Production and Operations Management
University of Isfahan E-ISSN: 2423-6950
Vol. 13, Issue 1, No. 28, Spring 2022
http://dx.doi.org/10.22108/jpom.2022.127914.1356

(Research Paper)

Proposing an Economic Order Quantity (EOQ) model for imperfect quality growing goods with stochastic demand

Reza Abbasi *
Industrial Management department, Humanities Faculty, Shahed University, Tehran, Iran, r.abbasi@shahed.ac.ir
Hamid Reza Sedaghati
Industrial Management department, Management Faculty, Allameh Tabatabaei University, Tehran, Iran, hamidrezasedaghati@yahoo.com
Shokoofeh Shafiei
Industrial Management department, Humanities Faculty, Shahed University, Tehran, Iran, shokoufeh.shafiei@shahed.ac.ir

Purpose: The main aim of inventory control and production planning problems is to optimize the economic quantity of the order or determine the size of the production batch according to the capacities and limitations to minimize the total costs related to the order, purchase, maintenance, and delivery. The Economic Order Quantity (EOQ) model has been widely used to determine the order size or purchase of parts in production systems. Simultaneous consideration of the time and amount of ordering goods and minimizing system and customer costs is the main concern of inventory management. The assumptions of the classical EOQ model do not cover all inventory control systems in real terms. Leaving aside some of the assumptions, this paper aims to optimize and develop the EOQ model. The inventory system of this paper includes products that are capable of growing during the replenishment period, such as livestock. Also, it is assumed that the products of this system have a stochastic demand and a certain part of them has a lower desired quality. Newborn items are also ordered live and fed until slaughtered to the customer's desired weight and then slaughtered. Before all slaughtered items are sold, these products are screened to distinguish high-quality items from lower-quality items. To determine the optimal inventory policy, a model is proposed in this paper to maximize the expected total profit.

Design/methodology/approach: The studied inventory system examined the situation in which a company orders a certain number of items, e.g., chickens, that are in stochastic demand and are capable of growing over time. To maximize its total profit, the company should determine the number

* Corresponding author
2423-6950 / © 2022
This is an open access article under the CC-BY-NC-ND 4.0 License (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

of goods that can be ordered at the beginning of a growth cycle. Total profit was defined as the difference between total revenue and total cost. Total revenue included revenue from the sale of items of good and lower quality, and the total cost included the total cost of purchasing, feeding, maintaining, setup and screening. The proposed model addressed two questions related to the order quantity and the order time. The objective function of the model was the expected total profit, while the decision variables were the batch size and cycle time, given the constraint that the total growth period and the facility setup time must be less than the consumption period.

Findings: In this study, a model of growing economic order quantity was proposed, which was expressed using a hypothetical numerical example. It was assumed that there is a company that buys day-old chicks, feeds and breeds them until they reach the desired weight, and sells them after checking the quality. Given sample quantities, the company should order 175 newborn items at the beginning of each cycle. Newborn items should grow in a period equivalent to 0.0941 years (34 days) and a period of consumption equivalent to 0.1928 years (70 days). The order must be registered every 0.1928 years (70 days) and the company expects to earn 42.2460 monetary units, annually. Quality screening should begin immediately upon consumption and occur over a period equivalent to 0.0499 years (18 days), after which imperfect quality items should be sold in a single batch.

Research limitations/implications: The proposed model can be extended by adding variables such as inflation, trade credit financing, allowable shortages, breakdowns, and quantitative discounts. Also, in the inventory system of this study, it was assumed that the screening process was 100% effective in separating items of good and lower quality. This issue, together with the learning effects on the screening process, suggest other potential areas for further model development.

Originality/value: In this paper, the assumptions of the classical model about the non-growth of items, good quality and equal to all products, and deterministic demand were discarded. Also, due to advances in technology and the existence of competitive markets, it was not possible to determine the exact amount of demand for firms. Considering stochastic demand as a way to deal with this uncertainty was inevitable. Therefore, it seems necessary to study this issue and propose a solution to remove the existing barriers in a way that in addition to providing the right amount of order, the profits of companies become maximized. The results of this study can be useful for all cases and units that have growing items and help to issue the right amount of orders, resulting in lower costs and higher profits.

Keywords: Growing items, Stochastic demand, Imperfect quality, Inventory management, Economic Order Quantity (EOQ)

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۳، شماره ۱، پیاپی ۲۸، بهار ۱۴۰۱
دریافت: ۱۴۰۰/۰۸/۱۹ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۱/۲۹ ص ۱۰۵-۱۲۷
http://dx.doi.org/10.22108/jpom.2022.127914.1356

(مقالهٔ پژوهشی)

ارائهٔ مدل مقدار سفارش اقتصادی برای کالاهای رشدکننده با کیفیت ناقص و دارای تقاضای تصادفی

رضا عباسی*[۱]، حمیدرضا صداقتی[۲]، شکوفه شفیعی[۳]

۱- استادیار گروه مدیریت صنعتی، دانشکده علوم انسانی، دانشگاه شاهد، تهران، ایران، r.abbasi@shahed.ac.ir
۲- دانشجوی دکتری گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه علامه طباطبائی (ره)، تهران، ایران، hamidrezasedaghati@yahoo.com
۳- کارشناسی ارشد گروه مدیریت صنعتی، دانشکده علوم انسانی، دانشگاه شاهد، تهران، ایران، shokoufeh.shafiei@shahed.ac.ir

چکیده: مدل مقدار سفارش اقتصادی کلاسیک، مفروضاتی دارد که در شرایط واقعی، همهٔ سیستم‌های کنترل موجودی را پوشش نمی‌دهد. سیستم موجودی مقالهٔ حاضر شامل محصولاتی است که در طول دورهٔ تأمین مجدد موجودی، قادر به رشدیابی‌اند، مانند دام و احشام. به‌علاوه فرض شده است که محصولات این سیستم دارای تقاضای تصادفی‌اند و بخش خاصی از آنها کیفیت پایین‌تری از حد مطلوب دارند. همچنین اقلام تازه متولد شدهٔ زنده هم سفارش داده می‌شوند و تا زمان رسیدن به وزن مدنظر مشتری، تغذیه و پس از آن ذبح می‌شوند. قبل از اینکه همهٔ اقلام ذبح‌شده به فروش برسند، به‌منظور تفکیک اقلام با کیفیت بالا از اقلام با کیفیت پایین‌تر، این محصولات غربال می‌شوند. در این مقاله برای تعیین سیاست بهینهٔ موجودی، مدلی با هدف به حداکثر رساندن سود کل موردانتظار معرفی شده است؛ به این صورت که ابتدا متغیرهای پژوهش معرفی شده و پیشینه‌ای از پژوهش‌های انجام‌شده در این حوزه بررسی شده است، سپس مدل مفهومی، مفروضات، نمادها، هزینه‌های موجود در مدل و نیز تابع رشد خطی معرفی شده و بعد از حل مدل و به دست آوردن روابط، بهینه‌بودن مدل به اثبات رسیده و درنهایت مثال عددی برای نشان‌دادن روش حل ارائه شده است. بعد از نتیجه‌گیری و تحلیل حساسیت مشخص شد مقدار سفارش بهینه نسبت‌به وزن ذبح، بیشترین حساسیت و قیمت فروش اقلام با کیفیت خوب، بیشترین اثر را در سود کل در واحد زمان دارد.

واژه‌های کلیدی: اقلام رشدکننده، تقاضای تصادفی، کیفیت ناقص، مدیریت موجودی، مقدار سفارش اقتصادی

* نویسنده مسئول

2423-6950 / © 2022
This is an open access article under the CC-BY-NC-ND 4.0 License (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

۱- مقدمه

موضوع اصلی مسائل کنترل موجودی و برنامه‌ریزی تولید، بهینه‌سازی مقدار اقتصادی سفارش یا تعیین اندازهٔ دستهٔ تولید با توجه به ظرفیت‌ها و محدودیت‌ها به‌منظور کمینه‌کردن کل هزینه‌های مرتبط با سفارش، خرید، نگهداری و تحویل است. بنابراین مدل مقدار سفارش اقتصادی به‌طور گسترده برای تعیین اندازهٔ سفارش و یا خرید قطعات در سیستم‌های تولیدی به کار می‌رود (امینی خیابانی و حمدی[۱]، ۱۳۹۵). زمان و مقدار سفارش کالا به‌گونه‌ای دغدغهٔ اصلی مدیریت موجودی است تا هزینه‌های سیستم حداقل شود و هم‌زمان هزینه‌های مشتریان برآورده شود (جولایی[۲] و همکاران، ۱۳۹۴).

مسئلهٔ سیستم‌های موجودی چندسطحی را در زنجیره‌های تأمین می‌توان تعمیمی بر مدل‌های کلاسیک موجودی در نظر گرفت. هر مسئلهٔ مدیریت موجودی با دو موضوع اصلی مواجه است، زمان و مقدار سفارش کالاها به‌گونه‌ای باشد که هزینه‌های انبار حداقل شود و هم‌زمان نیز تقاضاهای آن برآورده شود. در مدل‌های موجودی چندسطحی تعدادی پایگاه مختلف، مثلاً تعدادی خرده‌فروش، عمده‌فروش و ... با یکدیگر در قالب یک زنجیره همکاری دارند و مدل‌های موجودی چندسطحی در پاسخگویی به سؤال‌های مدیریت موجودی در چنین سیستم‌هایی می‌کوشند (رضوی[۳] و همکاران، ۱۳۹۲).

مطالعات هریس[۴] (۱۹۱۳) دربارهٔ مدل مقدار سفارش اقتصادی کلاسیک، زمینه را برای پژوهش دربارهٔ مدیریت موجودی مدرن فراهم کرده است. در تلاش برای واقعی‌ترکردن مدل‌سازی سیستم‌های موجودی، تعداد زیادی از محققان مفروضات مدل کلاسیک مقدار سفارش اقتصادی را کنار گذاشته‌اند.

در این مقاله، مفروضات مدل کلاسیک دربارهٔ رشدنکردن اقلام، کیفیت خوب و برابر همهٔ محصولات و تقاضای قطعی کنار گذاشته شده‌اند؛ به دلیل اینکه این مفروضات برای همهٔ شرایط درست نیستند. برخی از اقلام مانند دام و احشام در طول دورهٔ تأمین مجدد موجودی قابلیت رشد دارند. آماده‌سازی فروش این اقلام معمولاً به مقداری پردازش نیاز دارد و کیفیت این اقلام در اکثر فرآیندهای تولید لزوماً عالی نیست و با گذشت زمان دگرگون می‌شود. همچنین به‌دلیل پیشرفت در فناوری و وجود بازارهای رقابتی، تعیین میزان قطعی تقاضا برای بنگاه‌ها امکان‌پذیر نیست؛ به همین دلیل در نظر گرفتن تقاضا به‌صورت تصادفی، به‌عنوان راهکاری برای مواجهه با این عدم قطعیت اجتناب‌ناپذیر است. به همین جهت مطالعه دربارهٔ این مسئله و ارائهٔ راه‌حلی به‌منظور رفع موانع موجود، به صورتی ضروری به نظر می‌رسد که علاوه بر ارائهٔ مقدار مناسب سفارش، سود شرکت‌ها را نیز به حداکثر برساند.

رضایی[۵] (۲۰۱۴) اولین مقاله را دربارهٔ مدل‌سازی موجودی کالاهای رشدکننده منتشر کرد. عامل رشد، تفاوت اصلی بین مدل ارائه‌شده توسط رضایی و مدل کلاسیک مقدار سفارش اقتصادی است. اقلام رشدکننده باید تغذیه شوند، درنتیجه هزینه‌های تغذیه در مدل گنجانده شده است. محققان مختلفی پژوهش دربارهٔ توسعهٔ حوزه‌های متنوع کنترل موجودی کالاهای رشدکننده را آغاز کرده‌اند، برای مثال ژانگ و همکاران[۶] (۲۰۱۶)، با اضافه‌کردن عامل پایداری زیست‌محیطی به پژوهش رضایی، مدل مقدار سفارش اقتصادی را برای اقلام رشدکننده در یک محیط محدود با کربن ایجاد کردند.

نوبل[۷] و همکاران (۲۰۱۹) با در نظر گرفتن فرض مجازبودن کمبود و تقریب رشد اقلام به‌وسیلهٔ تابع خطی، مدل موجودی اقلام رشدکننده را گسترش دادند. کیفیت کالا یکی دیگر از مواردی است که به‌تازگی در تلاش‌های

تحقیقاتی لحاظ شده است؛ زیرا هر کالای تولید یا خریداری‌شده لزوماً کیفیت عالی ندارد. برای اولین‌بار سلامه و جابر[۸] (۲۰۰۰) کیفیت ناقص را به مدل مقدار سفارش اقتصادی کلاسیک اضافه کردند. آنها مدل موجودی را برای شرایطی تهیه کردند که نسبت خاصی از اقلام دریافتی در هر دسته (سفارشی/تولیدی) کیفیت پایین‌تری دارد، در طول سال‌ها، این مدل از چندین جهت بهبود یافته است. کاردناس-بارون[۹] (۲۰۰۰) و مادا و جابر[۱۰] (۲۰۰۸)، به‌ترتیب اشتباهات محاسباتی ایجادشده در روابط، مقدار سفارش اقتصادی و سود کل موردانتظار را تصحیح کردند.

تحقیقات سلامه و جابر نیز از چندین جهت توسعه داده شده است. هوانگ[۱۱] (۲۰۰۲) سیستم موجودی فروشنده-خریدار را برای اقلام با کیفیت ناقص موردتحقیق قرار داد. چانگ[۱۲] (۲۰۰۴) مدلی را ارائه کرد که در آن نسبتی از اقلام با کیفیت ناقص و میزان تقاضا، به‌صورت متغیرهای فازی در نظر گرفته می‌شوند. وی[۱۳] و همکاران (۲۰۰۷) با کنارگذاشتن فرض مجازنبودن کمبودها در پژوهش سلامه و جابر، تحقیق جدیدی را آغاز کردند. جابر[۱۴] و همکاران (۲۰۰۸)، مدل مقدار سفارش اقتصادی را برای محصولات با کیفیت ناقص ارائه داده‌اند که تحت تأثیر یادگیری (فرد) قرار دارد.

در مقاله‌ای که یو و همکاران (۲۰۰۹) ارائه کرده‌اند، یک مدل مقدار تولید اقتصادی با هدف بیشینه‌سازی سود و لحاظ‌کردن فرض وجود محصولات با کیفیت نامطلوب در تولید و همچنین امکان وجود نقص در فرایند بازرسی ارائه شده است. در حقیقت تا پیش از این تحقیق، در کلیهٔ مطالعات انجام‌شده در حوزهٔ کنترل موجودی محصولات با کیفیت نامطلوب، بیشترین تمرکز بر مدل‌های کاهش هزینه بوده است و فرض وجود فرایند بازرسی نادرست و مرجوع‌شدن محصولاتی در نظر گرفته نشده بود که ناشی از این بازرسی‌های نادرست‌اند که در این تحقیق لحاظ شد. همچنین در مسئلهٔ ارائه‌شده توسط این محققان، امکان دوباره‌کاری و صرفه‌جویی در دورریختن اقلام معیوب و برگشتنی نیز در نظر گرفته شده است.

چونگ[۱۵] و همکاران (۲۰۰۹)، یک مدل موجودی با دو انبار را برای اقلام با کیفیت ناقص ارائه کردند. چانگ و هو[۱۶] (۲۰۱۰)، یک مدل مقدار سفارش اقتصادی با کمبود مجاز را برای اقلام با کیفیت ناقص و بدون استفاده از دیفرانسیل تهیه کردند. چن و کانگ[۱۷] (۲۰۱۰) تحقیق خود را بر یک سیستم موجودی فروشنده-خریدار، برای کالاهای با کیفیت ناقص، تحت شرایط تأخیر مجاز در پرداخت انجام دادند.

در تحقیقی که هسو[۱۸] و همکاران (۲۰۱۳) ارائه کرده‌اند، یک مدل مقدار سفارش اقتصادی با در نظر گرفتن اقلام با کیفیت نامطلوب خطاهای بازرسی، سفارش‌های عقب‌افتاده (کمبود) و محصولات مرجوعی توسعه داده شده است؛ همچنین راه حلی برای تعیین اندازهٔ بهینهٔ سفارش، تعیین حداکثر سطح کمبود و تعیین نقطهٔ بهینهٔ سفارش ارائه شده است. در انتها با ارائهٔ مثال‌هایی عددی، آثار احتمال وجود نقص در محصولات دریافتی، کمک‌های بازرسی و هزینه‌های نگهداری و سفارش‌های عقب‌افتاده بر راه‌حل بهینه نشان داده شده است. وانگ[۱۹] (۲۰۱۵) یک مدل مقدار سفارش اقتصادی را برای اقلام با کیفیت ناقص، با در نظر گرفتن تعداد سفارش‌دهندگان کم و لحاظکردن محدودیت در فرآیند غربالگری ایجاد کرد.

خان[۲۰] و همکاران (۲۰۱۶) در پژوهشی، یک سیستم موجودی فروشنده-خریدار را برای کالاهایی با کیفیت ناقص مطالعه کرده‌اند که در آن فروشنده و خریدار توافق VMI (مدیریت موجودی توسط فروشنده[۲۱]) را اجرا می‌کنند. جگی[۲۲] و همکاران (۲۰۱۷) با در نظر گرفتن تأمین مالی اعتبار تجاری و استفاده از انبار اجاره‌ای اضافی،

یک مدل مقدار سفارش اقتصادی را برای اقلام فسادپذیر با کیفیت ناقص ارائه داده‌اند. تیواری و همکاران[۲۳] (۲۰۱۸) مدل موجودی فروشنده–خریدار را برای محصولات فسادپذیر با کیفیت ناقص و هزینهٔ آلایندگی کربن ایجاد کردند. سبتجان و آدتونجی[۲۴] (۲۰۱۹) مفروضات اقلام رشدکننده و با کیفیت ناقص را در مدل‌سازی موجودی، به‌طور هم‌زمان در نظر گرفته‌اند.

در تحقیقی که ملکی‌تبار[۲۵] و همکاران (۲۰۱۹) ارائه کرده‌اند، یک مدل موجودی برای محصولات در حال رشد، با در نظر گرفتن یک زنجیرهٔ تأمین دوسطحی، متشکل از یک تأمین‌کننده و یک کشاورز ارائه شده است. به‌طور کلی مدل ارائه‌شده برای تمامی محصولات در حال رشد قابل‌استفاده است و به‌منظور ارائهٔ یک مطالعهٔ موردی، محصول در نظر گرفته شده در این مطالعه، ماهی قزل‌آلاست. همچنین در مدل ارائه‌شده توسط ملکی‌تبار، برای نخستین‌بار یک تابع تغذیه (تابع مصرف غذا) برای ماهی قزل‌آلا ارائه شده است. از دیگر نوآوری‌های این تحقیق، اعمال قرارداد تقسیم درآمد و همچنین تقسیم درآمد و هزینه در مدل پیشنهادی و ارائهٔ بینش‌های مدیریتی دربارهٔ تولید قزل‌آلا در یک زنجیرهٔ تأمین هماهنگ است.

از دیگر مفروضات پژوهش حاضر، وجود تقاضای تصادفی است. جولایی و همکاران (۱۳۸۵) مدل کنترل موجودی را برای اقلام فاسدشدنی با شرایط بدون کمبود و تقاضای احتمالی و امکان تسریع در سفارش، با سیاست مرور دائم ارائه دادند. در تحقیق ارائه‌شده توسط سانا[۲۶] (۲۰۱۱)، یک مدل مقدار سفارش اقتصادی در شرایط قطعی و با افق زمانی محدود ارائه شده است که در آن تقاضا نسبت‌به قیمت حساس است و با افزایش قیمت، فروش با توان دو کاهش می‌یابد. در این تحقیق نرخ‌های قیمت در بازه‌های زمانی مختلف، متغیرهای تصمیم در نظر گرفته شده‌اند. هدف از حل مدل ارائه‌شده در این تحقیق، به دست آوردن مقدار سفارش اقتصادی و قیمت‌های بهینهٔ فروش، به‌منظور بیشینه‌کردن سود کل فروشنده است. درنهایت، تحلیل حساسیت روش بهینه نیز با توجه به پارامترهای کلیدی مسئله انجام شده است.

موریانا[۲۷] (۲۰۱۶) در تحقیقی برای محصولات غذایی فسادپذیر با تقاضای تصادفی و تاریخ انقضای محدود، مدل تصادفی ریاضی را ارائه کرد که شامل هزینه‌های کمبود و هزینه‌های تمام‌شدن انقضای محصول است. صداقتی[۲۸] و همکاران (۱۳۹۹) در پژوهش خود، مدل مقدار سفارش اقتصادی را تحت شرایط تقاضای تصادفی در یک زنجیرهٔ تأمین دوسطحی ارائه کردند. ایشان مدلی را برای مقدار سفارش اقتصادی در یک زنجیرهٔ تولید–توزیع ارائه کرده‌اند که شامل تولیدکننده و توزیع‌کننده با عمر مفید ثابت و تقاضای تصادفی است؛ به نحوی که با صدور این سفارش، بهترین حالت ممکن ازلحاظ مقرون به صرفه بودن، با توجه به هزینه‌های موجودی در محل فروش اتفاق بیفتد. بررسی پیشینهٔ تحقیق نشان می‌دهد هیچ تحقیقی دربارهٔ مدل‌سازی موجودی محصولات رشدکننده منتشر نشده است که مفروضات کالا را با کیفیت ناقص و نیز تقاضای تصادفی را هم‌زمان داشته باشد.

در ادامه در بخش دوم، مروری اجمالی بر مبانی نظری پژوهش انجام شده است. روش‌شناسی پژوهش در بخش سوم و مطالعهٔ کاربردی و یافته‌های پژوهش در بخش چهارم ارائه شده است. بخش پنجم به بحث و تفسیر یافته‌های پژوهش و تحلیل حساسیت اختصاص یافته و در بخش ششم، نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای پژوهش‌های بعدی مطرح شده است.

۲- مبانی نظری

در این بخش مواردی از مفاهیم و مبانی نظری پژوهش حاضر و خلاصه‌ای از پیشینۀ اشاره‌شده در مقدمه، در جدول۱ ارائه شده است.

مدیریت موجودی

تانثاتمی و فراکسفانرات[۲۹] (۲۰۱۲) بیان کرده‌اند که نقش مدیریت موجودی دربارۀ تعادل، در رابطه با به حداقل رساندن هزینۀ کل و گسترش رضایت مشتری است. این نقش‌ها به‌دلیل آثار و اتفاقات متناوب عدم قطعیت تقاضا، ساده نیستند.

هزینۀ مصرف

این هزینه که برای بازۀ رشد محصولات در نظر گرفته شده است، وابسته به زمان است. بدیهی است که در طی زمان و با افزایش رشد محصولات، میزان مصرف غذای آنها و به تبع آن هزینۀ غذادادن به آنها نیز متغیر است. براساس پژوهشی که دمرز[۳۰] و همکاران (۲۰۱۸) ارائه کردند، حداکثر میزان رشد به‌عنوان تابعی از مصرف غذا، مهم‌ترین پارامتر ازنظر تولیدکنندگان (پرورش‌دهندگان) دام و طیور است؛ زیرا هزینۀ خوراک، بزرگ‌ترین و مهم‌ترین هزینه در تولید دام و طیور تلقی می‌شود.

اقلام رشدکننده

سبتجان و آدتونجی (۲۰۱۹)، بیان داشته‌اند که منظور از محصول رشدکننده، هر نوع موجود زنده‌ای است که قابلیت رشد دارد و همچنین خرید و فروش برای آن امکان‌پذیر است.

مدل مقدار سفارش اقتصادی

چوپرا و میندل[۳۱] (۲۰۰۴)، اظهار می‌کنند که ساده‌ترین مدل موجودی، که یک مدل پایه برای تعداد بسیاری از مدل‌های موجودی قرار گرفته است، مدل مقدار سفارش اقتصادی[۳۲] (EOQ) است. این مدل را هریس (۱۹۱۳) ارائه کرد و بعدها ویلسون[۳۳] (۱۹۳۴) آن را به‌صورت گسترده‌ای توسعه داد.

مقدار سفارش اقتصادی کلاسیک طبق رابطۀ (۱) محاسبه می‌شود (حاج شیرمحمدی[۳۴]، ۱۳۹۲).

$$EOQ = Q^* = \sqrt{\frac{2DC}{h}} \qquad (۱)$$

در این رابطه D[۳۵] میزان تقاضا (مقدار مصرف در واحد زمان)، C[۳۶] هزینۀ ثابت هر نوبت سفارش و h[۳۷] هزینۀ نگهداری هر واحد موجودی در واحد زمان است.

مدل موجودی ارائه‌شده در این مقاله، به‌عنوان مدلی گسترش‌یافته از مدل ارائه‌شده توسط سبتجان و آدتونجی کاربرد دارد که در آن، بخش خاصی از کالاها مجازند کیفیت پایین‌تری داشته باشند. مقایسۀ سیستم موجودی این مقاله و برخی مدل‌های موجودی مربوط که در پیشینۀ تحقیق ذکر شد، در جدول ۱ ارائه شده است که سهم مقاله‌های پژوهشی مختلف در پیشینۀ موجود و آنچه را نشان می‌دهد که این مقاله به تحقیقات تئوری موجودی اقلام رشدکننده می‌افزاید.

جدول ۱- تحلیل وضعیت پژوهش‌های مرتبط با موضوع در پیشینه و سهم این مقاله

Table 1- Analysis of the condition of related research in the literature and contribution of this paper

منابع	ویژگی سیستم‌های موجودی							روش حل	
	موارد متعارف	اقلام رشدکننده	تقاضای تصادفی	کیفیت ناقص	مالیات کربن	کمبود	فرم بسته	ابتکاری
هریس	*						*	
سلامه و جابر	*			*			*	
رضایی		*						*
ژانگ و همکاران		*			*			*
نوبیل و همکاران		*				*		*
سبتجان و آدتونجی		*		*				*
پژوهش حاضر		*	*	*				*

۳- روش‌شناسی پژوهش

تعریف مسئله

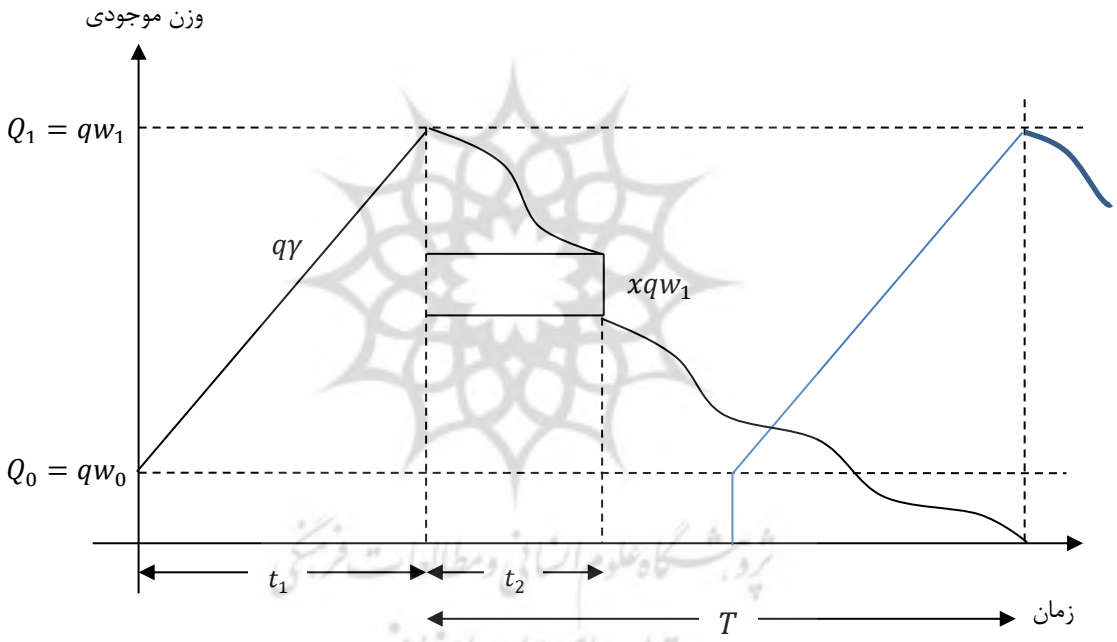
مدل موجودی ارائه‌شده در این مقاله نسبت‌به مدل ارائه‌شده توسط سبتجان و آدتونجی، متغیر تقاضا را به‌صورت تصادفی در نظر گرفته و سپس اقدام به تعیین روابط و انجام تحلیل حساسیت و نتیجه‌گیری کرده است.

در پژوهش حاضر برای تعیین سیاست بهینهٔ موجودی و نیز دیگر متغیرهای معرفی‌شده، بعد از توضیح مفهوم مدل به‌ترتیب، مفروضات و نمادهای مسئله معرفی شده و سپس به تعریف هزینه‌های موجود در سیستم و ارائهٔ روابط آنها و معرفی تابع رشد مدنظر برای حل مسئله پرداخته شده است. در ادامه محدودیت‌های مدل بیان شده و با استفاده از روابط به‌دست‌آمده، مدل حل شده است. درنهایت، بهینگی مدل اثبات شده و با ارائهٔ مثال عددی و تحلیل حساسیت، نتیجه‌گیری نهایی طرح شده است.

مدل مفهومی

سیستم موجودی مقالهٔ حاضر وضعیتی را بررسی می‌کند که یک شرکت تعداد مشخصی از اقلام دارای تقاضای تصادفی و قادر به رشد را در طول زمان، مانند مرغ‌ها سفارش می‌دهد. شکل ۱ نشان‌دهندهٔ رفتار معمول چنین سیستم موجودی‌ای است. شرکت، فرآیند رشد را از طریق تغذیهٔ اقلام تسهیل می‌کند و برای تغذیه و پرورش اقلام هزینه‌ای را متحمل می‌شود. در پایان دورهٔ رشد (بعد از رسیدن به وزنی معین و مطلوب)، اقلام ذبح و فروخته می‌شوند، بخش خاصی از اقلام ذبح‌شده کیفیت پذیرفتنی ندارند. قبل از فروش اقلام، شرکت آنها را غربال می‌کند تا اقلام با کیفیت خوب از اقلام با کیفیت پایین‌تر جدا شود. اقلام با کیفیت خوب در طول چرخهٔ فروش با قیمتی معین و میزان تقاضایی مشخص فروخته می‌شوند؛ در حالی که کالاهای با کیفیت پایین‌تر به‌صورت دسته‌ای واحد، بعد از فرآیند غربال با قیمتی کمتر از قیمت کالاهای با کیفیت خوب فروخته می‌شوند. هر چرخهٔ موجودی به دو دورهٔ مشخص رشد و مصرف تقسیم می‌شود. در طول دورهٔ رشد (دورهٔ t_1 در شکل ۱)، اقلام سفارشی که تازه متولد شده‌اند، تغذیه می‌شوند و رشد می‌کنند تا زمانی که به وزنی خاص برسند. رسیدن به وزنی معین نشان‌دهندهٔ پایان دورهٔ رشد است که اقلام ذبح می‌شوند. در طول دورهٔ مصرف (دورهٔ T در شکل ۱)، اقلام ذبح‌شده در انبار نگهداری می‌شوند و پس از فرآیند غربال که اقلام با کیفیت خوب را از اقلام با کیفیت پایین‌تر جدا می‌کنند، به

مصرف‌کنندگان فروخته می‌شوند (دورهٔ t_2 در شکل ۱). همچنین شکل ۱ رابطهٔ بین یک چرخهٔ موجودی و چرخهٔ بعدی را نشان می‌دهد. سطح موجودی در طول یک چرخه به‌دلیل مصرف کاهش می‌یابد و در پایان دورهٔ T به صفر می‌رسد. در این زمان، اقلام باقی‌مانده در چرخهٔ موجودی بعدی، چرخهٔ رشد خود را کامل می‌کنند؛ به این معنی که اقلام موجود در چرخهٔ بعدی در همان لحظه‌ای برای مصرف آماده خواهند شد که این اقلام در چرخهٔ موجودی قبلی به اتمام رسیده‌اند (به وزن مطلوب رسیده‌اند) (شکل ۱). شرکت باید برای بیشینه‌سازی سود کل خود، تعداد کالاهای قابل‌سفارش را هنگام شروع یک چرخهٔ رشد تعیین کند. سود کل، تفاوت بین درآمد کل و هزینهٔ کل تعریف شده است. درآمد کل شامل درآمد حاصل از فروش اقلام با کیفیت خوب و کیفیت پایین‌تر و هزینهٔ کل شامل مجموع هزینه‌های خرید، تغذیه، نگهداری، راه‌اندازی و غربالگری است. مدل ارائه‌شده دو سؤال مربوط به مقدار سفارش و زمان سفارش را بررسی می‌کند. تابع هدف مدل، سود کل موردانتظار است؛ در حالی که متغیرهای تصمیم، اندازهٔ دسته و زمان چرخه‌اند، با در نظر گرفتن این محدودیت که مجموع دورهٔ رشد و زمان راه‌اندازی تسهیلات باید کمتر از دورهٔ مصرف باشند.



شکل ۱- رفتار سیستم موجودی با تابع رشد خطی و تقاضای تصادفی

Fig. 1- Inventory system behavior with a linear growth function and stochastic demand

مفروضات و نمادها

در ادامه، ابتدا مفروضات و نمادهای مدل معرفی شده و سپس روابط ریاضی برای توضیح مدل بیان شده است.

به‌منظور مدل‌سازی، مفروضات زیر بیان شده است:

- اقلام سفارش داده شده قبل از ذبح قابلیت رشد دارند؛
- یک نوع واحد از اقلام در نظر گرفته شده است؛
- برای تغذیه و رشد اقلام، هزینه پرداخت می‌شود؛
- هزینهٔ تغذیهٔ اقلام، متناسب با وزن اقلام است؛

- هزینه‌های نگهداری در طول دورهٔ مصرف پرداخت می‌شود؛
- نسبتی تصادفی از اقلام ذبح‌شده کیفیت پایین‌تری دارند؛
- فرآیند غربالگری ۱۰۰٪ مؤثر است؛
- همهٔ اقلام با کیفیت پایین‌تر می‌توانند به فروش برسند؛
- اقلام با کیفیت پایین‌تر به‌عنوان دسته‌ای واحد، پس از دورهٔ غربال فروخته می‌شوند؛
- قیمت فروش اقلام باکیفیت از اقلام با کیفیت پایین‌تر، بیشتر است؛
- هیچ‌گونه دوباره‌کاری یا تعویض دربارهٔ اقلام با کیفیت پایین‌تر انجام نمی‌شود؛
- منظور از چرخه، بازهٔ زمانی بین دریافت اقلام تازه متولد شده تا فروش آنها (اقلام با کیفیت خوب و کیفیت پایین‌تر) است؛
- زمان تحویل، یعنی مقدار زمان بین صدور سفارش و دریافت آن قطعی و ثابت است؛
- فرض شده است که میزان تقاضای مدنظر یک متغیر تصادفی با توزیع نرمال با میانگین μ_t و انحراف معیار σ_t باشد که به واحد زمان t اشاره دارد؛
- سطح اطمینان برای حصول اطمینان از یک سطح مطلوب خدمات در نظر گرفته می‌شود و برابر $F^{-1}(CSL)\sigma_t$ است؛
- مقدار تقاضا برابر با $d = \mu_t + SF\sigma_t$ است؛
- کمبود مجاز نیست.

در جدول ۲، لیستی از نمادهای استفاده‌شده در مدل ارائه شده است.

جدول ۲- نمادهای به کار رفته در مدل ریاضی

Table 2- Notations used in the mathematical model

نماد	شرح
q	تعداد اقلام تازه متولد شده در هر چرخه
T	زمان چرخه
w_o	وزن هریک از اقلام تازه متولد شده
w_1	وزن هریک از اقلام رشدیافته در هنگام ذبح
w_t	وزن هریک از اقلام در زمان t (وابسته به تابع رشد)
Q_t	وزن مجموع همهٔ موجودی‌های سفارش داده شده در زمان t
p	هزینهٔ خرید به ازای هر واحد وزن کالای رشدیافته
s	قیمت فروش کالای با کیفیت خوب در هر واحد وزنی
v	قیمت فروش کالای با کیفیت پایین‌تر در هر واحد وزنی
h	هزینهٔ نگهداری به ازای هر واحد وزنی و زمانی
K	هزینهٔ راه‌اندازی هر چرخه
μ_t	میزان میانگین تقاضاها برای اقلام با کیفیت خوب در واحد زمانی t
σ_t	میزان انحراف معیار تقاضاها در واحد زمانی t
$SF\sigma_t$	مقدار سطح اطمینان در تقاضای توزیع نرمال در واحد زمانی t (SF ضریب اطمینان[۳۸] است)
d	میزان تقاضای تصادفی

نماد	شرح
c	هزینهٔ تغذیه به ازای هر واحد وزنی و زمانی
x	نسبت تصادفی اقلام ذبح‌شده‌ای که کیفیت پایین‌تری دارند
g (.)	تابع چگالی احتمال یک متغیر
z	هزینهٔ غربالگری هر واحد وزنی
r	نرخ غربال
t_1	طول دورهٔ رشد
t_2	زمان غربالگری
t_s	زمان راه‌اندازی
γ	میزان رشد خطی در هر واحد وزنی و زمانی (برای استفاده در تابع رشد خطی)
E[TPU]	امید ریاضی تابع سود کل در واحد زمان
E [TR]	امید ریاضی درآمد
E [HC]	امید ریاضی هزینهٔ نگهداری
E[T]	امید ریاضی دورهٔ مصرف

معرفی مدل مفهومی

در آغاز چرخهٔ رشد، شرکت به تعداد q از اقلام تازه متولد شده را خریداری می‌کند که قابلیت رشد دارند (مثلاً دام یا طیور). در زمان دریافت سفارش، وزن هرکدام از اقلام تازه متولد شده w_0 است. در این مرحله وزن کل موجودی Q_0، با ضرب وزن واحد هرکدام از اقلام در تعداد اقلام سفارش داده‌شده تعیین می‌شود ($Q_0 = qw_0$). w_1 نشان‌دهندهٔ اقلامی است که تغذیه می‌شوند و رشد می‌کنند تا به وزن مطلوب برسند که تابعی از زمان است. پس از رسیدن به وزن مطلوب، اقلام ذبح می‌شوند. وزن کل موجودی در زمان ذبح برابر با $Q_1 = qw_1$ است. اقلام در دورهٔ t_2 با نرخ r غربال می‌شوند. نسبتی از اقلام ذبح‌شده، کیفیت پایین‌تری دارند (x) که این نسبت متغیری تصادفی با توزیع مشخص g(x) و امید ریاضی E(x) فرض شده است. در پایان دورهٔ غربال، تمام اقلام با کیفیت پایین‌تر به‌صورت یک‌دسته و با قیمتی با تخفیف، به فروش می‌رسند. اقلام با کیفیت خوب در طول دورهٔ مصرف T، با میزان تقاضای واحد وزنی μ_t در واحد زمان فروخته می‌شوند. هدف از مدل موجودی، به حداکثر رساندن سود کل شرکت (TP) است که به‌صورت کسر کل هزینه‌های شرکت از کل درآمد آن (TR) تعریف شده است. هزینهٔ کل هر چرخه از پنج جزء، شامل هزینه‌های خرید، راه‌اندازی، غربالگری، تغذیه و نگهداری تشکیل شده است که به‌ترتیب با PC، SC، ZC، FC وHC مشخص می‌شوند. پس تابع سود کل شرکت عبارت است از:

$$TP = TR - PC - SC - FC - HC - ZC \qquad (۲)$$

نظر به اینکه فرض شده است نسبت اقلام با کیفیت پایین‌تر (x) متغیری تصادفی با تابع چگالی احتمال، شناخته شده باشد و با نماد g(x) نشان داده شود، مقدار امید ریاضی سود کل برابر است با:

$$E[TP] = E[TR] - PC - SC - FC - E[HC] - ZC \qquad (۳)$$

به‌منظور تأمین تقاضای سالیانهٔ واحدهای وزنی μ_t، شرکت به راه‌اندازی امکانات رشد به تعداد $\frac{(\mu_t+SF\sigma_t)}{qw_1\,(1-E[X])}$ بار در سال نیاز دارد. از معکوس‌کردن این نسبت، امید ریاضی مدت‌زمان چرخه در دورهٔ مصرف به دست می‌آید:

$$\mathrm{E[T]} = \frac{qw_1\,(1-E[X])}{(\mu_t+SF\sigma_t)} \qquad (۴)$$

با توجه به اینکه همهٔ موجودی ذبح‌شده قبل از فروش تحت غربالگری قرار می‌گیرند، وزن کل موجودی ذبح‌شده (qw_1) و نرخ غربالگری (r) در محاسبهٔ طول دورهٔ غربال (t_2) استفاده می‌شوند یعنی:

$$\mathrm{t_2} = \frac{qw_1}{r} \qquad (۵)$$

امید ریاضی درآمد در هر چرخه

نظر به اینکه شرکت، هم اقلام با کیفیت خوب و هم کیفیت پایین‌تر را می‌فروشد، درآمد کل شامل درآمد حاصل از فروش اقلام با کیفیت خوب و کیفیت پایین‌تر است. اقلام با کیفیت خوب به‌طور مداوم با قیمت s در واحد وزنی فروخته می‌شوند. در پایان فرآیند غربالگری، اقلام با کیفیت پایین‌تر به‌صورت دسته‌ای واحد با قیمت تخفیف v در واحد وزنی فروخته می‌شوند. بنابراین، امید ریاضی درآمد برابر است با:

$$\mathrm{E\,[TR]} = \mathrm{sqw_1\,(1-E[X])} + \mathrm{vqw_1\,E[X]} \qquad (۶)$$

هزینهٔ خرید در هر چرخه

در آغاز هر چرخه، شرکت تعداد q واحد از اقلام تازه متولد شده را خریداری می‌کند که هرکدام وزنی معادل w_0 دارند. هرکدام از این اقلام با هزینهٔ p در هر واحد وزنی تأمین می‌شوند. پس هزینهٔ خرید برابر است با:

$$\mathrm{PC} = \mathrm{pqw_0} \qquad (۷)$$

هزینهٔ راه‌اندازی در هر چرخه

این هزینه برای محصولاتی که ساخته می‌شوند (هزینهٔ آماده‌سازی ماشین‌آلات و تجهیزات)، قبل از تولید است و برای محصولاتی است که به تأمین‌کننده سفارش داده می‌شوند، شامل هزینهٔ آماده‌سازی و دریافت سفارش و نیز هزینهٔ حمل‌ونقل (یوسفی و همکاران[۳۹]، ۱۳۸۹). در ابتدای هر چرخه، هزینهٔ ثابت راه‌اندازی معادل K بر شرکت تحمیل می‌شود، پس هزینهٔ راه‌اندازی برابر است با:

$$\mathrm{SC} = \mathrm{K} \qquad (۸)$$

هزینهٔ تغذیه در هر چرخه

شرکت از طریق تغذیهٔ اقلام در دورهٔ t_1، رشد اقلام را امکان‌پذیر می‌کند. تغذیهٔ اقلام موجب تحمیل هزینهٔ c در واحد وزنی و زمانی به شرکت می‌شود. مقدار غذایی که توسط اقلام مصرف می‌شود، وابسته به سن (یعنی وزن) اقلام فرض می‌شود که به‌وسیلهٔ تابع رشد (w_t) نشان داده می‌شود؛ به آن معنی که هرچه اقلام بزرگ‌تر و حجیم‌تر می‌شوند، نیاز آنها به غذا نیز افزایش می‌یابد. از این مقادیر همراه با تعداد اقلام سفارش‌داده‌شده برای تعیین هزینهٔ تغذیه استفاده شده است:

$$\mathrm{FC} = \mathrm{c.q}\int_0^{t_1} w_t\,d_t \qquad (۹)$$

هزینهٔ غربالگری در هر چرخه

فرآیند غربالگری در مدت‌زمان t_2 انجام می‌شود تا اقلام با کیفیت خوب را از کیفیت پایین‌تر جدا کند. این هزینه z واحد پولی را برای غربال یک واحد وزنی از اقلام ذبح‌شده تحمیل می‌کند. هزینهٔ غربال همهٔ اقلام برابر است با:

$$ZC = zqw_1 \qquad (۱۰)$$

امید ریاضی هزینهٔ نگهداری در هر چرخه

این هزینه، همان هزینهٔ نگهداری موجودی است که شامل هزینهٔ درگیر در موجودی، مالیات، بیمه و نظایر آن است (یوسفی و همکاران، ۱۳۸۹). پس از دورهٔ رشد، اقلام بعد از رسیدن به وزن مطلوب w_1 ذبح می‌شوند. هزینهٔ نگهداری، جزئی از هزینه‌های مرتبط با حفظ و نگهداری اقلام ذبح‌شده در انبار است؛ بنابراین شرکت، هزینهٔ نگهداری را در دورهٔ T پرداخت می‌کند. نگهداری اقلام، هزینهٔ h را برای حفظ و نگهداری یک واحد وزنی از اقلام ذبح‌شده در انبار به مدت یک‌سال به شرکت تحمیل می‌کند. امید ریاضی هزینهٔ نگهداری در هر چرخه که در شکل ۱ نشان داده شده است، با تقریب برابر است با:

$$E[HC] = h\left[\frac{q^2w_1^2(1-E[X])^2}{2(\mu_t+SF\sigma_t)} + \frac{q^2w_1^2E[X]}{r}\right] \qquad (۱۱)$$

امید ریاضی تابع سود کل

عبارت امید ریاضی تابع سود کل در هر چرخه (E[TP])، با جایگزینی معادلات (۶) تا (۱۱) در معادلهٔ (۳) حاصل می‌شود. امید ریاضی سود کل در هر واحد زمانی (E[TPU]) به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E[TPU] = \frac{E[TP]}{E[T]} = s(\mu_t + SF\sigma_t) + \frac{v(\mu_t+SF\sigma_t)E[x]}{(1-E[x])} - \frac{p(\mu_t+SF\sigma_t)w_0}{w_1(1-E[x])} - \frac{K(\mu_t+SF\sigma_t)}{qw_1(1-E[x])} - \frac{z(\mu_t+SF\sigma_t)}{(1-E[x])} - \frac{c(\mu_t+SF\sigma_t)}{w_1(1-E[x])}\int_0^{t_1} w_t\,d_t - h\left[\frac{qw_1(1-E[X])}{2} + \frac{qw_1(\mu_t+SF\sigma_t)E[X]}{r(1-E[X])}\right] \qquad (۱۲)$$

بررسی تابع رشد

حل معادلهٔ (۱۲) برای اقلام رشدکنندهٔ تحت مطالعه، به توابع رشد خاصی نیاز دارد که برای اقلام مختلف متفاوت است. برای ساخت فرمول عمومی‌تر امید ریاضی سود کل که بتواند دربارهٔ اقلام مختلف رشدکننده اعمال شود، فرض بر این است که مقدار خوراک مصرفی به وزن اقلام بستگی دارد (یعنی اقلام بزرگ‌تر، خوراک بیشتری مصرف می‌کنند). با این کار می‌توان هزینهٔ تغذیهٔ هر چرخه را با استفاده از روشی مشابه به روشی تعیین کرد که هنگام محاسبهٔ هزینه نگهداری به کار رفت. این به آن معناست که هزینهٔ تغذیه در هر چرخه، از ضرب هزینهٔ تغذیهٔ هر واحد وزنی (c)، تعداد اقلامی که باید تغذیه شوند (اندازهٔ دسته، q) و سطح زیر دورهٔ رشد / تغذیه، در نمودار رفتار سیستم موجودی محاسبه می‌شود. برای محاسبهٔ هزینهٔ تغذیه به تابع رشد اقلام نیاز است. در این مقاله تابع رشد در نظر گرفته شده، تابع خطی است.

مدل تابع رشد خطی

با فرض خطی‌بودن تابع رشد اقلام، وزن هرکدام از اقلام با میزان ثابت واحدهای وزنی در واحد زمان (γ) افزایش می‌یابد (اقلام رشد می‌کنند). رشد در مدت‌زمان t_1 اتفاق می‌افتد و هنگام دریافت اقلام تازه متولد شده، وزن هریک از آنها w_0 است؛ این به آن معنی است که تابع رشد هریک از اقلام (w_t)، تابعی خطی با شیب γ است و w_0 مختصات نقطه روی محور q آن است؛ درنتیجه:

$$w_t = w_0 + \gamma t \quad (۱۳)$$

در شکل ۱، اقلام در دورهٔ t_1 بزرگ می‌شوند (رشد می‌کنند) و پس از آن وقتی وزن آنها به وزن مطلوب w_1 رسید، ذبح می‌شوند. در زمان ذبح، معادلهٔ (۱۳) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$w_1 = w_0 + \gamma t_1 \quad (۱۴)$$

از معادلهٔ (۱۴)، نتیجه می‌شود که عمر محصول ذبح‌شده برابر است با:

$$t_1 = \frac{w_1 - w_0}{\gamma} \quad (۱۵)$$

و هزینهٔ تغذیه در هر چرخه برابر است با:

$$FC = c\left[\frac{t_1(qw_1 - qw_0)}{2}\right] = cq\left[\frac{(w_1 - w_0)^2}{2\gamma}\right] \quad (۱۶)$$

امید ریاضی تابع سود کل

معادلهٔ امید ریاضی سود کل در هر چرخه برابر است با:

$$E[TP] = sqw_1(1 - E[X]) + vqw_1 E[X] - pqw_0 - K - zqw_1 - \frac{cq(w_1 - w_0)^2}{(2\gamma)} - h\left[\frac{q^2 w_1^2 (1-E[X])^2}{2(\mu_t + SF\sigma_t)} + \frac{q^2 w_1^2 E[X]}{r}\right] \quad (۱۷)$$

برای ساده‌ترکردن معادلهٔ (۱۷)، مقدار q از معادلهٔ (۴) قرار داده می‌شود:

$$q = \frac{(\mu_t + SF\sigma_t) E(T)}{w_1 (1-E[X])} \quad (۱۸)$$

با جایگزینی معادلهٔ (۱۸) در معادلهٔ (۱۷)، مقدار E [TP] به‌صورت ساده‌تری به دست می‌آید. امید ریاضی سود کل در واحد زمان (E [TPU])، با تقسیم تابع جدید E [TP] بر امید ریاضی، زمان چرخه به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$E[TPU] = \frac{E[TP]}{E[T]} = s(\mu_t + SF\sigma_t) + \frac{v(\mu_t + SF\sigma_t) E[x]}{(1-E[x])} - \frac{p(\mu_t + SF\sigma_t) w_0}{w_1(1-E[x])} - \frac{K}{E[T]} - \frac{z(\mu_t + SF\sigma_t)}{(1-E[x])} - \frac{c(\mu_t + SF\sigma_t)(w_1 - w_0)^2}{w_1(1-E[x])(2\gamma)} - h\left[\frac{(\mu_t + SF\sigma_t) E(T)}{2} + \frac{(\mu_t + SF\sigma_t)^2 E(T) E[X]}{r(1-E[X])^2}\right] \quad (۱۹)$$

یا

$$E[TPU] = \frac{E[TP]}{E[T]} = s(\mu_t + SF\sigma_t) + \frac{v(\mu_t + SF\sigma_t) E[x]}{(1-E[x])} - \frac{p(\mu_t + SF\sigma_t) w_0}{w_1(1-E[x])} - \frac{K(\mu_t + SF\sigma_t)}{qw_1(1-E[X])} - \frac{z(\mu_t + SF\sigma_t)}{(1-E[x])} - \frac{c(\mu_t + SF\sigma_t)(w_1 - w_0)^2}{w_1(1-E[x])(2\gamma)} - \frac{hqw_1(\mu_t + SF\sigma_t)\left[\frac{(1-E[X])^2}{2T(\mu_t + SF\sigma_t)} + \frac{E[X]}{r}\right]}{(1-E[x])} \quad (۲۰)$$

محدودیت‌های مدل

برای اطمینان از امکان‌پذیری سیستم موجودی، دو محدودیت وجود دارد. اولین محدودیت اطمینان از آماده‌بودن اقلام برای مصرف در زمان موردنیاز است و محدودیت دوم، اطمینان از وقوع‌نیافتن کمبود در طول دورهٔ غربالگری است.

محدودیت ۱. به‌منظور اطمینان از آماده‌بودن اقلام ذبح‌شده برای مصرف در طول دورهٔ مصرف، مجموع زمان راه‌اندازی (t_s) و مدت‌زمان رشد (t_1)، باید کوچک‌تر یا مساوی با امید ریاضی دورهٔ مصرف باشد:

$$t_1 + t_s \leq E[T] \quad (۲۱)$$

با جایگزینی مقدار t_1 از معادلات (۱۵) و (۲۱)، این رابطه به شکل زیر در می‌آید:

$$E[T] \geq \{\frac{w_1 - w_0}{\gamma} + t_s = T_{min}\} \quad (۲۲)$$

محدودیت ۲. $N(qw_1, E(x))$ به‌عنوان وزن اقلام ذبح‌شده با کیفیت خوب، منهای وزن اقلام ذبح‌شده با کیفیت پایین‌تر در هر چرخه تعریف می‌شود:

$$N(qw_1, E(x)) = qw_1 - E(x)\, qw_1 = (1 - E(x))\, qw_1 \quad (۲۳)$$

برای جلوگیری از بروز کمبود، تعداد اقلام با کیفیت خوب باید حداقل برابر با میزان تقاضا در طول زمان غربالگری (t_2) باشد:

$$N(qw_1, E(x)) \geq (\mu_t + SF\sigma_t)\, t_2 \quad (۲۴)$$

با جایگزینی نامساوی رابطهٔ (۲۴) و مقدار t_2 در معادلهٔ (۲۳)، مقدار E(x) به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$E(x) \leq \{1 - \frac{(\mu_t + SF\sigma_t)}{R} = x_{res}\} \quad (۲۵)$$

مدل مقدار سفارش اقتصادی برای اقلام رشدکننده با کیفیت ناقص

با استفاده از تابع هدف در معادلهٔ (۱۹) و محدودیت‌ها، فرمول سیستم موجودی به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\mathrm{E[TPU]} = \frac{E[TP]}{E[T]} = s(\mu_t + SF\sigma_t) + \frac{v(\mu_t + SF\sigma_t)\, E[x]}{(1 - E[x])} - \frac{p(\mu_t + SF\sigma_t)\, w_0}{w_1(1 - E[x])} - \frac{K}{E[T]} - \frac{z(\mu_t + SF\sigma_t)}{(1 - E[x])} - \frac{c(\mu_t + SF\sigma_t)(w_1 - w_0)^2}{w_1(1 - E[x])(2\gamma)} - h\left[\frac{(\mu_t + SF\sigma_t)\, E(T)}{2} + \frac{(\mu_t + SF\sigma_t)^2 E(T)\, E[X]}{r(1 - E[X])^2}\right] \quad (۲۶)$$

$$\text{s.t} \quad E(T) \geq T_{min}$$
$$E(T) \geq 0$$
$$E(x) \leq 1 - \frac{(\mu_t + SF\sigma_t)}{R}$$

تعیین متغیرهای تصمیم

راه‌حل بهینهٔ سیستم موجودی این پژوهش، با یافتن مقدار E[T] تعیین می‌شود که E [TPU] را حداکثر می‌کند:

$$\frac{\partial E[TPU]}{\partial E[T]} = \frac{K}{E[T^2]} - h\left[\frac{(\mu_t + SF\sigma_t)}{2} + \frac{(\mu_t + SF\sigma_t)^2 E[X]}{r(1 - E[X])^2}\right] = 0$$

$$E(T) = \sqrt{\frac{2K}{h(\mu_t + SF\sigma_t)\left[1 + \frac{2(\mu_t + SF\sigma_t)\,E[X]}{r(1-E[X])^2}\right]}} \quad (۲۷)$$

با جایگزینی مقادیر معادلهٔ (۱۸) در معادلهٔ (۲۷)، مقدار سفارشی حاصل می‌شود که امید ریاضی سود کل را در واحد زمانی حداکثر می‌کند:

$$EOQ = q^* = \sqrt{\frac{2K(\mu_t+SF\sigma_t)}{hw_1^2\left[(1-E[X])^2+\frac{2(\mu_t+SF\sigma_t)\,E[X]}{r}\right]}} \quad (۲۸)$$

اثبات تقعر تابع هدف

برای اطمینان از بهینه مطلق بودن جواب به‌دست‌آمده، باید محدب/مقعربودن آن بررسی شود. با توجه به اینکه هدف، بیشینه‌سازی تابع است، برای اطمینان از آنکه یک جواب محلی به‌دست‌آمده، جواب بیشینهٔ مطلق آن نیز است، نسبت‌به بررسی مقعربودن این تابع اقدام شده است. برای بررسی مقعربودن باید نشان داد ماتریس هشین، یک ماتریس معین (نیمه‌معین) منفی است (رضوی و همکاران، ۱۳۹۲). برای نشان‌دادن یک جواب منحصربه‌فرد در معادلهٔ (۱۹) و اینکه مقدار در این نقطه قطعاً تابع هدف را حداکثر می‌کند، کافی است شیب تابع محاسبه‌شده تا نقطهٔ بهینه شناسایی و مشخص شود که ماتریس هشین نیمه‌معین، منفی است. معادلهٔ (۲۹) نقطهٔ بهینهٔ شیب تابع را نشان می‌دهد:

$$\frac{\partial E[TPU]}{\partial E[T]} = \frac{K}{E[T^2]} - \mathrm{h}\left[\frac{(\mu_t+SF\sigma_t)}{2} + \frac{(\mu_t+SF\sigma_t)^{\,2}E[X]}{r(1-E[X])^2}\right] \quad (۲۹)$$

همچنین ماتریس هشین تابع هدف به‌صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E[TPU]}{\partial E[T^2]} & \frac{\partial^2 E[TPU]}{\partial E[T]\partial q} \\ \frac{\partial^2 E[TPU]}{\partial E[T]\partial q} & \frac{\partial^2 E[TPU]}{\partial q^2} \end{bmatrix} \quad (۳۰)$$

به دلیل اینکه همهٔ پارامترها غیرمنفی‌اند، این ماتریس نیمه‌معین و منفی است:

$$\begin{bmatrix} \frac{-K}{E[T^3]} & \frac{-K}{E[T^3]} \\ \frac{-K}{E[T^3]} & 0 \end{bmatrix} \quad (۳۱)$$

شکل دیگر تابع هدف به‌وسیلهٔ ماتریس هشین به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$[E[T] \quad q]\begin{bmatrix} \frac{-K}{E[T^3]} & \frac{-K}{E[T^3]} \\ \frac{-K}{E[T^3]} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E[T] \\ q \end{bmatrix} = \frac{-2K}{E[T]}\left(1 + \frac{q^2}{E[T^2]}\right) \le 0 \quad (۳۲)$$

معادلهٔ بالا نشان می‌دهد تابع هدف منفی است و مقعربودن تابع اثبات می‌شود.

الگوریتم محاسبه

برای تعیین جواب بهینه از الگوریتم زیر استفاده می‌شود که (سبتجان و آدتونجی، ۲۰۱۹) آن را ارائه کرده‌اند:

گام ۱: t_1 و T_{min} به‌ترتیب با استفاده از معادلات (۱۵) و (۲۲) محاسبه شود.

گام ۲: امکان‌سنجی مسئله با توجه به محدودیت اول بررسی شود. مسئله در صورتی امکان‌پذیر و بررسی‌شدنی است که $T_{min} \ge 0$. باید در صورت امکان‌پذیری گام ۳ و در غیر این صورت گام ۸ دنبال شود.

گام ۳: x_{res} از معادلۀ (۲۵) محاسبه شود.

گام ۴: اگر $E(x) \leq x_{res}$ باشد، مسئله امکان‌پذیر است و باید گام ۵ دنبال شود. در غیر این صورت مسئله امکان‌پذیر نیست و باید گام ۸ دنبال شود.

گام ۵: E[T] با استفاده از معادلۀ (۲۷) محاسبه شود.

گام ۶: T^* برابر با E[T] قرار داده شود (به شرطی که $E[T] \geq T_{min}$). در غیر این صورت T^* برابر با T_{min} قرار داده شود.

گام ۷: q^* و $E[TPU^*]$ به‌ترتیب با استفاده از معادلات (۲۸) و (۱۹) و با توجه به مقدار T^* محاسبه شود.

گام ۸: پایان.

۴. مطالعۀ کاربردی و یافته‌ها

در این پژوهش مدل EOQ رشدکننده ارائه شد که با استفاده از مثال عددی فرضی، نتیجه‌گیری بیان می‌شود.

برای مثال شرکتی در نظر گرفته شده است که جوجه‌های یک‌روزه را خریداری می‌کند، آنها را تغذیه می‌کند و پرورش می‌دهد تا زمانی که به وزن مطلوب برسند و پس از بررسی کیفیت، آنها را به فروش می‌رساند. از پارامترهای جدول ۳ برای تجزیه‌وتحلیل سیستم موجودی ارائه‌شده استفاده می‌شود.

جدول ۳- مقادیر مثال عددی

Table 3- Numerical example values

متغیر	مقدار	واحد
μ_t	۱۰۰۰۰۰۰	سال/ گرم
σ_t	۲۰۰۰۰۰	سال/ گرم
SF	۱/۶۵ (در سطح ۰/۹۵)	–
K	۱۰۰۰	چرخه/ واحد پولی
H	۰/۰۴	سال/گرم/واحد پولی
C	۰/۲	سال/گرم/واحد پولی
w_1	۱۵۰۰	گرم
w_0	۵۷	گرم
γ	۱۵۳۳۰	سال/گرم
t_s	۰/۰۱	سال
P	۰/۰۲۵	گرم/واحد پولی
S	۰/۰۵	گرم/واحد پولی
V	۰/۰۲	گرم/واحد پولی
Z	۰/۰۰۰۲۵	گرم/واحد پولی
R	۱۰	دقیقه/گرم

فرض بر این است که عملیات موجودی، ۲۴ ساعت در روز و به مدت ۳۶۵ روز سال اجرا می‌شود؛ بنابراین میزان غربالگری سالانه برابر است با:

$$r = ۱۰\frac{\text{گرم}}{\text{دقیقه}} \times ۱۴۴۰\frac{\text{دقیقه}}{\text{روز}} \times ۳۶۵\frac{\text{روز}}{\text{سال}} = ۵۲۵۶۰۰۰\frac{\text{گرم}}{\text{سال}}$$

فرض بر این است که نسبت جوجه‌های با کیفیت پایین‌تر (x) و امید ریاضی آن (E(x))، متغیری تصادفی با توزیع یکنواخت و تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$g(x) = \begin{cases} ۲۵ , & ۰ \le x \le ۰/۰۴ \\ ۰ , & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

از تابع چگالی احتمال g(x)، نتیجه می‌شود:

$$E[x] = \int_{۰}^{۰/۰۴} ۲۵x\,dx = ۲۵[\frac{(۰/۰۴)^{۲} - (۰)^{۲}}{۲}] = ۰/۰۲$$

$$\left(۱ - E[x]\right) = ۱ - ۰/۰۲ = ۰/۹۸$$

روش حل برای مدل تابع رشد خطی با مثال عددی نشان داده شده است. رویهٔ حل به شرح زیر است:

گام ۱: t_1 و T_{min} به‌ترتیب با استفاده از معادلات (۱۵) و (۲۲) (برحسب سال) محاسبه می‌شود.

$$t_1 = \frac{۱۵۰۰ - ۵۷}{۱۵۳۳۰} = ۰/۰۹۴۱$$

$$T_{min} = t_1 + t_s = ۰/۰۹۴۱ + ۰/۰۱ = ۰/۱۰۴۱$$

گام ۲: با توجه به اینکه $T_{min} \ge 0$، پس مسئله امکان‌پذیر است؛ بنابراین گام ۳ دنبال می‌شود.

گام ۳: x_{res} از طریق معادلهٔ (۲۵) محاسبه می‌شود.

$$(d = \mu_t + SF\sigma_t)$$

$$x_{res} = ۱ - \frac{۱۰۰۰۰۰۰ + ۱/۶۵(۲۰۰۰۰۰)}{۵۲۵۶۰۰۰} = ۰/۷۴۶$$

گام ۴: نظر به اینکه $E(x) \le x_{res}$، پس مسئله امکان‌پذیر است؛ بنابراین گام ۵ دنبال می‌شود.

گام ۵: E[T] با استفاده از معادلهٔ (۲۷) محاسبه می‌شود.

$$E(T) = \sqrt{\frac{۲ \times ۱۰۰۰}{(۰/۰۴ \times ۱۳۳۰۰۰۰)\left[۱ + \frac{۲ \times ۱۳۳۰۰۰۰ \times ۰/۰۲}{۵۲۵۶۰۰۰ \times ۰/۹۶}\right]}} = ۰/۱۹۲۸$$

گام ۶: به دلیل اینکه $E[T] \geq T_{min}$، پس $T^* = E[T] =$ ۰/۱۹۲۸

گام ۷: q^* و $E[TPU^*]$ محاسبه می‌شود.

$$q^* = \sqrt{\frac{۲ \times ۱۰۰۰ \times ۱۳۳۰۰۰۰}{(۰/۰۴ \times (۱۵۰۰)^۲)\left[۰/۹۶ + \frac{۲ \times ۱۳۳۰۰۰۰ \times ۰/۰۲}{۵۲۵۶۰۰۰}\right]}} = ۱۷۴/۵$$

$$E[TPU^*] = ۶۶۵۰۰ + ۵۴۲/۸۵ - ۱۲۸۹/۲۸ - ۵۱۸۰/۴۲ - ۳۳۹/۲۸ - ۱۲۲۸۹/۲۳ - ۵۱۸۴/۶۲ = ۴۲۷۶۰/۲۴$$

گام ۸: پایان.

خلاصه‌ای از نتایج حاصل از مثال عددی در جدول ۴ آورده شده است. یکی از نتایج این است که شرکت باید هنگام استفاده از تابع رشد خطی، ۱۷۵عدد از اقلام تازه متولد شده را در ابتدای هر چرخه سفارش دهد. اقلام تازه متولد شده باید در یک دوره معادل ۰/۰۹۴۱ سال (۳۴ روز) رشد و یک دورهٔ مصرف، معادل زمان ۰/۱۹۲۸ سال (۷۰ روز) را طی کنند. سفارش باید هر ۰/۱۹۲۸ سال (۷۰ روز) ثبت شود و شرکت انتظار دارد که سالانه ۴۲۷۶۰/۲۴ واحد پولی، سود کسب کند. غربالگری کیفیت باید بلافاصله با شروع مصرف آغاز شود و در یک دوره معادل ۰/۰۴۹۹ سال (۱۸ روز) اتفاق بیفتد و پس از آن اقلام با کیفیت ناقص، در دسته‌ای واحد فروخته شوند.

جدول ۴- خلاصهٔ نتایج مثال عددی

Table 4- Summary of the results from the numerical example

متغیر	مقدار تابع رشد خطی	واحدها
t_1	۰/۰۹۴۱	سال
t_2	۰/۰۴۹۹	سال
T^*	۰/۱۹۲۸	سال
q^*	۱۷۵	اقلام
$E[TPU^*]$	۴۲۷۶۰/۲۴	سال/واحد پولی

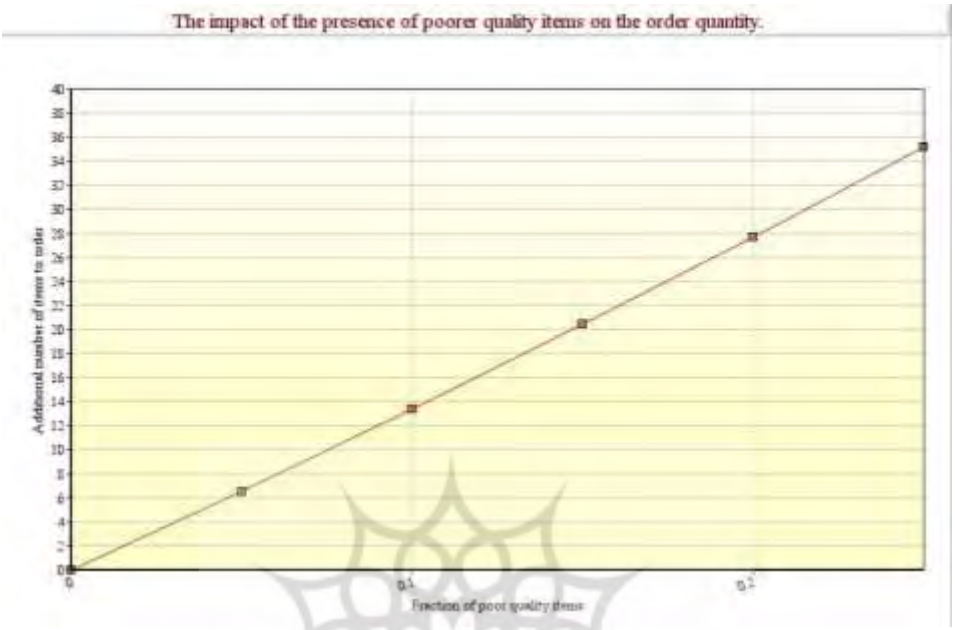
۵- بحث

در این قسمت براساس مقادیر به‌دست‌آمده از مثال عددی بخش قبل، نتایج تفسیر شده است.

تأثیر اقلام با کیفیت پایین‌تر و نوسانات تقاضا بر مقدار سفارش

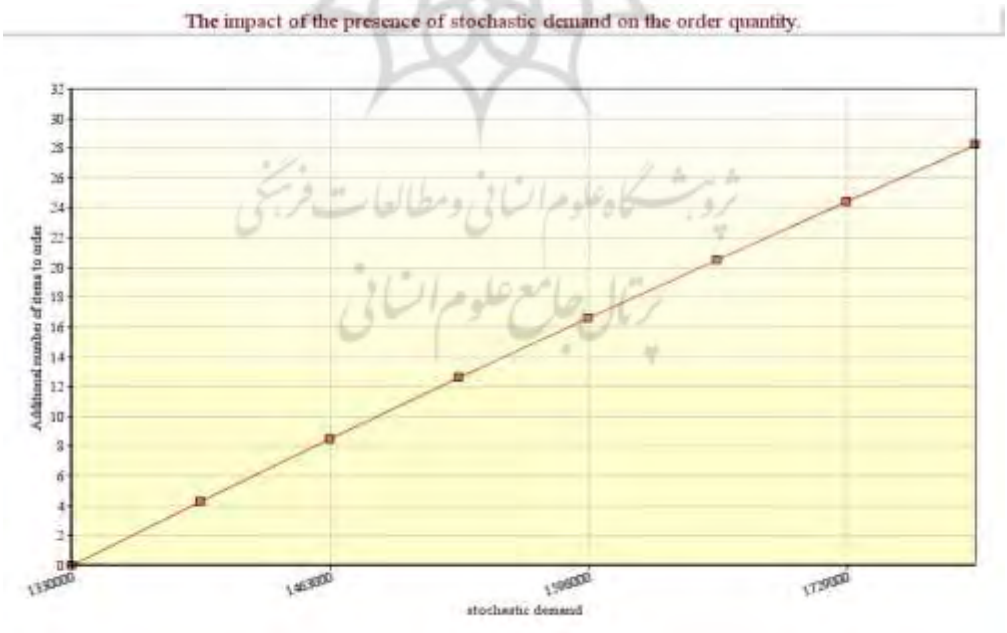
تأثیر کیفیت ناقص با تغییر نسبت (پیش‌بینی‌شده) اقلام با کیفیت پایین‌تر و همچنین تأثیر تغییرات تقاضا بر مقدار سفارش بررسی‌شده و نتایج در شکل ۲ و ۳ نشان داده شده است. به‌منظور آزمایش تأثیر کیفیت ناقص، ابتدا مقدار سفارش هنگامی تعیین می‌شود که همهٔ اقلام کیفیت خوبی دارند، به دنبال آن، نسبت اقلام با کیفیت پایین‌تر به‌تدریج افزایش می‌یابد و مقادیر جدید سفارش برای تأمین تقاضای اقلام با کیفیت خوب همراه با نسبت‌های مختلف اقلام با کیفیت پایین ثبت می‌شود. وقتی همهٔ اقلام کیفیت مطلوبی داشته باشند، به‌منظور تأمین تقاضای سالانهٔ این اقلام، هیچ کالای اضافی موردنیاز نیست؛ اما با افزایش نسبت اقلام با کیفیت پایین، اقلام اضافی باید سفارش داده شوند.

این موضوع پیامدهای احتمالی حضور اقلام با کیفیت پایین را برجسته می‌کند؛ زیرا نیاز به سفارش اقلام اضافی به معنای هزینه‌های بیشتر مربوط به موجودی است. دربارهٔ تقاضا، ابتدا مقدار بهینهٔ سفارش با استفاده از اعداد مثال به دست آمده است، سپس مقدار تقاضا افزایش یافته است. مشاهده می‌شود که میزان سفارش اقتصادی برای پوشش تقاضای افزایش‌یافته بالا رفته است.



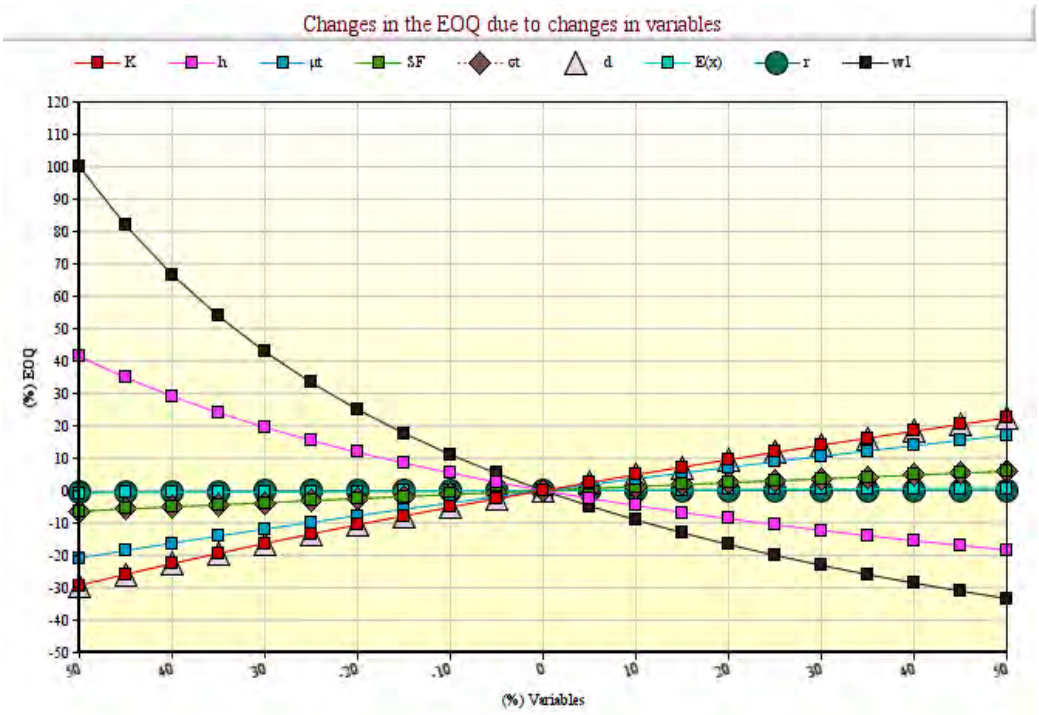
شکل ۲- تأثیر وجود اقلام با کیفیت پایین‌تر بر مقدار سفارش

Fig. 2- The impact of the presence of poorer quality items on the order quantity



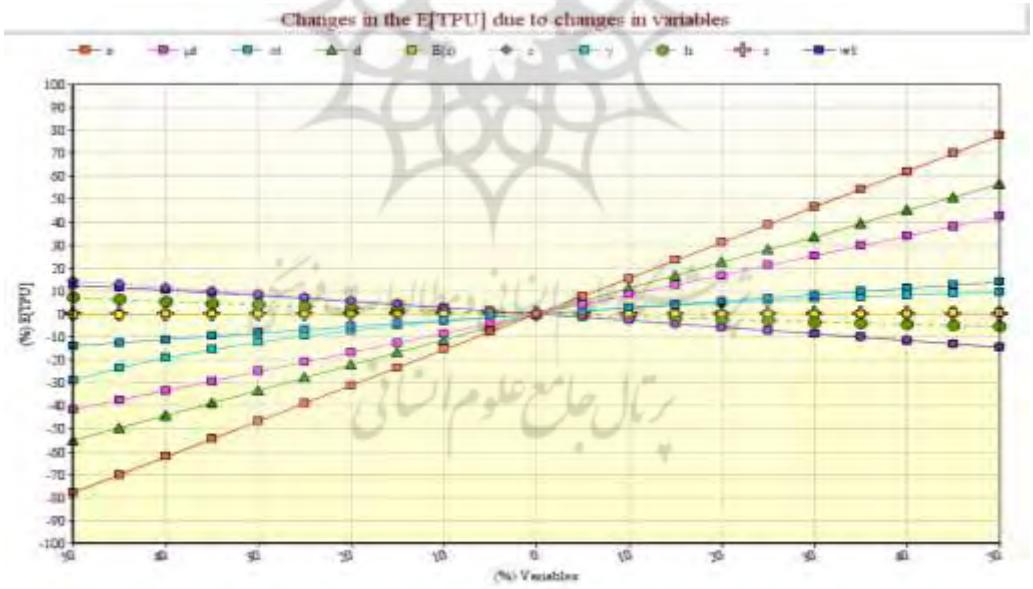
شکل ۳- تأثیر وجود تقاضای تصادفی بر مقدار سفارش

Fig. 3- The impact of the presence of stochastic demand on the order quantity



شکل ۴- تغییر در مقدار سفارش اقتصادی به‌دلیل تغییر در هزینه‌های تغذیه، راه‌اندازی، نگهداری، نسبت اقلام با کیفیت پایین‌تر، میزان تقاضا، میزان رشد و وزن تقریبی ذبح

Fig. 4- Changes in the EOQ due to changes in feeding cost, setup cost, holding cost, fraction of poorer quality items, demand rate, growth rate and approximated slaughter weight



شکل ۵. تغییر در سود کل موردانتظار (**E[TPU]**) به‌دلیل تغییر در هزینه‌های تغذیه، راه‌اندازی، نگهداری، نسبت اقلام با کیفیت پایین‌تر، میزان تقاضا، میزان رشد و وزن تقریبی ذبح

Fig. 5- Changes in the E[TPU] due to changes in feeding cost, setup cost, holding cost, fraction of poorer quality items, demand rate, growth rate and approximated slaughter weight

تجزیه‌وتحلیل حساسیت

تجزیه‌وتحلیل حساسیت بر پارامترهای انتخاب‌شده، به‌منظور بررسی آثاری انجام می‌شود که تغییرات این پارامترها بر سود کل در واحد زمان و مقدار سفارش اقتصادی دارند. تجزیه‌وتحلیل حساسیت EOQ بر ۹ پارامتر ورودی، شامل هزینه‌های راه‌اندازی و نگهداری، نسبت اقلام با کیفیت ناقص، میانگین تقاضاها، ضریب اطمینان، انحراف معیار تقاضاها، تقاضای کل (d)، میزان رشد و وزن اقلام ذبح‌شده انجام شده است. مشاهدات زیر براساس شکل ۴ انجام شده است:

۱. EOQ بیشترین حساسیت را نسبت‌به وزن ذبح دارد؛ به‌طوری که با افزایش وزن ذبح، EOQ کاهش می‌یابد. دلیل این امر آن است که اگر این اقلام در وزن‌های بالاتری ذبح شوند، شرکت باید تعداد کمتری از اقلام تازه متولد شده را سفارش دهد تا با همان میزان تقاضا مطابقت داشته باشد. عکس این مورد نیز صادق است؛ به‌طوری که ۵۰٪ کاهش در وزن مطلوب، EOQ را دو برابر می‌کند؛ در حالی که ۵۰٪ افزایش در وزن مطلوب به ۳۳٪ کاهش در EOQ منجر می‌شود.

۲. نسبت اقلام با کیفیت ناقص و میزان رشد بر EOQ کمترین تأثیر را دارد. افزایش زیاد در نسبت اقلام با کیفیت پایین و میزان رشد، به افزایش اندکی در EOQ منجر می‌شود، برای مثال دربارهٔ نسبت اقلام با کیفیت پایین که این امر به‌دلیل مقدار و درصد نسبتاً کم این متغیر در مثال عددی مطرح‌شده است. اگر نسبت اقلام با کیفیت پایین در مثال خیلی کم نبود، آثار بیشتری بر EOQ می‌گذاشت.

۳. هزینهٔ راه‌اندازی، میزان تقاضا و هزینه‌های نگهداری آثار درخور توجهی بر EOQ دارد. ۵۰٪ افزایش در هزینهٔ راه‌اندازی، تقاضا و نگهداری به‌ترتیب باعث ۲۲٪ افزایش و ۱۸٪ کاهش بر EOQ می‌شود.

در بررسی سود کل، همهٔ پارامترهای ورودی بررسی نشده‌اند؛ زیرا مدل موجودی این پژوهش پارامترهای ورودی متعددی دارد. براساس نتایج تجزیه‌وتحلیل حساسیت سود کل که در شکل ۵ نشان داده شده است، برخی از مشاهدات به شرح زیر است:

۱. سود کل در واحد زمان تحت تأثیر منفی پارامترهای هزینهٔ تغذیه، نگهداری و وزن ذبح قرار دارد؛

۲. قیمت فروش اقلام با کیفیت خوب بیشترین تأثیر را در سود کل در واحد زمان دارد. افزایش ۵۰درصدی در قیمت فروش کالای با کیفیت خوب، به افزایش ۷۷درصدی در سود منجر می‌شود؛

۳. کاهش میزان رشد تابع خطی، اثر بیشتری نسبت‌به افزایش مشابه آن دارد. افزایش ۵۰درصدی در میزان رشد، ۹/۵ درصد سود را افزایش می‌دهد؛ در حالی که کاهش ۵۰درصدی به کاهش ۲۸/۷ درصدی سود منجر می‌شود؛

۴. تغییرات در هزینهٔ نگهداری، ازنظر تأثیرگذاری بر سود کل اهمیت بالایی ندارد و تأثیر آن به اندازهٔ تأثیر ناشی از قیمت فروش کالاهای با کیفیت خوب و تقاضا چشمگیر نیست و اثر آن معکوس و تعدیل می‌شود. کاهش ۵۰درصدی در این پارامتر به افزایش ۷درصدی سود منجر می‌شود.

۶- نتیجه‌گیری

سهم اصلی این مقاله در تحقیقات، اضافه‌کردن متغیرهای کیفیت پایین (ناقص) محصول و تقاضای تصادفی به مدل مقدار سفارش اقتصادی برای اقلام رشدکننده است. وجود اقلام با کیفیت ناقص، اثر درخور توجهی در مقدار سفارش دارد. همچنین پیش‌بینی دقیق‌تر و نزدیک به واقعیت تقاضا، در دستیابی به مقدار سفارش بهینه و جلوگیری از بروز هزینه‌های موجودی کمک می‌کند. این یافته‌ها باید توجه مدیران تولید و عملیات را به بررسی کیفیت و اطمینان از حداقل نگه داشتن درصد اقلام با کیفیت ناقص و نیز تشخیص صحیح‌تر مقدار تقاضا جلب کند. مدل ارائه‌شده در این مقاله را می‌توان با اضافه‌کردن برخی از متغیرها مانند تورم، تأمین مالی اعتبار تجاری، مجازبودن کمبود، خرابی، تخفیفات مقداری و ... گسترش داد. به‌علاوه، سیستم موجودی مقالۀ حاضر فرض می‌کند که فرآیند غربالگری ۱۰۰٪ در جداسازی اقلام با کیفیت خوب از اقلام کیفیت پایین‌تر مؤثر است. این موضوع همراه با اضافه‌کردن عامل آثار یادگیری در فرآیند غربالگری، زمینه‌های بالقوۀ دیگری را برای توسعۀ بیشتر مدل نشان می‌دهد.

References

- Amini Khiabani, Gh & Hamdi, K. (2016). The Effect of Volume Discounts in the Economic Order Quantity Model Using Fuzzy Approach. *Journal of Industrial Management*, 11(36): 91–102. (in persian).
- Cárdenas-Barrón, L. E. (2000). Observation on:" Economic production quantity model for items with imperfect quality"[Int. J. Production Economics 64 (2000) 59-64]. *International Journal of Production Economics*, 67(2), 201-201.
- Chang, H. C. (2004). An application of fuzzy sets theory to the EOQ model with imperfect quality items. *Computers & Operations Research*, 31(12), 2079-2092.
- Chang, H. C., & Ho, C. H. (2010). Exact closed-form solutions for "optimal inventory model for items with imperfect quality and shortage backordering". *Omega*, 38(3-4), 233-237.
- Chen, L. H., & Kang, F. S. (2010). Coordination between vendor and buyer considering trade credit and items of imperfect quality. *International Journal of Production Economics*, 123(1), 52-61.
- Chopra, S., & Meindl, P. (2004). Supply chain management: Strategy, planning and control. *Pearson Education Inc., Upper Saddle River, NJ*.
- Chung, K. J., Her, C. C., & Lin, S. D. (2009). A two-warehouse inventory model with imperfect quality production processes. *Computers & Industrial Engineering*, 56(1), 193-197.
- Demmers, T. G., Cao, Y., Gauss, S., Lowe, J. C., Parsons, D. J., & Wathes, C. M. (2018). Neural predictive control of broiler chicken and pig growth. *Biosystems Engineering*, 173, 134-142.
- Haj shir mohammadi, A. (2013). *Principles of production and inventory planning, and control*. Isfahan, Arkan Danesh Publications. (in persian).
-Harris, F. W. (1913). How many parts to make at once.
- Hsu, J. T., & Hsu, L. F. (2013). An EOQ model with imperfect quality items, inspection errors, shortage backordering, and sales returns. *International Journal of Production Economics*, 143(1), 162-170.
- Huang, C. K. (2002). An integrated vendor-buyer cooperative inventory model for items with imperfect quality. *Production Planning & Control*, 13(4), 355-361.
- Jaber, M. Y., Goyal, S. K., & Imran, M. (2008). Economic production quantity model for items with imperfect quality subject to learning effects. *International Journal of Production Economics*, 115(1), 143-150.

- Jaggi, C. K., Cárdenas-Barrón, L. E., Tiwari, S., & Shafi, A. (2017). Two-warehouse inventory model for deteriorating items with imperfect quality under the conditions of permissible delay in payments. *Scientia Iranica*, 24(1), 390-412.

- Jolai, F., Davoodi, M, Mohaghar, A & Mehregan, M. (2015). Developing an Optimization Algorithm for Multi-product and Multi-level Inventory Systems with Random Parameters. *Journal of Industrial Management*, 9(30): 71–84. (in persian).

- Jolai, F., Rabani, M & Honarvar, M. (2006). A continuous review inventory model for deteriorating items with stochastic demands and order expedition. *Journal of the Faculty of Engineering*, 4(40): 487–494. (in persian).

- Khan, M., Jaber, M. Y., Zanoni, S., & Zavanella, L. (2016). Vendor managed inventory with consignment stock agreement for a supply chain with defective items. *Applied Mathematical Modelling*, 40(15-16), 7102-7114.

- Maddah, B., & Jaber, M. Y. (2008). Economic order quantity for items with imperfect quality: revisited. *International Journal of Production Economics*, 112(2), 808-815.

- Malekitabar, M., Yaghoubi, S., & Gholamian, M. R. (2019). A novel mathematical inventory model for growing-mortal items (case study: Rainbow trout). *Applied Mathematical Modelling*, 71, 96-117.

- Muriana, C. (2016). An EOQ model for perishable products with fixed shelf life under stochastic demand conditions. *European Journal of Operational Research*, 255(2), 388-396.

- Nobil, A. H., Sedigh, A. H. A., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2019). A generalized economic order quantity inventory model with shortage: case study of a poultry farmer. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 44(3), 2653-2663.

- Razavi Haji Agha, Seyed Hossein, Amiri, Maghsoud, Saif Barghi, Mehdi, Ulfat, Laia. (2013). Application of response level methodology in optimizing a three-tier inventory system. *Production and Operations Management*. 4 (2). 41-54. (in persian).

- Rezaei, J. (2014). Economic order quantity for growing items. *International Journal of Production Economics*, 155, 109-113.

- Salameh, M. K., & Jaber, M. Y. (2000). Economic production quantity model for items with imperfect quality. *International journal of production economics*, 64(1-3), 59-64.

- Sana, S. S. (2011). Price-sensitive demand for perishable items–an EOQ model. *Applied Mathematics and Computation*, *217*(13), 6248-6259.

- Sebatjane, M., & Adetunji, O. (2019). Economic order quantity model for growing items with imperfect quality. *Operations Research Perspectives*, *6*, 100088.

- Sedaghati, H., Keshavarzi, A. H. & Abbasi, R. (2020). An Economic Order Quantity model for perishable products in the production-distribution chain under stochastic demand conditions. *International conference on Quantitative Models and Techniques in Management*, Qazvin, Imam Khomeini International University. (in persian).

- Tanthatemee, T., & Phruksaphanrat, B. (2012). Fuzzy inventory control system for uncertain demand and supply. In *Proceedings of the international multiconference of engineers and computer scientists* (pp. 1224-1229).

- Tiwari, S., Daryanto, Y., & Wee, H. M. (2018). Sustainable inventory management with deteriorating and imperfect quality items considering carbon emission. *Journal of Cleaner Production*, 192, 281-292.

- Wang, W. T., Wee, H. M., Cheng, Y. L., Wen, C. L., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2015). EOQ model for imperfect quality items with partial backorders and screening constraint. *European Journal of Industrial Engineering*, 9(6), 744-773.

- Wee, H. M., Yu, J., & Chen, M. C. (2007). Optimal inventory model for items with imperfect quality and shortage backordering. *Omega*, 35(1), 7-11.

- Wilson, R . H . (1934). A scientific routine fore stock control. Harvard univ.

- Yoo, S. H., Kim, D., & Park, M. S. (2009). Economic production quantity model with imperfect-quality items, two-way imperfect inspection and sales return. *International Journal of Production Economics*, 121(1), 255-265.
- Yousefi, Umm Al-Banin, Arianjad, Mir Bahador Gholi, Sajjadi, Seyed Jafar. (2011). Development and solution of a two-objective model to complete the combined inventory of several goods with limited warehouse space. *Production and Operations Management*, 1 (1). 1-18. (in persian).
- Zhang, Y., Li, L. Y., Tian, X. Q., & Feng, C. (2016, July). Inventory management research for growing items with carbon-constrained. In *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)* (pp. 9588-9593). IEEE

[1]. Amini Khiabani and Hamdi
[2]. Jolai
[3]. Razavi
[4]. Harris
[5]. Rezaei
[6]. Zhang
[7]. Nobil
[8]. Salameh and Jaber
[9]. Cárdenas-Barrón
[10]. Maddah and Jaber
[11]. Huang
[12]. Chang
[13]. Wee
[14]. Jaber
[15]. Chung
[16]. Chang and Ho
[17]. Chen and Kang
[18]. Hsu
[19]. Wang
[20]. Khan
[21]. Vendor Managed Inventory
[22]. Jaggi
[23]. Tiwari
[24]. Sebatjane and Adetunji
[25]. Malekitabar
[26]. Sana
[27]. Muriana
[28]. Sedaghati
[29]. Tanthatemee and Phruksaphanrat
[30]. Demmers
[31]. Chopra and Meindl
[32]. Economic Order Quantity
[33]. Wilson
[34]. Haj shir mohammadi
[35]. Demand
[36]. Order Cost
[37]. Holding Cost
[38]. Safety Factor
[39]. Yousefi

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی