Financial Research Journal

Print ISSN: 1024-8153

Online ISSN: 2423-5377

Comparison of Markowitz Model and DCC-tCopula-LVaR for Portfolio Optimization in the Tehran Stock Exchange

Gholamreza Taghizadegan

Ph.D. Candidate, Department of Finance, Faculty of Management, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-mail: taghizadegangr@yahoo.com

Gholamreza Zomorodian*

*Corresponding Author, Associate Prof., Department of Finance, Faculty of Management, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-mail: gh.zomorodian@yahoo.com

Mirfeiz Fallahshams

Associate Prof., Department of Finance, Faculty of Management, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-mail: mir.fallahshams@iauctb.ac.ir

Rasoul Saadi

Lecture, Department of Finance, Faculty of Management, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-mail: rasoulsaadi@gmail.com

Abstract

Objective: Considering that investing in the stock market is associated with risk, therefore, its measurement is one of the most important issues for investors. The focus of the current research is on the calculation of the value at risk of Dynamic Conditional Correlation with the Solvency Approach (DCC t-Cupola LVaR) based on the copula and also the minimization problems of the above model to choose the optimal portfolio. Therefore, the purpose of this research is to compare the performance of the Markowitz models and value-at-risk model with the Liquidity-t Cupola approach and DCC-t Cupola LVaR to optimize the portfolios in Tehran Stock Exchange. While presenting a composite model, the extracted model should be examined to select the most efficient model to optimize the investment portfolio considering the conditions of investment uncertainty and non-linearity of the correlation between asset returns.

Methods: To estimate DCC-tCopula-LVaR, first, the time series of the disturbance distribution of asset returns were estimated and standardized from the ARIMA-GARCH 1,1) model. Then, the marginal distributions of assets were estimated using Student's t-copula function. In the following, DCC-tCopula-LVaR values were calculated using the parametric method. In the last step, using linear programming, the optimal combination of

the portfolio and the efficient frontier of the two models were calculated at the confidence levels of 80, 85, 90, 95, and 99 percent for the above two models.

Results: The findings of this research indicate that the Markowitz model performs better as the risk level increases. As the risk level decreases and declines from 99% to 80% (risk level in a sell position), the DCC-LVaR model performs better. Also, as the value at risk increases, the Sharp value of the DCC-tCopula-LVaR model decreases compared to the Markowitz model.

Conclusion: Numerical experiences in the presented empirical analysis, Sharpe ratio, and two loss measures mean absolute value of error (MAE), as well as the root mean square error (RMSE) show that for an arbitrary portfolio, using the DCC t-Cupola LVaR model at a low-risk level is more efficient than the Markowitz model. By reducing the increase and increasing the value at risk, the Markowitz model has better efficiency. Also, using the DCC-tCopula-LVaR model, when the value at risk-adjusted by liquidity is low, brings better performance for stock portfolio optimization compared to the Markowitz model, based on the Sharpe measurement criterion.

Keywords: Dynamic Copulas, Dynamic Conditional Correlation (DCC), Liquidity risk, Liquidity-adjusted Value-at-Risk (LVaR), Portfolio optimization algorithm.

Citation: Taghizadegan, Gholamreza; Zomorodian, Gholamreza; Fallahshams, Mirfeiz & Saadi, Rasoul (2023). Comparison of Markowitz Model and DCC-tCopula-LVaR for Portfolio Optimization in the Tehran Stock Exchange. *Financial Research Journal*, 25(1), 152-179. https://doi.org/10.22059/FRJ.2022.342896.1007333 (*in Persian*)

Financial Research Journal, 2023, Vol. 25, No.1, pp. 152- 179
Published by University of Tehran, Faculty of Management
https://doi.org/10.22059/FRJ.2022.342896.1007333
Article Type: Research Paper
© Authors
Received: July 09, 2022
Received in revised form: October 15, 2022
Accepted: November 19, 2022
Published online: April 19, 2023

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

شاپا چاپی: ۸۱۵۳-۱۰۲۴
شاپا الکترونیکی: ۵۳۷۷-۲۴۲۳
تحقیقات مالی

مقایسه عملکرد مدل‌های مارکویتز و مدل ارزش در معرض خطر براساس ریسک عدم نقدشوندگی ــ تی کاپولا با هم‌بستگی شرطی پویا (DCC t-Cupola LVaR) جهت بهینه‌سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران

غلامرضا تقی‌زادگان
دانشجوی دکتری، گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه: taghizadegangr@yahoo.com

غلامرضا زمردیان *
* نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه: gh.zomorodian@yahoo.com

میرفیض فلاح شمس
دانشیار، گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه: mir.fallahshams@iauctb.ac.ir

رسول سعدی
مربی، گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه: rasoulsaadi@gmail.com

چکیده

هدف: هدف پژوهش حاضر، مقایسه عملکرد مدل‌های مارکویتز و مدل ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشوندگی ــ تی کاپولا با هم‌بستگی شرطی پویا (DCC-t Cupola LVaR)، جهت بهینه‌سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران است. ضمن ارائه یک مدل ترکیبی، مدل استخراج‌شده بررسی شده است تا کاراترین مدل، برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با در نظر داشتن شرایط عدم قطعیت سرمایه‌گذاری و غیرخطی بودن هم‌بستگی بین بازده دارایی انتخاب شود.

روش: برای تخمین DCC-tCopula-LVaR ابتدا از مدل (ARIMA -GARCH 1,1) سری زمانی جزء اخلال توزیع بازده دارایی‌ها برآورد و استاندارد می‌شود؛ سپس توزیع‌های حاشیه‌ای دارایی‌ها با استفاده از تابع تی کاپولا استیودنت برآورد می‌شود. در ادامه، از روش پارامتریک، مقادیر DCC-tCopula-LVaR محاسبه می‌شود. در گام آخر با استفاده از برنامه‌ریزی خطی، ترکیب بهینه پرتفوی و مرز کارای دو مدل در سطوح اطمینان ۸۰، ۸۵، ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد برای دو مدل فوق محاسبه خواهد شد.

یافته‌ها: یافته‌های این پژوهش حاکی از آن است که هرچه مقدار ارزش در معرض خطر بیشتر می‌شود، مقدار شارپ مدل DCC-tCopula-LVaR در مقایسه با مدل مارکویتز کاهش می‌یابد.

نتیجه‌گیری: استفاده از مدل DCC-tCopula-LVaR در شرایطی که مقدار ارزش در معرض خطر تعدیل‌شده نقدینگی پایین است، عملکرد بهتری برای بهینه‌سازی سبد سهام در مقایسه با مدل مارکویتز، مبتنی بر معیار سنجش شارپ به همراه دارد.

کلیدواژه‌ها: ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشوندگی، بهینه‌سازی پرتفوی، ریسک نقدشوندگی، کاپولای پویا، هم‌بستگی شرطی پویا.

استناد: تقی‌زادگان، غلامرضا؛ زمردیان، غلامرضا؛ فلاح شمس، میرفیض و سعدی، رسول (۱۴۰۲). مقایسه عملکرد مدل‌های مارکویتز و مدل ارزش در معرض خطر براساس ریسک عدم نقدشوندگی ـ تی کاپولا با هم‌بستگی شرطی پویا (DCC t-Cupola LVaR) جهت بهینه‌سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، ۲۵(۱)، ۱۵۲– ۱۷۹.

تحقیقات مالی، ۱۴۰۲، دوره ۲۵، شماره ۱، صص. ۱۵۲–۱۷۹
ناشر: دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
نوع مقاله: علمی پژوهشی
© نویسندگان
تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۱۸
تاریخ ویرایش: ۱۴۰۱/۰۷/۲۳
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۲۸
تاریخ انتشار: ۱۴۰۲/۰۱/۳۰
doi: https://doi.org/10.22059/FRJ.2022.342896.1007333

مقدمه

در هر بازار مالی ابزارهای گوناگونی با توجه به گستردگی و عمق بازار، جهت سرمایه‌گذاری وجود دارند. سرمایه‌گذاران با عنایت به بازده و ریسک دارایی‌ها، سرمایه‌گذاری می‌کنند (یحیی‌زاده‌فر و خرم‌دین، ۱۳۸۷). ریسک عدم نقدشوندگی تأمین مالی در تمام بحران‌های اخیر نقش کلیدی داشته است (حسن[1]، ۲۰۲۰؛ تران، هوآنگ و تران[2]، ۲۰۱۸). از این رو، اگر سهام‌داران آگاهی کاملی از انواع ریسک‌های موجود در بازارهای مالی داشته باشند، به‌قطع با مدیریت ریسک و همچنین موازنهٔ بین بازدهی متناسب با ریسک، می‌توانند به درآمدهای موردنظر دست پیدا کنند (گلیبنر[3]، ۲۰۱۹).

انتخاب سبد سهام بهینه[4] یکی از مسائلی بوده که همواره ذهن متخصصان امور سرمایه‌گذاری را به خود مشغول کرده است؛ به عبارتی همه سرمایه‌گذاران درصددند تا بتوانند با رعایت معیارهای مؤثر در تصمیم سرمایه‌گذاری و با توجه به ترجیحات شخصی خود، در حد امکان به بهترین انتخاب‌های ممکن برسند تا ضمن حداقل‌کردن ریسک به ازای بازده مشخص، تا حدی هم ترجیحات خود را مانند درجه ریسک‌گریزی لحاظ کرده باشند. سرمایه‌گذارانی که نظریهٔ نوین سبد سهام[5] را پذیرفته‌اند و به‌کار می‌بندند، بر این باورند که «حریف بازار» نیستند؛ پس «مجموعه‌ای متنوع» از اوراق بهادار نگهداری می‌کنند تا به نرخ بازدهی مطلوب خود که نزدیک به نرخ بازده بازار است، دست یابند (پیش بهار و عابدی، ۱۳۹۶).

پژوهش‌های پیشین مبنی بر این بوده است که سطوح نقدینگی سهام بر بازده موردنیاز سهام تأثیر می‌گذارد (آمیهود و مندلسون[6]، ۱۹۸۶؛ برنان و سوبراهمانیام[7]، ۱۹۹۶؛ آمیهود[8]، ۲۰۰۲؛ ماروز[9]، ۲۰۱۹). پژوهش‌های اخیر نشان می‌دهد که ریسک نقدینگی یک عامل قیمت‌گذاری شده است (آلتای و چالگیجی[10]، ۲۰۱۹؛ لی، نوی مارکس و ویلیکف[11]، ۲۰۱۹؛ دانگ و نگوین[12]، ۲۰۲۰). این پژوهش با توسعه و پیاده‌سازی تکنیک‌های مدل‌سازی قوی، برای ارزیابی ارزش نقدینگی در معرض ریسک تحت سناریوهای بازار غیرنقدشونده، در عین حال که وابستگی چند متغیره دارایی‌ها را در نظر می‌گیرد، موضوع فوق‌الذکر را بررسی می‌کند. همچنین، در این پژوهش تلاش شده است که تأثیر تغییرات در ریسک نقدینگی برآورد شده، بر تخصیص بهینه پرتفوی بررسی شود. برای این اهداف، رویکرد مدل‌سازی این پژوهش، الگوریتم‌های LVaR برای اندازه‌گیری ریسک نقدینگی، مدل‌های t-copula هم‌بستگی شرطی دینامیکی (DCC) برای تخمین ساختار وابستگی و الگوریتم‌های بهینه‌سازی غیرخطی را ترکیب می‌کند. چارچوب مدل‌سازی پژوهش حاضر، به ادبیات

1. Hassan
2. Tran, Hoang & Tran
3. Gleißner
4. Selection Of Optimize Portfolio
5. Modern Portfolio Theory (MPT)
6. Amihud and Mendeson
7. Brennan and Subrahmanyam
8. Amihud
9. Marozva
10. Altay & Çalgıcı
11. Li, Novy-Marx & Velikov
12. Dang & Nguyen

بهینه‌سازی پورتفولیو و اندازه‌گیری ریسک تعلق دارد که پیشگامان آن، کارهای اصلی مارکویتز[۱] (۱۹۵۲) و مورگان[۲] (۱۹۹۷) است و به‌طور گسترده با مطالعات گارسیا، رنالت و تسافاک[۳] (۲۰۰۷)، یو، چیو و مو[۴] (۲۰۱۵) و گائو، شیانگ و لی[۵] (۲۰۱۶)، مرتبط است که در آن بهینه‌سازی پرتفوی با توجه به معیارهای ریسک متعدد (واریانس[۶]، VaR و CVaR)، و محدودیت‌ها (هزینه‌های معاملات، فروش کوتاه، معاملات، مقررات و غیره) انجام می‌شود. با این‌حال، سؤال مهمی که پیامدهای عملی بیشتری دارد؛ اما ناشناخته باقی‌مانده، این است که ریسک نقدشوندگی، چگونه سبب بهینه‌سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران می‌شود؟

شواهدی بر غیرنرمال بودن توزیع بازدهی سهام و دارایی‌های مالی در بورس اوراق بهادار وجود دارد. در رویکردهای سنتی، مانند روش میانگین واریانس[۷] مارکویتز[۸]، به فرضیهٔ نرمال بودن تابع توزیع بستگی دارد. از این‌رو ما به مقایسه عملکرد مدل‌های مارکویتز و مدل ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشوندگی ـ تی کاپولا با هم‌بستگی شرطی پویا جهت بهینه‌سازی پرتفوی می‌پردازیم. مزیت اصلی مدل ارزش در معرض خطر[۹] (VaR) در مورد مدیریت ریسک، تمرکز بر ریسک نامطلوب[۱۰] است (جوریان[۱۱]، ۱۹۹۶؛ پنزا، بانسال، بانسال و بانسال[۱۲]، ۲۰۰۱). با وجود پیاده‌سازی ساده آن‌ها، مدل‌های سنتی ارزش در معرض خطر، به‌اندازه کافی هم‌بستگی غیرخطی بین دارایی‌ها را در یک پرتفوی در نظر نمی‌گیرند و در شرایط بازار ناکارا[۱۳]، به‌ویژه در شرایط آشفتگی مالی[۱۴]، ناکارا می‌شوند.

پس از بحران مالی ۲۰۰۸، ارزیابی ریسک نقدشوندگی سرمایه، به‌عنوان یک عنصر ضروری در فرایندهای مدیریت ریسک[۱۵] به رسمیت شناخته شده است (فراری و روزی[۱۶]، ۲۰۱۳). ارزیابی و پیش‌بینی ریسک نقدشوندگی به عواملی مانند هم‌بستگی قیمت دارایی‌ها، تغییرات زمانی آن، شوک‌های ناگهانی بازار منجر به رکود بازار[۱۷] و انقباض جریان سرمایه بستگی دارد (کوتنر[۱۸]، ۲۰۱۸ پارسد و همکاران[۱۹]، ۲۰۱۹؛ آن و همکاران[۲۰]، ۲۰۲۲).

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

1. Markowitz
2. Morgan
3. Garcia, Renault & Tsafack
4. Yu, Chiou & Mu
5. Gao, Xiong & Li
6. Variance
7. Variance – Covariance approach
8. Markowitz
9. Value at Risk
10. Downside-risk
11. Jorion
12. Penza, Bansal, Bansal & Bansal
13. Inefficient
14. Financial turbulence
15. Risk management processes
16. Ruozi and Ferrari
17. Market Downturn
18. Kuttner
19. Prasad et al.
20. An et al.

تکنیک ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشوندگی (LVaR) [۱] با استفاده از تکنیک‌های مدل‌سازی و هم‌بستگی چندمتغیره دارایی‌ها، مسئله فوق را بررسی می‌کند؛ بنابراین رویکرد مدل‌سازی بر اساس الگوریتم‌های فوق که برای اندازه‌گیری ریسک نقدشوندگی استفاده می‌شود با مدل‌های هم‌بستگی پویای مشروط (DCC)[۲] که ساختار هم‌بستگی[۳] را تخمین می‌زنند، ترکیب شده‌اند. بر همین اساس، مسئلهٔ اصلی این پژوهش، ارائهٔ مدلی برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری[۴] بر اساس مدل DCC-tCopula-LVaR است که الجنابی، هرناندز، برگر و نگوین[۵] (۲۰۱۷) ارائه کرده‌اند. در این پژوهش مدل بهینه‌سازی سبد سهام، بر اساس مدل کلاسیک مارکویتز، از طریق مدل بهینه‌سازی با رویکردهای ارزش در معرض خطر، نقدشوندگی و هم‌بستگی شرطی پویا بررسی شده است. در این پژوهش نویسندگان تلاش کرده‌اند که در حل مسئلهٔ بهینه‌سازی، ملاحظات مدنظر سرمایه‌گذاران را در انتخاب و تشکیل سبد سهام در نظر بگیرند و ضمن کاهش ریسک بازدهی و ریسک نقدشوندگی، بازدهی سبد انتخابی را حداکثر کنند؛ همچنین درصددند تا نشان دهند که استفاده از کدام مدل در بهینه‌سازی پرتفوی مناسب‌تر است.

پیشینهٔ نظری پژوهش

نظریهٔ مدرن سبد سهام

مسئلهٔ اصلی هر سرمایه‌گذار، تعیین سبدی از اوراق بهادار است که مطلوبیت آن حداکثر شود. این معادل انتخاب سبد سهام بهینه از مجموعه سبد سهام ممکن است که با عنوان «مسئله انتخاب سبد سهام» از آن یاد می‌شود (لینتر[۶]، ۱۹۷۵). پیدایش نظریه مدرن پرتفوی به سال ۱۹۵۲ بازمی‌گردد؛ زمانی که مارکویتز[۷] پژوهشی با عنوان «انتخاب سبد سهام» را منتشر کرد. وی بیان نمود که سرمایه‌گذاران به‌صورت هم‌زمان به دو پدیده ریسک و بازده توجه می‌کنند (فبوزی، گوپتا، مارکویتز[۸]، ۲۰۰۲؛ التون و گروبر[۹]، ۱۹۷۶). ریسک با نوسان‌های بازده مرتبط است و نوسان‌ها از طریق واریانس اندازه‌گیری می‌شود (انگل[۱۰]، ۲۰۰۴؛ هوانگ، شلاگ، شالیاستوویچ و تیمه[۱۱]، ۲۰۱۹). طبق نظریه مدرن سبد سهام، سرمایه‌گذاری که در پی حداکثر کردن بازده مورد انتظار و حداقل کردن ریسک است، دو هدف متضاد دارد که باید آن‌ها را با تنوع و تشکیل سبد سهام در برابر یکدیگر موازنه کند (آکایا[۱۲]، ۲۰۲۱؛ مندوکا، فریرا، کاردوسو و مارتینز[۱۳]، ۲۰۲۲). از دیدگاه مارکویتز، تنوع‌بخشی شامل ترکیب اوراق با حداقل هم‌بستگی مثبت، به‌منظور کاهش ریسک در سبد

1. Liquidity-adjusted Value-at-Risk
2. Dynamic conditional correlation
3. Structure estimation
4. Optimal portfolio allocation
5. Al Janabi, Hernandez, Berger & Nguyen
6. Lintner
7. Markowitz
8. Fabozzi, Gupta & Markowitz
9. Elton & Gruber
10. Engle
11. Huang, Schlag, Shaliastovich & Thimme
12. Akkaya
13. Mendonça, Ferreira, Cardoso & Martins

سهام، بدون از دست‌دان بازده سبد سهام است (حاتمی، روکا و مصطفی[1]، ۲۰۲۲). هو[2] (۲۰۲۲) در پژوهش خود به بررسی کاربرد تئوری مدرن پرتفوی در بازار سهام بر اساس تحلیل تجربی پرداخت. آن‌ها تئوری مدرن پرتفوی را مطالعه کردند و از تحلیل میانگین واریانس برای کمّی‌کردن بازده مورد انتظار سبد و سطوح قابل‌قبول ریسک پرتفوی بهره بردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که این گونه بهینه‌سازی برای میانگین واریانس قابل اجراست و آن‌ها می‌توانند به حداقل واریانس پرتفوی با کمترین سطح ممکن ریسک ۲۳درصد (انحراف استاندارد) دست یابند، در حالی‌که بازده مورد انتظار تقریباً ۲۸درصد است. علاوه‌بر این، بهترین پرتفوی تعدیل شده با ریسک را می‌توان با بازدهی بالاتر ۳۳ درصد در ریسک ۲۳درصدی به‌دست آورد. ووکوویچ، پیواک و بابیچ[3] (۲۰۲۰) در پژوهش خود به تجزیه‌وتحلیل مقایسه‌ای انتخاب سهام با استفاده از رویکرد ترکیبی MCDM و تئوری مدرن پرتفوی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که در رتبه‌بندی سهام تفاوت معنی‌داری وجود دارد. بااین‌حال، سهام‌هایی که در انتخاب نظریه پورتفولیوی مدرن وارد هیچ پرتفوی نشده‌اند، طبق رویکرد ترکیبی پایین‌ترین رتبه‌بندی را در رویکرد تصمیم‌گیری چند معیاره ترکیبی داشتند که تأیید می‌کند آن سهم‌ها، بدترین سهام برای سرمایه‌گذاری هستند. نتایج پژوهش مارتلینی[4] (۲۰۰۸) نشان می‌دهد که معیارهای ارزش ویژهٔ بهتری را می‌توان طراحی کرد، مشروط بر اینکه از یک روش بهینه‌سازی پرتفوی پیچیده استفاده شود که بر تخمین‌های قوی از لحظات و لحظه‌های مشترک متکی باشد.

همان‌طور که در شکل ۱ ملاحظه می‌شود، ترکیب بهینه پرتفوی برای هر سرمایه‌گذار، نقطه‌ای روی مرز کارا است که با یکی از منحنی‌های بی‌تفاوتی آن مماس باشد.

شکل ۱. نمودار انتخاب پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری نوعی بر اساس منحنی بی‌تفاوتی سرمایه‌گذار

در مدل مارکویتز، سرمایه‌گذار می‌خواهد بازده مورد انتظار را که مطلوب است، در سطح «عدم اطمینان بازده» یا ریسک مشخص که نامطلوب است، حداکثر کند. معیار انتخاب بهینه سبد سهام در مدل مارکویتز، میانگین بازده دارایی‌ها

1. Hatemi, Roca & Mustafa
2. Hu
3. Vuković, Pivac & Babić
4. Martellini

به‌عنوان بازده مورد انتظار و واریانس بازده دارایی‌ها است. مدل میانگین ـ واریانس مارکویتز برای یافتن مرز کارا به‌صورت رابطهٔ ۱ است.

رابطهٔ ۱) $$maximize\ U = \gamma E(R_p) + (1-\gamma)\sigma_p$$

st: $\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$

$0 \le \gamma \le 1$

ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشوندگی (LVaR)

ارزش در معرض خطر (VaR) یک معیار اندازه‌گیری ریسک است که حداکثر زیان مورد انتظار را در یک موقعیت سرمایه‌گذاری خاص و برای سطح اطمینان خاصی تخمین می‌زند؛ جهت محاسبه پارامتر ارزش در معرض خطر (VaR) مستلزم استخراج نوسان‌ها از هر عامل ریسک (دارایی مالی)، بر اساس یک دوره مشاهدات تاریخی از پیش تعیین شده است. علاوه بر این، برآورد ارزش در معرض خطر (VaR) نیز می‌تواند با استفاده از یک مدل گارچ (GARCH)[1] با در نظر گرفتن فرض‌های شرایط نامناسب بازار به‌دست آید. بر این اساس، ارزش در معرض خطر مطلق در شرایط پولی برای یک موقعیت تجاری تنها می‌تواند به شرح زیر تعریف شود:

رابطهٔ ۲) $$\mathrm{VaR}_i = | (u_i - \alpha^* \sigma_i)^* \mathrm{Asset}_i |$$

که u_i بازده مورد انتظار، α سطح اطمینان ارزیابی ریسک و σ_i نوسانات شرطی بازده i را نشان می‌دهد. اگر بازده مورد انتظار دارایی کوچک یا نزدیک به صفر باشد، معادله فوق به‌صورت زیر جایگزین می‌شود:

رابطهٔ ۳) $$VaR_i = | \alpha^* \sigma_i {}^* \mathrm{Asset}_i |$$

برای پرتفوی با چند دارایی، ارزش در معرض خطر را می‌توان با رابطهٔ زیر بیان کرد:

رابطهٔ ۴) $$VaR_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} VaR_i VaR_j \rho_{ij}} = \sqrt{VaR^T[\rho][VaR]}\mathrm{VaR_p} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \mathrm{VaR_i VaR_j} \rho_{ij}} = \sqrt{\mathrm{VaR^T[\rho][VaR]}}$$

رابطهٔ فوق، فرمول کلی برای برآورد ارزش در معرض خطر، صرف نظر از اندازه پرتفوی است و ρ_{ij} پارامترهای هم‌بستگی بین دارایی‌های مختلف است.

ریسک نقدشوندگی[2] عامل مهمی در مدیریت پرتفوی[3] است، مدل‌های ریسک هنوز به آن توجه کافی نکرده‌اند. موقعیت‌های معاملاتی غیرنقدشونده به‌طور چشمگیری ریسک را افزایش می‌دهد. اگر بازده مستقل و توزیع چندمتغیره

1. GARCH
2. Liquidity Risk
3. Portfolio management

بیضوی[1] باشد، ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشونگی (LVaR) در هر افق نقدشوندگی (t) را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\text{LVaR}\ (t-\ \text{day}\ ) = \text{VaR}\ (1-\ \text{day}\ )\sqrt{t}$$ رابطهٔ ۵)

مورگان (۱۹۹۴) رابطهٔ فوق را در روش‌های سنجش ریسک توصیه کرده است؛ اما این روش شرایط واقعی معاملات را منعکس نمی‌کند؛ زیرا به‌طور غیرمستقیم به این معنا دلالت دارد که بازپرداخت دارایی‌ها زمانی اتفاق می‌افتد کـه دوران نگهداری پایان یابد.

الجنابی (۲۰۱۲ و ۲۰۱۳) مدلی ارائه نموده است که t دوران عدم نقدشونده[2] را نشان مـی‌دهـد، در حـالی‌کـه σ_{adj}^2 واریانس تخمین و σ_{adj} انحراف معیار هر یک از دارایی‌های خاص در پرتفوی را نشان مـی‌دهـد. فـرض مـی‌شـود کـه دارایی‌های قابل معامله، می‌تواند به‌صورت خطی در t روز تسویه شود؛ سـپس واریـانس تخمینـی هـر دارایـی خـاص در پرتفوی معامله‌شده، می‌تواند به‌عنوان مجموع واریانس، برای $i = 1,2, \dots, t$ بیان شود (رابطهٔ ۶).

$$\sigma_{adj}^2 = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \cdots + \sigma_{t-2}^2 + \sigma_{t-1}^2 + \sigma_t^2)$$ رابطهٔ ۶)

فرض اصلی برای معادلهٔ خطی روزانه نقدشوندگی دارایی‌هـا، ایـن اسـت کـه واریـانس پـیش‌بینـی‌شـده از روز اول معاملات، برای هر دارایی خاص، به‌صورت تابع t و به‌صورت خطی می‌رود. بدین ترتیب، می‌توان عبارت تحلیلـی زیـر را به‌دست آورد:

$$\sigma_{adj}^2 = \left\{\left(\frac{t}{t}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{t-1}{t}\right)^2 \sigma_1^2 + \cdots + \left(\frac{2}{t}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{1}{t}\right)^2 \sigma_1^2\right\}$$ رابطهٔ ۷)

برای افق t روز، واریانس برآورد شده از هر دارایی خاصی که عامل فاکتور زمان یـا تعـداد روزهـا را بـرای بسـتن موقعیت معاملاتی شکل می‌دهد، توسط معادله داده می‌شود.

$$\sigma_{adj}^2 = \left\{\left(\frac{t}{t}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{t-1}{t}\right)^2 \sigma_1^2 + \cdots + \left(\frac{2}{t}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{1}{t}\right)^2 \sigma_1^2\right\}$$ رابطهٔ ۸)

$$\sigma_{adj}^2 = \sigma_1^2 \left\{\left(\frac{t}{t}\right)^2 + \left(\frac{t-1}{t}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{2}{t}\right)^2 + \left(\frac{1}{t}\right)^2\right\}$$ رابطهٔ ۹)

با استفاده از کلیدهای میان‌بر ریاضی سری محدود، رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$(t)^2 + (t-1)^2 + \cdots + (3)^2 + (2)^2 + (1)^2 = \frac{t(t+1)(2t+1)}{6}$$ رابطهٔ ۱۰)

سپس، با جایگزینی برابری بالا در معادله فوق، برابری زیر به حاصل می‌شود:

1. Multivariate elliptical distribution
2. Unwinding Period

رابطهٔ ۱۱)
$$\sigma_{adj}^2 = \sigma_1^2\left[\frac{1}{t^2}\{(t)^2+(t-1)^2+\cdots+(3)^2+(2)^2+(1)^2\}\right]$$
$$= \sigma_1^2\left(\frac{(2t+1)(t+1)}{6t}\right)$$

از رابطهٔ به‌دست‌آمده، پارامتر ریسک نقدینگی را می‌توان با توجه به نوسان‌ها فرموله کرد:

رابطهٔ ۱۲)
$$\sigma_{adj} = \sigma_1\left\{\sqrt{\frac{1}{t^2}[(t)^2+(t-1)^2+\cdots+(3)^2+(2)^2+(1)^2]}\right\}$$
$$= \sigma_1\left\{\sqrt{\frac{(2t+1)(t+1)}{6t}}\right\}$$

ویژگی متمایز معادلهٔ فوق، آن است که تابعی از زمان است، نه روشی از ریشهٔ زمان t که قبلاً شرح داده شد. با استفاده از آن، ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشوندگی (LVaR) برای هر لحظه و تحت شرایط بازار غیرقابل نقدشونده، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

رابطهٔ ۱۳)
$$LVaR_{adj} = VaR\sqrt{\frac{(2t+1)(t+1)}{6t}}$$

معادله فوق نشان می‌دهد که $LVaR_{ad} > VaR_{ad}$ و هنگامی تعداد روزها برای باز کردن دارایی برابر یک است، برابری $LVaR_{ad} = VaR_{ad}$ صادق است. علاوه‌بر این، معادله‌ای برای تخمین افق زمانی نقدشوندگی را می‌توان به‌صورت زیر تعریف کرد:

رابطهٔ ۱۴) $t =$ Ln(Market Value of Asset)/ Moving Average Daily Volume of Asset at 100 days

باهدف ارزیابی ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشوندگی (LVaR) برای تمام پرتفوی‌های قابل معامله تحت شرایط غیرنقدشونده و حالت بازار ناکارا، می‌توان مدل ذیل را اجرا کرد:

رابطهٔ ۱۵)
$$\mathrm{LVaR}_{\mathrm{P_{adj}}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\mathrm{LVaR}_{\mathrm{i_{adj}}}\mathrm{LVaR}_{\mathrm{jadj}}\rho_{i,j}} = \sqrt{\left[\mathrm{LVaR_{adj}}\right]^{\mathrm{T}}[\rho]\left[\mathrm{LVaR_{adj}}\right]}$$

کاپولاها، انواع و روش برآورد آن

کاپولا[1] یک تکنیک ریاضی منعطف است که بر ارتباط و وابستگی غیرخطی بین متغیرها مبتنی بوده و پیونددهندهٔ توزیع

1. Copula

توأم و توابع حاشیه‌ای[1] است. استفاده از کاپولاها مزایای فراوانی دارد، من‌جمله اینکه علاوه‌بر بیان وابستگی خطی، این اجازه را می‌دهند که هر توزیع حاشیه‌ای برای هر متغیر انتخاب شود، در برابر تغییرات زیاد و سریع، ثابت‌اند و همچنین با استفاده از آن‌ها می‌توان وابستگی را در هر دو طرف توزیع با استفاده از وابستگی دمی به‌دست آورد. نکته‌ای که محدودیتی برای کاپولای ناپارامتریک است، این است که پارامترها نمایندهٔ شدت وابستگی متغیرها هستند و رابطه ریاضی معینی خواهند داشت.

کاپولاها به دو دسته پارامتریک و ناپارامتریک تقسیم‌بندی می‌شوند. در این پژوهش از کاپولای پارامتریک برای تخمین برازش کاپولا استفاده شد. از انواع آن می‌توان به کاپولای گوسی و تی کاپولا و نیز، خانواده کاپولای ارشمیدسی که شامل کاپولاهای کلایتون، گامبل و فرانک است، اشاره کرد که تابع توزیع آن‌ها را می‌توان در جدول ۱ ملاحظه کرد. برای برآورد کاپولاها، دو رویکرد عمده وجود دارد: روش حداکثر درست‌نمایی و روش استنتاج حاشیه‌ها.

یکی از قضایای معروف در نظریهٔ کاپولا، قضیهٔ اسکلار[2] است که نشان می‌دهد هر تابع توزیع احتمال چندمتغیره، می‌تواند یک توزیع حاشیه‌ای و یک ساختار وابستگی داشته باشد (اسکلار، ۱۹۵۹). در واقع، این قضیه نشان می‌دهد زمانی که متغیرها پیوسته باشند، هر تابع توزیع احتمال چندمتغیره، می‌تواند با استفاده از یک توزیع حاشیه‌ای و یک ساختار وابسته نشان داده شود.

جدول ۱. برخی کاپولاهای معروف به همراه تابع توزیع و مولد آن‌ها

نام کاپولا	تابع توزیع کاپولا
کلایتون	$C_C(u_1,u_2)=\left[\max\left\{u_1^{-\theta}+u_2^{-\theta}-1,0\right\}\right]^{-\frac{1}{\theta}},\ \theta\in[-1,\infty)\setminus\{0\}$
گامبل	$C_G(u_1,u_2)=\exp\left[-\left((-\log(u_1))^{\theta}+(-\log(u_2))^{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta}}\right],\ \theta\in[1,\infty)$
فرانک	$C_F(u_1,u_2)=-\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\frac{(e^{-\theta u_1}-1)(e^{-\theta u_2}-1)}{e^{-\theta}-1}\right),\ \theta\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$
گاوسی	$C_{Ga}(u)=\int_{-\infty}^{\phi^{-1}(u_1)}\cdots\int_{-\infty}^{\phi^{-1}(u_n)}\frac{1}{2\pi^{\frac{n}{2}}\lvert R\rvert}\exp\left(-\frac{1}{2}x^T R^{-1}x\right)dx_1\cdots dx_n$

همان‌طور که بالرسلف[3] (۱۹۸۶)، r_t را برای بازده روزانه دارایی موردنظر تحت آزمون در زمان t را مشخص می‌کند، معادله شرطی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$r_t=\mu_t+\varepsilon_t\sigma_t \qquad \text{رابطهٔ ۱۶)}$$

ε_t یک متغیر تصادفی توزیع مستقل و یکسان $(0,1)$ (iid) است. σ_t انحراف استاندارد وابسته به زمان است. مدل‌سازی نوسان‌های شرطی با تعیین یک فرایند GARCH(1,1) به‌صورت زیر تنظیم خواهد شد:

1. Marginal distribution
2. Sklar
3. Bollerslev

رابطهٔ ۱۷) $$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

که ω ثابت و اسکالر $\alpha + \beta \leq 1$ است. بازده استانداردشده نیز به روش زیردست می‌آید:

رابطهٔ ۱۸) $$\frac{r_t}{\sigma_t} = \varepsilon_t$$

با توجه به رفتار دنباله‌های پهن توزیع بازده، مدل حاشیه‌ای با فرض اینکه بازده‌های استانداردشده، یک توزیع تی‌استیودنت را دنبال کنند، تخمین زده می‌شود.

برای دستیابی به همبستگی غیرخطی مناسب بین دارایی‌های مدنظر، رویکرد تی‌کاپولای همبستگی مشروط پویا (DCC t-copula) برای بازده‌های فیلتر شده توسط گارچ اعمال می‌شود. مدل تی‌کاپولای همبستگی مشروط پویا با زمان متغیر مناسب است؛ زیرا به ماتریس همبستگی مثبت و منفی منجر خواهد شد (واکر[1]، ۲۰۰۳) که برآورد ساختار همبستگی دارایی را امکان‌پذیر می‌سازد.

رابطهٔ ۱۹) $$C_{DCC}^t(u_1, \dots, u_n) = t_{\rho_t, v}\left(t_p^1(u_1) \dots, t_v^{-1}(u_n)\right)$$

$t_{\rho_t,v}$ توزیع چندمتغیره t با همبستگی ρ و در آزادی v و نشان‌دهنده بازده‌هایی است که توسط تابع توزیع انفرادی تجمیع شده (cdf)[2] تبدیل می‌شوند. به عنوان بخشی از توزیع چندمتغیره t، درجه آزادی فرمول حد نهایی مشترک است. $y \to \infty$ و تی‌کاپولا، تقریبی از کاپولای گوسی است. علاوه بر این، با توجه به مدل ارائه‌شدهٔ انگل[3] (۲۰۰۲)، فرایند همبستگی مشروط پویا (DCC) در طول خطی نمودن مدل‌سازی شده است:

رابطهٔ ۲۰) $$\rho_t = \text{diag}\left\{Q_t^{-1/2}\right\} Q_t \text{diag}\left\{Q_t^{-1/2}\right\}$$

که:

رابطهٔ ۲۱) $$Q_t = \Omega + \delta \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + \gamma Q_{t-1}$$

مشابه فرایند گارچ (GARCH)، مسیرهای همبستگی با γ پارامتر پایداری و δ پارامتر اثر اخبار و ε_{t-1} درحالی‌که ارزش یک دوره وقفه بازده را شرح می‌دهد. پاتون[4] (۲۰۰۶)، این پارامترها را از طریق حداکثر کردن احتمال برآورد کرده است. از آنجایی‌که تلاش برای بهینه‌سازی پرتفوی است، روش حداکثر احتمال دومرحله‌ای برای برآورد پارامترها اتخاذ شد. در مرحله اول، تمام پارامترهای مربوط به n حاشیه نامتغیر انفرادی، بر اساس t-periods برآورد می‌شوند:

1. Walker
2. Cumulative distribution function
3. Engle
4. Patton

$$\theta_1 = \text{ArgMax}_{\theta_1} \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{n} \ln f_j \left(r_{jt;\theta_1}\right)$$ رابطهٔ ۲۲)

سپس، θ_1 را بر اساس پارامترهای کاپولا می‌توان در مرحله دوم به‌صورت زیر برآورد کرد:

$$\theta_2 = \text{ArgMax}_{\theta_2(\hat{\theta}_1)} \sum_{t=1}^{T} \ln c \left(F_1(r_{1t}), F_2(r_{2t}), \dots, F_n(r_{nt})\right)$$ رابطهٔ ۲۳)

این روش برآورد به‌مانند استنتاج حاشیه‌ها[1]، $\theta_{IFM} = (\theta_1, \theta_2)'$ ارجاع می‌شود. به‌طورکلی، DCC t-copula مدل‌های بهینه‌سازی سنتی پرتفوی را با به کارگیری هم‌بستگی غیرخطی بین دارایی‌های پرتفوی و تغییرات هم‌بستگی پویا بهبود می‌بخشد.

پیشینهٔ تجربی پژوهش

ونگ، چنگ، جین و ژو[2] (۲۰۱۰) از مدل GARCH-EVT-Copula برای بهینه‌سازی پرتفوی شامل چهار ارز رایج در کشور چین استفاده کردند. آن‌ها دریافتند که کاپولای تی‌استیودنت و کاپولای کلایتون، از ساختار وابستگی بین دارایی‌های پرتفوی، توصیف بهتری را ارائه می‌کنند.

مسعود و آلوی[3] (۲۰۱۵) با استفاده از VaR به تشکیل یک سبد سرمایه‌گذاری بهینه از شاخص بازار سهام کشورهای مصر، مالزی، آفریقای‌شمالی و ترکیه پرداختند. در این پژوهش با استفاده از مدل GJR-GARCH اثرهای نامتقارن شوک‌ها در نظر گرفته‌شده و با استفاده از تئوری ارزش فرین، توزیع دم‌پهن سری بازده حاصل شده است. سپس با استفاده از توابع کاپولا، توزیع توأم برای سری‌های بازده محاسبه و وزن‌های بهینه برای هر یک ازسری‌ها به‌دست آمده است.

الجنابی و همکاران (۲۰۱۶) در پژوهش خود برای بهینه‌سازی پرتفوی اوراق بهادار تلاش کردند که با استفاده از مدل DCC- tCopula-VaR، مدلی بر اساس ارزش در معرض خطر تعدیل‌شده با نقدشوندگی ارائه کنند. نتایج پژوهش نشان‌دهندهٔ برتری روش مذکور بر سایر روش‌ها بود.

سهام خدام، استفان و استرمارک[4] (۲۰۱۸) مدل GARCH-EVT-COPULA را با مدل GARCH-EVT برای بهینه‌سازی پرتفوی‌ای متشکل از ۱۰ شاخص اصلی بورس‌های جهانی، از قبیل بورس‌های نیویورک، توکیو و لندن مقایسه کردند. یافته‌های پژوهش آن‌ها نشان داد که مدل ترکیبی GARCH-EVT-COPULA عملکرد بهتری داشته است.

1. Index Flow Method(IFM)
2. Wang, Chen, Jin & Zhou
3. Messaoud & Aloui
4. Sahamkhadam, Stephan & Östermark

الجنابی و همکاران (۲۰۱۹) در پژوهش خود با استفاده از رویکرد کاپولا، به بررسی بهینه‌سازی ارزش در معرض ریسک تعدیل‌شده با نقدینگی یک سبد چندارایی پرداختند. در این پژوهش یک رویکرد جدید برای ارزیابی بهینه‌سازی ارزش در معرض خطر (LVaR) تعدیل‌شده با نقدینگی پرتفوی‌های چندارایی بر اساس مدل‌های انگور و مدل‌های LVaR ارائه شده است. این چارچوب برای بازارهای سهام کشورهای G-7، طلا، کالاها و بیت‌کوین اعمال شده است. نتایج نشان می‌دهد که رویکرد آن‌ها از نظر انتخاب نمونه‌کارهای بهینه تحت تعدادی از محدودیت‌های عملیاتی و بودجه واقع‌بینانه، نسبت به تکنیک نمونه‌کارهای میانگین واریانس کلاسیک مارکویتز برتر است. آن‌ها دریافتند که هم بیت‌کوین و هم طلا، عملکرد ریسک ـ بازده سبد سهام G-7 را بهبود می‌بخشد. بااین‌حال، بیت کوین (طلا) در سناریویی که فقط موقعیت‌های خرید (زمانی که فروش استقراضی مجاز است) بهتر عمل می‌کند.

منسی، حموده، وو و کنگ[1] (۲۰۲۱) در پژوهش خود به بررسی پویایی فراوانی سرریزهای نوسان بین نفت خام برنت و بازارهای سهام در ایالات‌متحده، اروپا، آسیا (شاخص داو جونز آسیا) و بازارهای سهام پنج کشور آسیب‌پذیر اتحادیه اروپا (EU) معروف به GIPSI (یونان، ایرلند، پرتغال، اسپانیا و ایتالیا) می‌پردازند. آن‌ها بیان می‌کنند که مدل AR(1)-FIGARCH با توزیع Swe t-Student برآوردهای دقیق‌تری را در نمونه در همه بازارها ارائه می‌دهد. پوشش ریسک در بلندمدت، گران‌تر از کوتاه‌مدت است و اثربخشی پوشش ریسک نیز در بلندمدت بیشتر از کوتاه‌مدت است، به بحران حساس است و به عامل افق سرمایه‌گذاری زمانی بستگی دارد.

راغفر و آجرلو (۱۳۹۵) ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی بانک را با روش GARCH-EVT-Copula محاسبه کردند. در کنار این روش، از روش‌های واریانس ـ کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی نیز استفاده شده است. بر اساس نتایج به‌دست‌آمده از آزمون کوپیک، اعتبار مدل GARCH-EVT-Copula نسبت به دو مدل دیگر بیشتر است.

کسایی شریفی (۱۳۹۶) در پایان‌نامه‌ای تحت عنوان «بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از شاخص ارزش در معرض خطر شرطی و معیارهای چندگانه گارچ ـ نظریهٔ ارزش فرین ـ کاپولا در بورس اوراق بهادار تهران» از مدل GARCH- EVT- Copula- CVaR برای تشکیل یک سبد بهینه در بورس اوراق بهادار تهران استفاده نموده است. نتایج پژوهش حاکی از برتری مدل فوق نسبت به مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی و مدل GARCH – Copula است.

میرعباسی، نیکومرام، سعیدی و حق‌شناس (۱۳۹۶) یک مدل بهینه‌سازی پرتفوی بر اساس ریسک نامطلوب و ظرفیت مطلوب و عوامل روان‌شناختی ارائه کردند. آن‌ها به بررسی بازده ۱۸ صنعت از صنایع پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران، در بازه ۱۲ساله پرداختند. نتایج پژوهش نشان داد که بازده پرتفوی بهینه مبتنی بر ریسک نامطلوب و ظرفیت مطلوب، در حالتی که سرمایه‌گذار از ریسک نامطلوب و همچنین، از ظرفیت مطلوب گریزان است یا زمانی که سرمایه‌گذار از ریسک نامطلوب گریزان و نسبت به ظرفیت مطلوب بی‌تفاوت (خنثی) است، تفاوت معناداری با بازده مدل کلاسیک ندارد؛ درحالی‌که بازده پرتفوی بهینه در حالتی که سرمایه‌گذار از ریسک نامطلوب گریزان و در جست‌وجوی ظرفیت مطلوب (پتانسیل پذیر) است، از بازده مدل کلاسیک بالاتر است.

1. Mensi, Hammoudeh, Vo & Kang

فلاح شمس و سینا (۱۳۹۹) در پژوهشی به مقایسه عملکرد مدل‌های ارزش در معرض خطر و کاپولا CvaR جهت بهینه‌سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج این پژوهش حاکی از آن بود که تشکیل سبد سهام بهینه با استفاده از مدل ترکیبی یعنی مدل Capula-CVaR عملکرد بهتری داشته است.

فلاح شمس و صادقی (۱۳۹۹) به بررسی بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از رویکرد کاپولا و ارزش در معرض خطر چندمتغیره در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج به‌دست‌آمده از پژوهش حاکی از کارآمدی و قابل‌اطمینان بودن شبیه‌سازی مونت کارلو توسط کاپولای تی‌استیودنت در برابر توزیع نرمال چند متغیره است.

راعی، باجلان و عجم (۱۴۰۰) برای انتخاب پرتفوی بهینه، از مدل‌های 1/N، میانگین ـ واریانس و حداقل واریانس استفاده کردند. نتایج پژوهش حاکی از برتری مدل 1/N بر اساس معیار ترینر و معیار مودیلیانی ـ مودیلیانی و مدل حداقل واریانس از لحاظ معیار اطلاعات و معیار سورتینو نسبت به مدل‌های دیگر می‌باشد.

شیرکوند و فدایی (۱۴۰۰) در پژوهشی به دنبال یافتن سبد سهام بهینه ـ استواری[1] بودند که در شرایط مختلف بازار، بهترین عملکرد را داشته باشد و پشیمانی سرمایه گذار از انتخاب سبد سهام را به حداقل برساند. بدین منظور از سناریوبندی وضعیت‌های مختلف بازار، بر اساس بازده روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران و به‌کارگیری الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات[2] و ملاک حداقل حداکثر پشیمانی استفاده کردند. برای توابع برازش در بهینه‌سازی توده ذرات، از توابع هدف چندمتغیره و امگا ـ ارزش در معرض ریسک شرطی، استفاده شده است. نتیجه نشان داد که سناریوبندی بازار و به‌کارگیری ملاک حداقل ـ حداکثر پشیمانی، عملکرد سبدهای سهام بهینه استوار را بهبود می‌بخشد. همچنین در عملکرد سبدهای سهام استوار، ضریب امگا ـ ارزش در معرض ریسک شرطی برای بهینه‌سازی سبد سهام در مقایسه با مدل معیار میانگین نیم‌واریانس با تابع چندمتغیره به بهبود بیشتری منجر می‌شود.

وجه تمایز مدل ارائه شده در این پژوهش نسبت به پژوهش‌های پیشین، این است که علاوه بر ترکیب ارزش در معرض خطر با تکنیک‌های کاپولا و هم‌بستگی شرطی پویا، از ضریب تعدیل کننده نقدشوندگی استفاده شده است.

مدل مفهومی

مدل ارزش در معرض خطر بر اساس نقدشوندگی (LVaR) با توجه به محدودیت‌های چندگانه عملیاتی و مالی تحت شرایط بازار ناکارا و واقع‌گرایانه کمینه می‌نماید، این مدل همچنین اجازه می‌دهد تا بازده مورد انتظار در پرتفوی حداکثر شود و درعین‌حال ریسک‌های بزرگ را نیز بتوان کنترل کرد. مدل بهینه‌سازی پرتفوی تحلیلی به شرح زیر است:

رابطهٔ ۲۴)

$$\text{Min: } LVaR_{P_{adj}} = \sqrt{\sum_{t=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} LVaR_{l_{adj}} LVaR_{Jadj} \rho_{i,j}}$$

$$= \sqrt{\left[LVaR_{adj}\right]^{T}[\rho]\left[LVaR_{adj}\right]}$$

1. Robust Portfolio
2. Swarm Optimization Algorithm

تابع هدف در فرایند بهینه‌سازی با تعریف محدودیت‌های عملیاتی و مالی، مدل‌سازی شده است:

رابطهٔ ۲۵)

$$\sum_{i=1}^{n} R_i x_i = R_p \; ; l_i \le x_i \le u_i; \; \forall_i \; i = 1,2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1.0; l_i \le x_i \le u_i; \; \forall_i i = 1,2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n} V_i = V_P; \; \forall_i \; i = 1,2, \dots, n$$

$$[LHF] \ge 1.0; \; \forall_i i = 1,2, \dots, \mathrm{n}$$

که هر عنصر برداری در معادله به‌صورت زیر بیان می‌شود:

رابطهٔ ۲۶)

$$LHF_i = \left[\sqrt{\frac{(2t_i + 1)(t_i + 1)}{6t_i}} \right] \ge 1.0; \forall_i \; \mathrm{i} = 1,2, \dots, \mathrm{n}$$

در روابط بالا R_p و V_P به‌ترتیب میانگین بازده مورد انتظار و حجم معاملات کل پرتفوی و x_i تخصیص منابع برای هر دارایی قابل معامله است. مقادیر l_i و u_i برای $i = 1,2, \dots, n$ در رابطه، حدهای پایین‌تر و بالایی از تخصیص دارایی پرتفوی را نشان می‌دهد. اگر $l_i = \alpha$ را برای $i = 1,2, \dots, n$ را برابر صفر انتخاب شود، با شرایطی که هیچ عملیات فروش استقراضی مجاز نیست، روبه‌رو خواهیم شد. در نهایت، $[LHF]$نشان‌دهنده یک بردار $(n \times 1)$ از دوره‌های باز شدن خاص (برای مثال، افق‌های زمانی نزدیک به‌نقدشوندگی) از هر دارایی برای همه $i = 1,2, \dots, n$.

در انتها به تجزیه‌وتحلیل پرتفوی‌های مطلوب و مرزهای کارا به‌منظور نشان دادن انعطاف‌پذیری و کفایت رویکرد بهینه‌سازی پرتفوی ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشوندگی کاپولا(copula-LVaR) پرداخته می‌شود.

فرضیه‌های پژوهش

مرز کارای استخراج‌شده از مدل ارزش در معرض خطر هم‌بستگی شرطی پویا با رویکرد نقدشوندگی مبتنی بر کاپولا تی (DCC t-Cupola LVaR) عملکرد بهتری ازلحاظ ریسک و بازده نسبت به مرز کارای مدل واریانس ـ کوورایانس مارکویتز خواهد داشت.

قلمرو پژوهش

قلمرو زمانی پژوهش از سال ۱۳۹۰ تا ۱۴۰۰ و جامعه آماری، شاخص‌های صنعت «بورس اوراق بهادار تهران» و شاخص بازده کل اوراق درآمد ثابت است و بر مدل شاخص ارائه‌شدهٔ شرکت بارکلی[1] مبتنی است. برای محاسبهٔ بازدهی کل

1. Barclay

(بازدهی ناشی از تغییرات قیمت و بازدهی ناشی از بهره) اوراق موجود در سبد شاخص، شامل اوراق درآمد ثابت پذیرش شده در بورس و فرابورس استفاده شده است.

روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش، توصیفی از تحلیل هم‌بستگی است. جامعه آماری پژوهش، شاخص صنایع موجود در بورس و شاخص طراحی‌شده اوراق درآمد ثابت است. نمونه‌گیری به روش برش مقطعی است. داده‌های روزانه بازدهی این شاخص‌ها، طی دورهٔ زمانی ابتدای مرداد سال ۱۳۹۰ تا انتهای تیر سال ۱۴۰۰ (حدود ۲۴۱۱ روز کاری) بررسی شده است. در این پژوهش، مراحل زیر انجام شده است:

۱. تعیین قلمرو زمانی و محاسبه بازدهی شاخص‌ها و تعیین سری زمانی بازدهی‌ها؛
۲. برازش یک مدل مناسب VAR به روش باکس ـ جنکینز[1]؛
۳. برازش مدل مناسب برای واریانس ناهمسانی شرطی از طریق مدل‌های گارچ برای هر یک از دارایی‌های سبد؛
۴. استفاده از مدل کاپولای تی‌استیودنت و مدل تی‌کاپولای هم‌بستگی مشروط پویا (DCC t-copula) برای برقراری روابط نوسان‌های بین بازدهی دارایی‌های سبد و تعیین توزیع حاشیه‌ای؛
۵. محاسبه ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشوندگی یک روزه با اطمینان ۸۰، ۸۵، ۹۵، ۹۰ و ۹۹ درصد با استفاده از روش واریانس ـ کوواریانس و کاپیولا ـ گارچ برای دوره‌های زمانی روزانه؛
۶. آزمون اعتبار و دقت هر یک از مدل‌ها و انتخاب مدل مناسب و استخراج مرز کارا برای هر یک از مدل‌ها و مقایسه عملکرد آن‌ها با شاخص عملکرد شارپ؛
۷. اعتبارسنجی و مقایسهٔ داده‌های برون‌نمونه‌ای، بر اساس بازدهی‌های سبد حاصل از هر روش در کل دوره مجموعه آزمایشی.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

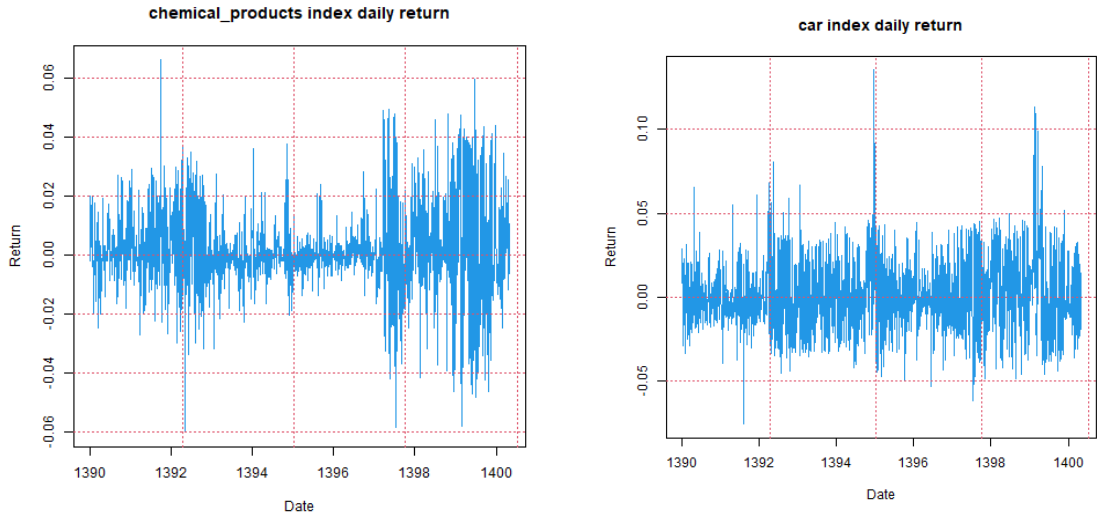
یافته‌های پژوهش

ابتدا با استفاده از داده‌های جامعه آماری در یک بازه زمانی ۱۰ساله، از ابتدای مرداد سال ۱۳۹۰ تا انتهای تیر سال ۱۴۰۰، سری زمانی بازده روزانه سهام شاخص‌ها طبق رابطهٔ زیر محاسبه شد:

$$X_t = (\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})) \quad \text{رابطهٔ ۲۷)}$$

در رابطهٔ ۲۷، P_t قیمت سهم در زمان روز t است. در شکل ۲، نمودار نوسان‌های بازدهی دو شاخص‌صنعت خودروسازی و تولید محصولات شیمیایی، به‌ترتیب از راست به چپ ترسیم شده است (تغییرات بازدهی در بازه‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۲ و ۱۳۹۷ تا ۱۴۰۰، به‌علت رشد فزاینده قیمت سهام در بازار سرمایه مشهود است).

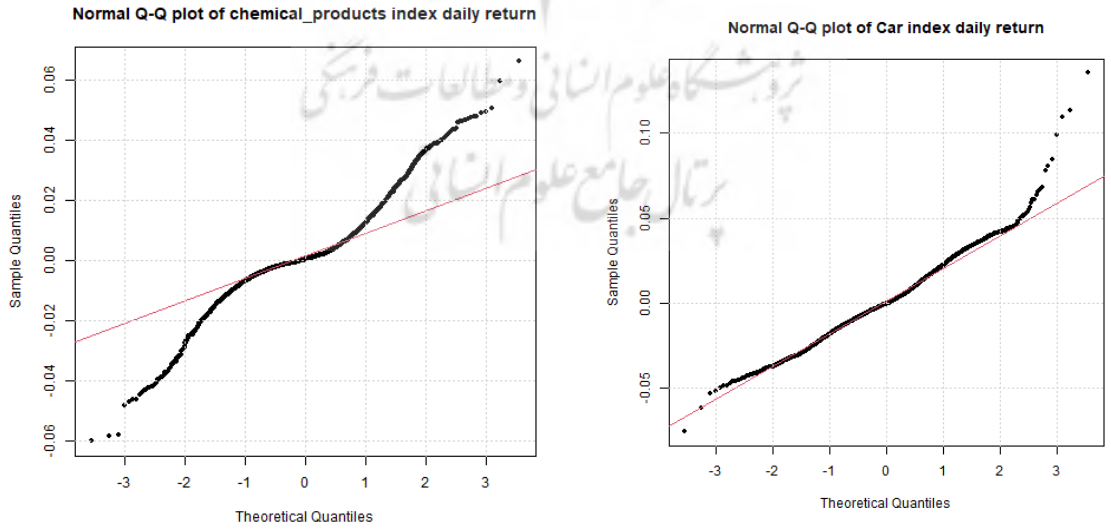
1. Box-Jenkins Models.



شکل ۲. نوسان‌های بازدهی روزانه برخی از شاخص‌های منتخب

برای افزایش کیفیت مدل، شاخص‌هایی با درصد فراوانی صفر بالای ۱۵ درصد، از فرایند تحلیل حذف شدند. در آخر، پس از پالایش، ۲۵ شاخص انتخاب و وارد تحلیل اولیه شدند.

به سبب بررسی در خصوص نرمال بودن توزیع‌ها به‌طور شهودی، از نمودار چندک ـ چندک[1] استفاده شد. اگر نمودار چندک ـ چندک به‌صورت یک خط باشد، توزیع نرمال دارای برازش خوبی است، در غیر این صورت، باید توزیع مناسب دیگری برای مدل استفاده شود.



شکل ۳. نمودار Q-Q بازدهی روزانه برخی از شاخص‌های منتخب

1. Q-Q plot

در شکل ۳، ملاحظه می‌شود که دنباله‌ها به‌طور کامل توسط توزیع نرمال مدل‌سازی نشده و استفاده از توزیع t اجتناب‌ناپذیر است (دو شاخص صنعت خودروسازی و تولید محصولات شیمیایی به‌عنوان شاخص‌های منتخب در نظر گرفته شده است).

پس از شناسایی وقفه‌های مناسب مدل آرما توسط روش باکس ـ جنکینز به مدل‌سازی بازدهی شاخص‌ها توسط مدل آرما ـ گارچ با توزیع تی‌استیودنت پرداخته شد که نتایج ضرایب قسمت گارچ آن در جدول ۲ درج شده است. در صورت معناداری ضرایب آن ها وارد مدل‌سازی و در غیر این صورت، از مدل کنار گذاشته می‌شوند. هدف از انجام این کار، استخراج تلاطم یا همان واریانس شرطی به‌منظور محاسبه ارزش در معرض خطر است.

جدول ۲. ضرایب برآوردی مدل گارچ به همراه مقدار لگاریتم درست‌نمایی

ردیف	شاخص		ω	α	β	shape	LL
۱	شاخص اوراق	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۹۸	۲/۷۴	۱۲۲۰۹/۳۱
		مقدار معناداری	۰/۹۳	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۲	زراعت و خدمات وابسته	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۳۵	۰/۶۵	۴/۰۵	۶۰۰۲/۸۲
		مقدار معناداری	۰/۱۳	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۳	استخراج ذغال سنگ	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۳۷	۰/۶۳	۴/۱۰	۶۰۸۵/۴۲۹
		مقدار معناداری	۱/۰۰	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۴	استخراج کانه‌های فلزی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۷	۰/۸۳	۴/۴۲	۷۳۲۸/۸۰۶
		مقدار معناداری	۰/۹۴	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۵	محصولات غذایی و آشامیدنی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۸	۰/۸۲	۴/۷۵	۷۶۵۶/۵۹
		مقدار معناداری	۰/۳۲	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۶	محصولات کاغذی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۶	۰/۸۴	۵/۶۲	۶۰۶۶/۲۵۸
		مقدار معناداری	۰/۱۵	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۷	محصولات شیمیایی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۷	۰/۸۲	۴/۶۵	۷۹۵۰/۳۰۵
		مقدار معناداری	۰/۴۸	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۸	لاستیک و پلاستیک	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۳۱	۰/۶۹	۳/۵۸	۷۲۱۸/۴۹۸
		مقدار معناداری	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۹	سایر محصولات کانی غیرفلزی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۴	۰/۸۶	۵/۶۴	۷۲۷۲/۲۲۳
		مقدار معناداری	۰/۳۲	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۱۰	فلزات اساسی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۷	۰/۸۳	۴/۹۵	۷۲۷۴/۳۰۸
		مقدار معناداری	۰/۳۶	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۱۱	ساخت محصولات فلزی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۴	۰/۸۶	۵/۰۱	۶۷۵۰/۸۰۴
		مقدار معناداری	۰/۵۹	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۱۲	ماشین‌آلات و تجهیزات	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۴	۰/۸۵	۵/۳۷	۷۴۱۸/۸۱۲

ردیف	شاخص		ω	α	β	shape	LL
		مقدار معناداری	۰/۹۶	۰/۸۴	۰/۲۵	۰/۰۸	
۱۳	ماشین‌آلات و دستگاه‌های برقی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۲	۰/۸۸	۶/۱۶	۷۳۲۸/۸۰۶
		مقدار معناداری	۰/۸	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۱۴	خودرو و ساخت قطعات	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۰	۰/۹۰	۹/۲۰	۶۱۲۷/۳۵۹
		مقدار معناداری	۰/۲۹	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۱۵	شرکت‌های چند رشته‌ای صنعتی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۹	۰/۸۱	۴/۰۹	۷۵۸۵/۱۴
		مقدار معناداری	۰/۲۵	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۱۶	حمل‌ونقل، انبارداری و ارتباطات	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۵۳	۰/۴۷	۳/۰۰	۷۳۰۱/۲۰۷
		مقدار معناداری	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۱۷	انبوه‌سازی املاک و مستغلات	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۳	۰/۸۷	۱۱/۱۶	۷۰۷۸/۰۶۶
		مقدار معناداری	۰/۳۳	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۱۸	رایانه و فعالیت‌های وابسته به آن	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۲۹	۰/۷۱	۳/۶۴	۸۰۹۹/۵۸۷
		مقدار معناداری	۰/۰۹	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۱۹	فراورده نفتی، کک و سوخت هسته‌ای	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۷	۰/۸۳	۴/۷۱	۶۹۲۷/۹۶۷
		مقدار معناداری	۰/۹۳	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۲۰	قند و شکر	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۸	۰/۸۲	۵/۳۴	۶۷۹۹/۲۴۷
		مقدار معناداری	۰/۱۵	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۲۱	مواد و محصولات دارویی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۶	۰/۸۳	۴/۴۲	۹۰۲۴/۸۴۷
		مقدار معناداری	۰/۷۷	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۲۲	کاشی و سرامیک	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۴	۰/۸۶	۵/۰۶	۷۴۵۴/۱۹۳
		مقدار معناداری	۰/۷۲	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۲۳	سرمایه‌گذاری‌ها	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۵	۰/۸۵	۱۰/۴۶	۷۹۲۰/۲۱۷
		مقدار معناداری	۰/۷۴	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۲۴	سایر واسطه‌گری‌های مالی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۱۳	۰/۸۷	۹/۶۴	۶۵۴۱/۵۸۸
		مقدار معناداری	۰/۳۸	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	
۲۵	بیمه و صندوق بازنشستگی به‌جز تأمین اجتماعی	ضریب برآوردی	<۰/۰۱	۰/۵۳	۰/۴۷	۳/۰۰	۷۶۳۴/۹۸۷
		مقدار معناداری	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱	

همان گونه که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، به جز بازدهی شاخص ماشین‌آلات و تجهیزات، در بقیه موارد ضرایب α و β معنی‌دار شده‌اند؛ بنابراین به‌منظور افزایش کیفیت مدل این دو شاخص کنار گذاشته شد. سپس نتـایج مـدل ارزش در معرض خطر در ۵ سطح ۸۰، ۸۵، ۹۰، ۹۵ و ۹۹درصد محاسبه شد.

بار دیگر LVaR را با استفاده از روش گارچ چندمتغیره رهیافت هم‌بستگی شرطی پویا (DCC-GARCH) با احتساب کاپولای توزیع تی چندمتغیره به‌دست آوردیم و از نتایج آن مجدداً در بهینه‌سازی سبد استفاده کردیم. سرانجام با استفاده از معیار شارپ، این دو مدل را در سطوح مختلف ریسک مقایسه کردیم. نتایج حاصل از آزمون معناداری ضرایب هم‌بستگی شرطی پویا با وقفه یک، در جدول ۳ مشاهده می‌شود.

جدول ۳. ضرایب DCC

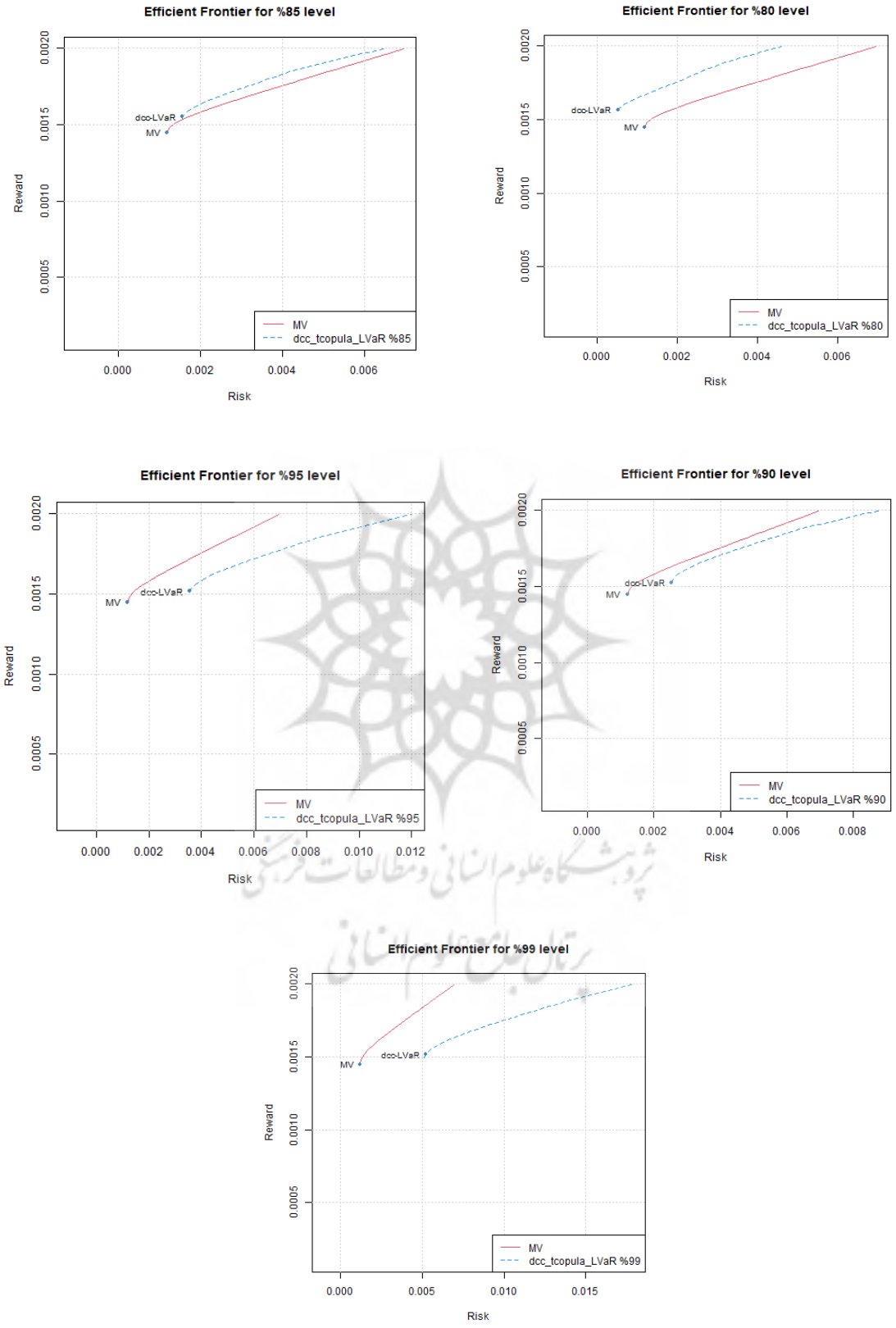
پارامتر	a	b	mshape
ضریب برآوردی	۰/۰۰۰۰۶	۰/۹۸	۳۰/۴۲
مقدار معنی‌داری	<۰/۰۱	<۰/۰۱	<۰/۰۱

در جدول ۳ هر دو پارامتر بزرگ‌تر از صفر و مجموعشان کمتر از یک است که برقرار بودن شرایط DCC را نشان می‌دهد. با توجه به مقادیر معنی‌داری، فرض معنی‌داری هر دو ضریب تأیید می‌شود. به‌دلیل مثبت بودن پارامتر a، با بروز شوک در سری متغیرها، افزایش هم‌بستگی شرطی برای دورهٔ بعدی را می‌توان انتظار داشت. از سوی دیگر، پارامتر b بیانگر اثر هم‌بستگی شرطی دورهٔ قبل، بر دورهٔ جاری است. هرچه به عدد یک نزدیک‌تر باشد، انتظار می‌رود که برای هر جفت هم‌بستگی‌های محاسبه‌شده، هم‌بستگی دورهٔ جاری، نزدیک به هم‌بستگی شرطی دوره قبل باشد. پارامتر mshape که مربوط به توزیع تی چندمتغیره است، نیز معنادار به‌دست آمده است. در ادامه، پایایی مانا بودن مقادیر باقی‌مانده‌های حاصل از مدل بررسی شد. نتایج حاصل از آزمون ریشهٔ واحد دیکی ـ فولر تعمیم‌یافته، برای مقادیر باقی‌ماندهٔ حاصل از مدل DCC-tCopula-GARCH حاکی از پایایی مدل است. در جدول ۴، نتایج حاصل از بهینه‌سازی و همچنین در شکل ۴، نمودار مرزهای کارایی سطوح مختلف ریسک مشاهده می‌شود.

جدول ٤. نتایج حاصل از بهینه‌سازی سبد شاخص‌ها

روش بهینه‌سازی	سطح ارزش در معرض خطر	۸۰٪	۸۵٪	۹۰٪	۹۵٪	۹۹٪
میانگین ـ واریانس (مارکویتز)	بازدهی مورد انتظار	۰/۰۰۱۴۵	۰/۰۰۱۴۵	۰/۰۰۱۴۵	۰/۰۰۱۴۵	۰/۰۰۱۴۵
	ریسک	۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۱۲
	نسبت شارپ	۱/۲۱	۱/۲۱	۱/۲۱	۱/۲۱	۱/۲۱
DCC-tcopula-LVaR	بازدهی مورد انتظار	۰/۰۰۱۵۶	۰/۰۰۱۵۴	۰/۰۰۱۵۴	۰/۰۰۱۵۴	۰/۰۰۱۴۹
	ریسک	۰/۰۰۰۵۳	۰/۰۰۱۵۷	۰/۰۰۲۵۳	۰/۰۰۳۶۳	۰/۰۰۵۱
	نسبت شارپ	۲/۹۷	۰/۹۸	۰/۶۱	۰/۴۲	۰/۲۹

با توجه به جدول ۴، بهترین عملکرد مربوط به مدل DCC-tCopula-LVaR در سطح ریسک ۸۰درصد است و از سوی دیگر، در سطح ریسک ۹۹درصد مدل مارکویتز عملکرد بهتری نسبت به مدل دیگر دارد. در شکل ۴، نمودار مرز کارایی سطوح مختلف مشاهده می‌شود.



شکل ٤. نمودار مرز کارایی در سطوح مختلف ریسک

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مدل مارکویتز با افزایش سطح ریسک عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد و هرچه سطح ریسک کاهش می‌یابد و از ۹۹درصد به سمت ۸۰درصد حرکت شده (سطح ریسک در موقعیت فروش) شاهد عملکرد بهتر مدل DCC-LVaR است. در ادامه، برای بررسی دقت برآورد مقدار بازدهی مورد انتظار سبد حاصل از بهینه‌سازی این دو روش، مجموعه داده‌ها را به دو قسمت درون نمونه و برون نمونه با نسبت ۸۰درصد به ۲۰درصد تقسیم کردیم و به‌صورت غلطان یک گام به جلو، بازدهی‌های مورد انتظار پیش‌بینی‌شده را با مقدار تحقق‌یافته مقایسه کردیم که نتایج آن در جدول ۵ آمده است. برای مقایسه، از دو معیار زیان میانگین قدر مطلق خطا (MAE) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده شد.

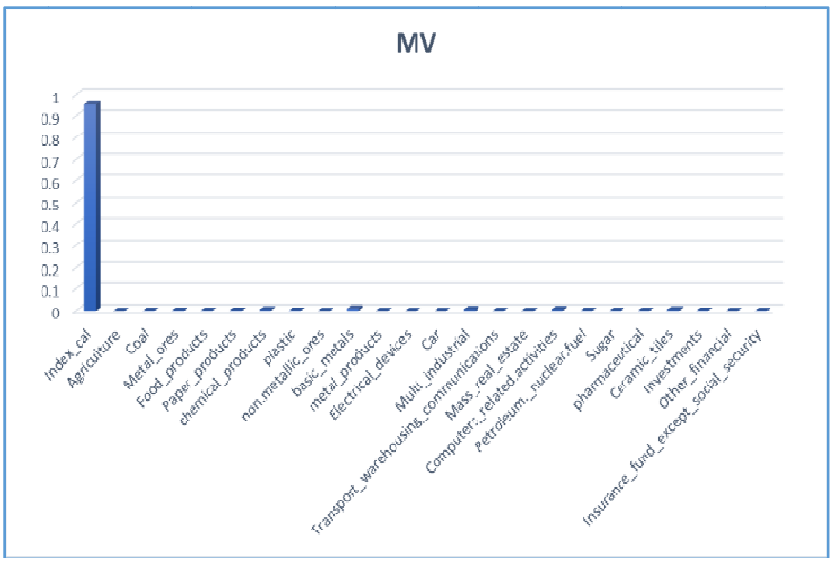
جدول ۵. نتایج دقت برآورد بازدهی مورد انتظار یک‌روزه برای داده‌های برون نمونه‌ای

مدل	RMSE	MAE
میانگین– واریانس (مارکویتز)	۰/۰۰۲۳	۰/۰۰۱۷
DCC-tcopula-LVaR	۰/۰۰۸۱	۰/۰۰۴

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مدل مارکویتز در خصوص برآوردهایی که برای بازدهی مورد انتظار یک‌روزه انجام می‌دهد، پایاتر از مدل دیگر عمل می‌کند.

در انتها در شکل‌های ۵ و ۶ وزن شاخص‌ها برای دو مدل میانگین ـ واریانس (مارکویتز) و LVaR مقدار ۸۰درصد به‌دست آمده است.

شکل ۵. نمودار وزن‌های بهینه حاصل از مدل DCC-tCopula-LVaR



شکل ٦. نمودار وزن‌های بهینه حاصل از مدل مارکویتز

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله، به‌منظور محاسبهٔ ریسک بازار به‌کمک سنجه‌های فوق، از ترکیب مدل‌های پارامتریک، هم‌بستگی شرطی پویا و نظریهٔ کاپولا بهره برده شد. با استفاده از سناریوهای مدل خطی، مقادیر بهینهٔ سرمایه‌گذاری از پرتفوی تحت حداقل واریانس محاسبه‌شده توسط کاپولاها و هم‌بستگی‌های شرطی پویا به‌دست آمد. همچنین، از مدل کاپولای پارامتریک چندمتغیره، برای محاسبهٔ ارزش در معرض خطر با رویکرد نقدشوندگی استفاده شد. در آخر، نسبت بهینه و مرز کارا، از طریق روش «واریانس میانگین استاندارد» توسط دارایی بدون ریسک به‌دست آمد.

در محاسبات انجام‌شده، شاخص قیمت ۲۴۱۱ تایی یک سبد سهام نمونه مدنظر قرار گرفت و سنجه‌های DCC-tCopula-LVaR با سطوح اطمینان ۸۰، ۸۵، ۹۵، ۹۰ و ۹۹ درصد توسط روش مذکور تقریب زده شد. نتایج آمار توصیفی نشان داد که سری بازده‌ها، در برخی عناصر پرتفوی نوک تیزتری نسبت به توزیع نرمال دارند؛ به عبارتی بازده صنایع مدنظر، حرکات غیرعادی و دور از انتظار دارند؛ از این رو از توزیع تی‌استیودنت جهت توصیف بازده‌ها استفاده شد. در ادامه با استفاده از آزمون نرمالیتی شاپیرو ـ ویلک، فرض نرمال‌بودن رد شد؛ آزمون ریشهٔ واحد دیکی فولر تعمیم‌یافته، فرض مانایی را تأیید کرد و آزمون لیانگ ـ باکس، تأیید فرض خودهم‌بستگی سری بازدهی شاخص‌ها را نشان داد. پس از شناسایی وقفه‌های مناسب مدل آرما توسط روش باکس ـ جنکینز، به مدل‌سازی بازدهی شاخص‌ها توسط مدل آرما ـ گارچ با توزیع تی‌استیودنت پرداخته شد که در صورت معنی‌داری ضرایب، آن‌ها وارد مدل شدند.

با معناداری پارامترهای مدل DCC از وجود هم حرکتی قابل‌توجه متغیر در زمان بین سری زمانی هر جفت از شاخص‌ها با یکدیگر و درنتیجه ماندگاری بالای هم‌بستگی شرطی حکایت می‌کند. مجموع این پارامترها نزدیک به ۱ است. این بدان معناست که نوسان‌ها در حالت بسیار پایداری قرار دارند. از آنجا که $\alpha + \beta < 1$ است، هم‌بستگی‌های پویا حول یک سطح ثابت تغییر می‌کنند و به نظر می‌رسد روند پویا بازگشت‌کننده به میانگین است.

تمرکز مقاله روی محاسبه ارزش در معرض خطر هم‌بستگی شرطی پویا با رویکرد نقدشوندگی (DCC t-Cupola LVaR) آن مبتنی بر کاپولا تی و نیز مسائل کمینه‌سازی مدل فوق به‌منظور انتخاب پرتفوی بهینه است. تجربیات عددی در تحلیل‌های ارائه‌شده، نسبت شارپ و دو معیار زیان میانگین قدر مطلق خطا (MAE) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) نشان می‌دهد که برای یک پرتفوی دل‌خواه، استفاده از مدل DCC t-Cupola LVaR در سطح ریسک پایین‌تر کارآمدتر از مدل مارکویتز است. با کاهش افزایش و افزایش مقدار ارزش در معرض ریسک، مدل مارکویتز کارآمدی بهتری را نشان می‌دهد که در مقایسه با مطالعات قبلی در خصوص بهینه‌سازی پرتفوی، با توجه به معیارهای ریسک انتخابی تحت توزیع نرمال، از نظر بهینه‌سازی و تخصیص پرتفوی و سایر محدودیت‌های تجاری، دو مزیت عمده دارد (گارسیا و همکاران، ۲۰۰۷؛ یو و همکاران، ۲۰۱۵؛ گائو و همکاران، ۲۰۱۶). اول، روشی منعطف و مؤثر برای دریافت دقیق ریسک وابستگی غیرخطی ناشی از حرکت متغییر زمانی دارایی‌های مالی پرتفوی تحت شرایط مختلف بازار ارائه می‌کند. دوم، کاستی‌های معیار VaR استاندارد برای ریسک بازار را برطرف می‌کند و چارچوبی یکپارچه و جامع را برای اندازه‌گیری دقیق ریسک از دست دادن دارایی‌های یک سبد چندگانه که در معرض ریسک نقدینگی فردی قرار دارد و وابسته به زمان متغیر غیرخطی بین آن‌هاست، پیشنهاد می‌کند. در انتها، پرتفوی بهینه با توجه به وزن‌های داده‌شده تعیین شد که در واقع، در آن مینیمم مقدار ریسک را برای یک سطح از بازدهی ارائه می‌دهد. نتایج به‌دست‌آمده، نشان می‌دهد که در تاریخ ۲۸ تیر سال ۱۴۰۰ با ریسک پایین شاخص اوراق درآمد ثابت بالاترین وزن را به خود اختصاص داده است. با کاهش سطح ریسک وزن شاخص اوراق درآمد ثابت کاسته می‌شود. در پرتفوی بهینه با نسبت شارپ بالا، وزن شاخص سرمایه‌گذاری‌ها، نسبت بیشتری در مقایسه با سایر شاخص‌ها در پرتفوی بهینه دارد. همچنین نقطه بهینه که در بازدهی حدود ۰/۰۰۱۵۶ در سطح اطمینان ۸۰ درصد حاصل شده است، درواقع همان پرتفوی بهینه است.

هدف اصلی در مدیریت پرتفوی، کمک به سرمایه‌گذار در انتخاب پرتفوی بهینه با توجه به ترجیحات و علایق وی و همچنین محیط تصمیم است. به‌دلیل دو ضعف عمده در مدل مارکویتز که محاسبه و مشکل در نظر نگرفتن علایق سرمایه‌گذار است، شارپ در سال ۱۹۶۳ مدل تک شاخصی را ارائه نمود که این مدل نیز به‌علت اینکه ریسک پرتفوی را تنها در یک عامل می‌بیند، نتوانست آن‌چنان برای سرمایه‌گذاران مطلوب باشد. در همین راستا، مدل APT مشکل ریسک سرمایه‌گذاری را تا حدی رفع نمود؛ اما به خاطر مشخص ننمودن تعداد عوامل تأثیرگذار، در عمل مورد استقبال چندانی قرار نگرفت.

از جمله محدودیت‌های پژوهش، می‌توان به وجود انواع و اقسام تعاریف و تعابیر از واژهٔ ریسک عدم نقدشوندگی اشاره کرد که هریک نگاه متفاوتی به مؤلفه‌های مذکور دارند. با توجه به اینکه در این پژوهش از مدل خاصی استفاده شده است، ممکن است به برخی از جنبه‌های مؤلفه‌های مذکور توجه کمتری شده باشد. از دیگر محدودیت‌های پژوهش وجود تعدد مدل‌های ارائه شده برای بهینه‌سازی پرتفوی سهام و اوراق بهادار است که ممکن است استفاده از مدل‌های مختلف به نتایج مختلفی منجر شود. پیشنهاد نویسندگان براساس خروجی پژوهش به نهادهای مالی از قبیل سبدگردان‌ها، صندوق‌های سرمایه‌گذاری و مشاوران سرمایه‌گذاری، این است که برای تخصیص منابع و بهینه‌کردن پرتفوی‌های تحت نظارت خود در سطوح ریسک بالا، از مدل ماکوویتز استفاده کنند.

نتایج این مطالعه را می‌توان برای اجرای مدیریت خوب ریسک در سرمایه‌گذاری‌های داخلی و خارجی استفاده کرد. همچنین هنگام تصمیم‌گیری و انتخاب ترکیب سبد سرمایه‌گذاری می‌توان نتایج این مطالعه را به کاربرد. نتایج به‌دست‌آمده حاکی از اهمیت عوامل ریسک مطرح شده است که تأثیر بسزایی در مازاد بازده سهام دارد. این موضوع می‌تواند به سرمایه‌گذاران کمک کند تا با توجه به درجه ریسک‌پذیری‌شان، پرتفوی بهتری را تشکیل دهند.

فعالان در بورس اوراق بهادار تهران، می‌توانند از عامل نقدشوندگی معرفی شده در این تحقیق برای اندازه‌گیری نقدشوندگی سهام خود استفاده نمایند. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش، در دوره‌ای با ثبات از بازار سرمایه انتخاب شده است که می‌توان با گسترش داده‌ها، وضعیت‌های مختلفی از بازار را در تخمین پرتفوی‌ها مورد استفاده قرار داد. همچنین با استفاده از روش پنجرهٔ غلتان برای ایجاد سبدها، می‌توان نتایج تخمین پرتفوی‌های بهینه را به نحو پویاتری بررسی کرد.

منابع

پیش بهار، اسماعیل؛ عابدی، سحر (۱۳۹۶). محاسبه ارزش در معرض خطر پرتفوی: کاربرد رهیافت کاپیولا. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۸(۳۰)، ۵۵-۷۳.

راعی، رضا؛ باجلان، سعید؛ عجم، علیرضا (۱۴۰۰). بررسی کارایی مدل 1/N در انتخاب پرتفوی. *تحقیقات مالی*، ۲۳(۱)، ۱-۱۶.

راغفر، حسین، آجورلو، نرجس (۱۳۹۵). برآورد ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه با روش GARCH-EVT-Copula *پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۲۱(۶۷)، ۱۱۳-۱۴۱.

سینا، افسانه، فلاح، میرفیض (۱۳۹۹). مقایسه عملکرد مدل‌های ارزش در معرض ریسک و کاپیولا- CVaR جهت بهینه‌سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران. *نشریه چشم‌انداز مدیریت مالی*، ۱۰(۲۹)، ۱۲۵-۱۴۶.

شیرکوند، سعید و فدائی، حمیدرضا (۱۴۰۱). بهینه‌سازی سبد سهام استوار با به‌کارگیری مدل‌های چند متغیره و امگا- ارزش در معرض ریسک شرطی بر پایه ملاک حداقل حداکثر پشیمانی. *تحقیقات مالی*، ۲۴(۱)، ۱-۱۷.

فلاح شمس، میرفیض، صادقی، امیر (۱۴۰۰). بهینه‌سازی پورتفوی با استفاده از رویکرد کاپولا و ارزش در معرض ریسک چند متغیره شرطی در بورس اوراق بهادار تهران. *دانش سرمایه‌گذاری*، ۱۰(۴۰)، ۲۰۵-۲۲۶.

میرعباسی، یاور؛ نیکومرام، هاشم؛ سعیدی، علی؛ حق شناس، فریده (۱۳۹۷). بررسی کارایی بهینه‌سازی پرتفوی مبتنی بر ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب و متغیرهای روان‌شناختی. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۹(۳۴).

یحیی‌زاده‌فر، محمود؛ خرمدین، جواد (۱۳۸۷). نقش عوامل نقدشوندگی و ریسک عدم نقدشوندگی بر مازاد بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران. *بررسی‌های حسابداری و حسابرسی*، ۱۵(۴).

References

Akkaya, M. (2021). Behavioral Portfolio Theory. *In Applying Particle Swarm Optimization* (pp. 29-48). Springer, Cham.

Al Janabi, M. A. (2012). Optimal commodity asset allocation with a coherent market risk modeling. *Review of Financial Economics*, *21*(3), 131-140.

Al Janabi, M. A. (2013). Optimal and coherent economic-capital structures: evidence from long and short-sales trading positions under illiquid market perspectives. *Annals of Operations Research*, 205(1), 109-139.

Al Janabi, M. A., Ferrer, R. & Shahzad, S. J. H. (2019). Liquidity-adjusted value-at-risk optimization of a multi-asset portfolio using a vine copula approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 536, 122579.

Al Janabi, M. A., Hernandez, J. A. Berger, T. & Nguyen, D. K. (2017). Multivariate dependence and portfolio optimization algorithms under illiquid market scenarios. *European Journal of Operational Research*, 259(3), 1121-1131.

Altay, E. & Çalgıcı, S. (2019). Liquidity adjusted capital asset pricing model in an emerging market: Liquidity risk in Borsa Istanbul. *Borsa Istanbul Review*, 19(4), 297-309.

Amihud, Y. (2002). Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects. *Journal of financial markets*, 5(1), 31-56.

Amihud, Y. & Mendelson, H. (1986). Asset pricing and the bid-ask spread. *Journal of Financial Economics*, 17, 223–249.

An, H., Wang, H., Delpachitra, S., Cottrell, S. & Yu, X. (2022). Early warning system for risk of external liquidity shock in BRICS countries. *Emerging Markets Review*, 100878.

Baillie, R. & Bollerslev, T. (1989). The Message in Daily Exchange Rates: A Conditional-Variance Tale, *Journal of Business & Economic Statistics*, 3(7), 297-305.

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive conditional hetereoscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.

Brennan, M.J. & Subrahmanyam, A. (1996). Market microstructure and asset pricing: on the compensation for illiquidity in stock returns. *Journal of Financial Economics*, 41, 441–464.

Dang, T. L. & Nguyen, T. M. H. (2020). Liquidity risk and stock performance during the financial crisis. *Research in International Business and Finance*, 52, 101165.

Elton, E. J. & Gruber, M. J. (1997). Modern portfolio theory, 1950 to date. *Journal of banking & finance*, 21(11-12), 1743-1759.

Engle, R. (2004). Risk and volatility: Econometric models and financial practice. *American economic review*, 94(3), 405-420.

Engle, R.F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United King dominflation. *Econometrica* 50(4), 987-1007.

Engle, R.F. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroscedasticity models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(3), 339-350.

Fabozzi, F. J., Gupta, F. & Markowitz, H. M. (2002). The legacy of modern portfolio theory. *The journal of investing*, 11(3), 7-22.

Fallahshams, M. & Sadeghi, A. (2021). Portfolio optimization by using the Copula Approach and multivariate conditional value at risk in Tehran Stock Exchange. *Journal of Investment Knowledge*, 10(40), 205-226. (*in Persian*)

Gao, J., Xiong, Y., & Li, D. (2016). Dynamic mean-risk portfolio selection with multiple risk measures in continuous-time. *European Journal of Operational Research*, 249(2), 647-656.

Garcia, R., Renault, É. & Tsafack, G. (2007). Proper conditioning for coherent VaR in portfolio management. *Management Science*, 53(3), 483-494.

Gleißner, W. (2019). Cost of capital and probability of default in value-based risk management. *Management Research Review*, 42(11), 1243-1258.

Hassan, S. G. (2020). The funding liquidity risk and bank risk: A review on the Islamic and conventional banks in Pakistan. *Hamdard Islamicus*, 43(1).

Hatemi-J, A. Roca, E. & Mustafa, A. (2022). Portfolio diversification impact of oil and asymmetric interaction between oil, equity and bonds in the global market: fresh evidence from alternative approaches. *Journal of Economic Studies*, (ahead-of-print).

Hu, J. (2022, March). Application of Modern Portfolio Theory in Stock Market based on Empirical analysis. *In 2022 7th International Conference on Financial Innovation and Economic Development (ICFIED 2022)* (pp. 1561-1567). Atlantis Press.

Huang, D. Schlag, C. Shaliastovich, I. & Thimme, J. (2019). Volatility-of-volatility risk. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 54(6), 2423-2452.

Jorion, P. (1996). Risk2: Measuring the risk in value at risk. *Financial analysts journal*, 52(6), 47-56.

Kuttner, K. N. (2018). Outside the box: Unconventional monetary policy in the great recession and beyond. *Journal of Economic Perspectives*, 32(4), 121-46.

Li, H., Novy-Marx, R., & Velikov, M. (2019). Liquidity risk and asset pricing. *Critical Finance Review*, 8(1-2), 223-255.

Lintner, J. (1975). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *In Stochastic optimization models in finance* (pp. 131-155). Academic Press.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.

Marozva, G. (2019). Liquidity and stock returns: New evidence from Johannesburg Stock Exchange. *The Journal of Developing Areas*, 53(2).

Martellini, L. (2008). Toward the design of better equity benchmarks: Rehabilitating the tangency portfolio from modern portfolio theory. *The Journal of Portfolio Management*, 34(4), 34-41.

Mendonça, G. H., Ferreira, F. G., Cardoso, R. T. & Martins, F. V. (2020). Multi-attribute decision making applied to financial portfolio optimization problem. *Expert Systems with Applications*, 158, 113527.

Mensi, W., Hammoudeh, S., Vo, X. V., & Kang, S. H. (2021). Volatility spillovers between oil and equity markets and portfolio risk implications in the US and vulnerable EU countries. *Journal of International Financial Markets, Institutions, and Money*, 75, 101457.

Messaoud, S.B. & Aloui, C. (2015) Measuring Risk of Portfolio: GARCH- Copula Model. *Journal of Economic Integration*, 30(1), 172-205.

Mirabbasi, Y., Nikoumaram, H., Saeidi, A., Haghshenas, F. (2018). Study of portfolio optimization based on downside risk, upside potential and behavioral variables efficiency. *Financial Engineering and Portfolio Management*, 9(34), 305-333. (*in Persian*)

Morgan, J. P. (1997). *Creditmetrics-technical document.* JP Morgan, New York.

Patton, A. J. (2009). Copula–based models for financial time series. *In Handbook of financial time series* (pp. 767-785). Springer, Berlin, Heidelberg.

Penza, P., Bansal, V. K., Bansal, V. K., & Bansal, V. K. (2001). *Measuring market risk with value at risk (Vol. 17).* John Wiley & Sons.

Pishbahar, E., Abedi, S. (2017). Measuring portfolio Value at Risk: The application of copula approach. *Financial Engineering and Portfolio Management*, 8(30), 55-73. (*in Persian*)

Prasad, M. A., Elekdag, S., Jeasakul, M. P., Lafarguette, R., Alter, M. A., Feng, A. X., & Wang, C. (2019). Growth at risk: Concept and application in IMF country surveillance. Working Paper No. 2019/036.

Raei, R., Bajalan, S., Ajam, A. (2021). Investigating the Efficiency of the 1/N Model in Portfolio Selection. *Financial Research Journal*, 23(1), 1-16. (*in Persian*)

Raghfar, H., Ajorlo, N. (2016). Calculation of Value at Risk of Currency Portfolio for a Typical Bank by GARCH-EVT-Copula Method. *Iranian Journal of Economic Research*, 21(67), 113-141. (*in Persian*)

Ruozi, R., & Ferrari, P. (2013). Liquidity risk management in banks: economic and regulatory issues. *In Liquidity Risk Management in Banks* (pp. 1-54). Springer, Berlin, Heidelberg.

Sahamkhadam, M. & Stephan, A. & Östermark, R. (2018). Portfolio optimization based on GARCH-EVT- Copula forecasting Model. *International Journal of Forecasting*, 8(4), 497–506.

Shirkavand, S., Fadaei, H. (2022). Robust Portfolio Optimization by Applying Multi-objective and Omega-conditional Value at Risk Models Based on the Mini-max Regret Criterion. *Financial Research Journal*, 24(1), 1-17. (*in Persian*)

Sina, A., Fallah, M. (2020). Comparison of Value Risk Models and Coppola-CVaR in Portfolio Optimization in Tehran Stock Exchange. *Journal of Financial Management Perspective*, 10(29), 125-146. (*in Persian*)

Sklar, A. (1959). Functions de repartition and dimensions et leurs marges. *l'Institut de tatistique de L'Universit de Paris*, 8, 229–231.

Tran, L. T. H., Hoang, T. T. P., & Tran, H. X. (2018). Stock liquidity and ownership structure during and after the 2008 Global Financial Crisis: Empirical evidence from an emerging market. *Emerging Markets Review*, 37, 114-133.

Vuković, M., Pivac, S., & Babić, Z. (2020). Comparative analysis of stock selection using a hybrid MCDM approach and modern portfolio theory. *Croatian Review of Economic, Business and Social Statistics*, 6(2), 58-68.

Wang, Z.R., Chen, X.H., Jin, Y.B. and Zhou, Y.J. (2010) Estimating risk of foreign exchange portfolio: Using VaR and CVaR based on GARCH–EVT- Copula model. Physica A: *Statistical Mechanics and its Applications*, 389(21), 4918-4928.

Yahiizadefar, M., Khorramdin, J. (2008). The role of liquidity factors and the risk of illiquidity on excess stock returns in Tehran Stock Exchange. *Accounting and auditing reviews*, 15(4). (*in Persian*)

Yu, J. R., Chiou, W. J. P., & Mu, D. R. (2015). A linearized value-at-risk model with transaction costs and short selling. *European Journal of Operational Research*, 247(3), 872-878.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی