Research in Logic, Institute for Humanities and Cultural Studies (IHCS)
Biannual Journal, Vol. 13, No. 2, Autumn and Winter 2022-2023, 71-85
Doi: 10.30465/lsj.2023.45054.1433

On the Interdefinability of Weak and Strict Full Ground

Davood Hosseini*

Abstract

Kit Fine developed a logic for different concepts of ground: weak full ground, weak partial ground, strict full ground, and strict partial ground. He claimed then that one can define all other concepts of ground in terms of weak full or strict full ground. Particularly, he claimed that weak and strict full ground are inter-definable. He proposed the definitions as follows: strict full ground is irreversible weak full ground and weak full ground is nothing but preservation of strict full ground. Here, I argue that this interdefinability claim has problems. I first discriminate between two non-equivalent criteria for interdefinability: that some appropriate biconditionals are theorems of certain formal systems and that there are two formal systems for the two concepts in each of which the logical behavior of the other concept can be manifested. Then, I argue that based on these interdefinability criteria, at least one of Fine's proposed definitions fails. The conclusion is disjunctive: either there are other unknown definitions for these two concepts of ground in terms of each other or these two concepts are primitive insofar as one is concerned with grounding.

Keywords: strict full ground, weak full ground, interdefinability.

* Associate Professor, Department of Philosophy and Logic, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, davood.hosseini@modares.ac.ir

Date received: 2022/09/06, Date of acceptance: 2022/12/06

منطق‌پژوهی، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
دوفصل‌نامهٔ علمی (مقالهٔ علمی ـ پژوهشی)، سال ۱۳، شمارهٔ ۲، پاییز و زمستان ۱۴۰۱، ۷۳ – ۸۵

در باب تعریف‌پذیری دوطرفهٔ ابتنای ضعیف و اکید تام[1]

داود حسینی*

چکیده

کیت فاین برای چهار مفهوم متمایز ابتنا منطقی بنا نهاده است: ابتنای ضعیف تام، ابتنای ضعیف جزئی، ابتنای اکید تام و ابتنیا اکید جزئی. همچنین، او مدعی است که ابتنای ضعیف تام و ابتنای اکید تام هر یک می‌توانند مفهوم پایه قرار گیرند و سایر مفاهیم ابتنا با آنها تعریف شوند. مشخصاً او مدعی است که می‌توان ابتنای ضعیف تام و ابتنای اکید تام را بر پایهٔ یکدیگر تعریف کرد. برای این منظور، او پیشنهادی برای تعریف هر یک از این مفهوم ابتنا بر پایهٔ دیگری ارائه کرده است. طبق این تعریف‌ها، ابتنای اکید تام ابتنای ضعیف تام برگشت‌ناپذیر است و ابتنای ضعیف تام چیزی نیست جز حفظ ابتنای اکید تام. در اینجا استدلال می‌کنم که این تعریف‌های دوطرفه دچار اشکال هستند. استراتژی من این است که ابتدا دو معنای متفاوت از تعریف‌پذیری دوطرفه برای دو مفهوم دلخواه را از هم تفکیک می‌کنم: اینکه در یک سیستم منطقی، دوشرطی‌های مناسبی شامل این دو مفهوم قضیه باشند؛ و اینکه بتوان سیستم منطقی‌ای برای هر یک از مفاهیم طراحی کرد که رفتار منطقی مفهوم دیگر در آن قابل بازسازی باشد. سپس، برای هر یک از این معناهای تعریف‌پذیری دوطرفه، نشان می‌دهم که چرا دست‌کم یکی از دو مفهوم ابتنای ضعیف تام و ابتنای اکید تام را نمی‌توان بر پایهٔ دیگری تعریف کرد. نتیجهٔ این پژوهش یک گزارهٔ فصلی است: یا این دو مفهوم به شکل دیگری که شناخته شده نیست با یکدیگر قابل تعریف هستند یا تا آنجا که به بحث ابتنا مربوط است، هر دو مفهوم پایه هستند.

کلیدواژه‌ها: ابتنای اکید تام، ابتنای ضعیف تام، تعریف‌پذیری دوطرفه.

* دانشیار گروه فلسفه و منطق، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، davood.hosseini@modares.ac.ir
تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۱۲، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۱۵

۱. مقدمه

ابتنا مفهومی متافیزیکی است که از اوایل قرن بیست‌ویکم وارد ادبیات منطق و متافیزیک در سنت فلسفهٔ تحلیلی شده است. وضعیت کنونی مسائل حول ابتنا بسیار شبیه وضعیت مباحث حول ضرورت و امکان در نیمهٔ دوم قرن بیستم است: از طرفی توافق میان فیلسوفان تحلیلی به این سمت سوق پیدا کرده است که ابتنا مفهومی کلیدی در مباحث فلسفی، خصوصاً متافیزیک، است (چنان که از نیمهٔ قرن بیستم توافق فیلسوفان تحلیلی به این سو مایل شد که ضرورت و امکان مفاهیمی کلیدی در کاوش‌های فلسفی، خصوصاً متافیزیکی‌اند)؛ از طرف دیگر، نیاز به تنظیم یک سیستم منطقی برای ابتنا این فیلسوفان را بر آن داشته است تا به چارچوب‌بندی سیستم‌های منطقی متعدد و متفاوتی برای ابتنا دست زنند (نظیر اینکه نیمهٔ دوم قرن بیستم انفجاری در منطق‌های موجهات گوناگون دیده می‌شود).

اهمیت ابتنا برای بررسی‌های فلسفی با نگاهی به گسترهٔ ادعاهای فلسفی در حوزه‌های متفاوت که همگی اظهارهایی در خصوص ابتنا هستند قابل مشاهده است. در اینجا صرفاً به بیان چند مثال اکتفا می‌کنم.

- ویژگی‌های ارزشی، نظیر زیبایی، مبتنی بر ویژگی‌های فیزیکی هستند.
- صدق یک جملهٔ عطفی مبتنی است بر صدق‌های عاطف‌های آن.
- صدق یک گزاره مبتنی بر واقعیت یا واقعیاتی در جهان است.
- واقعیات اجتماعی، نظیر واقعیات نهادی، مبتنی بر واقعیاتی در خصوص افراد جامعه و روابط میان آنها هستند.
- وجود یک شیء مرکب مبتنی بر وجود اجزائش است.
- فعل الهی مبتنی بر حکمت الهی است.

ادبیات حول منطق ابتنا از ادبیات حول مباحث فلسفی ابتنا جوان‌تر است. از دههٔ دوم قرن بیست‌ویکم کم‌کم منطق‌هایی برای ابتنا پیشنهاد شده است.[۲] با این همه، هنوز توافق بر این است که منطق ابتنای فاین (Fine 2012a) سیستم منطقی استاندارد در این حوزه است. در این منطق، فاین میان چهار مفهوم ابتنا تمایز قائل شده است: ابتنای ضعیف (تام و جزئی) و ابتنای اکید (تام و جزئی). علاوه بر این، او مدعی است که می‌توان ابتنای ضعیف تام و ابتنای اکید تام را بر پایهٔ یکدیگر تعریف کرد (Fine 2012a; 2012b).

در این پژوهش قصد دارم نشان دهم که فاین در ادعای اخیر بر خطاست. برای این منظـور مقاله را چنین پیش خواهم برد: در بخش نخست، منطق فاین را معرفی می‌کـنم، تعریـف‌هـای دوطرفه را صورت‌بندی می‌کنم و دو معیار متفاوت برای تعریف‌پذیری دوطرفه بیـان مـی‌کـنم. به‌ترتیب، در بخش‌های دوم و سوم نشان می‌دهم که بنا بر هر یک از این معیارها ادعـای فـاین موجه نیست. در پایان، نتیجه‌ای فصلی از استدلال‌های مقاله می‌گیرم.

۲. منطق ابتنای فاین و تعریف دوطرفهٔ ابتناها

منطق ابتنای فاین یک حساب رشته به معنای حساب گنتزن (Gentzen 1969) است. زبـان پایـهٔ این سیستم منطقی یک زبان گزاره‌ای است که مشتمل بر مجموعه‌ای از جملات اتمی است. این زبان پایه شامل هیچ عملگر منطقی‌ای نیست. از A، B، C، ... (احتمالاً همـراه بـا انـدیس‌هـایی) برای ارجاع به جمله‌های دل‌خواهی از زبان پایه و از Γ، Δ، ... (احتمالاً همراه بـا انـدیس‌هـایی) برای ارجاع به مجموعه‌های متناهی از جملات زبان پایه استفاده می‌کـنم. بـرای تشـکیل زبـان منطق ابتنا، چهار عملگر رشته‌ساز به این زبان افزوده می‌شود. این چهار رشـته و خـوانش‌هـای شهودی آنها چنین هستند (از s برای ارجاع به یک رشتهٔ دلخواه استفاده می‌کنم):

$\Gamma \leq A$: Γ مبنای ضعیف تام A است.

$\Gamma < A$: Γ مبنای اکید تام A است.

$A \preccurlyeq B$: A مبنای ضعیف جزئی B است.

$A \prec B$: A مبنای اکید جزئی B است.

پیش از ادامهٔ معرفی منطق ابتنا، لازم است درکی شهودی از ایـن مفـاهیم متفـاوت ابتنـا در دست داشته باشیم. ابتنای اکید تام همان معنای متعارف ابتناست که در مثال‌های ذکـر شـده در ابتدای این مقاله معرفی شده است. با داشتن ابتنای تام اکید می‌تـوان واقعیـات جهـان را دارای سلسله‌مراتب فهمید. هر واقعیتی که در یک سطح از این سلسله‌مراتب قرار دارد بر واقعیـت یـا واقعیت‌هایی که در سطح یا سطوح پایین‌تر قرار دارند، مبتنی است. با این تلقی از سلسله‌مراتب می‌توان ابتنای ضعیف تام را فهمید. واقعیاتی که مبنای ضعیف تام یک واقعیت هسـتند ممکـن است که از همان رده از سلسله‌مراتب نیز باشند. برای مثال، این واقعیت که *حسن بـرادر مـریم است* می‌تواند مبنای ضعیف تام این واقعیت باشد که *مریم خواهر حسن است*. بـه‌عکـس ایـن واقعیت که *مریم خواهر حسن است* نیز می‌تواند مبنای ضعیف تام این واقعیت باشد که حسـن

برادر مریم است. به طور خاص، هر واقعیتی می‌تواند مبنای ضعیف تام خود باشد؛ نیز هر مبنای اکید تام یک مبنای ضعیف تام است.

ابتنای ضعیف جزئی را به‌سادگی می‌توان فهمید: A مبنای ضـعیف جزئـی B اسـت هرگـاه همراه با واقعیات دیگری مبنای ضعیف تام برای B باشد. برای مثال، این واقعیت که *هوا ابـری است* می‌تواند مبنای ضعیف جزئی این واقعیت باشد که *هوا ابری است و باران می‌بـارد*. زیـرا این واقعیت که *هوا ابری است* به همراه این واقعیت که *باران می‌بارد* یک مبنای ضعیف تـام (و البته یک مبنای اکید تام) برای این واقعیت که *هوا ابری است و بـاران مـی‌بـارد* مـی‌سـازند. در خصوص ابتنای اکید جزئی وضع کمی متفاوت است. فاین مبنای اکید جزئی را کمی نامتعارف معرفی می‌کند: A مبنای اکید جزئی B است هرگاه A مبنای ضعیف جزئی B باشد ولی B مبنای ضعیف جزئی A نباشد. از این رو، در مثال پیشین، این واقعیت که *هوا ابـری اسـت* مـی‌توانـد مبنای اکید جزئی این واقعیت باشد که *هوا ابری است و باران می‌بارد* ولـی عکـس آن درسـت نیست.[۳]

به این سبب که در منطق ابتنای فاین عملگر منطقی حضور ندارد، او این منطق را منطق سرهٔ ابتنا می‌نامد. منطق سرهٔ ابتنای فاین، PLG، از قاعده‌های زیر تشکیل می‌شود. (لازم به تذکر است که در این منطق، هر چهار عملگر ابتنا پایه هستند و تعریف‌هایی که در بالا گفته شده‌اند صـرفاً معرفی‌هایی شهودی از مفاهیم ابتنا هستند که بیرون از این سیستم منطقی بیان شده‌اند.)[۴]

قاعده‌های تداخل	$\dfrac{A, \Gamma < B}{A \prec B}$	$\dfrac{A, \Gamma \leq B}{A \preccurlyeq B}$
	$\dfrac{A \prec B}{A \preccurlyeq B}$	$\dfrac{\Gamma < A}{\Gamma \leq A}$
قاعده‌های تعدی	$\dfrac{A \preccurlyeq B \quad B \prec C}{A \prec C}$	$\dfrac{A \preccurlyeq B \quad B \preccurlyeq C}{A \preccurlyeq C}$
قاعدهٔ بازتابی		$\dfrac{}{A \leq A}$
قاعدهٔ عدم دور		$\dfrac{A \prec A}{s}$
قاعدهٔ برش		$\dfrac{\Gamma_1 \leq A_1 \quad \ldots \quad \Gamma_n \leq A_n \quad A_1, \ldots, A_n, \Delta \leq B}{A_1, \ldots, A_n, \Delta \leq B}$
قاعدهٔ تداخل معکوس		$\dfrac{A_1, \ldots, A_n \leq B \quad A_1 \prec B \quad \ldots \quad A_n \prec B}{A_1, \ldots, A_n < B}$

اجازه دهید وارد بحث تعریف‌های دوطرفه شویم. پیش از هر چیز، باید بدانیم که بحث آتی کاملاً در فرازبان منطق سرهٔ ابتنا، یعنی PLG، انجام می‌شود. فاین مدعی است که مـی‌تـوان هـر یک از دو مفهوم ابتنای ضعیف تام و ابتنای اکید تام را مفهوم پایه در نظر گرفت و سایر مفاهیم

ابتنا را با آن تعریف کرد (Fine 2012a; 2012b). بنا بر توضیحات شهودی که در بالا آمده است، تعریف ابتناهای جزئی بر پایهٔ ابتناهای تام به‌سادگی قابل انجام است:

$A \preccurlyeq B$ هرگاه Γای باشد که $A, \Gamma \leq B$.

$A \prec B$ هرگاه $A \preccurlyeq B$ و چنین نباشد که $B \preccurlyeq A$.

بنابراین، تنها لازم است که تعریف‌پذیری‌های ابتنا را برای ابتناهای تام بررسی کنیم. پیشنهاد فاین این است که می‌توان ابتنای ضعیف تام و ابتنای اکید تام را بر پایهٔ یکدیگر چنین تعریف کرد:

$\Gamma < A$ هرگاه $\Gamma \leq A$ و برای هر $B \in \Gamma$ چنین نباشد که $B \preccurlyeq A$.

$\Gamma \leq A$ هرگاه برای هر C و Δ اگر $A, \Delta < C$ آنگاه $\Gamma, \Delta < C$.

چند قرارداد برای بیان نمادین این تعریف‌ها لازم است: نخست، $A \not\preccurlyeq B$ را برای «چنین نیست که $A \preccurlyeq B$» به کار خواهم برد؛ دوم، از نمادهای $\forall$ و $\exists$ برای سور بستن روی جملات یا مجموعه‌ای از جملات زبان پایه استفاده خواهم کرد؛ سوم، از عملگرهای معمول گزاره‌ای در فرازبان استفاده می‌کنم. با این قراردادها، تعریف‌های بالا را به طور نمادین می‌توان چنین نوشت:

$\preccurlyeq -def\colon\ A \preccurlyeq B \stackrel{\text{def}}{=} \exists\Gamma(A, \Gamma \leq B)$

$\prec -def\colon\ A \prec B \stackrel{\text{def}}{=} A \preccurlyeq B \wedge B \not\preccurlyeq A$

$< -def\colon\ \Gamma < A \stackrel{\text{def}}{=} \Gamma \leq A \wedge \forall B\, (B \in \Gamma \rightarrow A \not\preccurlyeq B)$

$\leq -def\colon\ \Gamma \leq A \stackrel{\text{def}}{=} \forall C \forall \Delta (A, \Delta < C \rightarrow \Gamma, \Delta < C)$

ممکن است به نظر برسد که همه چیز مرتب است. اما تا اینجا صرفاً ادعا شده است که می‌توان تعریف‌های بالا را داشت. البته تعریف‌های ابتناهای جزئی به نظر بی‌اشکال می‌رسند. مساله‌ای که پیش می‌آید این است که چطور باید مطمئن بود که دو مفهوم ابتنای اکید تام و ابتنای ضعیف تام بر پایهٔ یکدیگر تعریف شده‌اند. به‌روشنی، صرف اینکه دو تعریف صورت‌بندی شده باشند و در هر یک یکی از مفاهیم بر پایهٔ دیگری تعریف شده باشد، برای صحت تعریف‌پذیری دوطرفه کافی نیست. باید معیاری در دست باشد که تعیین کند که مفهومی که در یک تعریف پایه فرض شده است *همان است که* در تعریف دیگر تعریف شده است. اگر چنین معیاری در دست نباشد آنگاه این تعریف‌های دوطرفه صرفاً *ادعای تعریف دوطرفه* هستند و نه چیزی بیشتر از آن.

اجازه دهید که با مثالی آشنا مساله را روشن‌تر بیان کنم. در ادبیات منطقی و فلسفی مرتبط با ضرورت و امکان فرض متعارفی هست که این دو مفهوم بر پایهٔ یکدیگر قابل تعریف هستند. با نمادهای معمول، این تعریف‌ها چنین هستند:

$\Box - def$: $\Box A \stackrel{\text{def}}{=} \neg\Diamond\neg A$

$\Diamond - def$: $\Diamond A \stackrel{\text{def}}{=} \neg\Box\neg A$

اینکه این تعریف‌ها دوطرفه هستند یکی از دو معنای زیر را دارد:

نخست: می‌توان یک سیستم صوری تنظیم کرد که هر دو مفهوم ضرورت و امکان در آن پایه هستند. آنگاه در این سیستم صوری، دوشرطی‌های متناظر با این تعریف‌ها، یعنی دوشرطی‌های زیر، قضیه هستند.

$\Box - iff$: $\Box A \leftrightarrow \neg\Diamond\neg A$

$\Diamond - iff$: $\Diamond A \leftrightarrow \neg\Box\neg A$

دوم: می‌توان دو سیستم صوری متفاوت تنظیم کرد که در یکی تنها ضرورت مفهوم پایه باشد و در دیگری تنها امکان مفهوم پایه باشد. نیز در هر یک از این سیستم‌ها می‌توان مفهوم دیگر را تعریف کرد. در هر یک از این دو سیستم صوری اولاً، دوشرطی متناظر با تعریف، قضیه این سیستم است و ثانیاً، رفتارهای منطقی مفهوم تعریف شده (اصول و قاعده‌های حاکم بر آن) در این سیستم قابل بازسازی است. برای مثال، باید بتوان سیستمی منطقی طراحی کرد که امکان در آن مفهوم پایه باشد. در این سیستم ضرورت را می‌توان با $\Box - def$ تعریف کرد و سپس، دوشرطی متناظر با تعریف امکان، یعنی $\Diamond - iff$، را اثبات کرد. نیز اصل‌های حاکم بر ضرورت (نظیر اصل K) را می‌توان اثبات کرد و قاعده‌های حاکم بر ضرورت (نظیر قاعدهٔ ضرورت) را استنتاج کرد. به طور مشابه برای ضرورت نیز سیستم صوری مشابهی باید در دست باشد.

روشن است که این معیارهای صحت تعریف دوطرفه نه به طور بدیهی برقرار هستند و نه با یکدیگر معادل‌اند. آنچه در حال حاضر اهمیت دارد این است که فاین صرفاً به ادعای اینکه تعریف‌های یادشده برای ابتناهای تام دوطرفه هستند اکتفا کرده است و هیچ تلاشی برای توجیه صحت این تعریف‌های دوطرفه ابراز نکرده است. در بخش‌های آتی استدلال خواهم کرد که چنین تلاش‌هایی به نتیجه نخواهند رسید.[۵] ادعای تعریف‌پذیری دوطرفه بر پایهٔ معیار نخست را در بخش دوم و ادعای تعریف‌پذیری دوطرفه بر پایهٔ معیار دوم را در بخش سوم بررسی می‌کنم.

۳. تعریف‌پذیری دوطرفه در یک سیستم صوری جامع

بر طبق آنچه گفته شد، مسیر نخست برای تعریف دوطرفه این است که دو مفهوم مورد بحث را در یک سیستم صوری جامع پایه در نظر بگیریم. سپس دوشرطی‌های متناظر با تعریف‌های دوطرفه را به مثابه قضایای سیستم صوری اثبات کنیم. در سیستم‌های منطق وجهی اغلب چنین رویکری اتخاذ نمی‌شود. اما این رویکرد در سیستم‌های منطق گزاره‌های کلاسیک متداول است. برای مثال، مرسوم است که در سیستم‌های استنتاج طبیعی برای منطق گزاره‌های کلاسیک، عملگرهای متداول عطف، فصل، شرط، دوشرطی و نقض را پایه در نظر بگیرند. آنگاه دوشرطی‌هایی زیر را، به مثابه جایگزینی برای تعریف‌های دوطرفهٔ فصل و عطف با یکدیگر (در حضور نقض)، اثبات کنند.

$$(A \wedge B) \leftrightarrow \neg(\neg A \vee \neg B)$$
$$(A \vee B) \leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B)$$

ممکن است تصور شود که منطق سرهٔ ابتنای فاین PLG چنین سیستم صوری‌ای را در اختیار می‌گذارد؛ اما چنین نیست. دلیل این ادعا این است که تعریف‌های دوطرفهٔ مورد بحث، یعنی $def-<$ و $def-\leq$ در زبان این منطق بیان نشده‌اند که بتوانند قضیهٔ این منطق باشند. این تعریف‌ها در فرازبان این منطق و با ابزارهای بیشتری، شامل عملگرهای گزاره‌ای، سورها و زبان نظریهٔ مجموعه، بیان شده‌اند. بنابراین، اگر قرار باشد که PLG سیستم صوری‌ای در اختیار ما قرار دهد، آن سیستم صوری باید فراسیستم PLG باشد که شامل نظریهٔ مجموعه نیز می‌شود. این سیستم صوری را $MPLG$ می‌نامم. بنابراین، مساله این است که آیا دوشرطی‌های زیر در $MPLG$ قضیه هستند یا نه.

$$< -iff: \quad \Gamma < A \leftrightarrow \Gamma \leq A \wedge \forall B\,(B \in \Gamma \to A \nleq B)$$
$$\leq -iff: \quad \Gamma \leq A \leftrightarrow \forall C \forall \Delta (A, \Delta < C \to \Gamma, \Delta < C)$$

ادعای من این است که چنین نیست. استراتژی استدلال من این است که در درون نظریهٔ مجموعه مدل نقضی برای دوشرطی $\leq -iff$ طراحی کنم. رابطهٔ ترتیب R و رابطهٔ ترتیب اکید متناظر با آن S را در نظر بگیرید. یعنی:

$$aRb \; iff \; aSb \; or \; a = b$$

ابتناها را بر پایهٔ این رابطه‌ها چنین تعبیر کنید:[۶]

$A \prec B$:	ASB
$A \preccurlyeq B$:	ARB
$\Gamma < A$:	$\forall B \in \Gamma\ BSA$

$\Gamma \leq A$: $\quad \forall B \in \Gamma\ BRA$

علاوه بر اینها در این تعبیر، جملات اتمی به دو شیء متمایز x و y تعبیر می‌شوند که با یکدیگر در رابطهٔ S نیستند، یعنی نه xSy و نه ySx.

می‌توان بررسی کرد که همهٔ قاعده‌های استنتاج PLG در این تعبیر صدق‌نگهدار هستند. بیان جزئیات اثبات ساده است و از آن صرف نظر می‌کنم. اما دوشرطی $\leq -iff$ در این تعبیر صادق نیست. برای اثبات، فرض کنید که تعبیر Γ مجموعهٔ $\{x, y\}$ باشد و تعبیر A را x بگیرید. اولاً، $\Gamma \leq A$ صادق نیست زیرا y عضوی از تعبیر Γ است اما yRx برقرار نیست. پس، طرف چپ دوشرطی $\leq -iff$ صادق است. ثانیاً، $A, \Delta < C$ همواره کاذب است، زیرا تعبیر A، یعنی x با هیچ چیزی در رابطهٔ S نیست. بنابراین، طرف راست دوشرطی $\leq -iff$ به کذب مقدم صادق است. در نتیجه، این دوشرطی در این تعبیر کاذب است.

حاصل اینکه از دوشرطی‌هایی که نمایندهٔ تعریف‌های دوطرفه هستند، دست‌کم یکی نمی‌تواند قضیهٔ سیستم $MPLG$ باشد.[۷] بنابراین، به معنایی که در این بخش مورد بررسی است، دو مفهوم ابتنای ضعیف تام و ابتنای اکید تام بر پایهٔ یکدیگر به صورت دوطرفه قابل تعریف نیستند.[۸]

۴. بازسازی هر مفهوم در سیستمی صوری برای مفهوم دیگر

اجازه دهید ابتدا وضعیت مورد بررسی را با مثال ضرورت و امکان روشن‌تر کنم. قرار است، مثلاً، برای ضرورت یک سیستم صوری وجود داشته باشد که اولاً، امکان را با $\Diamond - def$ در آن تعریف کنیم و ثانیاً، این سیستم بتواند دوشرطی زیر را، که نمایندهٔ تعریف ضرورت با امکان است، اثبات کند.

$\Box - iff$: $\Box A \leftrightarrow \neg\Diamond\neg A$

علاوه بر این، باید اصول و قاعده‌های حاکم بر امکان نیز در این سیستم صوری بازسازی شوند. وجود چنین سیستم صوری‌ای بدیهی نیست. اجازه دهید تعریف امکان را در این دوشرطی جاگذاری کنیم تا ببینیم که سیستم صوری مفروض باید چه قضیه‌ای را در زبان خودش اثبات کند.

$\Box A \leftrightarrow \neg\neg\Box\neg\neg A$

روشن است که اثبات این دوشرطی منوط است به برقراری قاعدهٔ حذف دو نقیض (یا اصل یا قاعده‌ای معادل با آن). برای نمونه، در منطق‌های شهودگرایانه و پایین‌تر از آن نمی‌توان چنین

حکمی را اثبات کرد. دیده می‌شود که صحت ادعای تعریف‌پذیری دوطرفهٔ امکان و ضرورت، به منطقی که برای این دو مفهوم فرض گرفته می‌شود وابسته است. به بیان دیگر، ابتدا باید به این سوال پاسخ داد که منطق‌های مورد پذیرش برای مفهوم‌های ضرورت و امکان چیست. سپس، باید بررسی کرد که آیا طبق این منطق‌ها این دو مفهوم با یکدیگر قابل تعریف هستند یا نه.

وضع در خصوص ابتنا نیز مشابه و البته کمی پیچیده‌تر است. ابتدا باید به این پرسش پاسخ دهیم که منطق ابتنای ضعیف تام و منطق ابتنای اکید تام چیست. سپس، باید سیستم صوری‌ای برای هر یک در فرازبان آنها تنظیم کنیم زیرا چنان که در بخش پیشین دیدیم، تعریف‌های دوطرفه در فرازبان منطق ابتنا بیان شده‌اند. در نهایت، با در دست داشتن این سیستم‌های صوری، می‌توانیم از صحت تعریف‌پذیری دوطرفهٔ ابتناها بپرسیم. خوشبختانه فاین سیستم‌های منطقی مرتبط با هر یک از دو مفهوم ابتنای ضعیف تام و ابتنای اکید تام را در اختیار گذاشته است (Fine 2012a). در ادامه، صرفاً این سیستم‌ها را معرفی می‌کنم و بنا بر برهان‌هایی که فاین اقامه کرده است، فرض می‌کنم که این سیستم‌های منطقی بخش‌های مرتبطی از PLG هستند.

منطق ابتنای اکید تام، $PLSG$، از قاعده‌های استنتاج زیر تشکیل شده است:

قاعدهٔ عدم دور
$$\frac{A, \Gamma < A}{s}$$

قاعدهٔ برش
$$\frac{\Gamma_1 < A_1 \quad \dots \quad \Gamma_n < A_n \quad A_1, \dots, A_n, \Delta < B}{A_1, \dots, A_n, \Delta < B}$$

قاعدهٔ ادغام
$$\frac{\Gamma_1 < A \quad \dots \quad \Gamma_n < A}{\Gamma_1, \dots, \Gamma_n < A}$$

منطق ابتنای ضعیف تام، $PLWG$، از قاعده‌های استنتاج زیر تشکیل شده است:

قاعدهٔ بازتابی
$$\frac{}{A \le A}$$

قاعدهٔ برش
$$\frac{\Gamma_1 \le A_1 \quad \dots \quad \Gamma_n \le A_n \quad A_1, \dots, A_n, \Delta \le B}{A_1, \dots, A_n, \Delta \le B}$$

می‌دانیم که این سیستم‌ها برای ارزیابی تعریف‌های دوطرفه مناسب نیستند، زیرا این تعریف‌ها در فرازبان این سیستم‌ها بیان شده‌اند. سیستم‌های صوری برای ابتنای ضعیف تام و اکید تام از افزودن تعریف‌های مرتبط در فراسیستم این منطق‌ها (که شامل نظریهٔ مجموعه می‌شود) به دست می‌آید. همچنین، چون در این سیستم‌ها تنها یک مفهوم ابتنا حضور دارد، لازم است که در فرازبان، تعریف‌های مرتبط با ابتناهای جزئی را نیز بیفزاییم.

با این مقدمات، سیستم صوری مورد نظر برای ابتنای اکید تام، که آن را $MPLSG$ می‌نامم، از افزودن تعریف‌های زیر به فراسیستم $PLSG$ (که شامل نظریهٔ مجموعه است) به دست می‌آید:

$\preccurlyeq -def\colon\ A \preccurlyeq B \overset{\text{def}}{=} \exists \Gamma(A, \Gamma \leq B)$

$\prec -def\colon\ A \prec B \overset{\text{def}}{=} A \preccurlyeq B \wedge B \npreccurlyeq A$

$\leq -def\colon\ \Gamma \leq A \overset{\text{def}}{=} \forall C \forall \Delta(A, \Delta < C \rightarrow \Gamma, \Delta < C)$

نیز سیستم صوری مورد نظر برای ابتنای ضعیف تام، که آن را $MPLWG$ می‌نامم، از افزودن تعریف‌های زیر به فرا سیستم $PLWG$ (که شامل نظریهٔ مجموعه نیز هست) حاصل می‌شود:

$\preccurlyeq -def\colon\ A \preccurlyeq B \overset{\text{def}}{=} \exists \Gamma(A, \Gamma \leq B)$

$\prec -def\colon\ A \prec B \overset{\text{def}}{=} A \preccurlyeq B \wedge B \npreccurlyeq A$

$< -def\colon\ \Gamma < A \overset{\text{def}}{=} \Gamma \leq A \wedge \forall B\ (B \in \Gamma \rightarrow A \npreccurlyeq B)$

حال، برای اینکه ادعای تعریف‌پذیری دوطرفهٔ ابتناهای تام درست باشد باید در هر دو سیستم $MPLSG$ و $MPLWG$ بتوان تعریف‌ها و رفتار منطقی مفهوم دیگر را بازسازی کرد. به منظور نقض این ادعا، کافی است نشان دهیم که در یکی از این دو سیستم نمی‌توان تعریف مفهوم دیگر را بازسازی کرد. مشخصاً سیستم صوری ابتنای ضعیف تام، $MPLSG$، را در نظر بگیرید. ادعا این است که دوشرطی زیر در این سیستم قابل اثبات نیست.

$\leq -iff\colon\ \Gamma \leq A \leftrightarrow \forall C \forall \Delta(A, \Delta < C \rightarrow \Gamma, \Delta < C)$

نشان می‌دهم که همان مدل نقض بیان شده در بخش گذشته در اینجا نیز کارایی دارد. ابتدا به‌سادگی دیده می‌شود که همهٔ قاعده‌های استنتاج $PLWG$ در این مدل صدق‌نگهدار هستند. جزئیات بررسی سرراست هستند. همچنین، از بخش گذشته می‌دانیم که دوشرطی $\leq -iff$ در این مدل صادق نیست. بنابراین، برای تکمیل اثبات کافی است نشان دهیم که تعریف‌های بیان شده در فراسیستم در این مدل برقرار هستند.

نخست: تعریف $\preccurlyeq -def$ برقرار است. از چپ به راست بدیهی است اگر $\Gamma = \emptyset$ در نظر گرفته شود. از راست به چپ نیز نتیجه مستقیم تعبیر $A, \Gamma \leq B$ است.

دوم: تعریف $\prec -def$ برقرار است. دلیل آن این است که ابتنای ضعیف جزئی و ابتنای اکید جزئی، به‌ترتیب، به ترتیب جزئی و ترتیب اکید متناظر با آن تعبیر شده‌اند و بین یک ترتیب و ترتیب اکید متناظر با آن رابطهٔ زیر برقرار است.

$xSy\ iff\ xRy\ and\ not\ yRx$

سوم: تعریف $def-$ $>$ برقرار است. از چپ به راست طبق شرایط تعبیر روشن است. از راست به چپ نیز با تکرار دلیلی مشابه با توضیح تعریف $def-$ $\succ$ برای هر یک از اعضای Γ برقرار خواهد بود.

درنتیجه، نمی‌توان در $MPLWG$ تعریف مفهوم ابتنای اکید را بازسازی کرد. حاصل این است که تعریف دوطرفهٔ ابتنای اکید تام و ابتنای ضعیف تام بر پایهٔ یکدیگر دچار اشکال است.

۵. نتیجه‌گیری

معیارهای تعریف دوطرفه را بیان و استدلال کردم که بنا بر هیچ‌کدام از این معیارها نمی‌توان دو مفهوم ابتنای اکید تام و ابتنای ضعیف تام را بر پایهٔ یکدیگر تعریف کرد. رفتار این دو مفهوم نسبت به یکدیگر پیچیده‌تر از آن است که فاین برای ما تصویر کرده است. اگر استدلال‌های من در این مقاله صحیح باشند آنگاه یکی از راه‌های زیر را باید در ادامهٔ پژوهش در خصوص ابتنا در پیش گرفت: تعریف‌های دوطرفهٔ دیگری برای دو مفهوم ابتنای تام پیشنهاد داد و نشان داد که دست‌کم با یکی از معیارهای تعریف دوطرفه این تعریف‌ها *واقعاً* دوطرفه هستند یا اینکه از چنین تلاشی دست کشید و هر دو مفهوم را پایه در نظر گرفت.

پی‌نوشت‌ها

۱. این اثر تحت حمایت مادی صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور (INSF) برگرفته شده از طرح شماره «۴۰۱۳۳۰۷» انجام شده است.

۲. مروری بر این منطق‌ها را می‌توان در Poggiolesi 2020 دید.

۳. احتمالاً شهودی‌تر است که مبنای اکید جزئی را نیز مشابه با مبنای ضعیف جزئی معرفی کنیم: A مبنای اکید جزئی B است هرگاه همراه با واقعیات دیگری مبنای اکید تام برای B باشد. فاین مدعی است که این دو مفهوم معادل نیستند و در سیستم منطقی‌ای که تنظیم می‌کند با همان معنایی که در متن آمده کار می‌کند (Fine 2012a). به هر ترتیب، می‌توان مناقشه کرد که این دو مفهوم معادل هستند یا نه و اینکه بهتر است با کدام مفهوم کار شود. اینها مسائل جالبی هستند که از حیطهٔ بحث این مقاله خارج است. تنها به ذکر این نکته اکتفا می‌کنم که در برخی سیستم‌های صوری‌ای که در ادامهٔ مقاله مورد بررسی قرار خواهند گرفت، این دو مفهوم با هم معادل خواهند شد و در برخی نه. خواننده علاقه‌مند می‌تواند جزئیات استدلال‌ها را خود پی‌گیری کند.

۴. معرفی تفصیلی‌تر این منطق در زبان فارسی را می‌توان در Hosseini 2022 دید.

۵. دروست استدلال‌هایی دارد علیه اینکه مفهوم‌های ابتنای ضعیف و اکید، به معنـای شـهودی آنهـا، در تعریف‌ها یا سیستم منطقی فاین به‌درستی بیان شده‌اند (deRosset 2014; 2015). نباید بحث حاضـر را با استدلال‌های دروست خلط کرد. استدلال‌های مقالهٔ حاضر علیه این هستند که تعریـف‌هـای فـاین بتوانند *تعریف‌هایی دوطرفه* باشند. اینکه این تعریف‌ها *مناسب* هستند یا نـه از محـل بحـث خـارج است. در واقع، اگر دروست نیز ادعای تعریف دوطرفه می‌داشت، که البته چنین ادعایی ندارد، آنگـاه می‌شد همین مساله را برای تعریف‌های پیشنهادی او نیز بررسی کرد.

۶. اندکی تسامح برای خوانش سادهٔ این تعبیر به کار برده‌ام. مثلاً، باید تعبیر جمله‌ها در طرف رابطه‌های ترتیب باشند و نه خود آنها. این تسامح را برای بحث‌های آتی نیز خواهم داشت.

۷. فاین برای منطق PLG سمنتیک نیز طراحی کرده است (Fine 2012a). دروست نشان داده است که در سمنتیک فاین، جمله‌ای شبیه به $\leq -iff$ مدل نقض دارد (deRosset 2015). مدل نقض ایـن مقالـه را نباید با مدل نقض دروست خلط کرد. وجه تمایز این است که مدل نقض مقالهٔ حاضر بـه سـمنتیک فاین هیچ ارتباطی ندارد. هر سمنتیک دیگری برای منطق سرهٔ ابتنا طراحی شود در صحت اسـتدلال مقالهٔ حاضر تاثیری نخواهد داشت، اگرچه ممکن است که استدلال دروست را مخدوش کند.

۸. به نحو معقولی می‌توان تردید داشت که معیار نخست برای تعریف دوطرفه معیار درسـتی باشـد. دو تلقی از سیستم‌های صوری در دست است: تلقی هیلبرتی و تلقی فرگه‌ای. در تلقی هیلبرتی، سیسـتم صوری همهٔ مفاهیم پایهٔ خود را با هم تعریف می‌کند. در مقابل، در تلقی فرگه‌ای، هیچ‌کدام از مفاهیم پایه در سیستم صوری تعریف نمی‌شوند؛ سیستم صوری صرفاً تعامل منطقی میان این مفاهیم را، کـه همگی پایه هستند، تنظیم می‌کند. (برای گزارشی شنیدنی از تاریخ این نـزاع میـان فرگـه و هیلبـرت ببینید: Blanchette 2018.) بنا بر هیچ‌یک از این دو تلقی نمی‌توان معیار مطرح شده در ایـن بخـش را معیاری برای تعریف دوطرفه دانست. در متن فرض کرده‌ام که تلقی سومی از سیستم‌های صوری در دست باشد که چنین اجازه‌ای بدهد. با این توضیحات، استدلال این بخش این خواهد بود کـه حتـی با وجود چنین تلقی‌ای از سیستم‌های صوری، باز هم نمی‌توان گفت که تعریف‌های ابتنـای ضـعیف تام و ابتنای اکید تام بر پایهٔ یکدیگر قابل تعریف هستند.

کتاب‌نامه

Blanchette, P. (2018). The Frege-Hilbert Controversy, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, (Fall 2018 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = https://plato.stanford.edu/archives/fall2018/entries/frege-hilbert/

deRosset, L. (2014). On weak ground. *The Review of Symbolic Logic*, 7(4), 713-744. https://doi.org/10.1017/S1755020314000306 deRosset, L. (2015). Better Semantics for the Pure Logic of Ground. *Analytic Philosophy*, 56(3), 229-252. https://doi.org/10.1111/phib.12065

Fine, K. (2012a). The pure logic of ground. *The Review of Symbolic Logic*, 5(1), 1–25. https://doi.org/10.1017/S1755020311000086

Fine, K. (2012b). Guide to ground. In F. Correia & B. Schnieder (Eds.), *Metaphysical grounding: understanding the structure of reality* (pp. 37–80). Cambridge: Cambridge University Press.

Gentzen, G. (1969). Investigations Concerning Logical Deduction. In M. Szabo (Ed.), *The Collected Papers of Gerhard Gentzen* (pp.68–131). Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

Hosseini D. (2022). A Note on Fine's Logic of Ground. *Philosophical Thought*, 2(1):1-8. (In Persian)

Poggiolesi, F. (2020). Logics. In M. J. Raven (Ed.), *The Routledge Handbook of Metaphysical Grounding* (pp. 213-227). London: Routledge.