Journal of Securities Exchange

Securities & Exchange Organization, Research, Development & Islamic Studies (RDIS)
Journal of Securities and Exchange, Winter 2022, V. 15, No.60, pp. 207-230

Estimating the Return Distribution of Tehran Stock Exchange Companies Using Random Matrix Approach for Taking Nonstationary into Account[1]

Zahra Eskandari[2], Mirfeiz Fallah Shams[3], Gholamreza Zomorodian[4]

Received: 2022/07/13
Accepted: 2022/12/01

Research Paper

Abstract

Correlations between the prices of the individual stocks are of crucial importance in assessing market risks. They fluctuate significantly in time due to trader's market expectation changes and the relation between business units' changes .This means the volatility of financial time series is non-stationary and fluctuate quickly. Non-stationary can lead many challenges for estimating the covariance matrix, which is main parameter in risk assessing. In addition, the impact of large event shows that we cannot easily assume normal distribution for financial time series especially when we observe large event frequently in the case of crises.

In fact, non-stationary leads heavy tails distribution and this can affect the quantities we wish to measure. In this regard, we review the changes of covariance matrices of returns related to companies listed on the Tehran Stock Exchange during the period of 2011-2019 and obtain the multivariate distribution of returns, in terms of taking into account non-stationary and using the method of random matrices. The results show that the theoretical distribution obtained from the random matrix method with two approaches, heterogeneous and homogeneous covariance matrix, can well describe the experimental distribution of returns of Tehran Stock Exchange companies.

Key Words: Returns Distribution, Random Matrix, Non-stationary.
JEL Classification: G11.

---

1. DOI: 10.22034/JSE.2022.11818.1870

2. Ph.D. Student, Department of Financial Engineering, Department of Management, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. (zah.eskandari.mng@iauctb.ac.ir).

3. Associate Professor, Department of Management, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. (Corresponding Author). (fallahshams@gmail.com).

4. Assistant Professor, Department of Management, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. (gh.zomorodian@gmail.com).

Journal of Securities Exchange

سازمان بورس و اوراق بهادار، مرکز پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی

فصلنامه بورس اوراق بهادار، سال پانزدهم، شماره ۶۰، زمستان ۱۴۰۱، صص ۲۳۰-۲۰۷

تخمین توزیع بازده شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از رویکرد ماتریس‌های تصادفی برای لحاظ نامانایی [۱]

زهرا اسکندری [۲]، میر فیض فلاح شمس [۳]، غلامرضا زمردیان [۴]

مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۲۲

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۱۰

چکیده

برای ارزیابی ریسک‌های بازار مالی، همبستگی بازده‌های سهام شرکت‌های مختلف از اهمیت ویژه ای برخوردار است. همبستگی شرکت‌ها در بازارهای مالی به دلیل تغییر انتظارات معامله‌گران و روابط بین واحدهای مختلف مالی تغییر می‌کند. این بدان معنی است که نوسانات سری زمانی مالی به سرعت تغییر می‌کند. تغییرات مربوط به نوسانات و نامانایی سری زمانی می‌تواند چالش‌های بسیاری را برای برآورد پارامترها به ویژه ماتریس کواریانس واریانس، که اصلی‌ترین عامل ارزیابی ریسک به شمار می‌آید، به وجود آورد. افزون بر این، تأثیر رویدادهای بزرگ نشان می‌دهد که پذیرش فرض توزیع نرمال برای سری زمانی مالی به خصوص در شرایط بحران، می‌تواند منجر به برآوردهای گمراه‌کننده شود. در حقیقت نامانایی، منجر به پهن شدن دم‌ها در توزیع بازده بازارهای مالی می‌شود و عدم لحاظ این امر می‌تواند برآوردهای مورد نیاز را تحت تأثیر قرار دهد. در این مقاله، تغییرات ماتریس کواریانس واریانس بازده‌های سهام شرکت‌های موجود در بورس اوراق بهادر تهران در بازه زمانی ۱۳۹۰ الی ۱۳۹۷ مورد بررسی قرار می‌گیرد و توزیع چندمتغیره بازده‌های شرکت‌های بالا، با نگرش نامانایی و بکارگیری روش ماتریس‌های تصادفی به دست می‌آید. نتایج پژوهش نشان می‌دهد توزیع تئوریک حاصل از روش ماتریس تصادفی با دو رویکرد ماتریس کواریانس واریانس غیرهمگن و همگن می‌تواند به خوبی توزیع تجربی بازده شرکت‌های بورسی اوراق بهادار تهران را توصیف کند.

واژه های کلیدی: توزیع بازده‌ها، ماتریس تصادفی، نامانایی.

طبقه بندی موضوعی: G11.

۱. DOI: 10.22034/JSE.2022.11818.1870

۲. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (zah.eskandari.mng@iauctb.ac.ir)

۳. دانشیار، گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (fallahshams@gmail.com)

۴. استادیار، گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (gh.zomorodian@gmail.com)

مقدمه

برای ارزیابی ریسک‌های بازار مالی، همبستگی بازده‌های سهام شرکت‌های مختلف از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. همبستگی شرکت‌ها در بازارهای مالی به دلیل تغییر انتظارات معامله‌گران و روابط بین واحدهای مختلف مالی تغییر می‌کند. این بدان معنی است که نوسانات سری زمانی مالی در طول زمان به سرعت تغییر می‌کند. پژوهش‌های زیادی نشان داده‌اند که تغییرات نوسانات[1] باعث می‌شود که سری‌های زمانی مالی به شدت نامانا شود (اسمیت و همکاران[2]، ۲۰۱۳)

نامانایی سری زمانی و تغییرات نوسانات منجر به چالش‌های اساسی برای برآورد پارامترها از جمله واریانس می‌شود. واریانس نقش بسیار مهمی را در مدل‌سازی مالی ایفا می‌کند. یک پژوهش تجربی که توسط مونیکس و همکاران انجام شد، نشان داد ماتریس کواریانس قادر است وضعیت‌های مختلف بازارهای مالی را توصیف کند (مونیکس و همکاران[3]، ۲۰۱۲).

افزون بر ویژگی تغییرات مداوم در ماتریس کواریانس واریانس سری زمانی، سری‌های زمانی مالی بیشتر از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند و به طور ویژه توزیع سری‌های زمانی مالی، دارای پهنای بیشتری در دم‌ها هستند که این امر نیز به علت وقوع رخدادهای نادر و غایی در بازارهای مالی است (للوکس و همکاران[4]، ۱۹۹۹).

وقوع رویدادهای نادر بیشتر منجر به بحران‌های مالی می‌شود. در سال‌های اخیر بازارهای مالی، شاهد بحران‌های زیادی بوده است که یکی از مهمترین عوامل ایجاد آن مربوط به همبستگی زیاد بازارهای مالی و تغییرات این همبستگی در طول زمان است (اسمیت، ۲۰۱۴). اما وقوع رویدادهای نادر یا بحران‌های مالی محدود به قرن گذشته یا یک زمان خاص نمی‌شود. شواهدی وجود دارد که امپراتوری روم با چندین بحران مالی روبه‌رو شده است. در سال ۱۶۲۳ در طول جنگ سی ساله، یک بحران مالی ایالت‌های امپراتوری روم را به هم ریخت. ایالت‌های امپراتوری برای اینکه بتوانند خزانه جنگ را پرنگهدارند ارزش پولشان را کاهش دادند. این بحران از دیدگاه تاریخی خاص است، چون تنها در برگیرنده کاهش ارزش پول فلزی (سکه) می‌شود اما به هر حال اکثر بحران‌های مالی به بازارهای مالی ارتباط پیدا می‌کنند(هکستر[5]، ۲۰۰۸).

1. Volatility
2. Schmitt et al, 2013
3. Münnix et al,2012
4. Laloux et al, 1999
5. Hekster, 2008

یک نمونه از بحران‌های مربوط به دوران قدیم، به حباب سال ۱۷۶۹ بنگال برمی‌گردد که در ابتدا به خاطر ارزش‌گذاری بیش از حد شرکت معروف ایست ایندیا[1] اتفاق افتاد. مثال‌های جدید مربوط به حباب دات- کام[2] در سال ۲۰۰۱ و بحران‌های مالی ۲۰۰۸ می‌شود. بحران‌های مالی اخیر منجر به این پرسش شد که آیا این اتفاقات نادر و رخدادهای تکان‌دهنده اقتصاد، به طور ذاتی در سیستم وجود دارند یا نتیجه یک شوک خارجی هستند. بازارهای مالی می‌توانند به شکل یک سیستم پیچیده‌ای که درجه آزادی زیادی دارند، منظور شوند و این درجه آزادی می‌تواند بر شکل‌گیری بحران‌های مالی نقش به سزایی را ایفا کند (اسمیت، ۲۰۱۴).

با توجه به آنچه بیان شد برآورد صحیح توزیع بازده‌ها می‌تواند به ثبات و پایداری بازارهای مالی کمک کند. در حقیقت، برای تخمین صحیح توزیع بازده‌های مالی می‌بایست ویژگی‌های اصلی مربوط به سری زمانی را منظور کند. یکی از این ویژگی‌ها نامانایی است که می‌تواند منجر به پهن شدن دم‌ها در توزیع بازده بازارهای مالی شود و عدم لحاظ این امر می‌تواند برآوردگرهای ریسک را تحت تأثیر قرار دهد. در این مقاله، نامانایی سری زمانی و تغییرات در واریانس و کواریانس بازده‌های سهام شرکت‌های موجود در بورس اوراق بهادر تهران مورد بررسی قرار می‌گیرد و توزیع چندمتغیره بازده‌های شرکت‌های بالا، با لحاظ نامانایی و بکارگیری رویکرد ماتریس‌های تصادفی به دست می‌آید.

مروری بر پیشینه پژوهش

مطالعات زیادی در خصوص نامانایی در سری‌های زمانی انجام شده است. این مفهوم برای اولین بار توسط باکس و جنکیز[3] به منظور مدل‌سازی سری‌های زمانی تحت عنوان مدل‌های ARIMA ارایه شد. تئوری مربوط به این مدل در سال ۱۹۷۶ در کتابی تحت عنوان «تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی- پیش‌بینی و کنترل» تدوین شد. سایر پژوهشگران مفهوم بالا را گسترش دادند. انجل[4] سهم بسیار مهمی در گسترش و مدل‌سازی مفهوم بالا داشت. وی با معرفی مدل‌های آرچ (ARCH)[5] در سال ۱۹۸۲ توانست نامانایی مرتبه دو را که نوسان و واریانس شرطی در

1. East India
2. dot-com
3. George E.P. Box (1919– 2013) and Gwilym M. Jenkins (1932– 1982)
4. Engle
5. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity

زمان هست، مدل‌سازی کند(انجل،۱۹۸۲).[1] در ادامه پژوهش انجل، بلرسلو[2] (۱۹۸۶) به جنبه‌های دیگر مدل آرچ پرداخت و مدل‌های گارچ (GARCH)[3] را گسترش داد. انواع مدل‌های خانواده آرچ در مدل‌سازی سری‌های زمانی مالی استفاده می‌شود. البته بیان این نکته خالی از لطف نیست که ویژگی مانایی در سری‌های زمانی به داده‌های مشاهده شده مربوط نمی‌شود بلکه به ویژگی‌های فرآیندهای تصادفی مربوط می‌شود (هاروی و همکاران[4]، ۱۹۹۴).

مدل‌های خانواده آرچ در زمینه‌های مختلفی گسترش داده شد، این مدل‌ها رویکردهایی هستند که فرآیندهای مربوط به نوسانات شرطی متغیر در طول زمان را مدل‌سازی می‌کنند و دم‌های پهن را در مدل منظور می‌کنند. اما در سال‌های اخیر پژوهش‌هایی انجام پذیرفته است که نامانایی نوع دوم یا تغییرات در ماتریس کواریانس را با توجه به ویژگی‌های مربوط به خود توزیع ماتریس کواریانس مدل‌سازی می‌کنند. این رویکرد که از علم فیزیک وارد علوم مالی شده است، توسط مونیکس و همکاران، در سال ۲۰۱۲ به منظور مدل‌سازی در ریسک اعتباری استفاده شد.

مونیکس و همکاران (۲۰۱۲)، در مقاله‌ای وضعیت بازارهای مالی را مورد بحث قرار دادند. آنها به این نتیجه رسیدند که درک درست از سیستم‌های پیچیده، به مساله اساسی تبدیل شده است، زیرا این سیستم‌ها تقریبا در کلیه رشته‌های علمی وجود دارند. آنها بازارهای مالی را به عنوان یک سیستم پیچیده در نظر گرفتند و داده‌های بازارهای مالی به ویژه داده‌های روزانه شاخص استاندارد و پورز را در دوره‌ای ۱۹ ساله تجزیه و تحلیل کردند و به این نتیجه رسیدند که مشخصه‌ها و ویژگی‌های ساختار همبستگی بسیار اهمیت دارد. یکی از ویژگی‌های مورد بررسی در این پژوهش مانایی سری زمانی می‌باشد که بیشتر جزو فرضیه‌های ذاتی مدل‌ها است.

اسمیت و همکاران[5]، در پژوهشی تحت عنوان «نامانایی در سری زمانی مالی و ویژگی‌های کلی» نشان دادند که بازارهای مالی نمونه‌های بارزی از سیستم‌های نامانا هستند و مشاهدات نمونه‌ای و پارامترهای توزیع مانند واریانس و کواریانس به شدت به پنجره زمانی که پارامترها در آن برآورد می‌شود، بستگی دارند. این عامل اشاره به محدودیت‌های شدید برای رویکردهای

1. Engle, 1982
2. Bollerslev
3. GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)
4. Harvey et al, 1994
5. Schmitt et al.

استاندارد در تکنیک‌های آماری دارد. در مدل‌های ریسک اعتباری ساختاری، وقایع نکول و زیان‌های ناشی از آن، هر دو از ارزش دارایی در سررسید ناشی می‌شود. از این رو انتخاب یک توزیع برای ارزش دارایی که مطابق با داده‌های تجربی باشد و بتواند به خوبی ویژگی‌های داده‌ها را نشان دهد از اهمیت ویژه ای برخوردار است (اسمیت و همکاران، ۲۰۱۳).

بنابراین اسمیت و همکاران در سال ۲۰۱۵ توزیع ارزش دارایی‌ها و همبستگی بین دارایی‌ها را با استفاده از یک رویکرد ترکیبی به دست آورند. آنها نشان دادند ویژگی‌های کلی و مشابهی در توزیع‌های تجربی بازده‌ها وجود دارد و برای پیشبرد پژوهش خود از رویکرد ماتریس‌های تصادفی استفاده کرده و مدل میانگین ترکیبی که در این پژوهش استفاده می‌شود را ارائه کردند. رویکرد اشاره شده به انضمام منظور خاصیت ناماناپی بازارهای مالی در برآورد توزیع زیان پرتفوی اعتباری، توسط پژوهشگران یادشده در سال ۲۰۱۳ ارایه شد. آنها میانگین همبستگی را به صورت همگن انتخاب کردند و در نتیجه تعداد پارامترها را به دو پارامتر تحت عناوین «سطح متوسط همبستگی» و «شدت نوسان اطراف متوسط همبستگی» کاهش دادند و نتیجه گرفتند که تحت رویکرد یادشده و با استفاده از پارامترهای برآورد شده از طریق بالا، توزیع ارزش دارایی به دست آمده، به خوبی داده‌های تجربی را توصیف می کنند.

سندوال و فرانکا[1] ۲۰۱۲؛ سانگ و همکاران[2]، ۲۰۱۱؛ زانگ و همکاران، ۲۰۱۱[3] در پژوهش‌های جداگانه در خصوص «همبستگی بازارهای مالی در طول زمان بحران»[4]، ساختار همبستگی در بازار سهام و کل اقتصاد را مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که ماتریس کوواریانس یا همبستگی بین ارزش دارایی‌ها می‌تواند در طول زمان تغییر کند. این خاصیت نشان‌دهنده ناماناپی در سری‌های زمانی ماتریس کوواریانس یا همبستگی است و معمولا در بازارهای مالی و سری‌های زمانی وجود دارد (مولباچر و گوهر، ۲۰۱۸).

در ایران نیز مطالعات متعددی در خصوص ناماناپی سری‌های زمانی انجام شده است به عنوان مثال حسینی، باباخانی، هاشمی‌نژاد و ابراهیمی (۱۳۹۱) در پژوهشی تحت عنوان «رویکردی جدید برای تخمین پارامترهای حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی مالی» به بررسی سری‌های زمانی نامانا پرداختند (سیدحسینی و همکاران، ۲۰۱۳).

1. Song et al.
2. Sandoval and Franca
3. Zhang et al.
4. Correlation of financial markets in times of crisis

زینلی و یزدانیان (۱۴۰۰)، به پیش بینی بازده سهام بر پایه توزیع کرنل و اختلاط توزیع‌های نرمال پرداختند. آنها توابع کرنل و اختلاط توزیع‌های نرمال و پارامترهای مربوط را از طریق ماکسیمم‌سازی تابع درستنمایی، مورد برآورد قرار داده و چندک‌های ٪۹۹، ٪۹۵ و ٪۹۰ هریک از توزیع‌ها را برای ۳۰ شرکت برتر بورس در سه ماهه چهارم سال ۱۳۹۸ به عنوان مقادیر پیش بینی بازده محاسبه کردند و برای تعیین دقت روش‌های پیش‌بینی معیارهای خطای MSE و PREDرا بکار گرفتند. نتایج نشان داد که اختلاط توزیع‌های نرمال و تقریب کرنل هر دو از طریق چندک ٪۹۰ توزیع بازده می‌توانند پیش‌بینی‌های خوبی از بازده‌های ۵ روزه سهام ارائه دهند. مقایسه دقت دو روش نشان داد تقریب کرنل به عنوان یک روش ناپارامتری پیش‌بینی بازده، دقت بالاتری نسبت به اختلاط توزیع‌های نرمال در پیش‌بینی دارد (زینلی و یزدانیان، ۱۴۰۰).

سلیمانی و همکاران (۱۳۹۹)، رابطه بین نقدشـوندگی و توزیع بازده را برای تمام شـرکت‌های بورس اوراق بهادار لندن بین سالهای ۲۰۱۸–۲۰۰۲ برر سی کردند و رابطه قوی بین توزیع بازده‌ها یافتند، که با چولگی و کشیدگی و نقدشوندگی اندازه‌گیری می‌شود. این مسئله به این دلیل اتفاق می‌افتد که آنها اسپرد پیشنهادی خرید و فروش بالاتر، روزهای بدون معاملات و روزهایی با بازده صفر بیشتری دارند. حتی اگر نتایج چولگی برای مدل روزهای بازگشت صفر و یا ناچیز باشد، نتایج کشیدگی از نظر آماری برای تمام پنج معیار نقد شوندگی، چشمگیر است. کشیدگی سهام نیز بر سطح نقدشوندگی تاثیر منفی می‌گذارد (سلیمانی و همکاران، ۱۳۹۹).

ناصرپور و همکاران (۱۳۹۵) با استفاده از توزیع پاراتوی تعمیم یافته، پاراتوی تعمیم یافته سازگار و شبیه سازی تاریخی به برآورد شاخص ارزش در معرض خطر در بازار قراردادهای آتی سکه طلا پرداختند و سپس عملکرد سه مدل را با استفاده از توابع زیان دوم لوپز و بلانکو-ایهل مقایسه کردند. آنها نتیجه گرفتند که با توجه به دنباله‌های پهن توزیع تجربی داده‌های آتی، در سطوح اطمینان پایین، مدل شبیه سازی تاریخی و در سطوح اطمینان بالا، مدل‌پارتوی تعمیم یافته سازگار، عملکرد مناسبی داشته است (ناصرپور و همکاران،۱۳۹۵).

یوسف پور مقدم و همکاران (۱۳۹۵) به تشریح بازده و روش‌های محاسبه آن پرداختند. در ادامه مدل CAPM را معرفی کرده و سپس با بیان نواقص این مدل، لزوم اضافه کردن گشتاورهای مرتبه بالاتر توزیع بازده را به این مدل مطرح کردند. در انتها چولگی و کشیدگی

را تعریف نموده و عملکرد و نقش این عوامل را در مدل چهار گشتاور CAPM بیان کردند (یوسف پور مقدم و همکاران، ۱۳۹۵).

حمیدیان و همکاران (۱۳۹۶) با تحلیل ۱۰۷ شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی ۶ ساله از سال ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۵ به بررسی رابطه بین همزمانی قیمت با توزیع نوسانات بازدهی سهام در شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران را پرداختند. تجزیه و تحلیل نتایج نشان می‌دهد که همزمانی قیمت و هم‌راستا بودن حرکت تغییرات قیمت سهام با تغییرات شاخص بورس، توانایی تاثیرگذاری بر نوسانات بازدهی شرکت‌ها را ندارد. در واقع، تغییرات قیمت سهام الزاما در راستای مسیر حرکت بازار نبوده و نوسانات بازدهی سهام شرکت‌ها نمی‌تواند تحت تاثیر همزمانی قیمت هر شرکت نسبت به بازار باشد (حمیدیان و همکاران، ۱۳۹۶).

باقری و همکاران (۱۳۹۶) با هدف تحلیل داده‌های مدل طلا و توزیع بازده‌ی سرریز آن در سال‌های ۱۳۸۸-۱۳۷۸ در ایران، یک پژوهش کاربردی از نوع علی و توصیفی انجام دادند. نتایج نشان داد که تغییرپذیری دو طرفه سرریز میان بازار طلا و سهام معنادار بوده و همچنین دوام تغییرپذیری در بین بازارهای مالی که سبب ایجاد اثرات نامتقارن در بازار مالی متقابل متاثر از اخبار خوب و بد موجود در بازار اصلی می‌شود را اثبات و تبیین می‌کند (باقری و همکاران، ۱۳۹۶).

میرعسکری و همکاران (۱۳۹۷) به بررسی رابطهٔ همزمانی قیمت سهام با دنبالهٔ توزیع بازده سهام پرداختند. از این‌رو، نمونهٔ آماری پژوهش شامل ۱۱۸ شرکت در ۵ سال از ابتدای ۱۳۸۹ تا انتهای ۱۳۹۳ از بین شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران انتخاب و داده‌ها را با استفاده از مدل رگرسیون چندگانه استوار بر داده‌های تابلویی تحلیل کردند. نتایج پژوهش نشان می‌دهد همزمانی زیاد قیمت سهام، احتمال تولید دنبالهٔ مثبت را نسبت به شرکت‌های با همزمانی کم دارد. به علاوه بین همزمانی قیمت سهام و چولگی، رابطهٔ مثبتی وجود دارد. در نتیجه، به نظر می‌رسد سرمایه‌گذاران در شرکت‌های با همزمانی زیاد قیمت سهام نسبت به شرکت‌های با همزمانی کم قیمت، کمتر به اخبار منفی واکنش شدید نشان می‌دهند (میرعسکری و همکاران، ۱۳۹۷).

اسدی نیا و همکاران (۱۳۹۸) یک الگوی مطلوب برای مدل‌سازی و پیش بینی نوسانات فرآیندهای مالی معرفی کردند. آنها برای مدل کردن ناپایداری موجود در فرآیندهای مالی از

ترکیب مدل ناهمگونی واریانس شرطی اتورگرسیو تعمیم یافته (GARCH) و تبدیل موجک گسسته استفاده کردند(اسدی نیا و همکارن، ۱۳۹۸).

روش‌شناسی پژوهش

هدف این پژوهش، یافتن توزیعی است که بتواند به خوبی ویژگی‌های ارزش دارایی را توصیف کند و بتواند برای ارزیابی انواع ریسک‌ها از جمله ریسک بازار و اعتباری پرتفوی شامل سهام شرکت‌های بورسی استفاده شود. با توجه به اینکه می‌دانیم سری‌های زمانی مالی بیشتر نامانا هستند، عدم نگرش این ویژگی، به ویژه در ارزیابی ریسک می‌تواند باعث برآوردهای اشتباه و عواقب غیر قابل جبران شده و یا حتی شروعی برای بروز بحران‌های مالی شود. با توجه به اینکه ماتریس همبستگی و کواریانس واریانس بین بازده‌ها در ارزیابی مدل‌های ریسک نقش اصلی را ایفا می‌کنند بررسی تغییرات این ماتریس‌ها در طول زمان دارای اهمیت است. بازده سهام یک شرکت با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$r_k = \frac{S_k(t+\Delta t)-S_k(t)}{S_k(t)} \qquad (۱)$$

که درآن $S_k(t)$ قیمت سهم در تاریخ t برای شرکت k و Δt. بازه زمانی مورد دلخواه در محاسبه بازده است. توزیع‌های بازده سهام به توزیع‌های با دم پهن معروف هستند، یکی از دلایل آن می‌تواند این باشد که انحراف استاندارد که در ادبیات مالی به آن نوسان گفته می‌شود برای پنجره‌های زمانی مختلف ثابت نیست و در طول زمان تغییر می‌کند.

معمولا ارزش سهام با استفاده از فرآیند براونی مدل‌سازی می‌شود. فرآیند یادشده یک فرآیند مانا است و فرض می‌کند نوسان (انحراف معیار) در طول زمان ثابت است، پس نامانایی در این مدل منظور نمی‌شود. سایر فرآیندها مانند فرآیند آرچ، نوسان را به خوبی یک فرآیند تصادفی در نظر می‌گیرند و دم پهن توزیع را توصیف می‌کنند. اما اسمیت و همکاران[1] در پژوهش‌های خود به این اشاره می‌کنند که پارامترهای فرآیندهای خانواده آرچ، تفسیر اقتصادی آشکاری ندارند در واقع این امر جای تعجب ندارد زیرا همانند سایر عواملی که باعث ایجاد توزیع با دم پهن می‌شود عامل نحوه انجام معاملات و رفتار توده‌وار معامله‌گران نیز نقش مهمی دارد (اسمیت و همکارن، ۲۰۱۳).

1. A. Schmitt, et

برای بررسی بازارهای مالی، ضریب همبستگی پیرسون که به صورت زیر تعریف می‌شود مفید است:

$$C_{kl} = \langle M_k(t) M_l(t) \rangle_T$$

$$M_k(t) = \frac{r_k(t) - \langle r_k(t) \rangle_T}{\sigma_k} \quad (۲)$$

C_{kl} ضریب همبستگی بین دو شرکت t و l است، σ_k انحراف استاندارد بازده است که در بازه زمانی (پنجره زمانی) T محاسبه شده است. سری زمانی $M_k(t)$ نرمال شده و دارای میانگین صفر و واریانس یک است.

مونیکس و همکاران در سال ۲۰۱۳ نشان دادند که بازده سهام دارای توزیع گوسی است (مونیکس و همکاران، ۲۰۱۲). ایده اصلی پژوهش حاضر نیز از همین مهم نشات می‌گیرد. برای شروع بحث فرض می‌کنیم هر مشاهده $r_k(t)$ یک بردار تصادفی با k بعد (شامل بازده‌های K شرکت بورسی) از توزیع نرمال چند متغیره استخراج شده است:

$$g(r|\Sigma_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^k} \frac{1}{\sqrt{det\Sigma_t}} \exp\left(-\frac{1}{2} x' \Sigma^{-1} x\right) \quad (۳)$$

که در آن $\Sigma_t = \sigma C \sigma$ و σ یک ماتریس قطری با عناصر σ_k است.

اما همانطور که از شکل ۲ مشخص است، ماتریس همبستگی بازده‌ها طی زمان تغییر می‌کند و توزیع بازده‌ها نمی‌تواند نرمال باشد. بنابراین هدف این است که تغییرات موجود در ماتریس کواریانس واریانس در توزیع یادشده منظور شود. برای این هدف، ماتریس کواریانس ثابت با یک ماتریس تصادفی به صورت زیر جایگزین می‌شود:

$$\Sigma \to \frac{1}{N} AA' \quad (۴)$$

که A یک ماتریس تصادفی نامتقارن $K \times N$ است. رابطه ۲ نشان می‌دهد ردیف‌های $C = \frac{MM'}{T}$ که در آن M یک ماتریس $K \times T$ است شامل سری‌های زمانی نرمال‌شده $M_k(t)$ است. بنابراین طول ردیف‌های ماتریس A به عنوان یک مدل سری زمانی N است نه T.

با توجه به تئوری ماتریس تصادفی ویشارت، فرض می‌شود ماتریس تصادفی A از توزیع زیر پیروی می‌کند:

$$w(A|\Sigma) = \frac{1}{|2\pi\Sigma|^{\frac{N}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} tr A' \Sigma^{-1} A\right) \quad (۵)$$

که در آن Σ ماتریس کواریانس محاسبه شده از داده‌های تجربی و بنابراین ثابت است. ماتریس کواریانس ویشارت ($\frac{1}{N} AA'$) حول ماتریس تجربی نوسان می‌کند. با استفاده از تعریف داریم:

$$\frac{\langle AA' \rangle}{N} = \Sigma$$

که علامت⟨ ⟩ نشان دهنده میانگین تحت توزیع ۵ می‌باشد. پارامتر N معکوس واریانس را با مشخصه نوسان حول Σ نشان می‌دهد. هرچه N بزرگتر باشد، نوسان کمتر می‌شود. در این مدل، نوسان کواریانس‌ها، گووسی بودن توزیع چندمتغیره را با توجه به یک مدل توزیع ترکیبی متوسط بازده‌ها به صورت زیر تغییر می‌دهد:

$$\langle g \rangle (r|\Sigma, N) = \int g\left(r\left|\frac{1}{N}AA'\right.\right) w(A|\Sigma) d[A] \qquad (۶)$$

که توزیع ترکیبی متوسط بازده‌ها به ماتریس کواریانس تجربی ثابت Σ و N بستگی دارد. اندازه $d[A]$ در انتگرال بالا حاصلضرب تمام دیفرانسیل‌ها را نشان می‌دهد. برای محاسبه مدل ترکیبی بالا، معادله ۳ به صورت تبدیل فوریه با مولفه‌های بردار نوشته می‌شود:

$$\langle g \rangle (r|\Sigma, N) = \frac{1}{|2\pi\Sigma|^{\frac{N}{2}}} \int \frac{d[\omega]}{(2\pi)^K} \exp(-i\omega . r) \int d[A] \exp\left(-\frac{1}{2} tr A' \Sigma^{-1} A\right) \exp\left(-\frac{1}{2N} \omega' AA' \omega\right) = \frac{1}{(2\pi)^K} \int \frac{\exp(-i\omega . r) d[w]}{\left|1_K + \frac{\Sigma \omega \omega'}{N}\right|^{\frac{N}{2}}} \qquad (۷)$$

ماتریس اضافه شده به دترمینان، یک ماتریس واحد و دارای رتبه واحد است و اشاره به این دارد که کل دترمینان یک کمیت متناهی مثبت است. بنابراین با استفاده اعمال فرمول زیر:

$$\frac{1}{\alpha^\eta} = \frac{1}{\Gamma(\eta)} \int_0^\infty dz\, z^{\eta-1} e^{-az} \qquad (۸)$$

در روش ترکیبی بالا خواهیم داشت:

$$\langle g \rangle (r|\Sigma, N) = \frac{1}{(2)^{N/2}\, \Gamma\left(\frac{N}{2}\right)} \int_0^\infty dz\, z^{\frac{N}{2}-1} e^{-z/2} \times \int \frac{d[w]}{(2\pi)^K} e^{-i\omega . r} \exp\left(-\frac{z}{2N} w' \Sigma w\right) \qquad (۹)$$

انتگرال روی w حالت گووسی را با ماتریس کواریانس $\frac{z\Sigma}{N}$ نشان می‌دهد. بنابراین به عبارت زیر می‌رسیم:

$$\langle g \rangle (r|\Sigma, N) = \int_0^\infty \chi_N^2(z) g\left(r\left|\frac{z}{N}\Sigma\right.\right) dz \qquad (۱۰)$$

که کل متوسط ماتریس تصادفی را به یک میانگین یک بعدی تبدیل می کند که شامل توزیع χ_N^2 با درجه آزادی N است به عبارتی:

$$\chi_N^2(z) = \frac{1}{(2)^{\frac{N}{2}}} \Gamma\left(\frac{N}{2}\right) z^{\frac{N}{2}-1} e^{-\frac{z}{2}} \qquad for\ z \geq 0 \qquad (۱۱)$$

پارامتر N می‌تواند به عنوان مقدار درجه آزادی حاصل از رویکرد ترکیبی تفسیر شود که با استفاده از نوسان (تغییرپذیری) حول ماتریس کواریانس حاصل می‌شود. در حقیقت توزیع ویشارت می‌تواند به صورت توزیع تعمیم یافته χ^2 برای ماتریس‌ها دیده شود. انتگرال ۱۰ می‌تواند به صورت یک فرم بسته زیر بیان شود:

$$\langle g\rangle(r|\Sigma,N)=\frac{1}{2^{\frac{N}{2}+1}\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)\sqrt{\det\left(\frac{2\pi\Sigma}{N}\right)}}\frac{\kappa_{\frac{K-N}{2}}\left(\sqrt{Nr'\Sigma^{-1}r}\right)}{\sqrt{Nr'\Sigma^{-1}r}^{(K-N)/2}} \qquad (۱۲)$$

که در آن κ_ν تابع بسل اصلاح شده از نوع دوم و با مرتبه ν است. از آنجا که ماتریس کواریانس Σ ثابت است تنها پارامتر آزاد در توزیع بالا برابر N است. برای Nهای بزرگتر، توزیع به سمت گووسی شدن میل می‌کند، هر چه N کوچکتر باشد توزیع با دم پهن‌تر تولید خواهد شد. اگر N را برابر ۲ فرض کنیم توزیع نمایی می‌شود. از همه مهمتر بازده‌ها در توزیع بالا تنها به صورت رابطه دوخطی $r'\Sigma^{-1}r$ ظاهر می‌شود. این درجه بالا از ناوردایی (پایایی) به علت پایایی توزیع ویشارت (۵) حاصل می‌شود. این خاصیت در تمام مدل‌های ماتریس‌های تصادفی مشترک است.

برای آزمون توزیع بالا با داده‌ها، بردار r بر مبنای بردارهای ویژه ماتریس کواریانس Σ دوران داده می‌شود و با استفاده از مقادیر ویژه نرمال می‌شود پس از انجام این کار، به فرم زیر می‌رسیم:

$$\langle g\rangle(\tilde{r}|\Sigma,N)=\frac{1}{2^{\frac{N}{2}+1}\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)\sqrt{\det\left(\frac{2\pi\Sigma}{N}\right)}}\frac{\kappa_{\frac{K-N}{2}}\left(\sqrt{N\tilde{r}'\Sigma^{-1}\tilde{r}}\right)}{\sqrt{N\tilde{r}'\Sigma^{-1}\tilde{r}}^{(K-N)/2}} \qquad (۱۳)$$

برای تکمیل تحلیل کاهش بعد، در تابع بالا ماتریس کواریانس Σ با C که به فرم $\Sigma=\sigma C\sigma$ است، جایگزین می‌شود.

ماتریس همبستگی C با یک ساختار ساده، همانند همبستگی همگن بین سهم‌ها به گونه‌ای ساخته می‌شود که مقادیر تمام عناصر غیرقطری برابر با $C_{k\neq l}=c$ باشد:

$$C=\begin{bmatrix}1 & c & c & \dots & c\\ c & 1 & c & \dots & c\\ c & c & 1 & \dots & c\\ c & c & \dots & \dots & c\\ c & c & c & \dots & 1\end{bmatrix}$$

ماتریس بالا دو مزیت دارد. فضای پارامتر را تنها به یک پارامتر تقلیل می‌دهد و همچنین با فراهم آوردن بستر محاسباتی ساده، امکان پیشرفت تحلیلی را فراهم می‌آورد. در حقیقت ماتریس C ماتریس متوسط همبستگی همگن را بین تمام سهم‌ها نشان می‌دهد (اسمیت، ۲۰۱۴).

پارامتر N از طریق برازش توزیع با داده‌های تجربی مشخص می‌شود. برای یافتن بهترین مقدار برای پارامتر N از آزمون کرامر ون میسس[1] استفاده می‌شود. آزمون کرامر ون میسس برای آزمون نیکویی برازش استفاده می‌شود. یکی از کاربردهای آزمون‌های نیکویی برازش، بررسی تطابق داده‌های تجربی با توزیع‌های تئوریک است (کاسترو[2]، ۲۰۱۳). اگر بخواهیم اطلاع یابیم که توزیع نمونه از توزیع F_0 پیروی کند آزمون فرض زیر را انجام می‌دهیم:

$$H_0: \quad F = F_0 \qquad\qquad H_1: \quad F \neq F_0$$

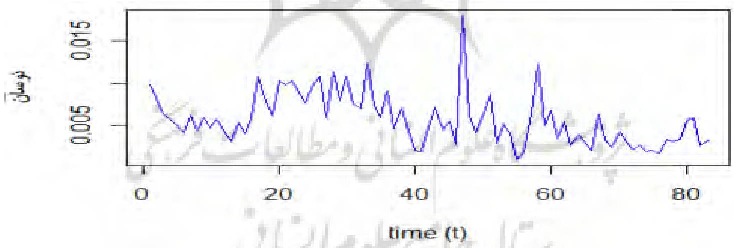
آماره آزمون کرامر ون میسس (CvM) به صورت زیر است:

$$C_n = \int \left(\hat{F}_n(t) - F_0(t)\right)^2 dF_0(t)$$

برای هر یک از آماره‌های بالا فرض صفر به شرطی رد خواهد شد که مقدار مشاهده شده برای آماره بزرگ باشد. مطابق با جدول ارایه شده توسط استفنز[3] (۱۹۸۶) برای آماره آزمون کرامر ون میسس، آماره آزمون با مقدار بحرانی $nC(1+\frac{0.5}{n})$ مقایسه می‌شود (لائو[4]، ۲۰۰۴).

فنون تجزیه و تحلیل اطلاعات و بحث در یافته‌های پژوهش

برای بررسی تغییرات نوسان (انحراف معیار) بازده شرکت‌ها، ابتدا سری زمانی نوسان شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران را برای سال‌های ۱۳۹۰ الی ۱۳۹۷ با استفاده از روش پنجره غلتان محاسبه می‌کنیم. نتایج در نمودار زیر نشان داده شده است:



شکل ۱. سری زمانی نوسان بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار برای سال‌های ۱۳۹۰ الی ۱۳۹۷ با طول پنجره زمانی T=60 و $\Delta t = 1$

1. Cramer-von Mises
2. Castro , 2013
3. Stephens (1986)
4. Laio, 2004

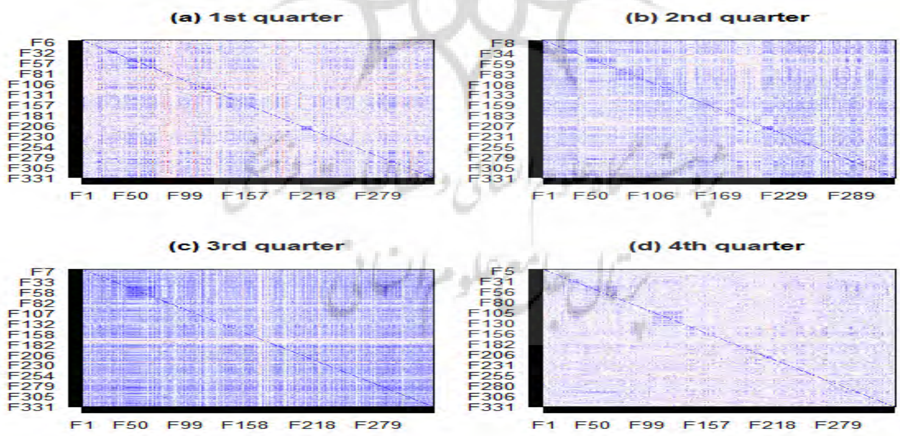
برای تشخیص نامانایی در سری زمانی بالا از آزمون ریشه واحد دیکی فولر استفاده می‌کنیم، نتیجه آزمون در جدول زیر خلاصه شده است و نشان دهنده این است که سری زمانی انحراف معیار بازده شاخص بورس اوراق بهادار نامانا است:

جدول ۱. آزمون مانایی

آماره دیکی فولر	p-value
-۲,۷۵۱۳	۰,۲۶۷۹

در ادامه، به بررسی تغییرات مربوط به ماتریس همبستگی بازده‌ها می‌پردازیم. نمودار همبستگی نگار بازده (یک روزه) سهام شرکت‌های موجود در بورس اوراق بهادار (F=Firm) برای هر فصل سال ۱۳۹۷ به صورت جداگانه در شکل ۲ رسم شد. در این پژوهش شرکت‌هایی وارد مدل شده‌اند که در طول یک سال کاری بیشتر از ۲۰ روز توقف نماد نداشته‌اند. در کل بازه زمانی مورد نظر، تعداد شرکت‌هایی که در سال ۱۳۹۷ بیشتر از بیست روز توقف نماد نداشته‌اند ۳۴۵ شرکت بوده است. همچنین بازده مربوط به روزهای توقف نماد این شرکت‌ها، با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو جایگزین شده‌اند.

در نمودار مربوط، رنگ آبی همبستگی مثبت، رنگ قرمز همبستگی منفی را نشان می‌دهد. هر چه نقاط پررنگ‌تر باشند همبستگی بیشتر و و هر چه نقاط کم‌رنگ‌تر همبستگی کمتر است. خط روی قطر معادل همبستگی هر شرکت با خودش و به خودی خود برابر با مقدار مثبت ۱ است و در نتیجه یک خط آبی پررنگ روی قطر دیده می‌شود. نتایج این بررسی در شکل زیر نشان داده شده است:

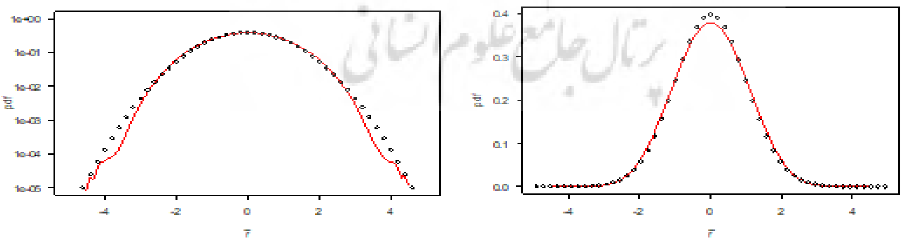


شکل ۲ . نمودار همبستگی نگار بازده یک روزه شرکت ها

همانطور که مشاهده می‌شود، ماتریس همبستگی در هیچ یک از چهار فصل بالا یکسان نبوده است. این موضوع در بازارهای مالی، امری بدیهی است زیرا روابط بین شرکت‌ها در طول زمان تغییر می‌یابد.

برای صحت‌سنجی نرمال بودن توزیع سری زمانی بازده‌ها در پنجره زمانی کوتاه‌مدت، از بازده‌های تعدیل شده ۲۴۷ شرکت بورس اوراق بهادار در بازه زمانی سال‌های ۱۳۹۰ الی ۱۳۹۷ استفاده می‌شود. سری‌های زمانی بازده این شرکت‌ها، به پنجره زمانی با طول ۲۵ روزکاری تقسیم می‌شود. بیان این نکته مهم است که پنجره زمانی با فاصله زمانی بازده Δt متفاوت می‌باشد. در ادامه برای بازه زمانی $\Delta t = 1$ (یک روز کاری)، بازده‌ها محاسبه می‌شود، حال با توجه به طول پنجره زمانی انتخاب شده می‌توان ادعا کرد که در این پنجره زمانی کوتاه، ماتریس کوواریانس Σ_{st} به صورت ثابت مشاهده می‌شود. البته برای اینکه رتبه ماتریس بالا کمتر از K است مشخص است که ماتریس کوواریانس معکوس ناپذیر است (به علت اینکه طول سری زمانی (۲۵) کوتاه‌تر از ابعاد ماتریس کواریانس است). این موضوع از نقطه‌نظر ریاضی، مشکلی ایجاد نخواهد کرد زیرا توزیع نرمال چندمتغیره به واسطه خواص δ-تابع‌ها برای حالت‌های خاصی که در آن ماتریس‌های کوواریانس معکوس ناپذیر است، به درستی تعریف می‌شود.

در ادامه، تمام ترکیب‌های دو به دو شرکت‌ها انتخاب می‌شوند و ماتریس کوواریانس–واریانس ۲ × ۲ ($\Sigma_{st}^{k,l}$) برای همه ترکیب‌های ممکن سهام شرکت‌های (k, l) محاسبه می‌شود. برعکس ماتریس کامل ماتریس کوواریانس–واریانس دو متغیره همیشه معکوس‌پذیر است. بنابراین بازده‌های دوگانه (r_k, r_l) باید به صورت گووسی توزیع شوند. در آخرین مرحله به منظور ترسیم توزیع، به کاهش ابعاد متغیرها می‌پردازیم. برای اینکار بردار بازده‌های دوگانه (r_k, r_l) بر مبنای بردار ویژه $\Sigma_{st}^{k,l}$ دوران داده شده و عناصر بردار بدست آمده با انجام عمل تقسیم بر جذر مقادیر ویژه متناظر، نرمال می‌شوند. عناصر بردار دوران داده شده‌ی بازده‌های دو به دو باید از توزیع نرمال پیروی کنند. بنابراین برای صحت سنجی این ادعا، توزیع بازده‌های به دست آمده، تجمیع شده و در شکل ۳ نشان داده شده است:



شکل ۳. توزیع بازده‌های تجمیع شده شرکت‌های بورس اوراق بهادار

در شکل بالا، خط قرمز ممتد، توزیع تجمیعی بازده‌های ۲۴۷ شرکت بورس اوراق بهادار را نشان می‌دهد. دایره‌های مشکی توپر نشان دهنده توزیع نرمال استاندارد هستند. لازم به توضیح است که شکل سمت چپ بر مبنای مقیاس لگاریتمی و شکل سمت راست بر مبنای مقیاس خطی رسم شده است.

همانطور که از نمودارهای بالا پیداست تابع توزیع تجمیعی دو به دو شرکت‌ها با توزیع گوسی تطابق خوبی دارد. پس می‌توان فرض کرد که توزیع بازده شرکت‌ها از توزیع چندمتغیره گوسی پیروی می‌کند. اما برای اطمینان از صحت ادعا، متغیر تجمیع شده ($\tilde{r}$)، با استفاده از آزمون‌های مختلف نرمالیته، آزمون می‌شود که نتایج به صورت زیر است:

جدول ۲. آزمون نرمالیتی

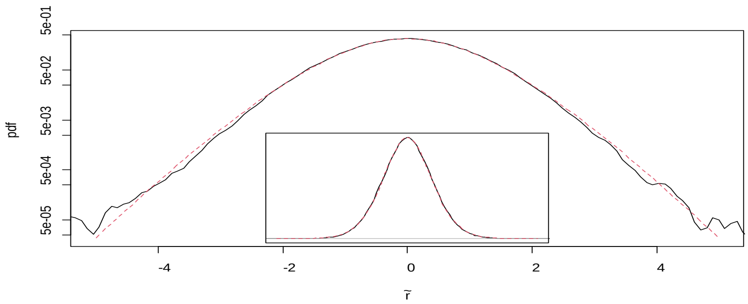
روش	آماره	p-value
آزمون کلموگروف اسمیرونف	۰.۰۱۵۹۶۵	۰.۷۱۲۰۰۴
آزمون شارپیو ویلک	۰.۹۹۸۶۳۱	۰.۱۲۷۷۰۴

با توجه به مقدار p-value در جدول ۲ در تمام آزمون فرض‌ها نرمال بودن مقادیر تجمیع شده رد نمی‌شود و می‌توان ادعا کردکه بازده‌های تجمیعی که از تقسیم سری‌های زمانی به فاصله‌های زمانی ۲۵ روزه حاصل شده است، از توزیع نرمال پیروی می‌کنند.

همانند آنچه در بخش قبل برای صحت سنجی توزیع تجمیعی بازده‌های شرکت‌های بورسی در پنچره زمانی ۲۵ روز بیان شد، روش مشابهی برای بازده‌های چند متغیره حاصل از کل داده‌های تجربی اعمال می‌شود. این رویکرد ما را قادر می‌سازد تا توزیع بازده دوران داده شده و مقیاس شده را برای ماتریس متوسط کوواریانس تجربی Σ یا ماتریس متوسط کوواریاس با ساختار همگن (ماتریس همبستگی همگن) $\hat{\Sigma} = \sigma C \sigma$ محاسبه و نتایج را با توزیع تئوریک ارایه شده مقایسه کنیم.

ابتدا نتایج را برای حالت ماتریس متوسط کواریانس تجربی (غیر همگن - Σ) بررسی می‌کنیم، نتایج مربوط به این مورد در شکل‌های ۴ و ۷ به ترتیب برای بازده‌های روزانه و ماهانه رسم شده است. برای به دست آوردن توزیع تجربی نیاز داریم تا مقدار پارامتر N را برآورد کنیم برای اینکار ابتدا N را با استفاده از روش حداقل مربعات خطا محاسبه و سپس با استفاده از آزمون کرامر ون میسس، میزان نیکویی برازش را آزمون می‌کنیم. آزمون کرامر ون میسس یکی از

آزمون‌ها برای نیکویی برازش است و می‌تواند در برازش توزیع‌های تجربی استفاده شود. با استفاده از روش حداقل مربعات خطا، مقدار پارامتر N برای بازده‌های روزانه با متوسط کواریانس تجربی یا غیرهمگن، تقریبا برابر با ۱۳ است. توزیع تجربی داده‌ها برای بازده روزانه دوران داده شده و مقیاس شده به صورت زیر رسم می‌شود:



شکل ۴. توزیع تجربی وتئوریک بازده روزانه

توزیع تجربی با رنگ سیاه و نتیجه تئوریک با رنگ قرمز و به صورت نقطه چین نشان داده شده است. همانطور از شکل بالا پیداست، توزیع‌های تجمیع شده برای بازده روزانه دوران داده شده و مقیاس شده، تطابق خوبی را با توزیع تئوریک نشان می‌دهند. شکل داخل در مقیاس خطی و شکل بیرونی (بزرگتر) بر مقیاس لگاریتمی است. در حقیقت توزیع تئوریک می‌تواند به خوبی توزیع تجربی حاصل از بازده دوران داده شده و مقیاس شده را توصیف کند.

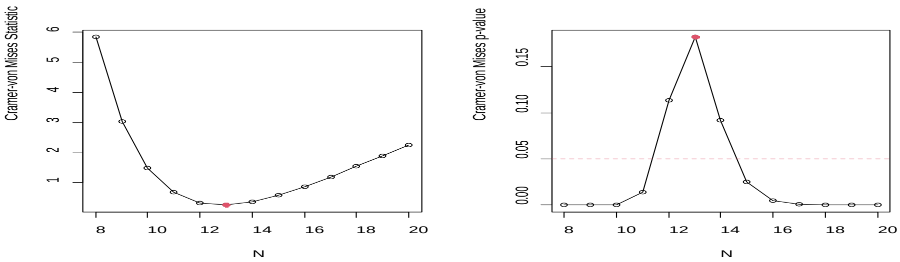
حال مقدار پارامتر N را با استفاده از آزمون کرامر ون میسس آزمون می‌کنیم. فرض صفر معادل با N=13 است. نتیجه آزمون در جدول زیر نشان داده شده است:

جدول ۳. آزمون نیکویی برازش برای پارامتر N=13

پارامتر	آماره آزمون	p-value
۱۳	۰.۲۵۵۱	۰.۱۸۲

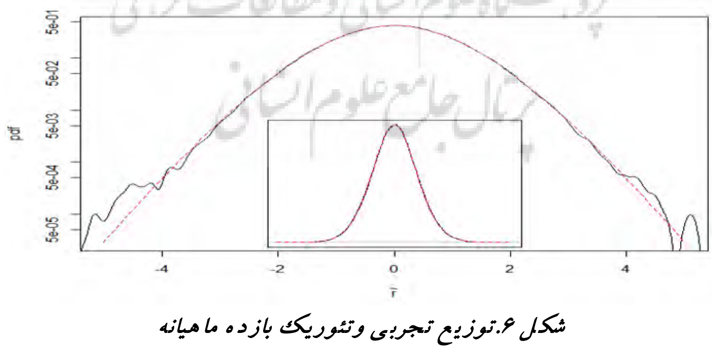
همانطور که پیداست مقدار p-value بیشتر از ۰,۰۵ است و بدین معنی است که فرض صفر (N=13) رد نمی‌شود و پارامتر N با مقدار برازش شده به خوبی می‌تواند داده‌های تجربی را توصیف کند.

در ادامه، آزمون بالا برای مقادیر مختلف N انجام می‌شود و هرچه مقدار آماره کوچکتر باشد فرض صفر با اطمینان بیشتری پذیرفته می‌شود و هر چه مقدار p-value بزرگتر باشد نشان‌دهنده میزان سازگاری بیشتر داده‌های تجربی با نتیجه فرض صفر است. نتایج آزمون برای بازده‌های روزانه با متوسط کواریانس تجربی یا غیرهمگن به صورت زیر است:



شکل ۵. نتایج آزمون کرامر و ن میسس برای بازده های روزانه

در شکل بالا، مقدار آماره و مقدار p-value برای مقادیر مختلف N محاسبه شده است، بهترین مقدار بر اساس بیشترین مقدار p-value و کمترین مقدار آماره، انتخاب می‌شود. در شکل ۵، نمودار سمت چپ مقادیر مختلف N را براساس آماره به دست آمده از داده‌های بازده روزانه شرکت‌ها نشان می‌دهد و شکل سمت راست مقادیر مختلف N را بر اساس p-value متناظر نشان می‌دهد. همانطور که از نمودارهای بالا پیداست مقدار پارامتر N برای محاسبه توزیع تجربی داده‌ها با $\Delta t = 1$ برابر با ۱۳ است و این امر نتایج به دست آمده را نیز تایید می‌کند. حال به طور مشابه نتایج را برای بازده‌های ماهانه به دست می‌آوریم. برای بازده‌های ماهانه مقدار N با استفاده از روش حداقل مربعات خطا برابر با ۱۷ به دست می‌آید. با توجه به N به دست آمده، توزیع تئوریک و همچنین توزیع تجربی برای بازده ماهانه دوران داده شده و مقیاس شده رسم می‌شود و نتایج در شکل زیر نشان داده می‌شود:



شکل ۶.توزیع تجربی وتئوریک بازده ماهیانه

توزیع تجربی با رنگ سیاه و نتیجه تئوری با رنگ قرمز و نقطه چین نشان داده شده است. پارامتر N حدود ۱۷ است. شکل داخل در مقیاس خطی و شکل بیرونی بر مقیاس لگاریتمی رسم شده است. همانگونه که از شکل ۶ مشخص است توزیع تئوریک به خوبی می‌تواند توزیع تجربی داده‌ها را توصیف کند.

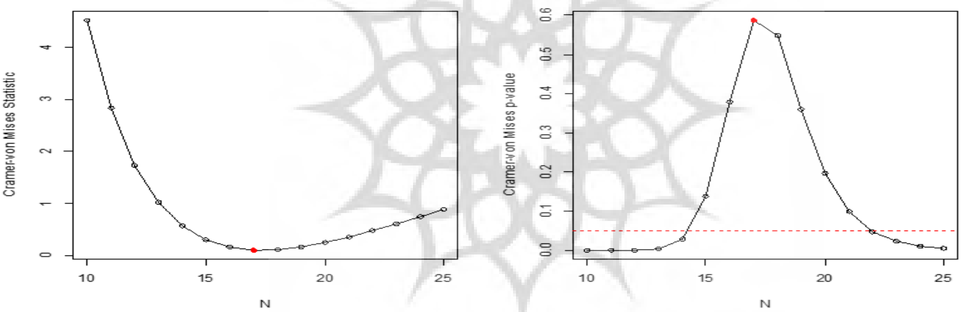
حال مقدار پارامتر N را با استفاده از آزمون کرامر ون میسس آزمون می‌کنیم. فرض صفر معادل با N=17 است. نتیجه آزمون در جدول زیر نشان داده شده است:

جدول ۴. آزمون نیکویی برازش برای پارامتر N=17

پارامتر	آماره آزمون	p-value
۱۷	۰.۰۶۱۷۸۵	۰.۸۰۲۷

همانطور که پیداست مقدار p-value بیشتر از ۰,۰۵ است و بدین معنی است که فرض صفر (N=17) رد نمی‌شود و پارامتر N با مقدار برازش شده به خوبی می‌تواند داده‌های تجربی را توصیف کند.

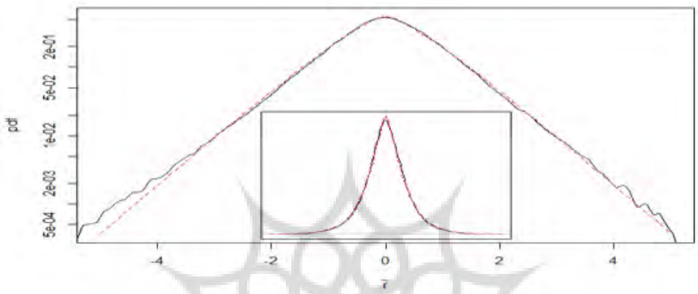
نمودار زیر، مقادیر مختلف N را در مقایسه با مقادیر p-value یا آماره متناظر در بازده‌های ماهانه با متوسط کواریانس تجربی یا غیرهمگن نشان می‌دهد:



شکل ۷. نتایج آزمون کرامر ون میسس برای بازده‌های ماهانه

همانطور که از شکل ۷ مشخص است، مقدار N مناسب برای داده‌های تجربی بازده ماهانه با ماتریس متوسط کواریانس غیرهمگن، برابر با ۱۷ است که نتایج قبلی را تایید می‌کند. حال می‌خواهیم توزیع بازده را برای ماتریس متوسط همبستگی همگن مطالعه کنیم. همانطور که در بخش روش‌شناسی عنوان شد ماتریس همبستگی همگن، ماتریسی است که در آن، تمام عناصر غیر قطری یکسان هستند. ابتدا سطح متوسط همبستگی c و نوسانات (انحراف معیار) در هر افق زمانی محاسبه و سپس ماتریس کوواریانس همگن بر اساس معادله $\hat{\Sigma} = \sigma C \sigma$ مشخص می‌شود. این پارامترها با استفاده از داده‌های تجربی محاسبه می‌شود.

در نهایت همانند موارد قبل، بازده‌های چند متغیره بر مبنای بردارهای ویژه ماتریس کوواریانس $\hat{\Sigma}$ دوران داده می‌شود. با این کار می‌توانیم بررسی کنیم که آیا ساختار همبستگی همگن می‌تواند به خوبی ساختار همبستگی غیرهمگن، توزیع بازده چند متغیره را توصیف کند. با توجه به ماتریس کوواریانس همگن و استفاده از دوران بازده‌ها حول بردارهای ویژه و نرمال کردن با استفاده از مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس همگن، به برآورد مقدار پارامتر N و رسم توزیع تئوریک و توزیع تجربی داده‌ها می‌پردازیم. پس از برآورد پارامترهای توزیع، ابتدا با استفاده از روش حداقل مربعات خطا پارامتر N برآورد می‌شود که تقریبا برابر با ۳ است. با توجه به N به دست آمده، توزیع تئوریک و همچنین توزیع تجربی برای بازده ماهانه دوران داده شده و مقیاس شده رسم و نتایج در شکل زیر نشان داده می‌شود:



شکل ۸. توزیع تجربی وتئوریک بازده ماهیانه با توجه به ماتریس کوواریانس همگن

شکل ۸ توزیع تجمیع شده برای بازده‌های ماهانه دوران داده شده و مقیاس شده با استفاده از ماتریس کوواریانس $\hat{\Sigma}$ با ساختار همبستگی همگن را نشان می‌دهد. توزیع تجربی با رنگ سیاه و نتیجه تئوریک با رنگ قرمز و نقطه چین نشان داده شده است. مقدار پارامتر N برابر با $N = 3$ و سطح متوسط همبستگی برابر با $c = .11$ است.

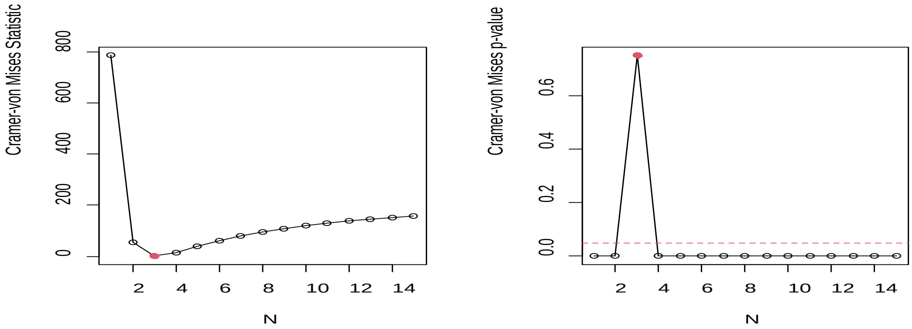
حال مقدار پارامتر N را با استفاده از آزمون کرامر ون میسس آزمون می‌کنیم. فرض صفر معادل با N=3 است. نتیجه آزمون در جدول زیر نشان داده شده است:

جدول ۵. آزمون نیکویی برازش برای پارامتر N=3

پارامتر	آماره آزمون	p-value
۳	۰.۰۷۰۲۴۸	۰.۷۵

همانطور که پیداست مقدار p-value بیشتر از ۰,۰۵ است و بدین معنی است که فرض صفر (N=3) رد نمی‌شود و پارامتر N با مقدار برازش شده به خوبی می‌تواند داده‌های تجربی را توصیف کند.

نمودار زیر، مقادیر مختلف N را در مقایسه با مقادیر p-value یا آماره متناظر در بازده‌های ماهانه با متوسط کواریانس همگن نشان می‌دهد:



شکل ۹. نتایج آزمون کرامر ون میسس برای بازده های ماهانه و ماتریس کواریانس همگن

با توجه به شکل ۹ مقدار مناسب برای پارامتر N برابر با ۳ است.

نتیجه‌گیری

به طور خلاصه در این مقاله نشان داده شد که نوسانات ماتریس همبستگی و ماتریس کواریانس باعث ایجاد ویژگی‌های کلی از جمله نامانایی می‌شوند. برای لحاظ نامانایی در توزیع بازده‌های شرکت‌های موجود در بورس اوراق بهادار، از یک مدل ماتریس تصادفی استفاده شد، این مدل باعث می‌شود پیچیدگی بالای یک بازار همبسته به یک پارامتر (N) کاهش یابد و که پارامتر مورد اشاره شدت نوسانات را مشخص می‌کند.

برای بازده روزانه مشاهده شد که مقدار N نزدیک $N = 13$ است، در حالی که برای بازده‌های ماهانه، مقادیر بزرگتر در حدود $N = 17$ ضروری است. اما مشاهده شد که اگر از ماتریس کوواریانس با ساختار همبستگی همگن استفاده کنیم، مقادیر کوچکتر حول $N = 3$ برای توصیف توزیع بازده ماهانه دوران داده شده و مقیاس شده، مورد نیاز است. این مقدار در مقایسه با مقادیر به دست آمده برای ماتریس متوسط کواریانس تجربی بسیار کمتر است. اما مدل ارایه شده به خوبی توزیع بازده شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران را توصیف می‌کند. در بخش روش‌شناسی نشان داده شد که پارامتر N با معکوس واریانس عناصر ماتریس تصادفی با توزیع ویشارت متناسب است. در اینجا، معنای پارامتر بالا به صورت بصری روشن شد. ماتریس

کوواریانس $\hat{\Sigma}$ فاقد ساختار ماتریس همبستگی تجربی است. بنابراین، جای تعجب نیست که نوسانات قوی‌تر برای ساختار گمشده مورد نیاز است که با توجه به ماهیت معکوس پارامتر N در برآورد نوسانات، مقادیر کوچک‌تر برای نوسانات بزرگتر مورد نیاز است.

در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که توزیع به دست آمده از هر دو رویکرد استفاده از ماتریس همبستگی تجربی (غیرهمگن) و همگن برای توصیف داده‌های بورس اوراق بهادار تهران مناسب است و می‌تواند در برآورد شاخص‌های ریسک از جمله شاخص‌هایی مثل ارزش در معرض خطر یا زیان مورد انتظار از دم توزیع استفاده کرد.

منابع

اسدی نیا، پرستو؛ عبدالهی کیوانی، سید محمد؛ حیدرزاده هنزائی، علیرضا؛ موسوی روح بخش، سید شایان. (۱۳۹۸). پیش بینی نوسانات بازده با استفاده از مدل ترکیبی تبدیلات موجک گسسته و گارچ. *فصلنامه بورس اوراق بهادار*، ۱۲ (۴۷)، ۱۲۷-۱۱۰.

باقری، فرزانه؛ دلاوری، مجید و مهرآرا، محسن،(۱۳۹۶)، تحلیل داده های مدل طلا و توزیع بازده ی سرریز آن در بازه ی زمانی ۱۳۸۸-۱۳۷۸ در ایران، همایش بین المللی مدیریت، اقتصاد و بازاریابی، تهران

حمیدیان، محسن؛ وقفی، سید حسام و سلیمانی، حجت،(۱۳۹۶)، بررسی رابطه بین همزمانی قیمت سهام با توزیع ریسک سیستماتیک و غیر سیستماتیک بازده سهام

زینلی، غلامرضا و یزدانیان، نرگس،(۱۴۰۰)، پیش بینی بازده سهام بر پایه توزیع کرنل و اختلاط توزیع های نرمال

سلیمانی، محمدامین؛ حسن زاده، رضا و گنجی، علیرضا،(۱۳۹۹)، نقدینگی سهام و توزیع بازده سهام، نهمین کنفرانس بین المللی پژوهش در مدیریت، اقتصاد و توسعه

سیدحسینی، سید محمد؛ باباخانی، مسعود؛ هاشمی‌نژاد، سیدمحمد و ابراهیمی، بابک، رویکردی جدید برای تخمین پارامتر حافظه بلندمدت در سریهای زمانی مالی. دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۶(شماره ۲ (پیاپی ۱۸))، ۱۱۴-۹۷.

میرعسکری، سید رضا؛ محفوظی، غلامرضا و شعبانی نژاد ماسوله، متین، (۱۳۹۷)، بررسی رابطۀ همزمانی قیمت سهام و توزیع بازده.

ناصرپور، علیرضا؛ فلاح شمس، میرفیض؛ ثقفی، علی. (۱۳۹۵). برآورد وجه تضمین قراردادهای آتی با رویکرد ارزش در معرض خطر و با تأکید بر توزیع پارتوی تعمیم یافته. *فصلنامه بورس اوراق بهادار*، ۹ *(۳۳)*، ۴۵-۲۵.

یوسف پور مقدم، ساسان و رمضانپور، اسماعیل، (۱۳۹۵)، عوامل ریسک با گشتاور مرتبه بالاتر توزیع بازده سهام، چهارمین کنفرانس ملی مدیریت، اقتصاد و حسابداری، تبریز.

References

Ali, G. (2013), EGARCH, GJR-GARCH, TGARCH, AVGARCH, NGARCH, IGARCH and APARCH models for pathogens at marine recreational sites. Journal of Statistical and Econometric Methods, 2(3), 57-73.

Asadinia, Prasto, Abdulahi Kivani, Seyed Mohammad, Heydarzadeh Henzaei, Alireza, Mousavi Roohbaksh, Seyed Shayan. (2018). Forecasting of return fluctuations using by combining discrete wavelet transform and GARCH model. Stock Exchange Quarterly, 12 (47), 127-110. (In Persian).

Bagheri, Farzaneh and Delavari, Majid and Mehrara, Mohsen, 2016, analysis of gold model data and distribution of its return in the period of 1378-1388 in Iran, International Conference on Management, Economics and Marketing, Tehran. (In Persian).

Castro, R. (2013). Lectures 2 and 3-goodness-of-fit (gof) tests. Lecture notes of Applied Statistics (MasterMath).

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 987-1007.

Harvey, A., Ruiz, E., & Shephard, N. (1994). Multivariate stochastic variance models. The Review of Economic Studies, 61(2), 247-264.

Hekster, O. (2008). Rome and its Empire, AD 193-284: Edinburgh University Press.

Laio, F. (2004). Cramer–von Mises and Anderson-Darling goodness of fit tests for extreme value distributions with unknown parameters. Water Resources Research, 40(9).

Hamidian, Mohsen and Waqfi, Seyed Hossam and Soleimani, Hojjat, 2016, investigating the relationship between stock price concurrency with distribution of stock returns systematic and unsystematic risk. (In Persian)

Laloux, L., Cizeau, P., Bouchaud, J.-P., & Potters, M. (1999). Noise dressing of financial correlation matrices. Physical review letters, 83(7), 1467.

Miraskari, Seyyed Reza and Mahfovi, Gholamreza and Shabaninejad Masoleh, Matin, 2017, investigating the relationship between stock price concurrency and return distribution. (In Persian).

Mühlbacher, A., & Guhr, T. (2018). Credit Risk Meets Random Matrices: Coping with Non-Stationary Asset Correlations. Risks, 6(2), 42.

Münnix, M. C., Shimada, T., Schäfer, R., Leyvraz, F., Seligman, T. H., Guhr, T., & Stanley, H.E. (2012). Identifying States of a Financial Market. Scientific Reports, 2(1), 644.

Naserpour, Alireza, Fallah Shams, Mirfaiz, Thaghafi, Ali. (2015). Estimating futures contracts margin with a value-at-risk approach and emphasizing the generalized Pareto distribution. Stock Exchange Quarterly, 9 (33), 25-45. (In Persian).

REZAEIAN, A., Vakilifard, H., Khalili Araghi, M., Rahnamaye Roodposhti, F. (2019). Modeling and Comparison of the Distribution Models of Tehran Stock Exchange Index. JOURNAL OF FINANCIAL MANAGEMENT PERSPECTIVE, 9(3 (27)), 29-50.

Schmitt, T., Schäfer, R., & Guhr, T., (September 02, 2015). Vol., 2015. Available at SSRN :(2015). Credit Risk: Taking Fluctuating Asset Correlations into Account Journal of credit risk, 11, (No. 3), 22.

Schmitt, T. A. (2014). Non-stationarity as a central aspect of financial markets. (Doctorate).Retrieved from https://duepublico2.uni-due.de /receive/ duepublico _mods_00036759

Schmitt, T. A., Chetalova, D., Schäfer, R., & Guhr, T. (2013). Non-stationarity in financial time series: Generic features and tail behavior. EPL (Europhysics Letters), 103(5), 58003.

Seyed Hosseini, Seyed Mohammad and Babakhani, Massoud and Hashmi-Nejad, Seyed Mohammad and Ebrahimi, Babak, A new approach to estimate the long-term memory parameter in financial time series. Financial Knowledge of Securities Analysis, 6(No. 2 (Sec. 18)), 97-114. (In Persian).

Soleimani, Mohammadamin and Hassanzadeh, Reza and Ganji, Alireza, 2019, Stock liquidity and stock return distribution, 9th international research conference in management, economy and development. (In Persian).

Yusufpour Moghadam, Sasan and Ramzanpour, Ismail, 2015, risk factors with higher order moment of stock return distribution, 4th National Conference on Management, Economics and Accounting, Tabriz. (In Persian).

Zaineli, Gholamreza and Yazdanian, Narges, 2021, forecasting stock returns based on kernel distribution and mixing normal distributions. (In Persian).