Vol. 12, No. 48, Winter (2024)

مطالعات اقتصادی کاربردی ایران
Quarterly Journal of Applied Economics Studies, Iran (AESI)

Applied Economics Studies, Iran (AESI)
P. ISSN:2322-2530 & E. ISSN: 2322-472X
Journal Homepage: https://aes.basu.ac.ir/
Scientific Journal of Department of Economics, Faculty of Economic and Social Sciences, Bu-Ali Sina University, Hamadan, Iran.
Publisher: Bu-Ali Sina University. *All rights reserved.*
Copyright©2022, The Authors. This open-access article is published under the terms of the ***Creative Commons****.*

Bu-Ali Sin University

The Impact of Population Growth on Economic Growth with the Assumption of Simultaneous Endogeneity of Population and Technology

Ali-Hossein Ostadzad[1]

Type of Article: Research
https://dx.doi.org/10.22084/AES.2023.28321.3633
Received: 2023.09.20; Accepted: 2023.11.13
Pp: 9-38

Abstract

Demographic discussions as well as studies in the field of economic growth are among the oldest economic topics. Despite a wide range of theoretical and empirical research, economists and demographers have not yet reached a single point of view on the relationship between economic growth and population. Countries with rapidly growing populations tend to have low economic growth rates. This negative relationship is usually not shown in different studies. What social welfare theory can argue that the population of Iran is under or overhead of optimal value? In literature, most studies focus specifically on exogenous population changes. Endogenous population changes in an endogenous growth model have been hypothesized only in restricted studies. The production function in the Ramsey model is generally a function of capital, labor and technology (knowledge level). In the developed model, the population is assumed to be endogenous in the Ramsey model. Also we assumed the technology level is a function of the population as a sigmoid function. So in this study, technology is endogenous. The dynamic problem is solved (Bellman function formed and optimal solution of this objective function was found) and optimal population growth rate is calculated in extended Ramsey growth model with simultaneous endogenous population growth rate and technology level. The optimal population growth rate for the Iranian economy is 2%. However, according to the Iran Statistics Center, the population growth rate was 1.1 percent in 2018. A lower population size than optimal can have negative effects on social welfare in the long run. Therefore, the government should implement appropriate population policies to achieve the optimal population growth rate of 2%.

Keywords: Technology level, Optimal Population Growth Rate, Endogenous Growth Models, Bellman Equation.

JEL Classification: O47, O11, P23, R23.

1. Assistant Professor, Department of Energy Engineering, University of Larestan, Larestan, Iran.
Email: a.ostadzad@lar.ac.ir

Citations: Ostadzad, A. H., (2024). "The Impact of Population Growth on Economic Growth with the Assumption of Simultaneous Endogeneity of Population and Technology". *Journal of Applied Economics Studies in Iran,* 12(48): 9-38. doi: 10.22084/aes.2023.28321.3633
Homepage of this Article: https://aes.basu.ac.ir/article_5470.html?lang=en

1. Introduction

Population growth rate in both developing and industrialized countries is acknowledged as a vital factor influencing sustainable economic development. Population issues and studies on economic growth are some of the oldest subjects in economics. In order to explore the relationship between economic growth and population growth, three main perspectives have been presented in this subject's literature: optimistic perspective, pessimistic perspective, and neutral perspective. The optimistic perspective views population growth as a fuel for economic performance. This may be the result of knowledge production or changes in production technology. The optimistic perspective is also supported by theoretical foundations. In contrast, the neutral perspective has empirical foundations. When examining empirical models assessing the impact of population growth on economic growth, additional factors are considered as well. Based on various studies conducted across different nations, little evidence suggests that an increase in population growth will Increase or decrease economic growth. In the majority of empirical studies, population growth has no meaningful effect on economic growth. The pessimistic perspective is likely the most perplexing one. It considers population growth harmful to economic growth and predicts a slowdown in economic development in case of population Increase. Based on examinations, most research focuses on the impact of population growth on economic growth established on empirical models. This is despite the fact that the subject's literature is completely limited when it comes to optimal population growth rate and population changes and particularly focuses on exogenous Population changes. Only a small number of examined studies focus on endogenous Population changes.

This research initially expanded on Ramsey's endogenous growth model while incorporating endogenous population growth. Then by solving the dynamic problem (the formulation of the Bellman function and finding its optimal solution), the study calculated the optimal population growth rate in a steady state. Finally, the effects of the endogenous population growth rate on the economic growth rate have been examined. It is vital to note that among the innovations of this study is the consideration of the technology level as a sigmoid function of the population, meaning that in this study, the level of technology is assumed as dependent on population size. Based on the traits of the sigmoid function, the technology growth rate is initially increasing and eventually decreasing.

2. Purpose and Methodology

The inquiry of the research is based on a fundamental question within the literature and issues of the subject of population. What is the optimal population size and what effects does population growth have on economic growth? Based on which theory of social welfare can it be argued that Iran's population is below or above the optimal amount? To examine and calculate the optimal population, the research has employed the Ramsey model structure. Additionally, the social welfare function is implicitly considered a function of the population growth rate while simultaneously being a direct function of the population. Based on conducted examinations, most studies in the literature on this subject predominantly focus on

exogenous population changes. In only a small number of studies, population changes are assumed as endogenous. In Ramsey's model, production is generally a function of labor, capital, and technology (level of knowledge). In the extended model, in addition to the assumption of the population being endogenous in the Ramsey model, the level of technology is a sigmoid function of the population. Consequently, with these assumptions, technology becomes endogenous as well. This research expands on Ramsey's endogenous growth model. With both population growth and technology being endogenous. The dynamic problem (formulating the Bellman function and finding the optimal solution of this target function) is solved and the optimal population growth rate in steady state was calculated.

3. Conclusion

In accordance with economic theories, the principal feature of developed economies is the continued increase in finished product production (constant economic growth rate) which is driven by economic activities. Consequently, it can be stated that increased labor force productivity is a feature of developed economies. Then the inquiry regarding the effects of population growth on economic development will be focused on subjects such as technological development and capital creation.

Therefore, it can be stated that the population growth rate in developing and industrialized nations is recognized as a vital issue for sustainable economic development. In order to examine the correlation between economic growth and population growth, the literature on the subject has presented three main perspectives. Optimistic perspective, pessimistic perspective and neutral perspective. The optimistic perspective views population growth as a fuel for economic performance. This may be the result of knowledge production or changes in production technology. However, the findings of this research indicate that population growth has not significantly influenced technology growth in Iran's economy. Based on neutral perspectives' regarding various countries around the world, little evidence shows that an increase in population growth will result in an increase or a decrease in economic growth. It could be stated that in most empirical studies, population growth does not have a meaningful effect on economic growth. The pessimistic perspective states that population growth has a negative impact on economic growth and causes a slowdown in economic growth.

Based on the examinations, the majority of studies concentrate on the impact of population growth on economic growth with an empirical model. This is despite the fact that the subject's literature is completely limited when it comes to optimal population growth rate and population changes and particularly focuses on exogenous population changes. Only a small number of examined studies focus on endogenous population changes. It is important to note that among the innovations of this study is the consideration of the technology level as a sigmoid function of the population, meaning that in this study the level of technology is assumed as dependent on population size. Based on the traits of the sigmoid function, the technology growth rate is initially increasing and eventually decreasing.

This research initially expanded on Ramsey's endogenous growth model while incorporating endogenous population growth. Then by solving the dynamic problem (the formulation of the Bellman function and finding its optimal solution), the study calculated the optimal population growth rate in the steady state. The optimal population growth rate for Iran's economy is identified as 2% while the reported population growth rate for Iran in 2018 was recorded at 1.1% according to the Iranian Center of Statistics. A population below the optimal level could have negative effects on social welfare in the long run. A large economy can benefit from specialism in various ways. This is not feasible in smaller and closed economies. A high population could be of vital importance for Iran's economy and cause an increase in production productivity. Therefore, the government must implement appropriate population policies to achieve the optimal population growth rate of 2% per year. Based on the experiences of other nations, financial incentive policies could be employed to stimulate and increase the population growth rate.

Based on the data from 1967-2022, the average long-term realized economic growth for Iran's economy has been calculated as 3.5% (based on GDP data at constant prices of 2016) and the realized population growth has been 2%. With an optimal long-term population growth rate of 2% per year, the optimal long-term economic growth rate of 3.4% should be realized for Iran's economy. The variation between optimal and realized economic growth rates could be attributed to the low influence of population on technology which has decreased the labor force efficiency and has resulted in disparities between optimal and realized economic growth.

Acknowledgments

In the end, the author of this study considers it necessary to thank and appreciate the respected reviewers of the article who have helped a lot to improve the text and also, the research method.

Conflict of Interest

The author declare no conflict of interest.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مطالعات اقتصادی کاربردی ایران
Quarterly Journal of Applied Economics Studies, Iran (AESI)
سال دوازدهم، شمارهٔ ۴۸، پاییز ۱۴۰۲

فصلنامهٔ علمی مطالعات اقتصادیِ کاربردی ایران
شاپای چاپی: ۲۵۳۰-۲۳۲۲؛ شاپای الکترونیکی: ۴۷۲X-۲۳۲۲
وب‌سایت نشریه: https://aes.basu.ac.ir
نشریهٔ گروه اقتصاد، دانشکدهٔ علوم اقتصادی و علوم اجتماعی، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان، ایران

تأثیر رشد جمعیت بر رشد اقتصادی با فرض درون‌زایی هم‌زمان جمعیت و تکنولوژی

علی‌حسین استادزاد[1]

نوع مقاله: پژوهشی
شناسهٔ دیجیتال: https://dx.doi.org/10.22084/AES.2023.28321.3633
تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۶/۲۹، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۲۲
صص: ۳۸-۹

چکیده

با بررسی صورت‌گرفته، اکثر مطالعات در ادبیات موضوع، به‌طور خاص بر تغییرات جمعیتی برون‌زا تمرکز دارند. تنها در تعداد محدودی از مطالعات تغییرات جمعیتی درون‌زا فرض شده است. در الگوی بسط داده شده در این پژوهش علاوه‌بر این‌که جمعیت در الگوی رمزی به‌صورت درون‌زا فرض شده است، سطح تکنولوژی نیز به صورت یک تابع سیگموید تابعی از جمعیت است و عملاً با این فرض تکنولوژی نیز درون‌زا می‌باشد. پس از بسط الگوی رشد درون‌زای رمزی با وجود رشد جمعیت و تکنولوژی درون‌زا به‌صورت هم‌زمان به حل مسأله دینامیکی، (تشکیل تابع بلمن و حل بهینه این تابع هدف) پرداخته و نرخ رشد جمعیت بهینه در حالت پایا محاسبه شده است. با توجه به فروض درنظر گرفته نرخ رشد بهینهٔ جمعیت برای اقتصاد ایران حدود ۲٪ برآورد شده است. با توجه به داده‌های ۱۳۴۶-۱۴۰۱ میانگین بلندمدت رشد اقتصادی تحقق‌یافته برای اقتصاد ایران ۳/۵٪ (براساس داده‌های تولید ناخالص داخلی به قیمت ثابت سال ۱۳۹۵) و رشد جمعیت تحقق‌یافته ۲٪ محاسبه شده است. این درحالی است که با نرخ رشد بهینهٔ جمعیت بلندمدت ۲٪ در سال برای اقتصاد ایران باید نرخ رشد بهینه بلندمدت اقتصادی ۴/۳ محقق گردد. این اختلاف رشد اقتصادی تحقق‌یافته و بهینه می‌تواند به‌دلیل تأثیرپذیری کم تکنولوژی از جمعیت باشد که کارایی نیروی کار را کاهش داده و باعث اختلاف رشد اقتصادی بهینه و تحقق‌یافته شده است.

کلیدواژگان: سطح تکنولوژی، نرخ رشد بهینهٔ جمعیت، الگوی رشد درون‌زا، معادلهٔ بلمن.
طبقه‌بندی JEL: O47, O11, P23, R23.

۱. استادیار گروه مهندسی انرژی، مجتمع آموزش عالی لارستان، لارستان، ایران.
Email: a.ostadzad@lar.ac.ir

ارجاع به مقاله: استادزاد، علی حسین، (۱۴۰۲). «تأثیر رشد جمعیت بر رشد اقتصادی با فرض درون‌زایی هم‌زمان جمعیت و تکنولوژی». فصلنامه مطالعات اقتصادی کاربردی ایران، ۱۲(۴۸): ۹-۳۸. doi: 10.22084/aes.2023.28321.3633
صفحهٔ اصلی مقاله در سامانهٔ نشریه: https://aes.basu.ac.ir/article_5470.html?lang=fa

۱. مقدمه

نرخ رشد جمعیت در کشورهای صنعتی و درحال توسعه به‌عنوان یک موضوع مهم و اصلی برای توسعهٔ اقتصادی پایدار شناخته شده است. این موضوع در تحقیقات دانشگاهی و هم‌چنین در بحث‌های جهانی بسیار موردتوجه بوده است (بلوم و همکاران[۱]، ۲۰۰۸؛ ۲۰۱۰ الف؛ ۲۰۱۰ ب؛ ۲۰۱۱). بحث‌های جمعیتی و هم‌چنین مطالعات در زمینهٔ رشد اقتصادی از قدیمی‌ترین موضوعات اقتصادی است. باوجود طیف وسیعی از تحقیقات نظری و تئوری، اقتصاددانان و جمعیت‌شناسان هنوز به یک دیدگاه واحد درمورد رابطهٔ رشد اقتصادی و جمعیت دست‌نیافته‌اند. کشورهای با سرعت درحال رشد جمعیت میل به داشتن نرخ رشد اقتصادی پایین دارند. این رابطهٔ منفی معمولاً در مطالعات مختلف نشان داده نمی‌شود (حتی در بسیاری از مطالعات به‌صورت رابطهٔ مستقیم تعریف می‌شود). به‌منظور بررسی این موضوع (رابطهٔ رشد جمعیت و رشد اقتصادی)، سه رویکرد اصلی در ادبیات موضوع ارائه شده است: دیدگاه خوش‌بینانه، بدبینانه و بی‌طرفانه. دیدگاه خوش‌بینانه رشد جمعیت را مانند سوخت برای عملکرد اقتصادی می‌داند. این نتیجه ممکن است به‌دلیل تولید دانش[۲] یا تغییر تکنولوژی تولید[۳] باشد (هاوقس[۴] و همکاران، ۲۰۰۵). دیدگاه خوش‌بینانه از پایه‌های تئوری برخوردار می‌باشد. در عوض دیدگاه بی‌طرفانه[۵] از پایه‌های تجربی برخوردار است. در بررسی الگوهای تجربی که تأثیر نرخ رشد جمعیت بر نرخ رشد اقتصادی، عوامل دیگری نیز درنظر گرفته شوند. براساس مطالعات انجام شده برای کشورهای مختلف، شواهد کمی نشان می‌دهد که افزایش رشد جمعیت ممکن است باعث‌شدت یافتن رشد اقتصادی یا کندی رشد اقتصادی شود. می‌توان گفت که در اکثر مطالعات تجربی رشد جمعیت بر رشد اقتصادی تأثیر معناداری ندارد (بلوم و همکاران، ۲۰۰۸). دیدگاه بدبینانه[۶] احتمالاً گیج‌کننده‌ترین دیدگاه ممکن است. این دیدگاه جمعیت را مضر برای رشد اقتصادی می‌داند و بیان می‌کند که افزایش جمعیت رشد اقتصادی را کند خواهد کرد (بارو و بکر[۷]، ۱۹۸۹). تأثیر منفی رشد جمعیت بر رشد اقتصادی از دو کانال کار می‌کند. اولاً در یک اقتصاد با منابع طبیعی ثابت و بدون هر منبع رشد تکنولوژی، فعالیت‌های تولیدی تحت‌تأثیر فشارهای رشد جمعیت قرارگرفته و این می‌تواند نرخ رشد بهره‌وری را کاهش و تولید سرانه (مانند تولید

---

[1]. Bloom et al., 2008

[۲]. در این دیدگاه، جمعیت ورودی (نهاده) فرآیند تولید دانش است، جمعیت بیشتر محققان بیشتر و محققان بیشتر دانش بیشتری تولید می‌کنند. افزایش دانش، کارایی اقتصادی و کارایی اقتصادی تولید را افزایش خواهد داد.

[۳]. رشد جمعیت بیشتر رشد نوآوری را افزایش می‌دهد؛ بنابراین تکنولوژی افزایش‌یافته و کارایی اقتصادی افزایش می‌یابد. با افزایش کارایی، تولید افزایش خواهد یافت. در نتیجه رشد اقتصادی منجر به رشد اقتصادی می‌شود.

[4]. Hughes et al.

[5]. Neutralist view

[6]. Pessimistic

[7]. Barro & Becker

مواد خوراکی) موجود را پایین‌تر از سطح معیشت قرار دهد (پرتنر[1]، ۲۰۱۳). ثانیاً در اقتصاد با رشد جمعیت بالا، بخش بزرگی از سرمایه‌گذاری برای برآورده کردن نیازهای جمعیت رو به رشد استفاده می‌شود، که (کیلی[2]، ۱۹۸۸). این اثر را تقسیم سرمایه‌گذاری نام‌گذاری می‌کند. رشد سرمایه‌گذاری به‌جای افزایش سرمایه‌های طبیعی سرانه، تأثیر منفی‌بر شدت این سرمایه‌ها می‌گذارد (با رشد سرمایه‌گذاری برداشت از منابع طبیعی افزایش خواهد یافت). طرف‌داران این دیدگاه استدلال خود را بر این‌مبنا قرار می‌دهند که افزایش اندازهٔ جمعیت منجر به کاهش منابع تجدیدناپذیر سرانه می‌شود؛ البته ذکر این نکته ضروری است که دیدگاه بدبینانه وجود رشد تکنولوژی و دانش و بهره‌وری را درنظر نمی‌گیرد و در بین اقتصاددانان به‌خصوص در مطالعات حال‌حاضر جایگاهی ندارد.

با بررسی صورت گرفته، اکثر مطالعات بر تأثیر رشد جمعیت بر رشد اقتصادی براساس الگوهای تجربی تمرکز دارند. این درحالی است که در ادبیات موضوع بررسی نرخ رشد بهینهٔ جمعیت و تغییرات جمعیتی کاملاً محدود می‌باشد و در مطالعات بررسی شده، به‌طور خاص بر تغییرات جمعیتی برون‌زا تمرکز دارند. تنها تعداد محدودی از مطالعات ازجمله (رازین و صدکا[3]، ۱۹۹۵) بر تغییرات جمعیتی درون‌زا تمرکز دارند.

در این تحقیق در ابتدا الگوی رشد درون‌زای رمزی باوجود رشد جمعیت درون‌زا بسط داده شده است. سپس با حل مسأله دینامیکی، (تشکیل تابع بلمن و حل بهینهٔ این تابع هدف) نرخ رشد جمعیت بهینه در حالت پایا محاسبه شده است. پس از آن با تحلیل حساسیت صورت گرفته تأثیر پارامترهای الگو بر نرخ رشد بهینهٔ جمعیت مورد بررسی قرار گرفته است. درنهایت نیز تأثیر نرخ رشد جمعیت درون‌زا بر نرخ رشد اقتصادی بررسی شده است. ذکر این نکته ضروری است که از دیگر نوآوری‌های این مطالعه، درنظر گرفتن سطح تکنولوژی به‌صورت یک تابع سیگموید از جمعیت است؛ یعنی در این مطالعه فرض شده است که سطح تکنولوژی به جمعیت وابسته است. با توجه به ویژگی‌های تابع سیگموید رشد تکنولوژی در ابتدا به‌صورت فزاینده و درنهایت به‌صورت کاهنده است. در قسمت مبانی نظری و بسط الگو درمورد این تابع بحث شده است.

در ادامهٔ چارچوب پژوهش به این‌صورت است که در قسمت بعد ادبیات موضوع مورد بررسی قرار گرفته است. پس از آن مبانی نظری و بسط الگو را داریم؛ سپس الگو برای اقتصاد ایران کالیبره شده است. درنهایت نرخ رشد

---

1. Prettner
2. Kelley
3. Razin & Sadka

بهینهٔ جمعیت برای اقتصاد ایران در سناریوهای مختلف محاسبه شده و تحلیل حساسیت برای نرخ رشد جمعیت بهینه براساس پارامترهای مختلف الگو صورت‌گرفته است.

۲. پیشینهٔ پژوهش

در این قسمت به بررسی مطالعات پیشین در زمینهٔ تأثیر رشد جمعیت بر رشد اقتصادی پرداخته شده است. ازطرفی مطالعات محدودی که به محاسبهٔ نرخ رشد بهینه پرداخته‌اند نیز بررسی شده است و درنهایت تفاوت این مطالعه با مطالعات موجود بررسی گردیده است.

پرسش این پژوهش درواقع یک پرسش اساسی در مسائل و ادبیات موضوع جمعیت است؛ اندازهٔ بهینهٔ جمعیت چه مقداری است؟ با کدام نظریهٔ رفاه اجتماعی می‌توان استدلال کرد که جمعیت ایران کمتر از مقدار بهینه است یا بیشتر از این مقدار است؟ همان‌طورکه توسط (داسگوپتا[1]، ۲۰۰۵) بیان شده است، پرسش‌های اثرات بهینه در اندازهٔ جمعیت به دوران باستان باز می‌گردد.

ادبیات اولیهٔ بررسی‌های اقتصادی جمعیت مربوط به (ادگیورث[2]، ۱۹۲۵) می‌باشد؛ او ادعا کرد که استفاده از مطلوبیت‌گرایی (درنظر گرفتن مجموع مطلوبیت‌های هر یک از افراد به‌عنوان تابع رفاه اجتماعی[3]) در محاسبهٔ مقدار جمعیت بسیار مشکل‌ساز است؛ زیرا منجر به انتخاب جمعیت بزرگ‌تر با استاندارد زندگی بسیار پایین می‌شود. برخی از مطالعات موجود در این‌زمینه نیز به‌همین نتیجه رسیده‌اند؛ به‌عنوان مثال (نرلاو و همکاران[4]، ۱۹۸۵)، قدرت بحث «اجورث» را در یک مدل استاتیک ساده با فرض والدین نوع‌دوست آزمون کرده‌اند؛ نتایج این تحقیق نشان‌داد، در صورت افزایش تابع مطلوبیت بزرگ‌سالان با افزایش فرزند افزایش یابد، ادعای اجورث هنوز درست است (پالیواس و ییپ[5]، ۱۹۹۳). با استفاده از یک الگوی دینامیکی نشان‌دادند که ادعای اجورث در چارچوب یک الگوی رشد درون‌زا همراه با تابع تولید AK صحیح نمی‌باشد. در این مطالعه، تعیین نرخ رشد جمعیت بهینه نتیجهٔ برآیند دو فرآیند است. از یک‌طرف، تابع مطلوبیت به‌طور ضمنی تابعی مثبت از نرخ رشد جمعیت است و از طرف دیگر، افزایش جمعیت باعث کاهش سرمایهٔ سرانه و درنتیجه کاهش تولید سرانه و درنهایت کاهش رشد اقتصادی خواهد شد؛ بنابراین، براساس الگوی «پالیوس» و «ییپ» از یک‌طرف جمعیت باعث افزایش رفاه، و از طرف دیگر باعث

---

1. Dasgupta
2. Edgeworth
3. A utilitarian welfare function (also called a Benthamite welfare function)
4. Nerlove et al.
5. Palivos & Yip

کاهش رشد اقتصادی خواهد شد. پالیوس و ییپ اثبات کردند، با فرض تابع رفاه مطلوبیت‌گرا، اندازهٔ جمعیت بهینه پایین‌تر و رشد اقتصادی بالاتر حاصل خواهد شد.

«بوکین» و همکاران[۱] (۲۰۱۳) در یک چارچوب جامع‌تر، در یک الگوی AK نرخ رشد جمعیت را درون‌زا درنظر گرفته‌اند، با فرض درون‌زایی جمعیت در یک الگوی رشد درون‌زا، هر نوع رابطه بین رشد اقتصادی و رشد جمعیتی در تعادل اجازه داده شده است. در الگوهای (بوکن و همکاران[۲]، ۲۰۱۳)، (پالیووس و ییپ[۳]، ۱۹۹۳؛ نرلاو و همکاران[۴] ۲۰۱۴) با توجه به این‌که تابع تولید AK فرض شده است، جمعیت هیچ نقشی در بخش تولید ندارد. به‌صورت مشخص درنظر نگرفتن انسان‌ها در تولید یک فرض اشتباه و بسیار قوی است. حال این پرسش مطرح می‌شود که جمعیت به چه صورت وارد تابع تولید در الگوهای رشد نئوکلاسیکی می‌شود؟

در بیشتر موارد تابع تولید به‌صورت AN درنظر گرفته می‌شود (یعنی تنها سرمایهٔ انسانی در تابع تولید مهم است). «بوکین» و همکاران[۵] (۲۰۱۷ و ۲۰۱۴) نشان‌دادند که نتایج الگوهای AN در حالت پایا به‌شدت به طول عمر انسان‌ها بستگی دارد. اگر طول عمر انسان‌ها به اندازهٔ کافی طولانی باشد، همهٔ نسل‌ها به‌صورت جداگانه مصرف برابری دریافت خواهند کرد؛ بنابراین همهٔ نسل‌ها از تابع رفاه یکسانی برخوردار خواهند شد.

مطالعات بیشتر در زمینهٔ محاسبهٔ نرخ بهینهٔ جمعیت در الگوهای رشد می‌توان به (لیانوس[۶]، ۲۰۱۸)، (گریاوس[۷]، ۲۰۱۹)، (سیمون[۸]، ۲۰۱۹) و (لیانوس و پسیریدیس[۹]، ۲۰۱۶) اشاره نمود.

در مطالعهٔ حاضر به‌منظور بررسی‌های جمعیتی، از ساختار الگوی رمزی استفاده شده است. الگوی رمزی دارای تابع تولید جامع‌تری نسبت به الگوهای AK و AN می‌باشد. تابع تولید در الگوی رمزی در حالت کلی تابعی از سرمایه و نیروی کار (نیروی کار را می‌توان تابعی از جمعیت درنظر گرفت) است. در این مطالعه، علاوه‌بر این‌که جمعیت در الگوی درون‌زای رمزی به‌صورت درون‌زا فرض شده است، سطح تکنولوژی نیز تابعی از جمعیت درنظر گرفته شده است؛ که در قسمت مبانی نظری به بررسی این تابع تولید پرداخته خواهد شد.

---

1. Boucekkine et al., 2013
2. Boucekkine, Camacho et al.
3. Palivos and Yip
4. Nerlove, Razin et al.
5. Boucekkine et al., 2013
6. Lianos
7. Greaves
8. Simon
9. Lianos and Pseiridis

۳. مبانی نظری

در این بخش به بررسی مبانی نظری و بسط الگو پرداخته شده است. در ابتدا در اقتصاد فرضی الگوی این مطالعه دولت نقش برنامه‌ریز اجتماعی را دارد. دولت یا برنامه‌ریز اجتماعی به‌دنبال حداکثرسازی تابع رفاه اجتماعی در طول زمان است؛ بنابراین هدف برنامه‌ریز اجتماعی حداکثرسازی تابع رفاه اجتماعی، آورده شده در رابطه (۱) در مدت T دوره می‌باشد. در این رابطه $U(C_t, N_t)$ تابع مطلوبیت لحظه‌ای می‌باشد، که این تابع مطلوبیت تابعی از مصرف (C_t) در هر دوره t و اندازه جمعیت (N_t) در همان دوره است. $\beta = \frac{1}{1+\rho}$ عامل تنزیل است و ρ نرخ تنزیل می‌باشد.

$$Max \sum_{t=1}^{T} U(C_t, N_t)\beta^t \qquad (۱)$$

در رابطهٔ (۱) تابع مطلوبیت لحظه‌ای می‌تواند شکل‌های متفاوتی داشته باشد. این تابع را می‌توان جدایی‌پذیر و یا جدایی‌ناپذیر فرض نمود. در مطالعهٔ (فیرارا و گویرینی[1]، ۲۰۰۹) تابع مطلوبیت لحظه‌ای به‌صورت جدایی‌ناپذیر ($U(C_t, N_t) = N_t \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}$) درنظر گرفته شده است. این نوع تابع مطلوبیت لحظه‌ای به «تابع رفاه بنتامیت»[2] مشهور می‌باشد. ازطرفی $\frac{1}{\sigma}$ در این رابطه کشش جانشینی بین دوره‌ای می‌باشد. ویژگی این نوع تابع جدایی‌ناپذیر این است که تغییرات مطلوبیت ناشی از مصرف در هر دوره تابعی از جمعیت نیز می‌باشد. هم‌چنین تغییرات مطلوبیت ناشی از تغییرات جمعیتی تابعی از مصرف همان دوره است. در این تحقیق فرض می‌کنیم که مطلوبیت نهایی نسبت به مصرف در هر دوره تنها تابعی از مصرف باشد و با افزایش مصرف کاهش‌یابد؛ هم‌چنین فرض دیگر نیز این می‌باشد که مطلوبیت نهایی نسبت به جمعیت نیز تنها تابعی از جمعیت همان دوره باشد. با این فرض تابع مطلوبیت لحظه‌ای به‌صورت جدایی‌پذیر درنظر گرفته شده است. این تابع مطلوبیت در رابطه (۲) آمده است.

$$U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \Theta \frac{N_t^{1-\tau}}{1-\tau} \qquad (۲)$$

در این پژوهش یک نوآوری در تابع مطلوبیت لحظه‌ای به‌وجود آورده که در مطالعات پیشین این نوآوری مشاهده نشده است. در رابطه (۲) پارامتر Θ مشخص‌کننده تأثیرگذاری جمعیت بر مطلوبیت لحظه‌ای است (در اکثر مطالعات

---

[1]. Ferrara and Guerrini
[2]. Benthamite welfare function.

این پارامتر برابر با ۱ فرض شده است). با درنظر گرفتن این پارامتر، تأثیر جمعیت بر رفاه اجتماعی از قبل مشخص نیست.

در صورتی‌که $\Theta > 0$ باشد اثر جمعیتی بر مطلوبیت مثبت و با $\Theta < 0$ اثر جمعیتی بر مطلوبیت منفی است. در صورتی‌که $|\Theta| > 1$ فرض گردد، نشان‌دهندهٔ این موضوع است که تأثیر جمعیت بر مطلوبیت بیشتر از تأثیر مصرف بر رفاه اجتماعی است چه مثبت و چه منفی). ازطرفی اگر $|\Theta| < 1$ باشد به این معنی است که تأثیر جمعیت بر مطلوبیت جامعه کمتر از اثر مصرف بر رفاه اجتماعی است. حال پرسش اساسی این است که این پارامتر مثبت است یا منفی؟ بزرگ‌تر از یک می‌باشد یا کمتر از یک؟[۱]

با توجه به تابع رفاه اجتماعی لحظه‌ای تعریف‌شده در رابطه (۲)، مطلوبیت نهایی نسبت به مصرف و جمعیت به ترتیب در روابط (۳) و (۴) آورده شده است.

$$U_c = \frac{\partial U}{\partial c} = c_t^{-\sigma} \qquad (۳)$$

$$U_N = \frac{\partial U}{\partial N} = \Theta N_t^{-\tau} \qquad (۴)$$

در ادامه به بررسی تابع تولید خواهیم پرداخت. در این تحقیق تابع تولید، تابعی از سرمایه (K_t)، نیروی کار[۲] (ξN_t) و سطح تکنولوژی (A_t) درنظر گرفته شده است. تغییرات تکنولوژی عامل بسیار مهمی است که تولید را تحت‌تأثیر قرار می‌دهد. به‌گونه‌ای که اگر همهٔ نهاده‌های تولید را ثابت درنظر بگیریم با افزایش دانش و پیشرفت تکنولوژی تولید افزایش خواهد یافت به دو صورت می‌توان تغییرات تکنولوژی را بر تولید به‌حساب آورد؛ ۱. تغییرات تکنولوژی خنثی هیکس[۳] که در مطالعهٔ (دوپی[۴]، ۲۰۰۶) بررسی شده است؛ ۲. تغییرات تکنولوژی که یک نهاده تولید را تقویت می‌کند (کلامپ و همکاران[۵]، ۲۰۰۷). در این مطالعه، تکنولوژی خنثی هیکسی فرض شده است. تابع تولید تابع کاب داگلاس با بازده نسبت به مقیاس متغیر درنظر گرفته شده است. با توجه به مطالعات (اسلاملوئیان و استادزاد، ۲۰۱۶) و (کریمی، ۲۰۱۸) با تقریب خوبی می‌توان تابع تولید کاب داگلاس را برای اقتصاد ایران درنظر

---

۱. برآورد این پارامتر می‌تواند موضوعی برای مطالعات آتی باشد؛ بنابراین موضوعی با عنوان «برآورد پامتر تأثیرگذاری جمعیت بر رفاه اجتماعی» را به مطالعات آتی موکول می‌کنیم.

۲. ذکر این نکته ضروری است که در این پژوهش نیروی کار تابعی خطی (بدون عرض از مبدأ) از جمعیت درنظر گرفته شده است ($L_t = \xi N_t$).

3. Hicks-neutral
4 Dupuy
5 Klump, McAdam et al.

گرفت؛ بنابراین تابع تولید درنظر گرفته شده در این پژوهش به صورت کاب داگلاس فرض‌شده و در رابطه (۵) نشان داده شده است. در این رابطه υ، α و θ به ترتیب کشش تولید نسبت به تکنولوژی، سرمایه و نیروی کار می‌باشد.

$$Y_t = f(A_t, K_t, \xi N_t) = A_t^{\vartheta} K_t^{\alpha} (\xi N_t)^{\theta} \qquad (۵)$$

در بسیاری از مطالعات انجام شده در زمینهٔ رشد اقتصادی سطح تکنولوژی (A_t) با نرخ رشد ثابت ($\frac{\dot{A}}{A} = \gamma \Rightarrow A_t = A_0 e^{\gamma t}$) درنظر گرفته شده است (لئون-لیدیسما و ساتچی[1]، ۲۰۱۹) و (آنزواتیگو و همکاران[2]، ۲۰۱۹).

در مطالعهٔ (کوکیا[3]، ۲۰۱۴) ، رابطهٔ نرخ رشد جمعیت و نرخ رشد نوآوری و تکنولوژی مورد بررسی قرار گرفته است. از دیگر نوآوری‌های پژوهش حاضر این است که در یک الگوی رشد درون‌زا سطح تکنولوژی در هر دوره به‌صورت تابعی از جمعیت درنظر گرفته شده است. استدلال این موضوع، آنجاست که با جمعیت بیشتر احتمال نوآوری بیشتر خواهد شد؛ بنابراین سطح دانش (سطح تکنولوژی) نیز افزایش خواهد یافت؛ بنابراین $A_t = F(N_t)$ می‌باشد. همچنین در این مطالعه تابع تکنولوژی تابعی از جمعیت و به‌صورت یک تابع لوجستیک فرض شده است. با توجه به این تابع لوجستیک سری زمانی و روند رشد تکنولوژی در قسمت یافته‌های تجربی تحقیق برای اقتصاد ایران برآورد شده است. در قسمت یافته‌های پژوهش برآوردی که صورت گرفته است نشان می‌دهد که این تابع برای اقتصاد ایران نیز تابع مناسب و معناداری است.

$$A_t = F(N_t) = \frac{a}{1 + be^{-rN_t}} \qquad (۶)$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

[1]. León-Ledesma and Satchi
[2]. Anzoategui, Comin et al.
[3]. Coccia

رابطه (۶) نشان‌دهندهٔ تابع لوجستیک تکنولوژی نسبت به جمعیت می‌باشد. a,b,r پارامترهای تابع لوجستیک می‌باشد که در این پژوهش برای اقتصاد ایران این پارامترها برآورد شده است. با توجه به تابع تکنولوژی نرخ رشد تکنولوژی در رابطه (۷) آورده شده است.[۱]

$$g_A = \frac{bre^{-rN_t}}{1+be^{-rN_t}} \qquad (۷)$$

همان‌گونه‌که در این رابطه مشاهده می‌شود نرخ رشد تکنولوژی در این پژوهش برخلاف تحقیقات موجود درون‌زا و تابعی از جمعیت هر دوره می‌باشد.

بنابراین شکل کلی تابع تولید که در این مطالعه مورد بررسی قرار خواهد گرفت با ترکیب روابط ۵ و ۶ به‌صورت رابطه (۸) خواهد بود.

$$Y_t = \left(\frac{a}{1+be^{-rN_t}}\right)^{\vartheta} K_t^{\alpha} (\xi N_t)^{\theta} \qquad (۸)$$

در ادامه، تغییرات تولید (تولید نهایی) نسبت به تکنولوژی، سرمایه و نیروی کار به‌ترتیب در رابطهٔ ۹ آمده است.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial A_t} = MP_A = \vartheta \dfrac{Y_t}{A_t} \\ \dfrac{\partial f}{\partial K_t} = MP_K = \alpha \dfrac{Y_t}{K_t} \\ \dfrac{\partial f}{\partial N_t} = MP_L = \theta \dfrac{Y_t}{N_t} + \vartheta \dfrac{Y_t}{A_t}\dfrac{\partial A}{\partial N} \end{cases} \qquad (۹)$$

در این مطالعه فرض می‌شود که درآمد خانوار با تولید کل برابر باشد (تعادل اقتصادی داریم.)؛ بنابراین $Y_t = f(A_t, K_t, \xi N_t)$.

ازطرفی درآمد خانوار یا پس‌انداز می‌شود و یا مصرف خواهد شد. که پس انداز خانوار مستقیم در بنگاه تولیدی سرمایه‌گذاری می‌گردد. پس رابطهٔ تعادلی (۱۰) برای درآمد و مخارج خانوار برقرار خواهد بود.

$$C_t + I_t = f(A_t, K_t, \xi N_t) \qquad (۱۰)$$

---

[1] $A_t = \dfrac{a}{1+be^{-rN_t}} \xrightarrow{takeLog} Ln(A_t) = Ln(a) - Ln(1+be^{-rN_t}) \xrightarrow{takeDiff.} \dfrac{\Delta A_t}{A_t} = 0 + \dfrac{bre^{-rN_t}}{1+be^{-rN_t}}$

بنابراین سرمایه در دورهٔ $t+1$ برابر با مجموع سرمایه و سرمایه‌گذاری در دورهٔ t منهای استهلاک آن دوره خواهد بود. پس رابطهٔ سرمایه برای دورهٔ $t+1$ به‌صورت زیر خواهد بود.

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \qquad (۱۱)$$

با جای‌گزاری رابطه (۱۰) در رابطه (۱۱) و کمکی جابه‌جایی متغیرها رابطهٔ مصرف براساس سرمایه را خواهیم داشت (رابطهٔ ۱۲).

$$C_t = f(A_t, K_t, \xi N_t) + (1-\delta)K_t - K_{t+1} \qquad (۱۲)$$

نرخ رشد جمعیت در این تحقیق درون‌زا درنظر گرفته شده است. رابطه (۱۳) معادلهٔ حرکت جمعیت را نشان می‌دهد.

$$N_{t+1} = (1+n)N_t \qquad (۱۳)$$

با توجه به رابطهٔ بازگشتی جمعیت (رابطه ۱۳) در صورت داشتن جمعیت در دورهٔ صفر (N_0) می توان جمعیت در هر دوره را به‌صورت $N_t = (1+n)^t N_0$ نوشت[1].

با توجه به بررسی صورت‌گرفته تا اینجا به‌طور خلاصه برنامه‌ریز اجتماعی به‌دنبال حداکثرسازی رفاه اجتماعی با توجه به محدودیت‌های زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned}
&\underset{C,N}{Max} \sum_{t=1}^{T} U(C_t, N_t)\beta^t \\
&S.t \\
&K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \qquad (۱۴) \\
&N_{t+1} = (1+n)N_t \\
&C_t + I_t = \left(\frac{a}{1+be^{-rN_t}}\right)^{\vartheta} K_t^{\alpha} (\xi N_t)^{\theta}
\end{aligned}$$

برای حل این مسأله در ابتدا «تابع ارزش بلمن» تشکیل می‌شود؛ تابع ارزش بلمن این فرض را بیان می‌دارد که در سال t تنها برای t+1 تصمیم گرفته خواهد شد؛ بنابراین تابع ارزش بلمن به‌صورت زیر خواهد بود. متغیرهای

---

1. $$N_{t+1} = (1+n)N_t \Rightarrow \begin{cases} N_1 = (1+n)N_0 \\ N_2 = (1+n)N_1 \Rightarrow N_2 = (1+n)^2 N_0 \\ \vdots \\ N_t = (1+n)^t N_0 \end{cases}$$

کنترلی این تابع ارزش K_{t+1}, N_{t+1} می‌باشد؛ یعنی برنامه‌ریز اجتماعی برای مصرف و جمعیت کنونی برای سرمایه و جمعیت دورهٔ t+1 تصمیم‌گیری می‌نماید.

$$\begin{aligned} &V(K_t, N_t) = Max\ \{U(C_t, N_t) + \beta V(K_{t+1}, N_{t+1})\} \\ &S.t \\ &C_t = \left(\frac{a}{1+be^{-rN_t}}\right)^{\vartheta} K_t^{\alpha}(\xi N_t) + (1-\delta)K_t - K_{t+1} \\ &N_{t+1} = (1+n)N_t \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

برای حل این مسأله در ابتدا شروط اولیهٔ بهینه‌سازی[1] و پس از آن قضیهٔ پوش[2] نوشته خواهد شد. با حل و ساده‌سازی معادلات به‌دست آمده نرخ رشد جمعیت محاسبه شده است. حل مسأله بهنیه‌سازی در پیوست آمده است. در این قسمت تنها به بررسی نتایج خواهیم پرداخت.

نتیجهٔ نهایی شروط اولیهٔ بهینه‌سازی و قضیهٔ پوش[3] در رابطه‌های ۱۶ و ۱۷ آمده است.

$$\beta\left\{(c')^{-\sigma}\left(\alpha\frac{Y'}{K'} + (1-\delta)\right)\right\} = C^{-\sigma} \qquad (۱۶)$$

رابطهٔ ۱۶، همان معادلهٔ اویلر است. این رابطه نشان می‌دهد با کاهش یک واحدی مصرف در دورهٔ فعلی (C)، در دورهٔ آتی به اندازهٔ نرخ بهره ($MP_k = \alpha\frac{Y'}{K'}$) منهای استهلاک مصرف افزایش خواهد یافت. در این رابطه عامل تنزیل (β) مصرف دوره‌های مختلف را تنزیل می‌نماید.

$$C'^{-\sigma}\left(\theta\frac{Y'}{N'} + \vartheta Y'\frac{rbe^{-rN'}}{(1+be^{-rN'})}\right) + \Theta(N')^{-\tau} = 0 \qquad (۱۷)$$

با توجه به رابطهٔ پ۲۲، نرخ رشد اقتصادی در حالت پایا به‌صورت رابطهٔ ۱۸ می‌باشد.

$$g^* = \frac{\vartheta\frac{bre^{-rN}}{1+be^{-rN}} + \theta n}{1-\alpha} \qquad (۱۸)$$

با توجه به رابطهٔ ۱۸، نرخ رشد اقتصادی در حالت پایا با نرخ رشد جمعیت (n) و جمعیت (N) رابطهٔ مستقیم دارد.

با توجه به رابطهٔ پ۲۷، معادلهٔ مصرف بلندمدت براساس تولید در رابطهٔ ۱۹ آمده است. همان‌گونه که مشخص است.

---

[1]. First Order Condition
[2]. Envelop theorem

[3]. برای اثبات به پیوست و روابط پ۱۰ و پ ۱۷ رجوع شود.

$$\Rightarrow C=\left(\frac{\theta+be^{-rN}\left(\theta+N\vartheta r\right)}{-\Theta\left(N\right)^{1-\tau}\left(1+be^{-rN}\right)}\right)^{\frac{1}{\sigma}}Y^{\frac{1}{\sigma}} \qquad (۱۹)$$

با فروض ساده‌سازی

$$a_1=be^{-rN} \qquad (۲۰)$$

$$a_2=\frac{\beta\alpha}{\left(g^*+1\right)^{\sigma}-\beta(1-\delta)} \qquad (۲۱)$$

$$a_3=\frac{a}{1+a_1} \qquad (۲۲)$$

$$a_4=\left(a_3\right)^{\vartheta}\left(a_2\right)^{\alpha}\left(\xi N\right) \qquad a_5=1-a_2\left(\delta+g^*\right) \qquad (۲۳)$$

(۲۴)

$$a_6=\theta+a_1\left(\theta+N\vartheta r\right) \qquad (۲۵)$$

$$a_7=\Theta\left(N\right)^{1-\tau}\left(1+a_1\right)\left[a_5\right]^{\sigma} \qquad (۲۶)$$

و با توجه به رابطهٔ پ۳۱، معادله‌ای که برای محاسبهٔ نرخ رشد جمعیت بهینه مورداستفاده قرار می‌گیرد، در زیر آمده است.

$$\left[a_4\right]^{\frac{1-\sigma}{1-\alpha}}+\frac{a_7}{a_6}=0 \qquad (۲۷)$$

که در روابط ۲۰ تا ۲۷: $g^*=\frac{a_1\left(\vartheta r+\theta n\right)+\theta n}{\left(1-\alpha\right)\left(1+a_1\right)}$ می‌باشد.

٤. برآورد پارامترهای الگو و سری زمانی سطح تکنولوژی برای اقتصاد ایران[۱]

در این قسمت به برآورد پارامترهای تابع تولید غیر خطی بررسی شده در رابطهٔ ۸ خواهیم پرداخت $\left(Y_t=\left(\frac{a}{1+be^{-rN_t}}\right)^{\vartheta}K_t^{\alpha}\left(\xi N_t\right)^{\theta}\right)$.

[۱]. این بخش از مطالعه خود می‌تواند به عنوان یک مطالعه کاملا مجزا مورد بررسی قرار گیرد. در اینجا تنها نتایج برآورد پارامترهای تابع تولید مطرح شده است.

برای دستیابی به حل مسائل واقعی اقتصاد، روش‌های حل تصادفی و قطعی[۱] توسعه یافته است. از آنجا که روش‌های حل قطعی مسائل، فروض و محدودیت‌های اساسی نیاز دارند، در بعضی موارد روش‌های قطعی برای حل مسائل دنیای واقعی نامناسب می‌باشند؛ بنابراین روش‌های حل تصادفی به‌عنوان جایگزینی برای حل‌های قطعی توسعه پیدا کرده است. در این مطالعه یک راه‌حل تصادفی جایگزین با عنوان رویکرد الگوریتم ژنتیک (GA) برای برآورد تابع تولید غیرخطی بسط داده شده است. GA روشی مبتنی‌بر تئوری اصل تکامل بوده و به‌طور گسترده در راه‌حل‌های بهینه‌سازی تصادفی مورداستفاده قرار می‌گیرد؛ هم‌چنین الگوریتم‌های ژنتیک (GA) یک برنامه‌نویسی تکاملی (EP) یا استراتژی تکاملی (ES) با کاربرد بهینه‌سازی تصادفی در علوم مختلف می‌باشد. امروزه الگوریتم‌های ژنتیک، شناخته‌شده‌ترین و پرکاربردترین الگوریتم در بین الگوریتم‌های تکاملی هستند.

رابطهٔ کلی الگوهای رگرسیون غیرخطی می‌تواند به‌صورت زیر نوشته شود.

$$Y = f(X,\theta)+\varepsilon \qquad (۲۸)$$

که در رابطه (۲۸)، Y: متغیر وابسته، X: یک بردار (N*1) مربوط به متغیرهای مستقل است، که N تعداد متغیرهای مستقل می‌باشد، θ: بردار پارامترهای غیرخطی و ε: خطای تصادفی می‌باشد.

با توجه به (رویلی[۲]، ۲۰۱۸) و (میخاییل و همکاران[۳]، ۲۰۱۸) الگوهای غیرخطی در مقایسه با الگوهای خطی واقعیت‌های اقتصادی را بهتر نشان می‌دهند؛ بنابراین در بیشتر مدل‌سازی‌های اقتصادی، الگوهای غیرخطی نسبت به الگوهای خطی ترجیح داده می‌شوند. مانند مدل‌های خطی، در تخمین پارامترهای مدل غیرخطی نیز از روش‌های حداقل خطای مربع یا روش حداکثر درست نمایی[۴] می‌تواند استفاده شود. در کارهای تجربی خطا باید یک متغیر تصادفی مستقل با توزیع نرمال و واریانس ثابت باشد (جیاو و همکاران[۵]، ۲۰۱۷) و (استرود و همکاران[۶]، ۲۰۱۷).

در مدل‌های غیرخطی، فضای حل برای کلیهٔ مقادیر ممکن بردار پارامترها، در یک فضای خمیده[۷] تعریف می‌شود. از طرف دیگر، فضای خمیده در مدل‌های خطی با فضای مسطح[۸] تقریب زده می‌شود؛ بنابراین تخمین پارامتر در مدل‌های غیرخطی متفاوت و دشوارتر از مدل‌های خطی است. از آنجا که روش‌های قطعی مورداستفاده

---

1. deterministic and stochastic
2. Ruelle
3. Mikhail, Radi et al.
4. Maximum likelihood
5. Jiao, Venkat et al.
6. Stroud, Stein et al.
7. Curvature space
8. Plane space

در برآورد پارامترهای مدل‌های خطی در حالت‌های غیرخطی کارایی ندارد، باید از روش‌های جایگزین، مانند روش‌های حل عددی استفاده کرد (ویلکو[1]، ۲۰۱۷).

در روش حداقل مربعات خطا[2]، با به حداقل رساندن RSS در معادلهٔ ۲۹، می‌توان پارامترهای مدل رگرسیون غیرخطی را برآورد نمود. برخلاف مدل‌های خطی، روش‌های حل تحلیلی (روش‌های لاگرانژ و دیفرانسیل‌گیری) در برآورد پارامترهای مدل‌های غیرخطی کارایی ندارند؛ بنابراین لازم است از روش‌های جایگزین مانند روش جستجوی عددی تکراری[3] استفاده کنیم.

$$RSS = \sum_{i=1}^{n} [Y_i - f(X_i, \theta)]^2 \qquad (۲۹)$$

برای به‌دست آوردن معادلات قابل برآورد در الگوی رگرسیون غیرخطی فرض شده در رابطهٔ ۲۸، از روش حداقل مربعات خطا (MSE) استفاده خواهد شد. برای حداقل‌سازی مربعات خطا باید از RSS در معادلهٔ ۲۹ با توجه به پارامتر θ مشتق گرفته و برابر با صفر قرار داده شود. از این مرحله به بعد از الگوریتم ژنتیک برای برقرار بودن روابط (۳۰) استفاده خواهد شد.

$$\frac{\partial RSS}{\partial \theta_j} = 0 \qquad j = 1,2,\ldots,N \qquad (۳۰)$$

به‌منظور بررسی دقیق روش برآورد پارامترهای الگوهای غیرخطی با استفاده از الگوریتم ژنتیک به (اسلاملوئیان و استادزاد، ۲۰۱۶) مراجعه فرمایید.

به‌منظور برآورد غیرخطی تابع تولید باید از روش‌های حل عددی پارامترهای الگو را به‌گونه‌ای تعیین شده که تابع ضرر[4] ($RSS = \sum_{t=1346}^{1397} (Y_t - \hat{Y}_t)^2$) حداقل گردد.

به‌منظور آغاز فرآیند حداقل‌سازی RSS، تنظیم متغیرها توسط الگوریتم ژنتیک، یک کروموزوم را به‌صورت آرایه‌ای از مقادیر متغیرها (در اینجا پارامترهای تابع تولید می‌باشد) که تابع هدف براساس این متغیرها باید بهینه شود، تعریف می‌گردد. کروموزوم‌های مسأله مورد بررسی این مطالعه $Chro = (a, b, r, \vartheta, \alpha, \theta, \xi)$ می‌باشد.

ضریب تشخیص (R^2) که میزان خوبی برازش را نشان می‌دهد، توسط رابطهٔ ۳۱، قابل محاسبه است.

---

1. Vîlcu
2. Least square method
3. Iterative numerical search methods
4. Loss Function

$$R^2 = 1 - \sum_{t=1346}^{1397} \frac{\left(Y_t - \hat{Y}_t\right)}{\left(Y_t - \bar{Y}\right)} \qquad (۳۱)$$

که در این رابطه $\hat{Y}_t$ تولید برآورد شده و $\bar{Y}$ میانگین جمعیت بین سال‌های ۱۳۴۶ تا ۱۳۹۷ می‌باشد. تابع هدف الگوریتم ژنتیک با توجه به تعریف RSS در رابطهٔ ۳۲ آمده است.

$$RSS = \sum_{t=1346}^{1397} \left(Y_t - \left(\frac{a}{1+be^{-rN_t}} \right)^{\vartheta} K_t^{\alpha} \left(\xi N_t\right)^{\theta} \right)^2 \qquad (۳۲)$$

با استفاده از الگوریتم ژنتیک، RSS نشان داده شده در رابطه (۳۲) را با توجه به ۷ پارامتر $Chro=(a,b,r,\vartheta,\alpha,\theta,\xi)$ حداقل درنظر گرفته می‌شود. (تنظیمات الگوریتم ژنتیک در پاورقی آمده است[1])؛ درنهایت پس از تکمیل چرخهٔ الگوریتم بسط داده شده، نتایج برآورد در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱: نتایج تخمین الگوی غیرخطی تولید

Tab. 1: The results of estimating the nonlinear model of production

پارامتر	مقدار برآورد شده
a	0.8436
b	0.0004
r	0.9851
ϑ	0.9739
α	0.7079
θ	0.6658
ξ	0.3243
ضریب تشخیص (R^2): .9532	

[1]. Population Type: Double Vector
Population Size: 20
Creation Function: Uniform
Scaling Function: Rank
Selection Function: Stochastic Uniform
Crossover Fraction: 0.80
Mutation: Adaptive Feasible
Crossover Function: Heuristic
Ratio: 2
Migration Direction (Forward, Fraction:1.0, Interval: 20)
Algorithm Settings (Initial Penalty: 10, Penalty Factor: 100)
Hybrid Function: None
Stopping Criteria (Generations: 1000, Time Limit: lnf, Fitness Limit: lnf, Stall Generations: 1000, Stall Time Limit: 20, Function Tolerance: 1e-006, Nonlinear Constraint Tolerance: 1e-006).

در ادامه، مقادیر واقعی تولید و مقادیر برآورد شده توسط الگوی غیرخطی تولید در شکل ۱، رسم شده است. باتوجه به این نمودارها، الگوی توسعه داده شده قدرت بالایی در پیش‌بینی دارد که این به‌دلیل برآورد غیرخطی الگو می‌باشد.

ازطرفی با توجه به مقادیر برآورد شده در این الگو (جدول ۱) و هم‌چنین رابطه تکنولوژی در تابع تولید ($A_t = \frac{a}{1+be^{-rN_t}}$)، مقادیر سطح تکنولوژی در شکل ۲، آمده است. با توجه به محاسبات صورت‌گرفته سطح تکنولوژی بین سال‌های ۱۳۴۶ تا ۱۳۹۷ حدود ۲۰٪ رشد داشته است. در تابع لوجستیک پیشنهاد شده برای سطح تکنولوژی مقدار پارامتر b تأثیرپذیری جمعیت بر سطح تکنولوژی را نشان می‌دهد. در صورتی‌که این پارامتر برابر با صفر شود، عملاً تکنولوژی عدد ثابت و برون‌زا خواهد بود و تابعی از جمعیت نمی‌شود. ولی زمانی‌که این پارامتر مقدار بیشتر از صفر داشته باشد تأثیرپذیری جمعیت بر تکنولوژی را داریم. برای اقتصاد ایران با توجه به جدول ۱، این پارامتر مقدار ۰/۰۰۰۴ محاسبه شده است. این نشان می‌دهد تأثیر جمعیت بر تکنولوژی ناچیز است. البته بررسی تأثیر جمعیت بر تکنولوژی موضوع این تحقیق نمی‌باشد، ولی می‌تواند موضوع بسیار مناسب و جدیدی برای مطالعات آتی باشد. به‌نظر می‌رسد که همین پارامتر را بتوان تابعی از جمعیت درنظر گرفت و برآوردهای آستانه‌ای و تحلیل آستانه‌ای برای آن داشت.

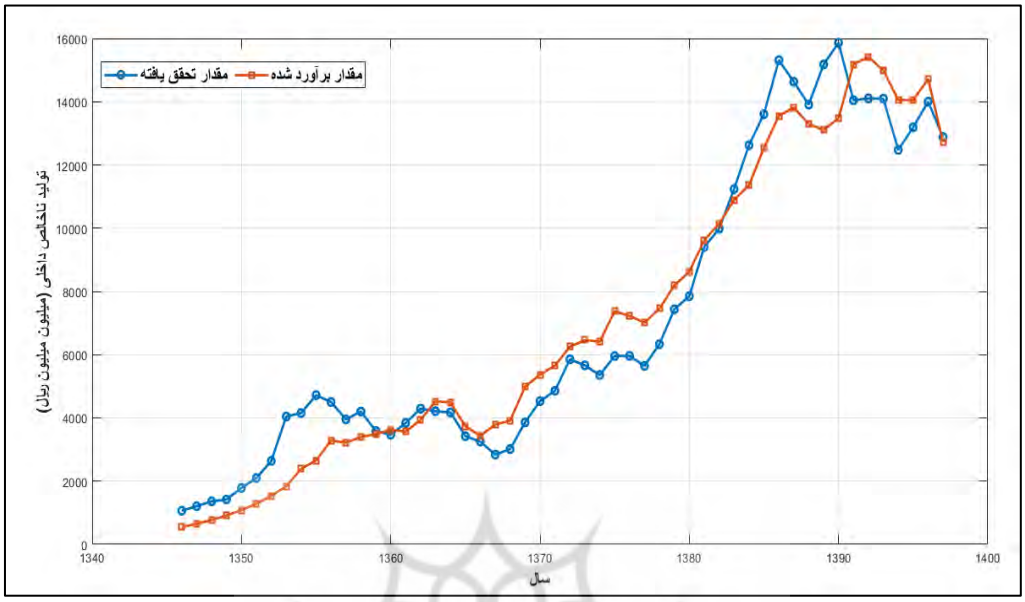
در ادامه به بررسی پارامترهای دیگر الگو پرداخته شده است.

برای پارامتر نرخ تنزیل (ρ) که پارامتر تنزیل به این نرخ بستگی دارد ($\beta = \frac{1}{1+\rho}$) تنوع وسیعی از مقادیر مورداستفاده در مطالعات وجود دارد. در این تحقیق با توجه به ساختار اقتصاد ایران به‌عنوان یک کشور درحال توسعه این پارامتر باید از مقدار نسبتاً بالای برخوردار باشد؛ بنابراین در مطالعهٔ حاضر مقدار پارامتر موردنظر مطابق با مطالعهٔ (عبدولی، ۲۰۰۹) برابر ۰/۰۷۲ درنظر گرفته شده است.

هم‌چنین براساس مطالعه (استادزاد و بهپور، ۲۰۱۵) نرخ استهلاک (δ) برای اقتصاد ایران ۰/۰۳۷ درنظر گرفته شده است.

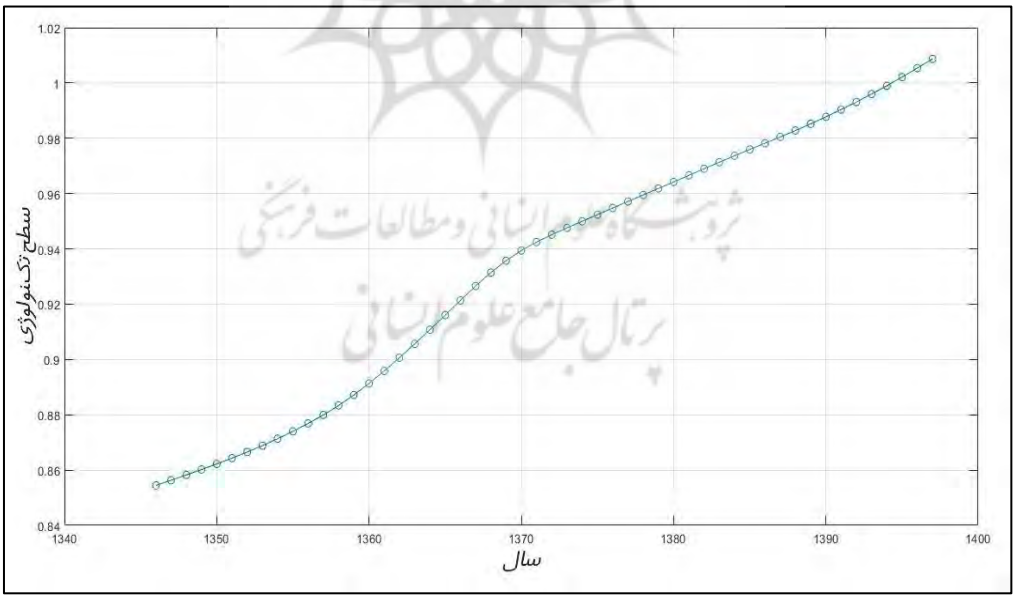
ازطرف دیگر، با توجه به (روشن، ۲۰۱۹)، کشش جانشینی بین دوره‌ای مصرف ($\frac{1}{\sigma}$) بین ۱/۱ تا ۳/۶۶ قرار دارد. بیشتر بودن مقدار کشش جانشینی بین دوره‌ای از یک در الگوی مصرفی ایرانیان، نشان‌دهندهٔ آن است که

آنان به مصرف زمان آینده بیشتر اهمیت می‌دهند. در پژوهش حاضر، این کشش جانشینی برابر با میانگین مقدار گزارش شده توسط روشن (۲۰۱۹)، یعنی ۲/۳ درنظر گرفته شده است.



شکل ۱: تولید ناخالص داخلی واقعی تحقق‌یافته و برآورد شده

Fig. 1: Realized and estimated real GDP



شکل ۲: روند برآورد شده سطح تکنولوژی برای اقتصاد ایران

Fig. 2: The estimated trend of the technology level for Iran's economy

۵. کالیبره کردن الگو برای اقتصاد ایران

در این قسمت با توجه به رابطهٔ ۲۷ ($[a_4]^{\frac{1-\sigma}{1-\alpha}} + \frac{a_7}{a_6} = 0$) و پارامترهای الگو محاسبه شده در بخش قبل به محاسبهٔ نرخ بهینهٔ جمعیت پرداخته شده است[۱]. رابطهٔ ۲۷، یک معادلهٔ کاملاً غیرخطی نسبت به نرخ رشد جمعیت (n) است. برای حل این معادلهٔ غیرخطی از نرم‌افزار متلب استفاده شده است.

همان‌طورکه در قسمت مبانی نظری مطرح شد، برای پارامتر حساسیت مطلوبیت نسبت به جمعیت (Θ) مقدار مشخصی برای اقتصاد ایران محاسبه نشده است؛ بنابراین نرخ رشد بهینهٔ جمعیت را به ازای مقادیر مختلف این پارامتر محاسبه شده است. در شکل (۳) نمودار تحلیل حساسیت نرخ رشد جمعیت بهینه براساس پارامتر حساسیت مطلوبیت نسبت به جمعیت به ازای $-100 < \Theta < 100$ رسم شده است؛ هم‌چنین برای بازهٔ کوچک‌تری از $-1 < \Theta < 1$ در شکل ۴، این تحلیل حساسیت صورت گرفته است؛ با توجه به این دو نمودار نتایج زیر حاصل خواهد شد.

۱. در صورتی‌که $\Theta = 0$ درنظر گرفته شود. یعنی رفاه اجتماعی مستقل از جمعیت باشد. در این‌صورت نرخ رشد بهینهٔ جمعیت نیز برابر با صفر به‌دست آمده است. نیروی کار یکی از عوامل تولید است. افزایش جمعیت و به‌تبع آن نیروی کار تنها زمانی می‌تواند موجب افزایش تولید شود که سرمایهٔ مالی (K) و فنی (A) افزایش‌یابد. اگر این تغییرات اقتصادی تحقق نیابد و روش‌های تولید بدون تغییر باقی بمانند، آنگاه می‌توان انتظار داشت که تولید سرانهٔ نیروی کار کاهش پیدا کند و به‌بیان دیگر رشد تولید کل نمی‌تواند از رشد عرضهٔ نیروی کار پیشی بگیرد. البته اگر نیروی کار ناشی از رشد جمعیت وارد بازار کار نشده یا به‌طور نسبتاً ناقص وارد بازار کار بشود، آنگاه بهره‌وری متوسط نیروی کار کاهش پیدا نمی‌کند. ولی از آنجا که لازم است مقدار ثابتی از محصول تولید شده در بین تعداد بیشتری از جمعیت یک جامعه تقسیم شود سرانهٔ مصرف و بنابراین رفاه اجتماعی کاهش خواهد یافت.

۲. درصورتی‌که $\Theta < 0$ باشد؛ یعنی افزایش جمعیت تأثیر منفی بر رفاه اجتماعی داشته باشد. با توجه به شکل ۳ نرخ رشد جمعیت بهینه در این حالت مثبت می‌باشد. دلیل این امر حاکی از آن است که افزایش جمعیت تأثیری که بر تولید دارد بیشتر از تأثیر منفی‌ای است که بر رفاه اجتماعی دارد. این نشان از این موضوع دارد که با فازایش جمعیت تولید و به‌تبع آن مصرف افزایش خواهد یافت؛ در نتیجه، اثر منفی تأثیر جمعیت بر رفاه کاهش خواهد یافت.

---

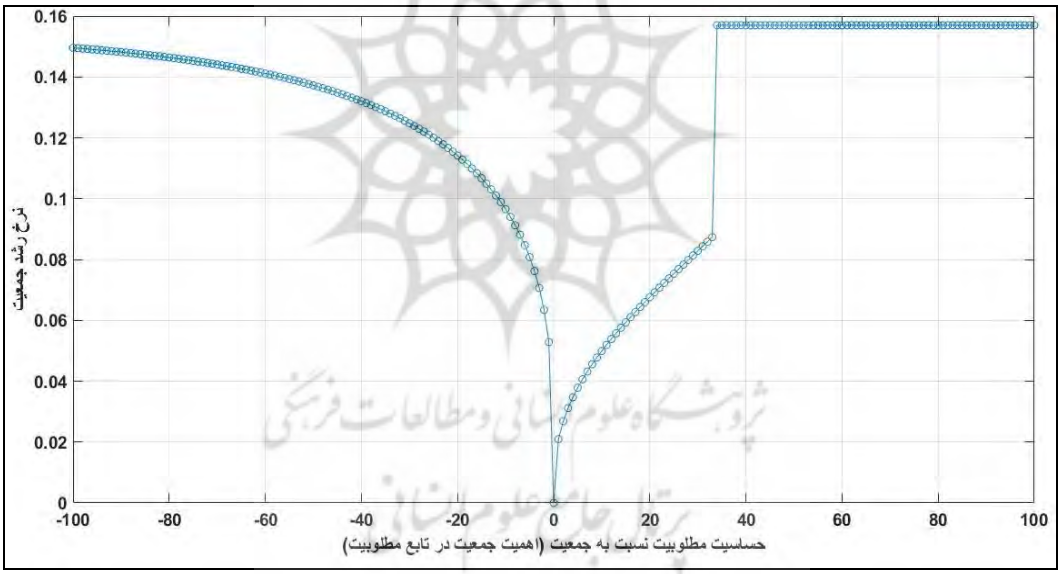
[۱]. تمام پارامترها در معادله غیر خطی (۲۷) در روابط (۲۰) تا (۲۷) مورد بررسی قرار گرفته است.

۳. در صورتی‌که $\Theta > 0$ باشد؛ با توجه به نمودار ۳ نرخ رشد بهینهٔ جمعیت نیز مثبت خواهد بود (این امر بدیهی است).

۴. تغیرات نرخ رشد جمعیت براساس تغییر حساسیت مطلوبیت نسبت به جمعیت در مقادیر کمتر Θ بسیار بیشتر از مقادیر بیشتر Θ می‌باشد؛ به این‌دلیل شکل ۴، برای بازهٔ کوچک‌تر Θ رسم شده است. هرچه Θ مقدار بیشتری داشته باشد به این‌معنی است که تأثیر جمعیتی بر رفاه مهمتر از تأثیر مصرف بر رفاه اجتماعی است. در مقادیر خیلی زیاد Θ عملاً تأثیر مصرف بر رفاه اجتماعی برابر با صفر خواهد بود و تنها تأثیر جمعیتی مهم است.

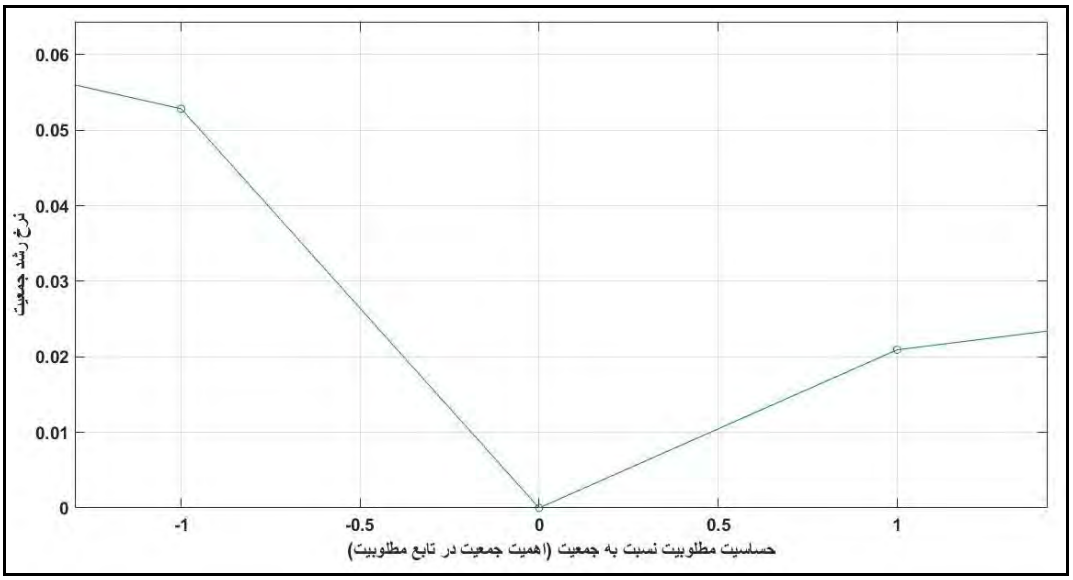
۵. با مقادیر بالای اهمیت جمعیت در رفاه ($\Theta \to \infty$) نرخ رشد بهینهٔ جمعیت برای اقتصاد ایران به مثبت ۶٪ میل خواهد کرد؛ و برای ($\Theta \to -\infty$) این نرخ به ۱۵٪ میل خواهد کرد.

۶. در صورت درنظر گرفتن $\Theta = 1$، یعنی اهمیت مصرف و جمعیت در رفاه اجتماعی یکسان باشد. نرخ رشد بهینهٔ جمعیت برای اقتصاد ایران برابر با ۲٪ محاسبه شده است. این حالت منطقی‌ترین سناریو ممکن می‌باشد.



شکل ۳: نمودار تحلیل حساسیت نرخ رشد جمعیت بهینه بر اساس پارامتر حساسیت مطلوبیت نسبت به جمعیت $(-100 < \Theta < 100)$.

Fig. 3: Sensitivity analysis diagram of the optimal population growth rate based on the sensitivity parameter of the desirability of the population $(-100 < \Theta < 100)$.



شکل ٤: نمودار تحلیل حساسیت نرخ رشد جمعیت بهینه براساس پارامتر حساسیت مطلوبیت نسبت به جمعیت $(-1<\Theta<1)$

Fig. 4: The optimal population growth rate sensitivity analysis chart based on the sensitivity parameter of the Utility to the population ($-1<\Theta<1$).

در این مطالعه، نرخ رشد بهینه برای اقتصاد ایران ۲٪ محاسبه شده است. این درحالی است که براساس گزارش مرکز آمار ایران نرخ رشد جمعیت برای ایران ۱/۱٪ گزارش شده است؛ یعنی نرخ رشد جمعیت کنونی برای ایران از حالت بهینه ۰/۹٪ در سال فاصله دارد. مقدار کمتر جمعیت از حالت بهینه در بلندمدت می‌تواند تأثیرات منفی بر رفاه اجتماعی داشته باشد. یک اقتصاد بزرگ می‌تواند از راه‌های گوناگونی از تخصص‌گرایی بهره‌مند شود، که این امکان برای اقتصادهای کوچک و بسته فراهم نیست. نیروی کار می‌تواند به تخصص‌گرایی روی‌آورد. تجار و صاحبان کسب و کار می‌توانند بنگاه‌هایی داشته باشند که در رشته‌های خاص تخصص دارند. این اندیشه درمیان غالب اقتصاددانان پذیرفته شده است و جمعیت بالا می‌تواند برای توسعهٔ اقتصاد اهمیت داشته باشد و باعث افزایش بهره‌وری در تولید شود؛ بنابراین دولت باید سیاست‌های جمعیتی مناسبی را اجرایی کند تا نرخ رشد بهینهٔ جمعیت به ۲٪ در سال برسد؛ به‌عنوان مثال، در سال ۱۳۹۸ دولت روسیه برای کنترل و افزایش نرخ رشد جمعیت اعلام کرده است رئیس‌جمهور روسیه به هر خانواده‌ای که در سال ۲۰۲۰م. صاحب فرزند شود ۷۶۰۰ دلار هدیه خواهد داد؛ هم‌چنین در صورت تولد فرزند دوم در همین‌سال این خانواده۲۴۰۰ دلار دیگر هم دریافت می‌کند. با توجه به

تجربهٔ کشورهای دیگر، سیاست‌های تشویقی اقتصادی (مالی) می‌تواند محرکی برای افزایش نرخ رشد جمعیت باشد.

با توجه به رابطهٔ ۱۸، با نرخ رشد جمعیت ۲٪ و جایگزاری در این رابطه نرخ رشد بهینهٔ اقتصادی در حالت پایا ۴/۳ ٪ می‌باشد.

٦. نتیجه‌گیری

با توجه به نظریه‌های اقتصادی، ویژگی اصلی اقتصادهای توسعه‌یافته افزایش پیوسته در تولید محصول نهایی (نرخ رشد اقتصادی ثابت) ناشی از فعالیت‌های اقتصادی است. پس می‌توان ادعا نمود که یکی از ویژگی‌های اقتصادهای توسعه یافته، افزایش در بهره‌وری نیروی کار می‌باشد؛ بنابراین پرسش مربوط به اثر رشد جمعیت بر توسعهٔ اقتصادی به موضوعاتی نظیر اثر آن بر مؤلفه‌های دیگری از قبیل تغییرات تکنولوژیک و تشکیل سرمایه متمرکز می‌شود.

بنابراین می‌توان ادعا نمود که نرخ رشد جمعیت در کشورهای صنعتی و درحال توسعه به‌عنوان یک موضوع مهم و اصلی برای توسعهٔ اقتصادی پایدار شناخته شده است. به‌منظور بررسی رابطهٔ رشد جمعیت و رشد اقتصادی، سه رویکرد اصلی در ادبیات موضوع ارائه شده است؛ دیدگاه خوش بینانه، بدبینانه و بی‌طرفانه. دیدگاه خوش‌بینانه رشد جمعیت را مانند سوخت برای عملکرد اقتصادی می‌داند. این نتیجه ممکن است به‌دلیل تولید دانش یا تغییر تکنولوژی تولید باشد. با توجه به برآورد صورت‌گرفته در تحقیق حاضر رشد جمعیت بر رشد تکنولوژی برای اقتصاد ایران تأثیر معناداری نداشته است.

با توجه به دیدگاه بی‌طرفانه برای کشورهای مختلف، شواهد کمی نشان می‌دهد که افزایش رشد جمعیت ممکن است باعث شدت یافتن رشد اقتصادی یا کندی رشد اقتصادی شود. می‌توان گفت که در اکثر مطالعات تجربی رشد جمعیت بر رشد اقتصادی تأثیر معناداری ندارد. دیدگاه بدبینانه جمعیت را مضر برای رشد اقتصادی می‌داند و بیان می‌کند که افزایش جمعیت رشد اقتصادی را کند خواهد کرد.

با بررسی صورت گرفته، اکثر مطالعات بر تأثیر رشد جمعیت بر رشد اقتصادی بر اساس الگوهای تجربی تمرکز دارند. این درحالی است که در ادبیات موضوع بررسی نرخ رشد بهینهٔ جمعیت و تغییرات جمعیتی کاملاً محدود می‌باشد و در مطالعات بررسی‌شده به‌طور خاص بر تغییرات جمعیتی برون‌زا تمرکز دارند. تنها تعداد محدودی از مطالعات بر تغییرات جمعیتی درون‌زا تمرکز دارند. از دیگر نوآوری‌های این مطالعه، درنظر گرفتن سطح تکنولوژی به‌صورت یک تابع سیگموید از جمعیت است. یعنی در این مطالعه فرض شده است که سطح تکنولوژی به جمعیت

وابسته است. با توجه به ویژگی‌های تابع سیگموید رشد تکنولوژی در ابتدا به‌صورت فزاینده و درنهایت به‌صورت کاهنده است.

بنابراین در این پژوهش در ابتدا الگوی رشد درون‌زای رمزی با وجود رشد جمعیت درون‌زا بسط داده شده است. سپس با حل مسأله دینامیکی، (تشکیل تابع بلمن و حل بهینهٔ این تابع هدف) نرخ رشد جمعیت بهینه در حالت پایا محاسبه شده است. در این مطالعه نرخ رشد بهینهٔ جمعیت برای اقتصاد ایران ۲٪ محاسبه شده است. این درحالی است که براساس گزارش مرکز آمار ایران نرخ رشد جمعیت برای ایران در سال ۱۳۹۷ برابر با ۱/۱٪ گزارش شده است. مقدار کمتر جمعیت از حالت بهینه در بلندمدت می‌تواند تأثیرات منفی‌بر رفاه اجتماعی داشته باشد. یک اقتصاد بزرگ می‌تواند از راه‌های گوناگونی از تخصص‌گرایی بهره‌مند شود، که این امکان برای اقتصادهای کوچک و بسته فراهم نیست. برای اقتصاد ایران جمعیت بالا می‌تواند برای توسعهٔ اقتصاد اهمیت داشته باشد و باعث افزایش بهره‌وری در تولید شود؛ بنابراین دولت باید سیاست‌های جمعیتی مناسبی را اجرایی کند تا نرخ رشد بهینهٔ جمعیت به ۲٪ در سال برسد. با توجه به تجربه کشورهای دیگر، سیاست‌های تشویقی اقتصادی (مالی) می‌تواند محرکی برای افزایش نرخ رشد جمعیت باشد.

با توجه به داده‌های ۱۳۴۶-۱۴۰۱ میانگین بلندمدت رشد اقتصادی تحقق‌یافته برای اقتصاد ایران ۳/۵٪ (براساس داده‌های تولید ناخالص داخلی به قیمت ثابت سال ۱۳۹۵) و رشد جمعیت تحقق‌یافته ۲٪ محاسبه شده است. این درحالی است که با نرخ رشد بهینهٔ جمعیت بلندمدت ۲٪ در سال برای اقتصاد ایران باید نرخ رشد بهینهٔ بلندمدت اقتصادی ۴/۳ محقق گردد. این اختلاف رشد اقتصادی تحقق‌یافته و بهینه می‌تواند به‌دلیل تأثیرپذیری کم تکنولوژی از جمعیت باشد که کارایی نیروی کار را کاهش داده و باعث اختلاف رشد اقتصادی بهینه و تحقق‌یافته شده است.

پرتال جامع علوم انسانی

سپاسگزاری

در پایان نویسنده این مطالعه برخود لازم می‌داند که از داوران محترم مقاله که جهت بهبود متن و هم‌چنین روش تحقیق کمک بسیاری نموده‌اند، تشکر و قدردانی نماید.

تضاد منافع

نویسنده ضمن رعایت اخلاق نشر در ارجاع‌دهی، نبود تضاد منافع را اعلام می‌دارد.

کتابنامه

– استادزاد، علی‌حسین؛ و بهپور، سجاد، (۱۳۹۳). «رویکردی نوین در محاسبه سری زمانی سرمایه در ایران: روش الگوریتم بازگشتی با استفاده از الگوریتم ژنتیک (۱۳۳۸–۱۳۸۹)». تحقیقات مدلسازی اقتصادی، ۵ (۱۸): ۱۴۱–۱۷۸. DOR: 20.1001.1.22286454.1393.5.18.2.8

– اسلاملوئیان، کریم؛ و استادزاد، علی‌حسین، (۱۳۹۵). «برآورد تابع تولید مناسب برای ایران با وجود نهاده انرژی و تحقیق و توسعه: روش الگوریتم ژنتیک». *پژوهش‌های اقتصادی (رشد و توسعه پایدار)*، ۱۶ (۱) :۲۱–۴۸. DOR: 20.1001.1.17356768.1395.16.1.1.4

– عبدلی، قهرمان. (۱۳۸۸). «تخمین نرخ تنزیل اجتماعی برای ایران». *پژوهشنامهٔ اقتصادی*، ۹(۳۴): ۱۳۵–۱۵۶. https://joer.atu.ac.ir/article_2889.html?lang=fa

– روشن، رضا، (۲۰۱۹). «جداسازی و محاسبه ریسک‌گریزی نسبی و کشش جانشینی بین دوره‌ای (رویکرد ترجیحات بازگشتی و برنامه‌ریزی پویا)». *مدلسازی اقتصادی*، ۱۳(۴۵): ۱۵۹–۱۸۲. https://eco.firuzkuh.iau.ir/article_666200.html

- Abdoli, G., (2009). “Estimation of Social Discount Rate for Iran”. *Economics Research*, 9(34): 135-156. https://joer.atu.ac.ir/article_2889.html?lang=en (In Persian).

- Anufriev, M.; Radi, D. & Tramontana, F., (2018). “Some reflections on past and future of nonlinear dynamics in economics and finance”. *Decisions in Economics and Finance*, 41: 91-118. DOI: https://doi.org/10.1007/s10203-018-0229-9

- Anzoategui, D. et al., (2019). “Endogenous technology adoption and R&D as sources of business cycle persistence”. *American Economic Journal :Macroeconomics* 11(3): 67-110. DOI: https://doi.org/10.1257/mac.20170269

- Barro, R. J. & Becker, G. S., (1989). “Fertility choice in a model of economic growth”. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 57(2): 481-501. DOI: https://doi.org/10.2307/1912563

- Bloom, D. E. et al., (2010). “Implications of population ageing for economic growth”. *Oxford Review of Economic Policy*, 26(4): 583-612. DOI: https://doi.org/10.1093/oxrep/grq038

- Bloom, D. E. et al., (2010). “Population aging and economic growth”. *Globalization and Growth*, 297.

- Bloom, D. E. et al., (2011). “Population aging: facts, challenges, and responses”. *Benefits and compensation International*, 41(1): 22 . https://core.ac.uk/download/pdf/6494803.pdf

- Bloom, D. et al., (2008). *Population Aging and Economic Growth.* The World Bank.

- Boucekkine, R. et al., (2013). “Spatial dynamics and convergence: The spatial AK model”. *Journal of Economic Theory*, 148(6): 2719-2736. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jet.2013.09.013

- Boucekkine, R. et al., (2014). “Egalitarianism under population change: age structure does matter”. *Journal of Mathematical Economics*, 55: 86-100. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmateco.2014.10.007

- Boucekkine, R.; Fabbri, G.; Federico, S. & Gozzi, F., (2017). “Growth and Agglomeration in the Heterogeneous Space: A Generalized AK Approach”. halshs-01399995v2. https://shs.hal.science/halshs-01399995v2

- Coccia, M., (2014). “Driving forces of technological change: the relation between population growth and technological innovation: analysis of the optimal interaction across countries”. *Technological Forecasting and Social Change*, 82: 52-65. DOI: https://doi.org/10.1016/j.techfore.2013.06.001

- Dasgupta, P., (2005). “Regarding Optimum Population”. *Journal of Political Philosophy*, 13(4): 414-442. https://www.econ.cam.ac.uk/people-files/emeritus/pd10000/publications/07/RegOptPop.pdf

- Dupuy, A., (2006). “Hicks neutral technical change revisited: CES production function and information of general order”. *Topics in macroeconomics*, 6(2). DOI: https://doi.org/10.2202/1534-5998.1339

- Eslamloueyan, K. & Ostadzad, A. H., (2016). “Estimating a Production Function for Iran with Emphasis on Energy and Expenditure on Research and Development: An Application of Genetic Algorithm Method”. QJER, 16 (1): 21-48. DOR: 20.1001.1.17356768.1395.16.1.1.4 (In Persian).

- Ferrara, M. & Guerrini, L., (2009). “The Ramsey model with logistic population growth and Benthamite felicity function”. *WSEAS International Conference*, Proceedings. Recent Advances in Computer Engineering, WSEAS.

- Greaves, H., (2019). "Climate change and optimum population". *The Monist*, 102(1): 42-65. DOI: https://doi.org/10.1093/monist/ony021

- Hughes, J. et al., (2005). “Review of the radiation exposure of the UK population”. *Journal of Radiological Protection*, 25(4): p. 493. DOI: https://doi.org/10.1088/0952-4746/25/4/010

- Jiao, J. et al., (2017). “Maximum likelihood estimation of functionals of discrete distributions”. *IEEE Transactions on Information Theory*, 63(10): 6774-6798. DOI: https://doi.org/10.1109/TIT.2017.2733537

- Kelley, A. C., (1988). “Economic consequences of population change in the Third World”. *Journal of Economic Literature*, 26(4): 1685-1728. https://www.jstor.org/stable/2726858

- Klump, R. et al., (2007). “Factor substitution and factor-augmenting technical progress in the United States :a normalized supply-side system approach”. *The Review of Economics and Statistics*, 89(1): 183-192. DOI: https://doi.org/10.1162/rest.89.1.183

- León-Ledesma, M. A. & Satchi, M., (2019). “Appropriate technology and balanced growth". *The Review of Economic Studies*, 86(2): 807-835. DOI: https://doi.org/10.1093/restud/rdy002

- Lianos, T. P. & Pseiridis A., (2016). "Sustainable welfare and optimum population size". *Environment, development and sustainability*, 18(6): 1679-1699. DOI: https://doi.org/10.1007/s10668-015-9711-5

- Lianos, T. P., (2018). “Steady state economy at optimal population size". *The journal of population and sustainability*, *3*(1), 75-99. DOI: https://doi.org/10.3197/jps.2018.3.1.75

- Nerlove, M. et al., (1984). “Bequests and the size of population when population is endogenous”. *Journal of Political Economy*, 92 (3): 527-531. DOI: https://doi.org/10.1086/261240

- Nerlove, M. et al., (1985). “Population size: individual choice and social optima”. *The Quarterly Journal of Economics*, 100(2): 321-334. DOI: https://doi.org/10.2307/1885384

- Nerlove, M. et al., (2014). *Household and economy: Welfare economics of endogenous fertility*, Academic Press.

- Ostadzad, A. H. & Behpour, S., (2014). “A New Approach to Calculate the Time Series of Capital Stock for Iranian Economy: The Recursive Algorithm Method Using Genetic Algorithms (1959-2011). *Jemr*, 5 (18): 141-178. DOR: 20.1001.1.22286454.1393.5.18.2.8 (In Persian).

- Palivos, T. & Yip, C. K., (1993). “Optimal population size and endogenous growth”. *Economics Letters*, 41(1): 107-110. DOI: https://doi.org/10.1016/0165-1765(93)90120-2

- Prettner, K., (2013). “Population aging and endogenous economic growth”. *J Popul Econ*, 26(2): 811-834. DOI: https://doi.org/10.1007/s00148-012-0441-9

- Razin, A. & Sadka, E., (1995). *Population economics*. Mit Press.

- Roshan, R., (2019). “Separation and Computation of Relative Risk Aversion and Elasticity of Inter Temporal Substitution: Recursive Preferences and Dynamic Programming Approach”. *Economic Modeling*, 13(45): 159-182. https://eco.firuzkuh.iau.ir/article_666200.html?lang=en (In Persian).

- Ruelle, D., (2018). *Can nonlinear dynamics help economists? The economy as an evolving complex system.* CRC Press: 194-204.

- Simon, J. L., (2019). *The economics of population growth.* Princeton university press.

- Stroud, J. R. et al., (2017). "Bayesian and maximum likelihood estimation for Gaussian processes on an incomplete lattice". *Journal of computational and Graphical Statistics*, 26(1): 108-120. DOI: https://doi.org/10.1080/10618600.2016.1152970

- Vîlcu, A.-D. & Vîlcu, G.-E., (2017). "A survey on the geometry of production models in economics". *Arab Journal of Mathematical Sciences*, 23(1): 18-31. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ajmsc.2016.08.003

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی