یک رویکرد ترکیبی فرا ابتکاری برای بهینه سازی مسائل چند پاسخی در چارچوب تابع مطلوبیت

رسول نورالسناء[1]، آرش ربانی[2]

چکیده

بسیاری از آزمایش‌های طراحی شده نیازمند بهینه سازی همزمان چند پاسخ می باشند. یک رویکرد معمول، استفاده از تابع مطلوبیت همراه با یک الگوریتم بهینه سازی، برای یافتن مقادیری از فاکتورهای کنترل که بیشترین مطلوبیت را ایجاد می کنند. هنگامی که ابعاد مسأله با بیشتر شدن تعداد فاکتورها و متغیرهای پاسخ، بزرگ‌تر می‌شود، الگوریتم‌های بهینه‌سازی مرسوم، در یافتن جواب‌های بهینه یا نزدیک بهینه در زمان قابل قبول عاجز خواهند بود. برای این موارد رویکرد دیگر، استفاده از روش‌های جستجوی فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک و یا ترکیب این الگوریتم با یک جستجوگر محلی می باشد. در این تحقیق یک متدولوژی جدید برای بهینه سازی مسائل چند پاسخی ارایه شده است که از تابع مطلوبیت و یک الگوریتم ممتیک (الگوریتم ترکیبی ژنتیک) برای بهینه سازی مسایل چند پاسخی، استفاده می کند. پس از معرفی الگوریتم جدید، مثال‌های عددی متعددی شبیه سازی و توسط آن حل شده و عملکرد آن با بهترین روش های موجود در ادبیات موضوع مقایسه شده است. نتایج بررسی نشان می‌دهند که روش ترکیبی پیشنهادی برای مسایل با ابعاد بالا، نسبت به الگوریتم های بهینه‌سازی مرسوم بسیار بهتر عمل می‌کند.

واژگان کلیدی: مسایل چند پاسخی، تابع مطلوبیت، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ممتیک، جستجوی محلی، روش هوک و جیو

مقدمه

طراحی آزمایش‌ها (*DOE*) مجموعه‌ای از آزمایش‌هاست که با هدف ایجاد تغییرات هدفمند در متغیرهای ورودی یک فرایند به منظور بررسی تاثیرات ناشی از آنها بر روی متغیر خروجی(پاسخ) فرایند، صورت می گیرد. پس از شناسایی آثار تاثیر گذار معنادار بر متغیر پاسخ و ارائه مدل‌های پیش‌بینی پاسخ (مدلهای مختلف رگرسیون) بحث بهینه سازی متغیر پاسخ مطرح می‌گردد به گونه‌ای که تغییرات در متغیر پاسخ کم و مقدار متغیر پاسخ نزدیک به مقدار اسمی خود باشد.

۱- استاد دانشکده مهندسی صنایع؛ دانشگاه علم و صنعت ایران
rassoul@iust.ac.ir
۲- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع؛ دانشگاه علم و صنعت ایران
arashrabbani@yahoo.com

برای این منظور، روش سطح پاسخ (*RSM*[1]) معرفی می‌گردد که شامل مجموعه ای از تکنیک‌های ریاضی و آماریست که به آزمایشگر کمک می‌کند تا متغیرهای ورودی را به گونه‌ای تعیین نماید که پاسخ فرایند، بهینه گردد. در اغلب مسائل *RSM*، فرم روابط بین متغیر پاسخ و متغیرهای مستقل ناشناخته است. بنابراین اولین قدم در *RSM*، یافتن یک تقریب مناسب برای پاسخ ها می‌باشد. به طور معمول یک «چند جمله‌ای» مرتبه پایین برای این منظور به‌کار گرفته می شود. چنانچه انحناء در سیستم وجود داشته باشد، از «چند جمله‌ای» با درجه بالاتر و عموماً درجه دو استفاده می شود. سپس به کمک روش «تندترین شیب[2]» یا «کندترین شیب[3]» بهترین مجموعه از ورودی‌ها برای پاسخ تعیین می شود[۱]. بسیاری از تلاش‌هایی‌که در روش سطح پاسخ انجام شده، بر مسائلی تاکید داشته‌اند که در آنها بهینه نمودن، تنها یک پاسخ مدنظر است. و معمولاً *RSM* هنگامی که بهینه سازی یک پاسخ مورد نظر باشد، خوب عمل می کند. هر چند این روش حتی زمانی که هدف، بهینه سازی مسأله‌ای با چندین متغیر پاسخ باشد، کاربرد دارد. در بسیاری از مسایل سطح پاسخ مانند فرایندهای شیمیایی، مسأله شامل بررسی و بهینه نمودن همزمان چندین متغیر پاسخ می باشد. در این گونه مسایل هدف یافتن سطوحی از متغیرهای ورودی ست که به ازای آنها، به طور همزمان تمامی پاسخ ها بهینه گردند. البته راه حل بهینه در اکثر مواقع به علت تعارضات موجود در بین اهداف وجود نخواهد داشت. به‌عبارت دیگر نمی‌توان مجموعه‌ای از متغیرهای ورودی را یافت به نحوی که تمامی پاسخ‌ها به ازای آنها بهینه گردند. لیکن در این گونه موارد سعی می شود متغیرهای ورودی به گونه ای تعیین شوند که حداقل پاسخ‌ها در حد قابل قبولی قرار گیرند[۲]. به طور کلی تمامی مسایل چند پاسخی[4] شامل سه مرحله می باشند[۱],[۳].

- جمع آوری داده ها (طراحی آزمایش‌ها) شامل: بیان مسأله، انتخاب عوامل و سطوح، انتخاب متغیر پاسخ، انتخاب طرح آزمایش
- ایجاد مدل جهت بیان رابطه بین متغیر های ورودی و متغیرهای پاسخ
- بهینه سازی

علی‌رغم آنکه در مسایل واقعی نیازمند تحلیل بیش از یک متغیر پاسخ هستیم، بسیاری تلاش‌های صورت گرفته در روش سطح پاسخ، بر بهینه سازی مسایل تک پاسخی تاکید دارند و به نسبت، تعداد کمتری از بررسی‌های انجام گرفته، در زمینه حل مسائل آماری چند پاسخه می‌باشند.

بهینه سازی در فرایند های چند پاسخی بر خلاف فرایندهای تک پاسخی[5] مشکل است چرا که تنظیم پارامترهای ورودی به گونه‌ای که تمامی متغیرهای پاسخ بهینه گردند بسیار مشکل و برخی حالات غیر ممکن است. در این گونه مسایل هدف، یافتن نقطه است که به ازای آن تمامی پاسخ ها تا حد امکان به مقدار بهینه خود نزدیک گردند. به طور کلی تلاش‌هایی که در زمینه مسایل چند پاسخی انجام گرفته را می‌توان به سه دسته تقسیم بندی نمود.

در روش اول، ابتدا برای هر کدام از متغیرهای پاسخ، مدل سطح پاسخ مناسبی ساخته می‌شود. آنگاه منحنی های تراز مربوط به پاسخ‌های مختلف روی هم قرار می‌گیرد و آزمایشگر با بررسی نمودار منحنی های تراز، نواحی عملیاتی مطلوب را شناسایی می‌کند[۱]. «لیند و همکاران[6]» (1960) و «مونتگمری» و «می یر[7]» (۲۰۰۲) از این رویکرد در بهینه سازی مسایل استفاده

1 *Response Surface Methodology*
2 *Steepest ascent*
3 *Steepest descent*
4 Multi Response
5 Single Response
6 Lind et al
7 Myers & Montgomery

نمودند[۴],[۵]. این روش هنگامی که تعداد متغیرهای فرایند کم باشد (حداکثر دو)، بسیار خوب عمل می کند و با افزایش ابعاد مسأله (اکثر مسائل چند پاسخی چنین حالتی دارند) کارایی روش بشدت پایین می آید. از طرفی در این روش پس از شناسایی نواحی محدود به منحنی ترازهای تمام پاسخ ها، به ناحیه ای خواهیم رسید که در آن تمامی پاسخ ها ارضاء می شوند اما جواب بهینه را شناسایی نمی‌کند[۱] , [۶]

در رویکرد دوم که هدف آن ساده‌سازی مسأله است، مهمترین پاسخ شناسایی شده و از دیگر پاسخ‌ها صرف نظر می‌شود و یا به عنوان محدودیت‌های مدل در مسأله آورده می شوند. روش‌هایی که در این دسته قرار می‌گیرند، عموماً منجر به راه حل‌های غیر واقعی می‌گردند. از طرفی ممکن است کران محدودیت‌ها به گونه‌ای تعریف گردد که ناحیه شدنی مسئله از بین برود. در نهایت تعیین اینکه کدام پاسخ باید در تابع هدف قرار گیرد نیز خود مشکل بزرگی است[۱],[۳] , [۷]. «کارتر» و «می یر[۸]» (۱۹۷۳) برای یک مسأله دو پاسخی با تعریف ضریب «لاگرانژ» برای تابع دوم و مشتق گیری از تابع به‌دست آمده به بررسی وضعیت نقطه حاصل، از لحاظ بیشینه و یا کمینه نمودن تابع اولیه پرداختند[۸]. «مونتگمری» و «دل کاستیلو[۹]» (۱۹۹۳) برای حل یک مسأله دو پاسخی از روش «گرادیان» نزولی تعمیم یافته (*GRG*[۱۰]) استفاده نمودند[۵]. «کویلو کویلو[۱۱]» (۲۰۰۰) نیز رویکردی که به روش محدودیت-ε معروف است و بر کمینه نمودن یک پاسخ و قرار دادن دیگر اهداف با تعریف سطوح قابل قبول ε_i، به عنوان کران محدویت ها تاکید دارد، ارائه نمود[۹]. روش پیشنهادی «بیومونت» و «هارتمن[۱۲]» (۱۹۶۸) و «سواین» و «بیلز[۱۳]» (۱۹۸۰) نیز در این دسته قرار می‌گیرد[۱۰] , [۱۱] در رویکرد سوم، هدف استفاده از روشی برای ترکیب پاسخ های مختلف و تبدیل آنها به یک پاسخ تک مقداری و سپس استفاده از یک روش عددی برای بهینه سازی تابع پاسخ ترکیبی می‌باشد.

«هارینگتون[۱۴]» (۱۹۶۵) نخستین بار برای ادغام پاسخ‌ها، از مفهوم تابع مطلوبیت[۱۵] استفاده نمود[۱۲]. از آنجایی که توابع پیشنهادی هارینگتون انعطاف پذیری کافی را نداشتند، «سویچ» و «درینگر[۱۶]» (۱۹۸۰)، شکل دیگری از توابع مطلوبیت را معرفی نمودند که انعطاف پذیری بیشتری نسبت به مدل قبلی داشت[۱۳]. «خوری» و «کونلون[۱۷]» (۱۹۸۱)، از توابع رگرسیون چند جمله ای برای بهینه سازی مسائل چند پاسخی استفاده نمودند[۱۴]. «مونتگمری» و «دل کاستیلو» (۱۹۹۶) تابع مطلوبیت اصلاح شده ای را ارائه نمودند که در تمامی نقاط مشتق پذیر بوده و می‌توان برای بهینه نمودن آن از روش‌های بر پایه گرادیان استفاده نمود[۱۵]. «لئون[۱۸]» (۱۹۹۶) برای بهینه نمودن همزمان فرایند های چند پاسخی، از رویکرد تابع هزینه استفاده نمود[۱۶]. «می‌یر» و «وینینگ[۱۹]» (۱۹۹۰) اولین بار برای مسائل تک پاسخی به بررسی توام میانگین و واریانس پاسخ‌ها، پرداختند[۱۷]. ایشان پس از برازش مدل رگرسیونی برای میانگین و واریانس هر کدام از پاسخ‌ها، هر دو تاثیر مکان و پراکندگی مشاهدات را در فاز بهینه سازی مورد توجه قرار دادند. «کیم» و «لین[۲۰]» (۲۰۰۴) این رویکرد را برای مسائل چند پاسخی توسعه دادند[۶]. «چنگ[۲۱]» (۲۰۰۴) برای تقریب روابط بین متغیرهای ورودی و پاسخ ها، از یک سیستم فازی-عصبی که یک ساختار استنتاج فازی با قابلیت یادگیری شبکه های عصبی را دارا می باشد، استفاده نمود در ادامه با تعریف

8 Mayer & Carter
9 Montgomery & Del Castillo
10 Generalized Reduced Gradient
11 Coello Coello
12 Hartmann & Beaumont
13 Biles & Swain

14 Harrington
15 Desirability Function
16 Derringer & Suich
17 Khuri & Conlon
18 Leon
19 Myers& Vining
20 Kim & Lin
21 Cheng

تابع تعلق فازی برای هرکدام از پاسخ‌ها، برای تعیین مقادیر بهینه متغیرهای ورودی از روش بیشینه سازی «زیمرمن»(ماکزیمم کردن حداقل درجه تعلق هر کدام از پاسخ ها) استفاده نمود. [۷]. پیگناتیلو و همکاران[۲۲] (۲۰۰۴) برای بهینه سازی فرایندهای چند پاسخی از روش تابع مطلوبیت و رویکرد الگوریتم ژنتیک (GA[23]) استفاده نمودند. ایشان برای بهبود عملکرد در تعیین تابع مطلوبیت تغییراتی ایجاد و تابعی ارایه نمودند که سرعت بیشتری در یافتن جواب‌های شدنی دارد. در ادامه به تنظیم پارامترهای الگوریتم به نحوی که در برابر فاکتورهای پیچیدگی مسأله بهترین عملکرد را داشته باشند پرداختند[۱۸]. نیاکی و پسندیده (۲۰۰۶) نیز برای بهینه سازی فرایندهای چند پاسخی از متدولوژی تابع مطلوبیت و رویکرد الگوریتم ژنتیک استفاده نمودند و براساس معیار کمترین خطا ایشان ۴ روش برای حل مسئله و تعیین بهترین کروموزوم ها برای نسل های بعدی، ارائه دادند[۳].

رویکرد تابع مطلوبیت یکی از پرکاربردترین روش‌های مدل نمودن مسایل چند پاسخی در طراحی آزمایش‌ها می‌باشد. چنانچه پیچیدگی مسأله با افزایش ابعاد مسأله بیشتر گردد، رویکردهای معمول و حتی فراابتکاری در یافتن جواب‌های بهینه یا نزدیک بهینه در زمان قابل قبول عاجز خواهند بود. در این شرایط روش‌های بهینه سازی مرسوم و روش‌های جستجوی مستقیم ممکن است تنها جوابهای محلی را شناسایی کنند و یا حتی در یافتن جواب موجه عاجز باشند. در چنین حالاتی یکی از گزینه‌ها، استفاده از دستورالعمل‌های جستجوی هیورستیک مانند الگوریتم ژنتیک، شبیه سازی تبرید یا جستجوی ممنوع و ... می‌باشد. ادغام پروسیجرهای جستجو با جستجوگر های محلی، توانایی آنها را در یافتن نقطه‌ی بهینه کلی افزایش می‌دهد. در این تحقیق یک الگوریتم ترکیبی (الگوریتم ژنتیک و روش هوک و جیو) برای حل مسایل چند پاسخی با رویکرد تابع مطلوبیت ارایه گردیده است. در جدول ۱ تعدادی از روش‌های بهینه سازی مورد استفاده در ادبیات موضوع برای بهینه سازی تابع مطلوبیت آورده شده است.

الگوریتم ترکیبی پیشنهادی

در رویکرد تابع مطلوبیت هدف تعیین مقادیر متغیرهای ورودی به گونه‌ای است که به ازای آنها اولاً همگی پاسخ‌ها، مطلوبیتی بیشتر از صفر داشته باشند و دوم اینکه، مطلوبیت کلی بیشینه باشد. چنانچه سطح پاسخ مربوط به تابع مطلوبیت کلی، خوش رفتار باشد، روش‌های معمول در بهینه سازی مسایل غیر خطی مانند سیمپلکس نلدر– مید (۱۹۶۵) [۲۴] و روش‌های بر پایه گرادیان مانند گرادیان نزولی تعمیم یافته (*GRG*) را می توان در فاز بهینه سازی به‌کار گرفت. در صورتی‌که تعداد متغیرهای ورودی فرایند افزایش یابد سطح پاسخ تابع مطلوبیت کلی بشدت غیر خطی می‌گردد. از اینرو رویکردهای معمول و حتی فراابتکاری در یافتن جواب‌های بهینه یا نزدیک بهینه در زمان قابل قبول عاجز خواهند بود. ترکیب قابلیت‌های الگوریتم‌های جستجو می تواند عملکرد آنها را به طرز چشمگیری بهبود دهد. استفاده از جستجوگر های محلی[25] در داخل الگوریتم ژنتیک منجر به ایجاد الگوریتم هایی به نام الگوریتم های ممتیک[۲۶] (الگوریتم ترکیبی ژنتیک) گردیده و مسائل زیادی با این رویکرد حل شده و نشان داده شده الگوریتم های ممتیک در پیدا کردن جواب بهینه نسبت به الگوریتم های دیگر سریع تر بوده و در به‌دست آوردن جواب‌های بسیاری از مسایل بهینه سازی دقیق‌تر می‌باشد[۲۲] و [۲۳]. از آنجایی‌که اغلب مواقع، میزان عملکرد الگوریتم‌های مختلف براساس زمان اجرای آنها سنجیده می‌شود بنابراین در انجام و اعمال

22 Pignatiello et al
23 Genetic Algorithm
24 Nelder-Mead
25 Local Search
26 Memetic

جستجوی محلی در داخل الگوریتم ژنتیک باید این مسأله لحاظ گردد. تعدادی از مسائل مهم و کلیدی که ممکن است در الگوریتم‌های ترکیبی رخ دهند، عبارتند از:

- کجا و چه موقعی لازم است که جستجوی محلی در داخل سیکل تکاملی به وقوع بپیوندد؟
- چه جستجوگر محلی برای مسأله مورد نظر مناسب می باشد.
- کدامیک از جواب‌ها و فرزندان در جامعه باید به وسیله جستجوی محلی بهبود یابند و فرایند انتخاب آنها چگونه است؟

چه مقدار از CPU باید به جستجوی محلی تخصیص داده شود؟

در ادامه به ذکر آنها پرداخته خواهد شد. شمای کلی الگوریتم ممتیک پیشنهادی در شکل (۱) آمده است.

در این روش جستجوگر محلی «هوک» و «جیو» برای یافتن جواب‌های اولیه مناسب (بهینه های محلی) برای تشکیل جمعیت اولیه الگوریتم ژنتیک، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در ادامه به کمک الگوریتم ژنتیک، فرایند بهینه سازی ادامه می‌یابد. در هر نسل نیز، جهت صرفه جویی در زمان اجرای الگوریتم، بر روی درصدی از بهترین فرزند تولید شده، الگوریتم «هوک و جیو» اجرا می‌گردد. فرایند بهینه سازی توسط الگوریتم ژنتیک تا رسیدن به معیار توقف ادامه می‌یابد. در زیر به مفاهیمی که در این رویکرد مورد استفاده قرار می گیرند اشاره می‌شود.

جدول۱- تعدادی از الگوریتم‌های مورد استفاده برای بهینه سازی تابع مطلوبیت

شماره	الگوریتم مورد استفاده در فاز بهینه سازی	مرجع
۱	*GRG*	[15]
۲	*Hook & Jeeves*	[13]
۳	*GA with local search*	[7]
۴	*GA*	[20],[19],[3],[18]
۵	*VEGA*	[۲۱]

۱- تعیین اندازه جامعه اولیه
۲- تولید جامعه اولیه (انتخاب متغیرهای تصادفی موجه اولیه X_n)
۳- اجرای روش جستجوی محلی هوک و جیو بر روی تک تک اعضای جامعه اولیه و محاسبه مقدار تابع برازش (تابع مطلوبیت کلی،D) تا رسیدن به معیار توقف(رسیدن معیار گام حرکت در طول مولفه ها به مقدار مشخص شده)
۴- ثبت بهترین مقدار به‌دست آمده برای تابع مطلوبیت کلی و متغیر های ورودی آن
۵- تکرار مراحل زیر تا رسیدن معیار توقف (زمان لازم برای S تکرار روش هوک و جیو)
- اعمال عملگر تقاطع جهت تولید فرزندان
- اعمال عملگر جهش برای تولید فرزندان
- محاسبه مقدار تابع مطلوبیت کلی جواب‌های تولید شده و متغیرهای مربوط به هرکدام از آنها
- انجام الگوریتم جستجوی محلی محلی هوک بر روی فرزندان تولید شده تا رسیدن به معیار توقف (رسیدن معیار گام حرکت در طول مولفه ها به مقدار مشخص شده)
- انتخاب والدین جهت نسل بعدی

۶- : نمایش بهترین جواب و خروجی برنامه

شکل۱: اسکلت اصلی الگوریتم ترکیبی ممتیک پیشنهادی

۲-۱- تابع مطلوبیت

رویکرد تابع مطلوبیت یکی از پر کاربرد ترین روشهایی است که در صنعت جهت بهینه سازی مسائل چند پاسخی مورد استفاده قرار می گیرد. این روش اولین بار توسط هارینگتون (۱۹۶۵) ارائه گردید. ایده این روش بر ترکیب پاسخها در قالب‌یک مسأله تک پاسخی و بهینه نمودن تابع بدست آمده استوار است[۱۲]. به عبارت دیگر کیفیت یک محصول که دارای مشخصه های کیفیتی متعددی است، کاملاً غیر قابل قبول است چنانچه یکی از مشخصه ها خارج از محدوده های مطلوب و مورد نظر باشد. این روش به هر مجموعه از پاسخ‌ها امتیازی می دهد و فاکتورهای ورودی را به گونه ای تنظیم می کند که امتیاز کل را بیشینه نماید[۳]. برای تعریف رویکرد تابع مطلوبیت، فرض کنید هر کدام از k متغیر پاسخ به p متغیر مستقل از طریق رابطه (۱) وابسته باشند.

$$y_i = f(x_1, x_2, ..., x_p) + \varepsilon_i \qquad i = 1,2,...,k \qquad (۱)$$

که y_i ، i امین پاسخ و f_i رابطه بین i امین پاسخ و متغیرهای مستقل $x_1, x_2, ..., x_p$ را نشان می دهد. و ε_i جمله خطا با $E(\varepsilon_i) = 0$ و $\mathrm{var}(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$ می باشد.

تابع مطلوبیت، $d_i(y_i)$، مقداری بین ۰ و ۱ به هر مقدار متغیر پاسخ y_i نسبت می دهد. مقدار $d_i(y_i)$ با افزایش پاسخ مربوطه افزایش می یابد. بسته به این که هدف بیشینه نمودن، کمینه نمودن و یا رسیدن به یک مقدار مشخص باشد، توابع مطلوبیت مختلفی را می توان تعریف نمود. دو نوع تبدیل یک طرفه و دو طرفه برای تبدیل y_i به $d_i(y_i)$ وجود دارد. چنانچه y_i باید بیشینه یا کمینه گردد از تبدیل یک طرفه و هنگامی که بخواهیم مقدار y_i به یک مقدار مشخص نزدیک باشد از تبدیل دو طرفه استفاده می شود. سویچ و درینگر (۱۹۸۰) توابع زیر را برای تعیین مطلوبیت های منفرد ارائه نمودند. ایشان، معادله (۲) را برای تبدیل یک طرفه و معادله (۳) را برای مسأله دو طرفه تعریف نمودند.[۱۳]

$$d_i(y_i) = \begin{cases} 0 & if \quad y_i(x) \le l_i \\ \left(\dfrac{y_i - l_i}{u_i - l_i}\right)^r & if \quad l_i \le y_i(x) \le u_i \\ 1 & if \quad y_i(x) \ge u_i \end{cases} \qquad (۲)$$

$$d_i(y_i) = \begin{cases} \left(\dfrac{y_i - l_i}{t_i - l_i}\right)^s & if \quad l_i \le y_i(x) \le t_i \\ \left(\dfrac{y_i - u_i}{t_i - u_i}\right)^t & if \quad t_i \le y_i(x) \le u_i \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad (۳)$$

l_i و u_i به ترتیب حدود پایین و بالا و t_i مقدار هدف پاسخ y_i می باشندکه $l_i \le t_i \le u_i$ و ضرایب s,t,r توسط کاربر تعیین می شوند و رفتار تابع مطلوبیت را تعیین می کنند. برای مسایل دو طرفه چنانچه $s = t = 1$ باشد، آنگاه تابع مطلوبیت به‌صورت خطی افزایش می یابد. برای $s<1$,$t<1$ تابع مطلوبیت محدب و برای $s>1$,$t>1$ مقعر خواهد بود. پیگناتیلو و همکاران برای بهبود عملکرد الگوریتم ژنتیک تابع زیر را پیشنهاد نمودند.

$$D^*(x) = D_{DS}(x) - P(x) \qquad (۴)$$

که D_{DS} تابع مطلوبیت ارائه شده توسط سویچ و درینگر (۱۹۸۰) بوده و $\mathrm{P(x)}$ که شدت نشدنی بودن را نشان می دهد، به‌صورت زیر قابل محاسبه است.

$$P(x) = [(p_1(\hat{y}_1)p_2(\hat{y}_2)...p_m(\hat{y}_m))^{1/m} - c]^2 \qquad (۵)$$

که هر کدام از جرایم $p_i(\hat{y}_i)$ بصورت زیر می‌باشد.

$$p_i(\hat{y}_i) = \begin{cases} c + \left|\dfrac{\hat{y}_i - L_i}{T_i - L_i}\right|, & -\infty \le \hat{y}_i \le L_i \\ c, & L_i \le \hat{y}_i \le H_i \\ c + \left|\dfrac{\hat{y}_i - H_i}{T_i - H_i}\right|, & H_i \le \hat{y}_i \le +\infty \end{cases} \qquad (۶)$$

ثابت c مقدار کوچکی است که برای برقراری

شرط $p_i(\hat{y}_i)>0$ مورد استفاده قرار می گیرد. تا این اطمینان حاصل شود که جریمه کلی، P(x) ،غیر صفر برای هر جواب نشدنی ارزیابی گردد. بنابراین تابع مطلوبیت کلی پیشنهاد شده توسط پیگناتیلو و همکاران به‌صورت زیر خواهد بود.

$$D^*(x)=[d_1(Y_1(x))d_2(Y_2(x))....d_m(Y_m(x))]^{\frac{1}{m}} \quad (۷)$$
$$-[(p_1(\hat{y}_1)p_2(\hat{y}_2)...p_m(\hat{y}_m))^{1/m}-c]^2$$

$$P1_{New}=\beta\times P1+(1-\beta)\times P2$$
$$\beta\in[0,1] \quad (۸)$$
$$P2_{New}=(1-\beta)\times P1+\beta\times P2$$

۲-۲- پارامترها و عناصر الگوریتم پیشنهادی

▪ نمایش کروموزوم‌ها

در الگوریتم ژنتیک به هر راه‌حل شدنی مسأله که شامل برداری از اعداد (متغیرها) می‌باشد، یک کروموزوم و به هر عنصر یک کروموزوم، یک ژن گفته می‌شود. همانطور که در ادبیات طراحی آزمایش‌ها معمول می‌باشد، در این تحقیق از فاکتورهای کنترل بصورت کد شده استفاده شده و هر کروموزوم برداری از فاکتورهای کد شده را نشان می دهد بطوریکه هر ژن آن در بازه [-1,1] تعریف شده است. بدین صورت که به سطح بالای فاکتور کنترل مقدار 1+ و به سطح پایین آن مقدار 1- داده شده و دیگر سطوح فاکتور به بازه بین ۱- و ۱ نگاشت می شود.

▪ عملگرهای ژنتیکی

– تقاطع[۲۷]: برای انجام عملگر تقاطع دو کروموزوم با هم ترکیب می‌شوند و از ترکیب آنها فرزندان جدیدی ایجاد می‌گردند.در این تحقیق از روش همگذاری ترکیبی برای تولید فرزندان به‌صورت زیر استفاده شده است.

که $p1$ و $p2$ ، m امین عنصر از کروموزوم X_n هستند. $m=1,2,...,q_n$ و q_n تعداد کل متغیرهای X_n می‌باشد.) پارامتر β عددی است که هر بار به تصادف از بازه [۰,۱] انتخاب می گردد.

– جهش[۲۸]: عملگر جهش بر روی یک یا چند ژن یک کروموزوم اعمال شده و یک کروموزوم جدید را به‌وجود می‌آورد. در حالت کلی هرکدام از ژنها شانس مساوی جهت انجام عملیات جهش دارند. پس از انتخاب ژن‌هایی که باید جهش یابند، اعداد تصادفی یکنواخت در بازه [-۱،۱] جایگزین ژنهای قبلی می‌گردد.

▪ عملگر انتخاب

انتخاب والدین در موفقیت الگوریتم ممتیک بسیار مهم است. در این تحقیق، جهت انتخاب والدین برای نسل بعدی از بین کروموزوم‌های نسل کنونی (والدین) و فرزندان تولید شده در این مرحله، به این صورت عمل می شود که ابتدا درصدی از بهترین کروموزوم‌ها برای نسل بعدی انتخاب می‌شوند. همچنین درصدی از بدترین کروموزوم‌ها نیز در این مرحله حذف می‌گردند. حال، برای انتخاب کروموزوم‌های دیگر برای نسل بعدی به صورت زیر عمل می‌کنیم. ابتدا باید تعداد کروموزوم‌هایی که می‌توانند انتخاب شوند را محاسبه نمود که برابر است با:

بدترین کروموزوم‌های حذف شده - بهترین کروموزوم‌های انتخابی - تعداد کل کروموزم‌های این نسل = تعداد کروموزم‌های بالقوه

در ادامه یک بردار تصادفی بین یک و تعداد کروموزم‌های بالقوه و به تعداد کروموزوم های مورد نیاز نسل بعدی تولید شده و انتخاب کروموزوم‌های نسل بعدی با توجه به اعداد تصادفی تولید شده انجام می‌شود.

جستجوگرمحلی

یکی دیگر از عملگرهایی که در الگوریتم ممتیک استفاده می‌شود و آنرا از الگوریتم ژنتیک جدا می‌نماید، جستجوگر محلی است. در انتخاب جستجوگر محلی باید توجه شود که اولاً سرعت قابل قبولی داشته باشد و

[27] *Crossover*

[28] *Mutation*

ثانیاً دقت نسبتاً بالایی در یافتن نقاط بهینه (محلی یا کلی) با شروع از یک نقطه خوب داشته باشد. در این تحقیق از الگوریتم هوک و جیو[۲۹] به عنوان جستجوگر محلی استفاده شده است. این روش در واقع اولین پیشنهاد هوک و جیو در حل یک مسئله چند متغیره و بدون محدودیت بوده به طوری‌که فقط از ارزیابی تابع موجود استفاده می شود. این روش سرعت و دقت بالایی در یافتن نقاط بهینه با فرض شروع از یک نقطه مناسب دارد. علاوه بر این از آنجا که این روش از اطلاعات مشتق تابع هدف در فرایند جستجو استفاده نمی‌کند، نیازی به محاسبات پیچیده و تغییر تابع مطلوبیت در نقاط مشتق ناپذیر آن نمی‌باشد. از طرفی چنانچه در تقریب روابط از شبکه های عصبی یا مدلسازی فازی استفاده گردد، از آنجایی که سطوح پاسخ‌ها در این روش‌ها در دسترس نمی باشد امکان استفاده از روش‌های بر پایه گرادیان امکان پذیر نیست که این محدودیت (وجود سطح پاسخ) به دلیل عدم نیاز به اطلاعات مشتق سطوح پاسخ، در مورد روش «هوک و جیو» صادق نمی باشد. این الگوریتم ابتدا بر روی کلیه کروموزوم‌های جامعه اولیه اعمال شده تا بهینه محلی آنها به دست آید. از آنجایی‌که اجرای این الگوریتم به زمان زیادی نیاز ندارد بنابراین محدودیت زمانی بر آن اعمال نمی‌گردد. در پایان هر نسل بار دیگر این الگوریتم بر روی فرزندان تولید شده از آن نسل اعمال می‌گردد. (در صورتی‌که تعداد فرزندان زیاد باشد این روش فقط بر روی بهترین فرزند تولید شده از آن نسل اعمال می‌گردد) چارچوب روش «هوک و جیو» در شکل ۲ آورده شده است.

لازم به ذکر است که مقادیر پارامترهای الگوریتم از بهترین مقادیر موجود در ادبیات موضوع گرفته شده اند.

نتایج عددی روش‌ها

در این قسمت، برای بررسی عملکرد الگوریتم ممتیک پیشنهادی مسایل متعددی حل شده است. برای بررسی عملکرد الگوریتم ممتیک پیشنهادی تا حد ممکن از مسایل موجود در ادبیات موضوع استفاده گردیده است. برای بررسی بیشتر و بنابر نیاز، مسایل با ابعاد و سطح پیچیدگی مختلف شبیه سازی شده است.

لازم به ذکر است، کدنویسی کلیه الگوریتم‌ها در محیط برنامه‌نویسی *MATLAB* انجام شده است. همچنین برای اینکه بتوان در شرایط کاملاً مساوی، نتایج الگوریتم‌ها را با هم مقایسه نمود، کدنویسی الگوریتم‌های قبلی نیز انجام شده است. اجرای الگوریتم‌ها بر روی کامپیوتر شخصی *Pentium IV* ، *CPU 2.53 G.HZ* و *RAM 512 MB* انجام گرفته است.

اساس شبیه سازی پاسخ‌ها و تشکیل توابع مطلوبیت آنها برای بررسی عملکرد الگوریتم ممتیک پیشنهادی در جدول ۲ آمده است.

پس از تشکیل معادلات و تابع مطلوبیت کلی ابتدا روش «هوک و جیو» به تعداد تکرار مشخص برای هر مسئله اجرا شده (با تقاط اولیه متفاوت) و زمان اجرای آن معیار توقف سایر الگوریتم ها قرار داده شده است. از آنجا که برای مسائل با سطح پیچیدگی بالا روش هوک و جیو سریعتر به معیار توقف می رسد، سعی شده برای این دسته از مسائل تعداد تکرارها بیشتر باشد. برای مسائل با ابعاد کم عکس این مسئله عمل شده است. خلاصه نتایج عددی اجرای الگوریتم ها در جدول ۳ آورده شده است.

[29] *Hook & Jeeves*

شکل ۲- مراحل روش هوک و جیو

۱. تعیین مقدار طول گام حرکت در طول مولفه ها (α) و معیار طول حرکت (λ)

۲. تعیین نقطه اولیه X^1 برای شروع حرکت در طول i مولفه آن (i=1,2,…,n) قرار دهید $p=1$ و $X^1 = X_A$

۳. محاسبه مقدار تابع برازش (تابع مطلوبیت کلی، D) به ازای نقطه اولیه و قرار دهید i=1

۴. $x_i = x_i + \alpha$ و محاسبه مقدار تابع مطلوبیت کلی، چنانچه به ازای نقطه جدید بهبود در تابع هدف ایجاد گردید، $X^{P+1} = (x_1, x_2, ..., x_i + \alpha, ..., x_n)$ و مقدار تابع مطلوبیت به ازای X^{P+1} ، جایگزین مقدار قبلی گردد. قرار دهید $i=i+1$ و با شروع از نقطه X^{P+1} قدم چهارم را تکرار کنید، در غیر این‌صورت

$x_i = x_i - \alpha$ و محاسبه مقدار تابع مطلوبیت کلی، چنانچه به ازای نقطه جدید بهبود در تابع هدف ایجاد گردید، $X^{P+2} = (x_1, x_2, ..., x_i - \alpha, ..., x_n)$ و مقدار تابع مطلوبیت به ازای X^{P+2} جدید، جایگزین مقدار قبلی گردد. قرار دهید $i=i+1$ و با شروع از نقطه X^{P+2} قدم چهارم را تکرار کنید

در غیر این‌صورت نقطه اولیه X^P ثابت بوده و از آنجا تجسس به ازای مولفه بعدی ($i=i+1$) را شروع کنید.

۵- با تکرار قدم ۴ و افزایش i تا $i=n$ به نقطه ای مانند X_B خواهیم رسید. حرکت مسیریابی شامل حرکت از نقطه X_B در طول ($X_B - X_A$) به اندازه λ می باشد. نقطه جدید به‌صورت زیر محاسبه گردد.

$$X_{new} = X_B + \lambda(X_B - X_A)$$

چنانچه به ازای تمامی مولفه ها بهبودی در تابع مطلوبیت ایجاد نگردید، $\alpha = \alpha / 2$ جستجو را از آخرین نقطه پایه شروع کنید.(به گام ۴ برگردید.) به ازای اولین بهبود مقدار α را به مقدار قبلی برگردانید در صورتی‌که مقدار α از مقدار تعیین شده کمتر باشد توقف کنید.

۶- مقدار تابع مطلوبیت و فاکتورهای مربوط به آن را نمایش دهید.

جدول۲ - مراحل شبیه سازی پاسخ‌ها و تعیین توابع مطلوبیت آنها

۱	انتخاب تصادفی فاکتورهای کنترل برای هر کدام از پاسخ‌ها.
۲	برای هر متغیر پاسخ، نصف جملات اثرهای اصلی، ۱/۴ اثرهای متقابل و ۱/۴ توان دوم اثرهای اصلی در نظر گرفته شده است
۳	تعیین ضرایب جملات متغیر های پاسخ بصورت تصادفی از تابع یکنواخت تعریف شده در بازه (۳۰-۱۰) علامت هر جمله نیز تصادفی انتخاب شده است.
۴	تعیین مقدار ماکزیمم و مینیمم هر پاسخ در بازه [-1,1] برای فاکتورهای کنترل
۵	تعیین مقدار مطلوب یرای هر متغیر پاسخ در محدوده بدست آمده از مرحله ۴
۶	تعیین بازه قابل قبول برای تشکیل توابع مطلوبیت هرکدام از پاسخ‌ها در رنج مورد نظر

نتایج حاصل از محاسبات، برحسب معیارهای زیر در جدول(۴) خلاصه شده‌اند.

AV: درصد انحراف میانگین بهترین مقادیر پیدا شده در ۱۰ تکرار از بهترین مقدار تابع هدف.

Best: درصد انحراف بهترین مقدار پیدا شده در ۱۰ تکرار از بهترین مقدار تابع هدف.

Total Averge: میانگین کل درصد انحراف - معیارها در مسایل نمونه.

مقدار انحراف از بهترین جواب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{انحراف معیار} = \frac{D^* - D_{Best}}{D^*} * 100\% \qquad (۹)$$

که D_{Best} عبارت است از بهترین مقدار تابع هدف به‌دست‌آمده توسط الگوریتم و D^* عبارت است از بهترین جواب موجود که از اجرای طولانی مدت الگوریتم ممتیک (۲۰۰۰ ثانیه) به‌دست می آید.

جدول ۳- خلاصه نتایج عددی اجرای الگوریتم‌ها

Problem Specifications			*Time (second)*	*Hook & Jevees*		*GA*		*Memetic (proposal)*	
No of factors	*No. of responses*	*Constrain range*		*Mean*	*Best*	*Mean*	*Best*	*Mean*	*Best*
3	6	5%	۱۵	0.2984	0.2989	0.2954	0.2982	0.2989	0.2989
5	10	5%	۴81.	0.9130	0.9249	0.8522	0.9259	0.9312	0.9328
5	10	15%	۱۳۲،۷	0.5830	0.5913	0.5344	0.5889	0.5901	0.5921
8	5	5%	۱۹۴	0.7654	0.7751	0.7187	0.7768	0.7811	0.7822
8	5	15%	۱۱۴،۱	0.9282	0.9397	0.8881	0.9240	0.9404	0.9415
8	16	5%	۱۹۵،۶	0.4706	0.4759	0.4590	0.4739	0.4816	0.4829
8	16	15%	۱۵۹،۹	0.7225	0.7283	0.6897	0.7279	0.7369	0.7375

جدول ۴- نتایج حاصل از محاسبات، برحسب معیارهای مختلف

Problem Specifications			*Hook & Jevees*		*GA*		*(Memetic (proposal*	
No. of factors	*No. of responses*	*Constrain range*	*AV*	*Best*	*AV*	*Best*	*AV*	*Best*
3	6	5%	0.167	0.000	1.171	0.234	0.000	0.000
5	10	5%	2.196	0.921	8.709	0.814	0.246	0.075
5	10	15%	1.570	0.169	9.775	0.574	0.371	0.034
8	5	5%	2.210	0.971	8.177	0.754	0.204	0.064
8	5	15%	1.475	0.255	5.732	1.921	0.180	0.064
8	16	5%	2.728	1.633	5.126	2.046	0.455	0.186
8	16	15%	2.114	1.328	6.557	1.382	0.163	0.081
Total Average			1.780	0.754	6.464	1.104	0.231	0.072

نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک الگوریتم ترکیبی در حل مسایل چند پاسخی ارایه گردید. این الگوریتم، یک الگوریتم ممتیک می‌باشد که ترکیبی از یک الگوریتم جستجوی محلی و الگوریتم ژنتیک است. الگوریتم جستجوی محلی استفاده شده روش هوک و جیو با استفاده از حرکات گسسته می باشد که بهینه محلی مسایل را در حالت پیوسته به‌دست می‌آورد. مسایل زیادی با استفاده از روش پیشنهادی حل شده و نتایج آنها به صورت درصد انحراف از مقادیر بهینه نمایش داده شد. مقادیر میانگین درصد انحراف به‌دست آمده از بهترین مقدار تابع هدف برای همه روشها اندک بود. برای اطمینان از میزان عملکرد روش‌ها، نتایج آنها را با نتایج بهترین الگوریتم‌های مشاهده شده در ادبیات مقایسه گردیده و نشان داده شد که رویکرد ارایه شده عملکرد خیلی بهتری را نسبت به کارهای قبلی از خود نمایش می‌دهند. نتایج منتجه از حل مسایل با استفاده از الگوریتم پیشنهادی و مقایسه آنها با نتایج بهترین الگوریتم‌های موجود نشان داد که در کلیه نمونه مسایل حل شده، الگوریتم ارائه شده به جواب‌های خیلی بهتری رسیده و از آنجاییکه تعداد و ابعاد مسائل حل شده متنوع و زیاد بودند؛ بنابراین، با اطمینان بالایی می‌توان گفت که الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم‌های موجود عملکرد و کارایی بیشتری دارد.

از مشاهده نتایج به‌دست آمده از مسایل مختلف حل شده که در جدول۲ و ۳ نشان داده شده‌اند، می‌توان موارد زیر را استخراج نمود:

۱- برای تمامی مسایل انحراف میانگین جواب‌های به‌دست آمده از بهترین مقدار موجود در زمان مورد نظر توسط الگوریتم GA از روش روش هوک و جیو بیشتر می باشد. اما در تعدادی از مسایل انحراف بهترین جواب بدست آمده توسط روش GA کمتر از روش هوک و جیو است.

۲- برای تمامی مسایل جواب‌های به‌دست آمده از الگوریتم ممتیک پیشنهادی انحراف کمتری با بهترین مقدار به‌دست آمده دارد.

منابع

[1] Montgomery, D.C., Design and Analysis of Experiments. ۵ed. ۱۹۹۷, New York: John Wiley & Sons.

[2]اصغرپور، م.ج.، تصمیم گیریهای چندمعیاره .۱۳۸۱

[3] Pasandideh S. H. R and A.N.S. T, Multi-response simulation optimization using genetic algorithm within desirability function framework. Applied Mathematics and Computation, ۲۰۰۶. ۱۷۵: p. .۳۸۲-۳۶۶

[4] Lind, E., J. Goldin, and J. Hichman, Fitting yield and cost response surface. Chemical Engineering Progress, ۱۹۶۰. ۵۶: p. .۶۸-۶۲

[5] Del Castillo, E. and D.C. Montgomery, A Nonlinear Programming Solution to the Dual Response Problem. Journal of Quality Technology, ۱۹۹۳. ۲۵: p. .۲۰۴-۱۹۹

[6] Kim, K.J., Lin, D. K. J., Optimization of Multiple Responses Considering both Location and Dispersion Effects. European Journal of Operation Research, ۲۰۰۴. ۱۶۹: p. .۱۴۵-۱۳۳

[7] Cheng, C.-B., Process Optimization by Soft Computing and Its Application to a Wire Bonding Problem. International Journal of Applied Science and Engineering, ۲۰۰۴. ۱: p. .۷۱-۵۹

[8] Myers, R.H. and W.H. Carter, Response surface techniques for dual response systems. Technometrics , ۱۹۷۳. ۱۵: p. .۳۱۷-۳۰۱

[9] C.A.Coello Coello, An updated survey of GA-based multi-objective optimization techniques. ACM Computing Surveys, ۲۰۰۰. ۳۲: p. .۱۰۹،۱۴۳

[10] N.E. Hartmann and R.A. Beaumont, Optimum compounding computer. Journal of the Institute of the Rubber Industry, ۱۹۶۸. ۲: p. ۲۷۲-۲۷۵.

[11] W.E. Biles and J.J. Swain, Optimization and Industrial Experimentation. Wiley Inter-science, .۱۹۸۰

[12] Harrington, E.C., The Desirability Function. Industrial Quality Control, ۱۹۶۵: p. .۴۹۸-۴۹۴

[13] Derringer, G. and R. Suich, Simultaneous Optimization of Several Response Variables. Journal of Quality Technology, ۱۹۸۰. ۱۲: p. .۲۱۹-۲۱۴

[14] Khuri, A.I. and M. Conlon, Simultaneous Optimization of Several Responses Represented by Polynomial Regression Functions. Technometrics , ۱۹۸۱. ۲۳: p. -۳۶۳ .۳۷۵

[15] Del Castillo, E., D.C. Montgomery, and D.R. McCarville, Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization. Journal of Quality Technology, ۱۹۹۶. ۲۸(۳): p. .۳۴۵-۳۳۷

[16] Leon, N.A., A Pragmatic Approach to Multiple-response Problem Using Loss Function. Quality Engineering, ۹۷-۱۹۹۶. ۹(۲): p. .۲۲۰-۲۱۳

[17] Vining, G.G. and R.H. Myers, combining Taguchi and Response surface philosophies: A dual Response Approach. Journal of Quality Technology, ۱۹۹۰. ۲۲: p. -۳۸ .۴۵

[18] Ortiz, F., J.R. Simpson, and J.J. Pignatiello, A Genetic Algorithm Approach to Multiple-Response Optimization. Journal of Quality Technology, ۲۰۰۴. ۳۶(.(۴

[19] Carlyle W.M ؛Montgomery, D.C.R.G., C, optimization problems and methods in quality control and improvement. Journal of Quality Technology, ۲۰۰۰. ۳۲: p. .۱۷–۱

[20] D. Kim, S.R., Optimization of a gas metal arc welding process using the desirability function and the genetic algorithm. Journal of Engineering Manufacture, ۲۰۰۴. ۱: p. ۳۵–.۴۱

[21] J.D.Schaffer, Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms, in Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications. Hillsdale, ۱۹۸۵: p. ۹۳– .۱۰۰

[22] Digalskis.J and K.Margarities, Meta-heuristics Algorithms. .۲۰۰۱

[23] Areibi, S., M. Moussa, and H. Abdullah, A Comparison of Genetic/Memetic algorithms and other heuristic search techniques۲۰۰۰ , Ontario: University of Guelph.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی