطلاعات موجود در شرکت جمع‌آوری شده و نسبت نگهداری نیز از طریق تقسیم این مقدار به جمع تعداد روزهای نگهداری تمامی دارایی‌ها بدست آمده است.

جدول ۱: اطلاعات مربوط به دارایی‌ها و مقدار و مدت زمان سرمایه‌گذاری بر روی هریک از آن‌ها

ردیف	نام سهم	نماد	میزان سرمایه‌گذاری (میلیون ریال)	نسبت سرمایه گذاری	تعداد روزهای نگهداری	نسبت نگهداری
A_1	بانک اقتصاد نوین	ونوین	۳/۴۹۴	۰/۰۰۴۷۱	۶۰	۰/۰۱۸۰۲
A_2	داروسازی اکسیر	دلر	۲/۶۸۹	۰/۰۰۳۶۲	۵۲	۰/۰۱۵۶۲
A_3	داروسازی فارابی	دفارا	۹/۸۶۱	۰/۰۱۳۲۸	۲۶	۰/۰۰۷۸۱
A_4	گروه بهمن	خبهمن	۷۶/۴۲۵	۰/۱۰۲۹۳	۲۰۶	۰/۰۶۱۸۶
A_5	ایران خودرو	خودرو	۱۱۶/۳۵۴	۰/۱۵۶۷۱	۲۰۳	۰/۰۶۰۹۶
A_6	ایران خودرو دیزل	خاور	۲۹/۴۰۷	۰/۰۳۹۶۱	۵۶	۰/۰۱۶۸۲
A_7	لوله و ماشین سازی	فلوله	۹/۱۹۸	۰/۰۱۲۳۹	۴۵	۰/۰۱۳۵۱
A_8	لوله سازی سدید	فسدید	۳۸۳	۰/۰۰۰۵۲	۱۴۴	۰/۰۴۳۲۴
A_9	مارگارین	غمارگ	۴۰	۰/۰۰۰۰۵	۶۰	۰/۰۱۸۰۲
A_{10}	مس شهید باهنر	فباهنر	۱۶/۳۱۴	۰/۰۲۱۹۷	۱۸۵	۰/۰۵۵۵۶
A_{11}	پارس دارو	دپارس	۹/۷۴۳	۰/۰۱۳۱۲	۶۰	۰/۰۱۸۰۲
A_{12}	پارس خودرو	خپارس	۵/۴۶۳	۰/۰۰۷۳۶	۲۰۰	۰/۰۶۰۰۶
A_{13}	پارس مینو	غپینو	۲/۶۸۸	۰/۰۰۳۶۲	۱۱۲	۰/۰۳۳۶۳
A_{14}	پتروشیمی اراک	شاراک	۱۶/۹۷۶	۰/۰۲۲۸۶	۶۰	۰/۰۱۸۰۲
A_{15}	پتروشیمی اصفهان	شصفها	۳۶/۱۸۹	۰/۰۴۸۷۴	۴۶	۰/۰۱۳۸۱
A_{16}	پتروشیمی خارک	شخارک	۶۶/۴۲۳	۰/۰۸۹۴۶	۵۸	۰/۰۱۷۴۲
A_{17}	سایپا	خساپا	۸۱/۴۷۷	۰/۱۰۹۷۴	۲۱۴	۰/۰۶۴۲۶
A_{18}	سایپا دیزل	خکاوه	۲۴/۹۶۱	۰/۰۳۳۶۲	۱۰۹	۰/۰۳۲۷۳
A_{19}	صنعتی بهشهر	غبشهر	۱۳۵	۰/۰۰۰۱۸	۶۰	۰/۰۱۸۰۲
A_{20}	سرمایه گذاری بهمن	وبهمن	۳۲/۹۷۸	۰/۰۴۴۴۲	۲۰	۰/۰۰۶۰۱
A_{21}	سرمایه گذاری بانک ملی	وبانک	۷۳/۴۴۹	۰/۰۹۸۹۳	۱۷۸	۰/۰۵۳۴۵

A_{22}	سرمایه گذاری غدیر	وغدیر	۱۱/۶۴۵	۰/۰۱۵۶۸	۱۵۶	۰/۰۴۶۸۵
A_{23}	سیمان فارس و خوزستان	سفارس	۶/۱۵۸	۰/۰۰۸۲۹	۱۰۸	۰/۰۳۲۴۳
A_{24}	سیمان غرب	سغرب	۱۱/۴۷۷	۰/۰۱۵۴۶	۲۷	۰/۰۰۸۱۱
A_{25}	سیمان ایلام	سیلام	۱/۰۵۷	۰/۰۰۱۴۲	۱۲۹	۰/۰۳۸۷۴
A_{26}	سیمان کرمان	سکرما	۹/۹۴۴	۰/۰۱۳۳۹	۴۵	۰/۰۱۳۵۱
A_{27}	سیمان شاهرود	سرود	۸/۹۸۵	۰/۰۱۲۱۰	۳۷	۰/۰۱۱۱۱
A_{28}	سیمان شمال	سشمال	۸۹۹	۰/۰۰۱۲۱	۱۱۵	۰/۰۳۴۵۳
A_{29}	سرمایه گذاری ملی	ونیکی	۱۵/۷۹۳	۰/۰۲۱۲۷	۳۳	۰/۰۰۹۹۱
A_{30}	سرمایه گذاری صندوق بازنشستگی	وصندوق	۲۴/۵۱۲	۰/۰۳۳۰۱	۱۷۶	۰/۰۵۲۸۵
A_{31}	توسعه صنایع بهشهر	وبشهر	۸۸۷	۰/۰۰۱۱۹	۶۰	۰/۰۱۸۰۲
A_{32}	تراکتورسازی	تایرا	۱۱/۰۹۵	۰/۰۱۴۹۴	۸۱	۰/۰۲۴۳۲
A_{33}	زامیاد	خزامیا	۲۵/۳۶۷	۰/۰۳۴۱۷	۲۰۹	۰/۰۶۲۷۶

مأخذ: محاسبات محقق

سطح اطمینان برای محاسبه ارزش در معرض ریسک برابر با ۹۵٪ (α=۰/۰۵) درنظر گرفته شده است. همچنین متغیر بازده سهام فازی مثلثی فرض شده است. دلیل درنظر گرفتن بازده دارایی‌ها به شکل اعداد فازی مثلثی، ساده بودن در برآورد پارامترهای این اعداد می‌باشد. به‌طوری‌که استفاده از نظر خبرگان در برآورد این پارامترها، به دلیل ملوس بودن آنها برای خبرگان ساده‌تر از سایر اعداد فازی همچون اعداد فازی ذوزنقه‌ای می‌باشد. برای مثال استفاده از نظر خبرگان برای برآورد پارامترهای اعداد فازی مثلثی می‌تواند به شکل حداقل بازده ممکن، محتمل‌ترین بازده ممکن و حداکثر بازده ممکن قابل بیان باشد. درنهایت، برای به‌دست آوردن بازده دارایی‌ها به وسیله اعداد فازی مثلثی از سه عامل داده‌های تاریخی، روندهای اخیر داده‌ها و هم‌چنین نظر کارشناسان بر اساس صورت‌های مالی استفاده شده است. براین اساس، حداقل مقدار فوق برای یک دارایی به عنوان پارامتر اول (r_1) و حداکثر مقدار سه عامل فوق به عنوان پارامتر سوم عددفازی مثلثی (r_3) مربوط به بازده هریک از دارایی‌ها درنظر گرفته شده‌است. برای بدست آوردن پارامتر دوم(r_2) نیز میانگین پارامترهای اول و سوم و همچنین نظر کارشناسان خبره شرکت مورد توجه قرار گرفته‌است. لازم به ذکر است که بازده‌ها به صورت روزانه مورد بررسی قرار گرفته و با استفاده از رابطه (۱۳) ارزش در معرض ریسک اعتباری محاسبه گردیده‌است. اما سوال اساسی این است که طول پنجره زمانی برای محاسبه پارامترهای فازی چقدر باید باشد؟ واضح است که هرچه طول دوره زمانی بیشتر باشد مقدار پارامترهای فازی با این روش بیشتر شده و در نتیجه اندازه ارزش در

معرض ریسک تخمین‌زده شده، بیشتر می‌گردد. برای پاسخ به این سوال، ابتدا پارامترهای فازی از طریق دو پنجره زمانی ۶ ماهه و ۴ ماهه تخمین زده شده‌است. سپس به تخمین ارزش در معرض ریسک پرداخته و از طریق آزمون بازخورد اقدام به تحلیل ارزش در معرض ریسک شده‌است و پنجره زمانی مناسب برای تخمین پارامترهای فازی بدست آمده‌است. علاوه بر این روش فازی، ارزش در معرض ریسک برای این شرکت از طریق روش واریانس-کوواریانس ساده و به کمک رابطه (۱۷) تخمین زده شده‌است، تا در نهایت به کمک آزمون بازخورد بهترین روش تخمین انتخاب گردد.

۶-۲- نتایج محاسباتی

پیاده‌سازی مدل توسعه داده‌شده بر مبنای نظریه اعتبار فازی، با دو پنجره زمانی ۶ ماهه و ۴ ماهه برای برآورد پارامترها و همچنین پیاده‌سازی مدل واریانس-کوواریانس ساده، نتایج زیر را برای دارایی‌های سرمایه‌گذاری شده در شرکت سرمایه‌گذاری به همراه داشته است. این نتایج در قالب جدول (۲) ارائه گردیده است.

جدول ۲: نتیجه تخمین ارزش در معرض ریسک

مقدار ارزش در معرض ریسک (میلیارد ریال)	ارزش سبد سرمایه‌گذاری (میلیارد ریال)	درصد ارزش در معرض ریسک	مدل
۹۷/۹۳۷۷۴۵	۳۷۰/۱۳۳۹۶۲	۲۶/۴۶	نظریه اعتبار فازی با پنجره تخمین ۶ ماهه برای پارامترها
۸۲/۸۷۲۹۹۴	۳۷۰/۱۳۳۹۶۲	۲۲/۳۹	نظریه اعتبار فازی با پنجره تخمین ۴ ماهه برای پارامترها
۹۸/۹۳۶۸۰۸	۳۷۰/۱۳۳۹۶۲	۲۶/۷۳	روش واریانس-کوواریانس ساده

مأخذ: محاسبات محقق

همان‌طور که از جدول بالا مشاهده می‌شود، بیشترین میزان VaR مربوط به روش واریانس-کوواریانس ساده بوده و کمترین مقدار آن با روش توسعه داده شده بر مبنای نظریه اعتبار فازی با پنجره تخمین ۴ ماهه برای پارامترها می‌باشد. اما برای سنجش میزان دقت در تخمین ارزش در معرض ریسک، آزمون بازخورد نیاز می‌باشد. پس از انجام ۱۹۸ آزمون بازخورد منفرد، تعداد تخطی از VaR با درنظر گرفتن فاصله اطمینان ۹۵٪ برای روش نظریه اعتبار فازی با پنجره تخمین ۶ ماهه برای پارامترها، برابر ۴ عدد، برای همین روش با پنجره تخمین ۴ ماهه برای پارامترها، ۱۱ عدد و روش واریانس-کوواریانس ساده نیز برابر ۴ عدد بدست آمده‌است و لیکن مقداری که

توسط فاصله اطمینان پیش‌بینی می‌شود برابر ۹/۹ = ۱۹۸ × ۰/۰۵ می‌باشد. با توجه به این موارد به نظر می‌رسد روش نظریه اعتبار فازی با پنجره زمانی ۶ ماهه و همچنین روش واریانس-کوواریانس ساده ارزش در معرض ریسک را برای این شرکت بیشتر از حد واقعی تخمین می‌زنند و اصطلاحاً بیش از حد محافظه‌کارانه می‌باشند. اما روش نظریه اعتبار فازی با پنجره زمانی ۴ ماهه نتایج نسبتاً خوبی از آزمون بازخورد در تخمین ارزش در معرض ریسک می‌دهد. این نتایج در جدول (۳) خلاصه شده‌است.

جدول ۳: نتایج حاصل از آزمون بازخورد برای ارزش در معرض ریسک

نتیجه آزمون پوشش غیرشرطی	درجه آزادی مربع کای	سطح اطمینان	تعداد مشاهده	تعداد تخطی از VaR	مدل
رد می‌شود	۱	٪۹۵	۱۹۸	۴	نظریه اعتبار فازی با پنجره تخمین ۶ماهه برای پارامترها
پذیرفته می‌شود	۱	٪۹۵	۱۹۸	۱۱	نظریه اعتبار فازی با پنجره تخمین ۴ماهه برای پارامترها
رد می‌شود	۱	٪۹۵	۱۹۸	۴	روش واریانس-کوواریانس ساده

مأخذ: محاسبات محقق

همان‌طور که اشاره شد، نتایج حاکی از آن است که با توجه به نوسان‌های شدید بازار در سال ۱۳۹۳ استفاده از دوره زمانی ۴ ماهه در تخمین پارامترهای فازی بهتر از دوره‌های زمانی دیگر عمل می‌کند. بنابراین می‌توان گفت میزان ارزش در معرض ریسک پرتفوی دارایی‌های مورد بررسی، برابر با ٪۲۲/۳۹ می‌باشد و از آنجا که ارزش کل سبد سرمایه‌گذاری برابر ۳۷۰/۱۳۳۹۶۲ میلیارد ریال است، ارزش در معرض ریسک این شرکت برابر ۸۲/۸۷۲۹۹۴ ریال تخمین زده می‌شود.

۷- نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله به بررسی ارزش در معرض ریسک تحت نظریه اعتبار فازی پرداخته شد. ارزش در معرض ریسک یکی از روش‌های اندازه‌گیری ریسک نامطلوب می‌باشد که تحقیقات زیادی در رابطه با اندازه‌گیری آن با استفاده از روش‌های مختلف صورت گرفته است. اما از آنجا که در دنیای واقعی بازده دارایی‌ها و به دنبال آن ریسک آن‌ها در محیطی غیرقطعی تحقق پیدا می‌کند، محیط‌های فازی می‌تواند نمایانگر خوبی برای این شرایط غیرقطعی باشد. یکی از مباحث نوین در محیط فازی نظریه اعتبار

می‌باشد که به دلیل برخورداری از ویژگی‌هایی مطلوب، می‌تواند معیار خوبی برای اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک باشد. در ابتدا به بررسی مختصری از مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری پرداخته شد و سنجه‌های مختلف ریسک در این مسائل مختصراً تشریح گردید. سپس نظریه اعتبار فازی و ویژگی‌های آن مورد بررسی قرار گرفت و رابطه جامعی برای ارزش درمعرض ریسک به وسیله این نظریه بدست آمد. در بخش بعدی با استفاده از توزیع اعتبار فازی برای اعداد فازی مثلثی این رابطه به صورت خاص برای این اعداد در دو حالت $\alpha < ۰/۵$ و $\alpha \geq ۰/۵$ بدست آمد. همچنین برای آن‌که امکان مقایسه این روش با سایر روش‌ها فراهم گردد، در قسمت بعدی ابتدا روش واریانس-کوورایانس ساده تشریح شده و سپس آزمون بازخورد برای ارزش در معرض ریسک بیان گردید. در نهایت نیز ارزش درمعرض ریسک به‌صورت عددی برای یک شرکت سرمایه‌گذاری که در سال ۱۳۹۳ در ۳۳ دارایی از بورس اوراق بهادار تهران سرمایه‌گذاری کرده بود، به وسیله سه روش محاسبه گردید. بدین منظور بازده دارایی‌ها به صورت اعداد فازی مثلثی با دو افق زمانی ۶ ماهه و ۴ ماهه تخمین زده شده و ارزش در معرض ریسک برای این دو افق زمانی به‌دست آمد. سپس ارزش در معرض ریسک به وسیله روش واریانس-کوواریانس ساده برای همین داده‌ها محاسبه گردید. در نهایت از آزمون پوششی غیر شرطی برنولی برای مقایسه این سه روش استفاده گردید. نتایج حاکی از آن بود که روش نظریه اعتبار فازی با پنجره زمانی ۴ ماهه بهترین تخمین را از ارزش در معرض ریسک می‌دهد. این مقدار برابر ۲۲/۳۹ ٪ و به ارزش ۸۲/۸۷۲۹۹۴ میلیارد ریال بدست آمد. به‌طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که از آنجا که شرایط بازار در سال مورد بررسی پرتلاطم بوده است، پنجره زمانی ۴ ماهه مقدار ارزش در معرض ریسک را دقیق‌تر تخمین میزند. به عبارت بهتر اگر پیش‌بینی‌های اقتصادی حاکی از شرایط نابسامان بازار در دوره‌زمانی آتی باشد، پنجره‌های زمانی کوتاه‌تر همچون ۴ ماهه، نتایج بهتری را در تخمین ارزش در معرض ریسک به دنبال دارد. به‌طور مشابه هرچه پیش‌بینی‌های اقتصادی حاکی از ثبات بیشتر بازار در دوره زمانی آتی باشد، پنجره‌های زمانی بلندتر همچون ۶ ماهه می‌تواند تخمین دقیق‌تری ارائه دهد. همچنین سایر روش‌ها همچون روش واریانس-کوواریانس ساده به دلیل حجم زیاد محاسبه‌ها و فروض محدودشونده‌ای مانند درنظر گرفتن توزیع نرمال برای بازده دارایی‌ها، نسبت به روش معرفی‌شده در اولویت پایین‌تری قرار می‌گیرد.

فهرست منابع:

Almeida, R.J. & U. Kaymak. (2009). Probabilistic Fuzzy Systems in Value-At-Risk Estimation. Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management, 16(1-2): 49-70.

Balthazar, L. (2006). From Basel 1 to Basel 3. In From Basel 1 to Basel 3: The Integration of State-of-the-Art Risk Modeling in Banking Regulation (pp. 209-213). Palgrave Macmillan UK.

Daníelsson, J. (2011). Financial risk forecasting: the theory and practice of forecasting market risk with implementation in R and Matlab (Vol. 588). John Wiley & Sons.

De Cooman, G. (1997). Possibility Theory I: the Measure-and integral-Theoretic Groundwork. International Journal of General Systems, 25(4): 291-323.

Dubois, D. & H. Prade. (2012). Possibility Theory: An Approach to Computerized Processing of Uncertainty. Springer Science & Business Media.

Embrechts, P., A. McNeil & D. Straumann. (2002). Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls. Risk Management: Value at Risk and Beyond, 176-223.

Fama, E.F. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices. The journal of Business, 38(1): 34-105.

Gupta, P., M.K. Mehlawat, M. Inuiguchi & S. Chandra. (2014). Fuzzy Portfolio Optimization. Studies in Fuzziness and Soft Computing, 316.

Heyde, C.C. (1999). A Risky Asset Model with Strong Dependence Through Fractal Activity Time. Journal of Applied Probability, 1234-1239.

Hosking, J., G. Bonti & D. Siegel. (2000). Beyond the Lognormal. RISK-London-Risk Magazine Limited-, 13(5): 59-62.

Huang, C. & C. Moraga. (2002). A Fuzzy Risk Model and Its Matrix Algorithm. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 10(04): 347-362.

Huang, X. (2010). What Is Portfolio Analysis. In Portfolio Analysis (pp. 1-9). Springer Berlin Heidelberg.

Katagiri, H., T. Uno, K. Kato, H. Tsuda & H. Tsubaki. (2014). Random Fuzzy Bilevel Linear Programming Through Possibility-Based Value at Risk Model. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 5(2): 211-224.

Kaufman, A. & M.M. Gupta. (1991). Introduction to Fuzzy Arithmetic. Van Nostrand Reinhold Company.

Klir, G. & B. Yuan. (1995). Fuzzy Sets and Fuzzy Logic (Vol. 4). New Jersey: Prentice hall.

Koenig, M. & J. Meissner. (2015). Value-at-Risk Optimal Policies for Revenue Management Problems. International Journal of Production Economics, 166: 11-19.

Konno, H. & H. Yamazaki. (1991). Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market. Management Science, 37(5): 519-531.

Kupiec, P. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models. The Journal of Derivatives, 3: 73-84.

Lee, L.W. & S.M. Chen. (2008). Fuzzy Risk Analysis Based on Fuzzy Numbers with Different Shapes and Different Deviations. Expert Systems with Applications, 34(4): 2763-2771.

Liu, B. (2006). A Survey of Credibility Theory. Fuzzy Optimization and Decision Making, 5(4): 387-408.

Liu, B. (2007). Uncertainty Theory, 2nd.

Liu, B. (2004). Uncertainty Theory: An Introduction to its Axiomatic Foundations.

Liu, B. & B. Liu. (2002). Theory and Practice of Uncertain Programming (pp. 78-81). Heidelberg: Physica-verlag.

Liu, B. & Y.K. Liu. (2002). Expected value of Fuzzy Variable And Fuzzy Expected Value Models. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 10(4): 445-450.

Liu, Y. & J. Gao. (2007). The Independent of Fuzzy Variables in Credibility Theory and Its Applications. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 15: 1-20.

Mandelbrot, B.B. (1997). The Variation of Certain Speculative Prices. InFractals and Scaling in Finance (pp. 371-418). Springer New York.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. The journal of Finance, 7(1): 77-91.

McNeil, A.J. & R. Frey. (2000). Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach. Journal of empirical finance, 7(3): 271-300.

Moussa, A.M., J.S. Kamdem & M. Terraza. (2014). Fuzzy Value-at-Risk and Expected Shortfall for Portfolios with Heavy-Tailed Returns. Economic Modelling, 39: 247-256.

Nahmias, S. (1978). Fuzzy variables. Fuzzy Sets and Systems, 1(2): 97-110.

Peng, J. (2008). Measuring Fuzzy Risk by Credibilistic Value at Risk. InInnovative Computing Information and Control, 2008. ICICIC'08. 3rd International Conference on (pp. 270-270). IEEE.

Peng, J. (2011). Credibilistic Value and Average Value at Risk in Fuzzy Risk Analysis. Fuzzy Information and Engineering, 3(1): 69-79.

Rachel, C., H. Ronald & K. Kess. (1999). Optimal Portfolio Selection in a Value-at Risk Frame Work, Journal of Banking and Finance, 25: 117.

Wang, B., S. Wang & J. Watada. (2011a). Fuzzy-Portfolio-Selection Models with Value-at-Risk. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 19(4): 758-769.

Wang, S. & J. Watada. (2011b). Two-Stage Fuzzy Stochastic Programming with Value-at-Risk Criteria. Applied Soft Computing, 11(1): 1044-1056.

Whitworth, B. L. (2003). U.S. Patent No. 6,622,129. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.

Xu, D. & U. Kaymak. (2008). Value-at-Risk Estimation by Using Probabilistic Fuzzy Systems. In Fuzzy Systems, 2008. FUZZ-IEEE 2008.(IEEE World Congress on Computational Intelligence). IEEE International Conference on (pp. 2109-2116). IEEE.

Xu, Z., S. Shang, W. Qian & W. Shu. (2010). A Method for Fuzzy Risk Analysis Based on the New Similarity of Trapezoidal Fuzzy Numbers. Expert Systems with Applications, 37(3): 1920-1927.

Zimmermann, H.J. (1996). Fuzzy Control. In Fuzzy Set Theory and Its Applications (pp. 203-240). Springer Netherlands.