Journal of Research in Teaching

فصلنامه علمی تدریس پژوهی

Vol 10, No 3, Autumn , 2022

صفحات: ۲۲۳-۱۹۷

سال دهم– شماره سوم – پاییز ۱۴۰۱

Investigating The Effect of Teaching Differential Equations Based on The Modeling Approach on The Problem-Solving Performance of Technical And Engineering Students

Jaleh Rezaei[1], Nasim Asghary[2]*, Mohammad Hassan Behzadi[3]

پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۱۸

دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۲/۲۱

Accepted Date: 2022/12/09 **Received Date: 2022/05/11**

Abstract

Objective: Mathematical modeling is an interconnecting process between mathematics and real-world problems that, as a tool, can be applied to increase motivation, develop cognitive competencies, and enhance the ability to transfer mathematical knowledge to other areas such as engineering disciplines. This study aimed to investigate the effect of applying the modeling approach on the problem-solving performance of engineering students during a differential equation course and compare the results with those of traditional teaching.

Method: A quasi-experimental method with a pretest-posttest design comprising a control group was applied in this study. The statistical population was 1225 engineering students of the Islamic Azad University Central Tehran Branch. The available statistical sample contained two experimental and control groups, each comprising 33 engineering students who randomly attended the course. The modeling approach was applied to teach the first-order separable, linear and homogeneous differential equations in the experimental group, whereas, in the control group, the traditional approach was used. Since the antecedent knowledge of calculus directly affects the ability of students to learn differential equations, a placement test was first applied to both groups. A combination of the results derived from the placement test and the modeling pre-test was used as the covariate in the Analysis of Covariance (ANCOVA) test, and the modeling performance of both groups and their problem-solving skills were eventually examined.

Findings: The data extracted from pre-test and post-test results were analyzed using the SPSS version 26. The results of this study indicate that apart from the

1. Ph.D. Student in Mathematics Education, Department of Mathematics, Science & Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

2. Assistant Professor of Mathematics Education, Department of Mathematics & Computer Science, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

*Corresponding Author: Email: nasim.asghary@gmail.com

3. Associate Professor of Statistics, Department of Statistics, Science & Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

fact that teaching differential equations based on the modeling approach can increase the ability to apply mathematical knowledge in the field of engineering, it also can significantly improve their problem-solving performance. In contrast, in the traditional approach, students cannot transfer the knowledge attained from the course to applied and real-world problems. The research findings can be used in reviewing the differential equation syllabus.

Abstract (Extended): Due to the lack of connection between real-world applications that students encounter in their future careers and the knowledge attained from traditional mathematics courses at the university, students are virtually incapable of interpreting complex structural systems as the future workforce. Therefore, the primary purpose of introducing major mathematics courses in the engineering curriculum should be to prepare students for mathematical reasoning on the issues they will face in their related engineering courses and/or real-world applications. Studies over the past few decades have shown that mathematical modeling as an interconnecting tool between mathematics and real-world problems can help students fulfill this goal effectively. Due to this fact, many international associations around the world, such as GAIMME (2016), have suggested guidelines and instructions for the inclusion of mathematical modeling as a new subject in the syllabus of typical mathematics courses such as calculus, linear algebra, and differential equations that are generally taught in non-mathematical STEM (Science-Technology-Engineering-Mathematics) disciplines. It has also been suggested, in many cases, to include mathematical modeling in the curriculum as a separate mathematics course. In many international reports such as PISA OECD and CCSSM, the mathematics literacy of students and their skills and general perceptions are assessed by their ability in modeling, which confirms the importance and necessity of applying mathematical modeling at different educational levels. Differential equations (DEs), to a great extent, may be considered as a modeling procedure that interrelates applied and real-world phenomena with abstract mathematical concepts. Therefore, as the results of this study reveal, using the modeling approach in instructing DEs may improve the students' problem-solving performance.

Like other mathematics courses, which are generally incorporated into the engineering curriculum, the syllabus of differential equations is designed, coordinated, and taught by mathematicians. As a result, the main contents are often presented in the form of abstract and general examples, and the instruction is through introducing a set of well-known equations solved by specific algebraic techniques. Therefore, many researchers now acknowledge that the relationship between differential equations and their solutions for most students is more procedural than conceptual. This study aimed to investigate the effect of applying the modeling approach on teaching differential equations to students and its preeminence compared to the conventional method considering their problem-solving performance and modeling abilities. The research was conducted on two

groups of students who had randomly attended the course from different engineering disciplines. Initially, a modeling pre-test and a calculus placement test were performed to assess their background knowledge in mathematics, which as a covariate, it is anticipated to have a statistically significant impact on the analysis of covariance. The results showed that the two groups had almost equal performances, both in the calculus (sig = 0.803) and the modeling (sig = 0.708) tests.

In the experimental group, students were introduced first to different stages of the mathematical modeling cycle, including understanding the task, simplifying/structuring, mathematizing, working mathematically, interpreting and validating through an example, and achieving competence to form and solve a differential equation during the stages of mathematizing and working mathematically. The students in the experimental group learned to solve first-order separable, linear and homogeneous differential equations based on the modeling cycle procedure, whereas, in the control group, the conventional algebraic approach was instructed; and the performance of both groups in modeling was then assessed by performing a test comprising real-world problems. Since not being introduced to modeling skills, students are virtually unable to translate existing real-world mathematical concepts into the form of differential equations; it is anticipated that the null hypothesis of equality of the means of the two groups should be rejected by selecting any significance level. This assertion was confirmed by the research findings, which reveal that the experimental group significantly outperformed the control group in the modeling post-test (sig<0.001).

Therefore, in addition to evaluating the students' modeling ability, it was decided to assess the effect of applying the modeling approach on their overall problem-solving performance. Hence, other course topics were taught to both groups by the conventional method. Similarly, the use of both ANOVA and ANCOVA tests shows that the hypothesis of equality of the means of the two groups in the final exam was also rejected (sig = 0.009 and sig <0.001).

The results of this study clearly show that students in the control group lacked a conceptual perception of applied problems and were incapable of connecting real-world conditions to abstract mathematical concepts. In contrast, students in the experimental group attained the ability to interpret and analyze existing physical and abstract mathematical concepts in real-world problems and model them through integrating conceptual and procedural understanding.

Keywords: Mathematical Modeling, Differential Equations, Problem-Solving Performance, Engineering Students

بررسی تأثیر تدریس معادلات دیفرانسیل بر اساس رویکرد مدل‌سازی در عملکرد حل مسئله دانشجویان فنی و مهندسی

ژاله رضائی[۱]، نسیم اصغری[۲]*، محمدحسن بهزادی[۳]

چکیده

هدف: مدل‌سازی ریاضی که فرآیند دوسویه ترجمه بین مسائل دنیای واقعی و ریاضیات است، می‌تواند برای ایجاد انگیزه، رشد توانمندی‌های شناختی و ارتقاء توانایی انتقال دانش ریاضی به حوزه‌های دیگر همچون علوم مهندسی به کار رود. این پژوهش با هدف بررسی تأثیر تدریس معادلات دیفرانسیل بر اساس رویکرد مدل‌سازی در عملکرد حل مسئله دانشجویان فنی و مهندسی در مقایسه با تدریس سنتی انجام پذیرفت.

روش: در این پژوهش از روش شبه‌آزمایشی با طرح پیش‌آزمون-پس‌آزمون با گروه کنترل استفاده شد. دانشجویان دانشکده فنی و مهندسی واحد تهران مرکزی دانشگاه آزاد اسلامی جامعه آماری این پژوهش را تشکیل دادند. نمونه آماری در دسترس و شامل دو گروه هر یک با ۳۳ دانشجوی مهندسی بود. معادلات دیفرانسیل مرتبه اول تفکیک‌پذیر، خطی و همگن در گروه آزمایش با رویکرد مدل‌سازی و در گروه کنترل به روش سنتی تدریس شد. تلفیقی از نتایج آزمون تعیین سطح ریاضی عمومی و پیش‌آزمون مدل‌سازی به‌عنوان متغیر مداخله‌گر در آزمون تحلیل کوواریانس به کار گرفته شد.

یافته‌ها: داده‌های مستخرج از آزمون‌ها با نرم‌افزار SPSS نسخه ۲۶ تحلیل شد. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که تدریس معادلات دیفرانسیل بر اساس رویکرد مدل‌سازی علاوه بر افزایش توانمندی به‌کارگیری دانش ریاضی در حوزه‌های مهندسی، به‌صورت معناداری می‌تواند عملکرد حل مسئله دانشجویان را بهبود بخشد.

کلید واژه‌ها: مدل‌سازی ریاضی، معادلات دیفرانسیل، عملکرد حل مسئله، دانشجویان مهندسی.

۱. دانشجوی دکتری آموزش ریاضی، گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی ، تهران، ایران.

۲. استادیار آموزش ریاضی، گروه ریاضی و علوم کامپیوتر، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی ، تهران، ایران.

* نویسنده مسئول: Email: nasim.asghary@gmail.com

۳. دانشیار آمار، گروه آمار، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

مقدمه

امروزه دانشجویان با دنیایی روبرو هستند که بر پایه سیستم‌های پیچیده، پویا و قدرتمند اطلاعات شکل گرفته است و اقتصاد آن مبتنی بر دانش است. توانایی تفسیر و کار با سیستم‌های پیچیده مستلزم بهره‌گیری از فرآیندهای ریاضی مهمی است که در برنامه‌های درسی ریاضی کمتر مورد توجه قرار می‌گیرد؛ از جمله این فرآیندها می‌توان به نحوه ساخت، توصیف، پیش‌بینی، حدس و ارائه یک مسئله و هم‌چنین کمی‌سازی، هماهنگی، سازمان‌دهی و نمایش داده‌ها اشاره کرد (English, 2003). چنین به نظر می‌رسد که در مورد رشته‌های غیر ریاضی از مجموعه رشته‌های علوم-تکنولوژی-مهندسی-ریاضی (STEM[1])، دروس ریاضیِ مورد نیاز ارتباط چندانی با اهداف رشته‌ای و شغلی آتی دانشجویان ندارد؛ به‌ویژه اگر آموزش دروس ریاضی بدون بهره‌گیری از کاربردهای معنادار و مرتبط با این رشته‌ها صورت پذیرد (Garfunkel et al., 2016). توانایی مدل کردن که در حقیقت بیانی از ساختار اساسی یک رویداد در دنیای واقعی است، جزو ملزومات اساسی رشته‌های مهندسی و یک مهارت مهم تحصیلی است که دانشجویان در طول تحصیلات تکمیلی خود توسعه می‌دهند (Yildirim, 2011). لذا دانشجویان به‌عنوان نیروی کار آینده باید توان تشخیص مفید بودن مدل‌ها را در دنیای امروز داشته باشند و با بهره‌گیری از مدل‌ها، سیستم‌های پیچیده ساختاری را تفسیر کنند (English, 2003). تولید مفاهیم ریاضی در قالب مسائل مدل‌سازی به حل پاره‌ای از مشکلات اخیر جامعه مدرسین رشته‌های مهندسی که خواستار روشن شدن ارتباط و نقش دروس ریاضی در مجموعه برنامه‌های درسی شده‌اند، منجر شده است (Garfunkel et al., 2016). از این رو، در گزارش سال ۲۰۱۶ GAIMME[2] پیشنهاد شده است که برای همه دانشجویان رشته‌های STEM فرصت درگیر شدن با مؤلفه‌ها و فرآیند مدل‌سازی ریاضی فراهم گردد؛ و حتی مدل‌سازی ریاضی به‌عنوان یک موضوع درسی مجزا ارائه و یا در قالب فعالیت‌های تعریف شده در دروس موجود در برنامه درسیِ رشته‌های STEM از قبیل ریاضی عمومی، جبرخطی و معادلات دیفرانسیل گنجانده شود. با وجود این که بر بهره‌گیری از مدل‌سازی در دانشکده‌های مهندسی تأکید فزاینده‌ای وجود دارد، فرآیند آن هنوز مورد بررسی دقیق قرار نگرفته است، زیرا تحقیقات در مورد مدل‌سازی مستلزم درک عمیق از مقولات مختلف آموزشی و روان‌شناختی از جمله دیدگاه‌های شناختی و عاطفی است (Yildirim, 2011). در کلاس‌های ریاضی به‌صورت سنتی تمرکز مدرس عموماً بر روی تکنیک‌های تحلیلی است و ارتباطات بین مؤلفه‌ها و پارامترهای ریاضی و شرایط و مفروضات مرتبط با آن از ابتدا با روشی معین و مشخص بیان می‌شود؛ این در حالی است که انتقال معنادار دانش ریاضی در مسائل مرتبط با دنیای واقعی امری است که به سادگی میسر نمی‌گردد (Czocher, 2017). در بسیاری از کشورها قابلیت‌های مدل‌سازی نقش تعیین‌کننده‌ای در تدوین برنامه درسی دارد که این مطلب اهمیت مدل‌سازی ریاضی

1. Science-Technology-Engineering-Mathematics
2. Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education

را به‌عنوان یک راهکار پذیرفته شده در سطح بین‌المللی نمایان می‌سازد (Kaiser, 2020)؛ تا آن‌جا که در مطالعه PISA[1] OECD[2] و هم‌چنین در گزارش منتشر شده از CCSSM[3] در ایالات‌متحده سواد ریاضی دانش‌آموزان بر مبنای توانمندی‌های مدل‌سازی آن‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته است (Cai et al., 2014).

معادلات دیفرانسیل (DEs[4]) یک ابزار مهم برای مدل‌سازی موقعیت‌های مختلف از واقعیت است و به ما این امکان را می‌دهد که با تجزیه و تحلیل ویژگی‌های ریاضیِ پدیده‌های خاص، آن‌ها را درک کنیم (Camacho & Guerrero, 2015). DE ها مدل‌هایی را برای بسیاری از موقعیت‌های زندگی واقعی ارائه می‌دهند و بنابراین امکان فرمول‌بندی و تحلیل ریاضی پدیده‌های دیگر رشته‌ها را فراهم می‌کنند (Kwon, 2020). اگرچه تکنیک‌های تحلیلی و یافتن جواب‌های فرم بسته[5] (که متغیر وابسته برحسب متغیر مستقل به‌صورت صریح یا ضمنی نوشته می‌شود)، برای DE ها از دیرباز پایه اصلی درس معادلات دیفرانسیل مقدماتی سنتی بوده‌اند، اما در عمل هنگام مدل‌سازیِ یک مسئله فیزیکی، یا یک مسئله دنیای واقعی با DE، جواب‌ها معمولاً به‌صورت فرم بسته غیرقابل بیان هستند (Kwon, 2020). همانند اکثر مباحث ریاضی، برنامه درسی برای DE ها توسط ریاضی‌دانان طراحی، هماهنگ‌سازی و آموزش داده می‌شود؛ در نتیجه مطالب کلیدی اغلب به‌صورت مجرد، در قالب نمونه‌های کلی و به‌عنوان مجموعه‌ای از معادلات خاص و قابل حل با تکنیک‌های معین ارائه می‌شوند (Czocher et al., 2013). مسئولین دانشکده‌های مهندسی و علوم فیزیک غالباً عدم توانایی دانشجویان برای انتقال دانش خود از DE ها به دروس اصلی رشته خود را به‌عنوان یک معضل مطرح می‌سازند (Czocher et al., 2013). یافته‌ها نیز نشان می‌دهد که دانشجویان به جای آن که در مفهوم‌سازی DE ها و مفاهیم جواب آن‌ها موفق باشند، صرفاً در ارائه راه‌حل‌های جبری توفیق دارند. تحقیقات هم‌چنین آشکار ساخته‌اند که در صورت توسعه استراتژی‌های مناسب، غلبه بر مشکلات یادگیری دانشجویان امکان‌پذیر است (Kwon, 2020).

اگرچه دیدگاه‌های مختلفی برای مطالعه یادگیری ریاضی دانش‌آموزان از طریق مدل‌سازی ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرند (Kaiser & Sriraman, 2006)، اما به‌طورکلی، یافته‌های پژوهش‌های صورت گرفته همگی حاکی از تأثیر مدل‌سازی بر بهبود یادگیری ریاضی دانش‌آموزان است. به‌عنوان مثال، (Treilibs et al., 1980) یادگیری دانشجویان را از دیدگاه شناختی مورد بررسی قرار دادند و بر

1. Program for International Student Assessment
2. Organization for Economic Co-operation and Development
3. Common Core State Standards for Mathematics
4. Differential Equations
5. Closed-Form Solutions

مشخص کردن چگونگی ساخت مدل توسط دانشجویان و «مرحله فرمول‌بندی» تمرکز کردند. (Galbraith & Stillman, 2006) نیز سعی کردند موانع شناختی دانش‌آموزان را شناسایی کنند و به نقش مهم فعالیت‌های فراشناختی در حین مدل‌سازی اشاره نمودند. (Barquero et al., 2016) روشی بر پایه شیوه‌های آموزشی مبتنی بر جستجو و تحقیق و انتقال مفاهیم از طریق مدل‌سازی را پیشنهاد نمودند. (Czocher, 2017a) تأثیر تأکید بر اصول مدل‌سازی برای استخراج و تفسیر معادلات دیفرانسیل کانونیک به‌عنوان مدل‌هایی از پدیده‌های دنیای واقعی، را مورد بررسی قرار داد. در هر حال، به گفته (Czocher, 2017b) چرخه‌های مدل‌سازی ابزاری هستند که به تمرکز بر شناخت و ردیابی تفکر افراد کمک می‌کنند.

هدف این تحقیق، بررسی تأثیر تدریس معادلات دیفرانسیل بر اساس رویکرد مدل‌سازی در عملکرد حل مسئله دانشجویان فنی و مهندسی است. فرضیه تحقیق، عبارت است از: «تدریس معادلات دیفرانسیل بر اساس رویکرد مدل‌سازی، عملکرد حل مسئله دانشجویان فنی و مهندسی را بهبود می‌بخشد».

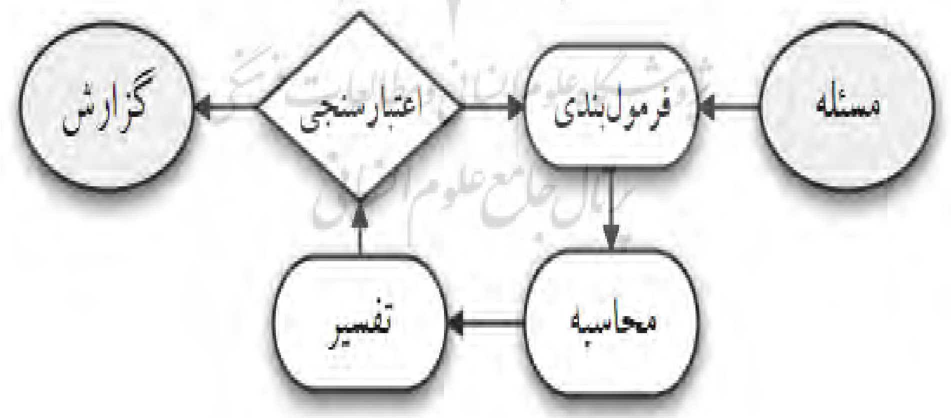
پیشینه پژوهش:

همان‌طور که پیش‌تر اشاره گردید، استفاده از مسائل کاربردی و مدل‌سازی نقش مهمی در آموزش و یادگیری ریاضیات دارند. در قرن نوزدهم متخصصین شناخته شده در زمینه آموزش ریاضی به‌صورت جدی خواستار گنجاندن مسئله‌های زمینه‌مدار در آموزش ریاضیات، به خصوص در مدارس ابتدایی و در سطح وسیع شدند (Kaiser, 2020). در آغاز قرن بیستم Felix Klein به‌عنوان اولین رئیس کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی (ICMI[1])، در قالب برنامه درسی موسوم به Meran[2]، لزوم گنجاندن برنامه‌های کاربردی و مدل‌سازی در آموزش ریاضیات را برای کودکان مستعد و دارای فراگیری بالا مطرح کرد؛ هرچند او معتقد به ایجاد یک توازن مناسب بین مسائل کاربردی و ریاضیات محض نیز بود (Kaiser, 2020). تقاضا برای تدریس ریاضیات به روشی مبتنی بر رویکرد کاربردی بار دیگر در سال ۱۹۶۸ با سمپوزیوم معروف «چرا باید ریاضیات را به گونه‌ای مفید تدریس کنیم» مطرح گردید؛ با وجود کثرت مطالعات در زمینه نقش مدل‌سازی در آموزش ریاضی، بحث‌های مطرح شده به یک شیوه استدلال که اجماع همه محققین را در برداشته باشد، نیانجامیده است (Kaiser, 2020). همچنین (Kaiser-Meßmer, 1986) مدل‌سازی ریاضی را از نظر تاریخی به دو دیدگاه کليِ عمل‌گرا[3] و علمی-انسان‌گرا[4] طبقه‌بندی کرده است. دیدگاه اول که توسط Pollak در سال ۱۹۶۸ مطرح گردید،

1. International Commission on Mathematical Instruction
2. Meran Curriculum Reform
3. Pragmatic
4. Scientific-Humanistic

بر توانمند کردن دانش‌آموزان در به کار بردن ریاضیات جهت حل مسائل عملی و اهداف کاربردی تمرکز داشت و دیدگاه دوم که توسط Freudenthal در سال ۱۹۷۳ پایه‌گذاری شد و امروزه به نام آموزش ریاضی واقعیت‌مدار (RME[1]) شناخته می‌شود، بیشتر گرایش دارد تا ریاضیات را به‌عنوان یک علم که هدف آن توسعه آرمان‌های انسانیِ آموزش و پرورش در کنار تمرکز بر توانایی فراگیران در ایجاد رابطه بین ریاضیات و واقعیت است، معرفی کند. (Kaiser-Meßmer, (1986) و (Blum, 1996) اهداف مدل‌سازی ریاضی را در چهار حوزه مختلف طبقه‌بندی نمودند: (۱) اهداف پداگوژیکی شامل انتقال توانایی‌هایی که محصلین را قادر می‌سازد تا جنبه‌های اصلی جهان پیرامون را به شیوه‌ای بهتر درک کنند؛ (۲) اهداف روان‌شناختی بر پایه تقویت و بهبود انگیزه و نگرش فراگیران نسبت به درک مفاهیم ریاضیات؛ (۳) اهداف مرتبط با موضوع، شامل ساختاربندی فرایندهای یادگیری، معرفی مفاهیم و روش‌های جدید ریاضی در قالب تصویرسازی آن‌ها؛ (۴) اهداف علمی بر پایه ارائه تصویری واقع‌گرایانه از ریاضیات به‌عنوان علم و ایجاد بینشی نسبت به تحولات تاریخی مابین حوزه‌های ریاضی و فرا ریاضی.

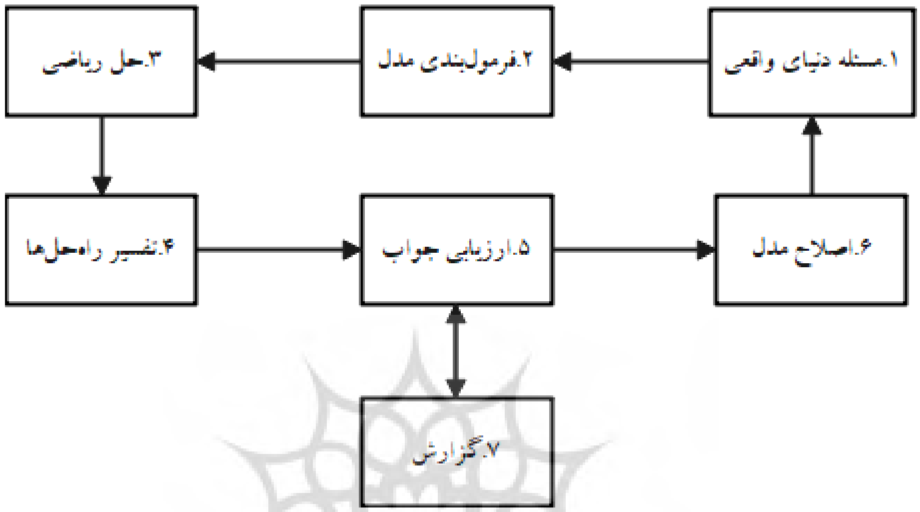
متناظر با دیدگاه‌های مختلف در مورد مدل‌سازی ریاضی، چرخه‌های مدل‌سازی مختلفی با تأکید بر اهداف خاص معرفی گردیده است که عمدتاً برای تحقق اهداف ریاضی، فعالیت‌های تحقیقاتی یا استفاده در کلاس‌های درس طراحی شده‌اند (Borromeo Ferri, 2006). در یک چرخه مدل‌سازی متداول مانند آن‌چه در گزارش CCSSM (شکل ۱) بدان اشاره شده است، شخص صرفاً پس از یک گام از مرحله مسئله دنیای واقعی به مرحله فرمول‌بندی می‌رسد. در نتیجه کلیه ابزار تفکر مشاهداتی و ترجمه به زبان ریاضی در همین یک گام خلاصه می‌شود (Cai et al., 2014).



شکل ۱. چرخه مدل‌سازی در گزارش CCSSM (2010)

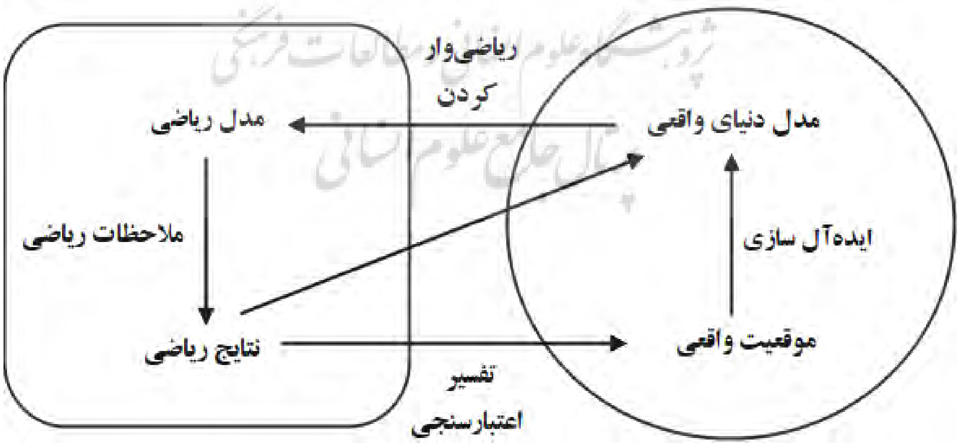
1. Realistic Mathematics Education

(Berry & Davies, 1996) نمایش چرخه مدل‌سازی (شکل ۲) را بر اساس آموزش مقدماتی مهندسی توسعه دادند. چنانچه مشاهده می‌شود «گزارش کردن» جایگاه ویژه و صریحی در این چرخه دارد.



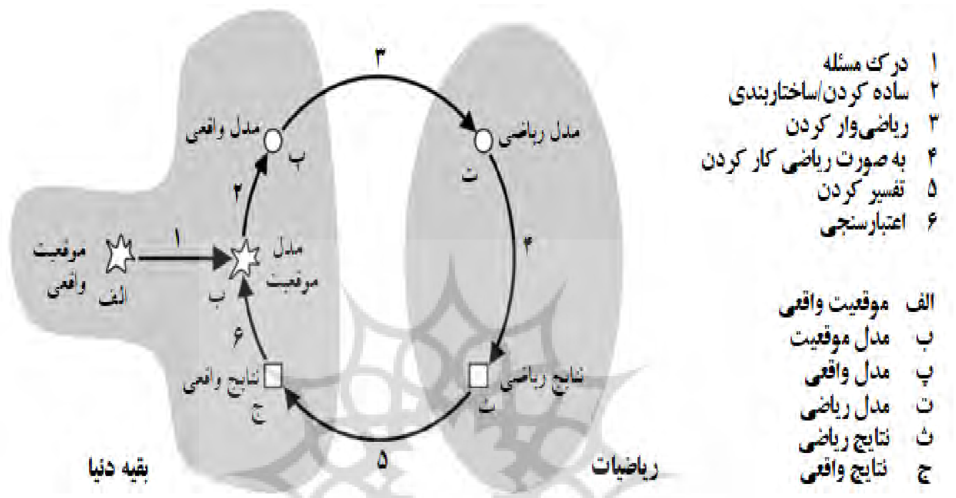
شکل ۲. چرخه مدل‌سازی Berry & Davies (1996)

چرخه مدل‌سازی که توسط (Kaiser-Meßmer, 1986) و (Blum, 1996) ایجاد شد (شکل ۳)، در میان دیگر چرخه‌ها بر اساس کار (Pollak, 1968) تنظیم شده است و به‌عنوان الگو برای بسیاری از رویکردهای مشابه عمل می‌کند و بر اساس تحقیق روان‌شناختی بر روی رفتار دانش‌آموزان پایه‌گذاری شده است (Kaiser, 2020).



شکل ۳. چرخه مدل‌سازی Kaiser-Meßmer (1986) و Blum (1996)

دیدگاه‌هایی که تحلیل‌های شناختی را در اولویت قرار می‌دهند شامل یک مرحله اضافی دیگر در فرآیند مدل‌سازی، یعنی «درک موقعیت» نیز هستند. دانش‌آموزان ابتدا یک مدل موقعیت ایجاد می‌کنند که سپس به مدل واقعی ترجمه می‌شود. در چرخه معروف (Blum & Leiß, 2007) فعالیت‌های مدل‌سازی به شکل زیر توصیف شده‌اند:



شکل ۴. چرخه مدل‌سازی (Blum & Leiß, 2007)

در این چرخه موقعیت (مسئله) واقعی (الف) در دنیای واقعی رخ می‌دهد. فعالیتی که برای درک مسئله (۱) انجام می‌شود، یک مدل موقعیت (ب) (یک مدل مفهومی) در ذهن مدل‌ساز ایجاد می‌کند. در گام ساده‌سازی/ساختاربندی (۲) شناسایی، معرفی و تعیین متغیرها و شرایط صورت می‌گیرد که در نتیجه آن مدل واقعی(پ) مشخص می‌شود. از طریق ریاضی (۳) مدل‌ساز، مدل واقعی را به‌صورت ریاضی نشان می‌دهد. مدل ریاضی (ت) بیانی از روابط بین متغیرهای کلیدی در ریاضیات رسمی است. کار ریاضی (۴) یا انجام تجزیه و تحلیل، نتایج ریاضی (ث) را تولید می‌کند که سپس می‌توان این نتایج را برحسب مدل واقعی برای به دست آوردن نتایج واقعی (ج) تفسیر (۵) کرد. سپس این نتایج در مدل موقعیت (ب) بررسی و اعتبارسنجی (۶) می‌شوند (Czocher, 2017b). در تحقیق حاضر، چرخه مدل‌سازی Blum & Leiß (شکل ۴) چارچوب مفهومی پژوهش را تشکیل می‌دهد. این چرخه مدل‌سازی به این دلیل انتخاب شده است که در آن مشکلات شناختی دانشجویان در هر مرحله قابل شناسایی است.

نخستین تلاش‌ها در زمینه دیدگاه‌های شناختی در مورد یادگیری دانشجویان از طریق مدل‌سازیِ مسائل ریاضی و در نتیجه بررسی توانمندی‌های مدل‌سازی حدود چهل سال پیش توسط Treilibs et al. (1980) صورت پذیرفت که طی آن این محققین با فیلم‌برداری فرآیندهای مدل‌سازیِ گروه‌هایی از دانشجویان دانشگاه رفتار مدل‌سازی آن‌ها را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. فعالیت این محققین عمدتاً بر مشخص کردن چگونگی ساخت مدل توسط دانشجویان و در نتیجه «مرحله فرمول‌بندی» تمرکز داشت و فرآیند ساخت یک مدل را در قالب فلوچارت‌هایی که طی آن مراحل گوناگون مدل‌سازی افراد به‌صورت گرافیکی نمایش داده می‌شد، به تصویر کشیدند. یکی از نتایج محوری که این مطالعات آشکار ساخت این بود که ساختن یک مدل فعالیت پیچیده‌ای برای دانشجویان است و به طریق مشابه برقراری ارتباط با دانشجویان نیز برای اساتید دانشگاه در هنگام ارائه دروس آسان نیست (Cai et al., 2014). (Galbraith & Stillman, 2006) نیز بر جنبه‌های شناختی تأکید کردند. آن‌ها سعی کردند «انسداد»هایی را که دانش‌آموزان هنگام مدل‌سازی تجربه می‌کنند، شناسایی کنند و خاطرنشان کردند که فرآیند کلی مدل‌سازی به‌صورت چرخه‌ای است تا خطی. آخرین تحقیقات آن‌ها نقش مهم فعالیت‌های فراشناختی را در حین مدل‌سازی نشان می‌دهد، همان‌طور که تحقیقات (Mousoulides & Sriraman, 2008) نیز مؤید این مطلب است.

یکی از مشکلات یادگیری دانشجویان از عدم درک صحیح مفاهیم پایه‌ای ریاضی نشأت می‌گیرد؛ این امر به خصوص در مورد مفاهیمی که در درس معادلات دیفرانسیل پرکاربرد است نظیر نرخ، آهنگ تغییرات و مفهوم مشتق نمود بیشتری پیدا می‌کند (Rowland & Jovanoski, 2004). معضل دیگری که برای دانشجویان در درس معادلات دیفرانسیل وجود دارد این است که به جای روبرو شدن با معادلاتی که جواب آن‌ها به‌صورت عددی است، با مسائلی مواجه می‌گردند که جواب آن‌ها در قالب توابع ریاضی به دست می‌آیند (Kwon, 2020). به‌عنوان نمونه، (Rasmussen, 2001) گزارش می‌کند که درک مفهوم یک جواب برای یک معادله دیفرانسیل ممکن است برای دانشجویان دشوار باشد، زیرا عادت کرده‌اند که جواب معادلات به‌صورت مقادیر عددی و نه به فرم مجموعه‌ای از توابع به دست آید. به اعتقاد (Arslan, 2010) دانشجویان حتی در دروسی که روش‌های تصویری و درک کیفی مسائل مورد تأکید است، روش‌های جبری را به راه‌حل‌های تصویری ترجیح می‌دهند. بسیاری از محققان اذعان دارند که برای بیشتر دانشجویان ارتباط بین معادلات دیفرانسیل و جواب‌های آن به جای این‌که مفهومی باشد بیشتر به‌صورت رویه‌ای است؛ این یافته‌ها عمدتاً به موفقیت بیشتر دانشجویان در درک راه‌حل جبری مسائل در مقابل درک مفهومی معادلات دیفرانسیل اشاره می‌کنند (Kwon, 2020). (Keene, 2007) به این نتیجه رسید که استدلال دانشجویان در مورد هر دو جواب کیفی و کمی برای

حل معادلات دیفرانسیل، در صورت استفاده از شیوه «اصلاح‌گرا»[1] موفقیت‌آمیز است. وی هم‌چنین اصطلاح «استدلال پویا»[2] را به‌عنوان راهی برای ساختارمند کردن جواب‌ها پیشنهاد نمود که در آن دانشجویان به استفاده از متغیر زمان به‌عنوان یک پارامتر دینامیکی در هماهنگی با سایر کمیت‌ها در درک و حل مسائل تشویق می‌شوند (Kwon, 2020).

محققین دریافته‌اند که در هنگام استفاده از شیوه‌های سنتی آموزش سخنرانی-محور[3]، مشکل اصلی وجود یک شکاف قابل توجه میان آن چیزی است که مدرس آموزش می‌دهد و آن‌چه در عمل دانشجو فرا می‌گیرد. رویکرد مبتنی بر جستجو و تحقیق[4] ارائه شده توسط (Rasmussen et al., 2006) برای حل معادلات دیفرانسیل را می‌توان یک نمونه بارز از آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در سیستم‌های مبتنی بر برنامه درسی قلمداد کرد (Van den Heuvel & Drijvers, 2020). در این رویکرد پیشنهاد شده برای تدریس معادلات دیفرانسیل، با درگیر کردن دانشجویان در بحث‌های ریاضی، وادار کردن آنان به ارائه حدس و پیگیری مطلب، توضیح و توجیه نحوه تفکرشان در مورد مسئله، مفاهیم جدید ریاضی آموزش داده می‌شود (Kwon, 2020). رویکرد مذکور بر سه پایه استوار است: (۱) درگیر شدن عمیق‌تر با مفاهیم ریاضی (۲) همکاری متقابل بین دانشجویان (۳) آشنایی مدرس با نحوه تفکر دانشجویان (Dorier & Maass, 2020). در این راستا (Rasmussen et al., 2006) به این نتیجه رسیدند که گروهی که در آن آموزش به روش مبتنی بر جستجو و تحقیق مورد استفاده قرار گرفته، عملکرد بهتری نسبت به گروه کنترل از خود نشان می‌دهد. به طریق مشابه (Kwon et al., 2005) یک سال پس از سپری شدن دوره آموزش، تأثیر ماندگاری دانش مفهومی و رویه‌ای را بر روی گروهی از دانشجویان بررسی کردند؛ و به این نتیجه رسیدند که شیوه مبتنی بر جستجو و تحقیق دانشجویان را قادر می‌سازد که ضمن استفاده همزمان از استراتژی‌های مختلف، اهمیت یکسانی برای همه روش‌ها (از جمله روش‌های جبری و ترسیمی) قائل باشند. برخی دیگر از محققین نظیر (Barquero et al., 2016) در چارچوب نظریه انسان‌شناسی تعلیم و تربیت (ATD[5]) (رجوع کنید به Chevallard & Bosch, 2020) یک روش جدید بر پایه شیوه‌های آموزشی مبتنی بر جستجو و تحقیق و انتقال مفاهیم از طریق مدل‌سازی رشد و زوال جمعیت را هم با استفاده از روش‌های مرسوم در معادلات دیفرانسیل و هم در قالب حل آن‌ها با دنباله‌ها پیشنهاد نمودند. (Czocher, 2017a) دو رویکرد آموزشی در درس معادلات دیفرانسیل را برای دانشجویان کارشناسی مهندسی بررسی کرد.

1. Reform-Oriented
2. Dynamic Reasoning
3. Lecture-Based
4. Inquiry-Oriented
5. Anthropological Theory of the Didactic

یکی از کلاس‌ها بر تکنیک‌های مرسوم برای حل معادلات دیفرانسیل کانونیک تمرکز داشت. کلاس دیگر بر اصول مدل‌سازی برای استخراج و تفسیر معادلات دیفرانسیل کانونیک به‌عنوان مدل‌هایی از پدیده‌های دنیای واقعی تأکید داشت. نتایج این تحقیق نشان داد که دیدگاه مدل‌سازی در آموزش معادلات دیفرانسیل به یادگیری دانشجویان کمک می‌کند. اما تاکنون تحقیقی که طی آن معادلات دیفرانسیل منحصراً به روش مدل‌سازی معرفی و آموزش داده شود، صورت نپذیرفته است. در این پژوهش معادلات دیفرانسیل مرتبه اول تفکیک‌پذیر، خطی و همگن در خلال چرخه مدل‌سازی آموزش داده شد و تأثیر آن در عملکرد حل مسئله دانشجویان به لحاظ آماری مورد بررسی قرار گرفت.

روش‌شناسی پژوهش:

در این پژوهش به کلیه ایده‌ها و آثار مورد استفاده، استناد شده است. اسامی دانشجویان شرکت‌کننده در تحقیق اعلام نشده و محفوظ است؛ لذا حریم خصوصی افراد در نظر گرفته شده است. اوراق امتحانی در بایگانی بخش امتحانات دانشکده موجود است؛ بنابراین، اصل صداقت در ارائه داده‌ها رعایت شده است. تحقیق حاضر به روش کمی انجام شده است و در آن تدریس معادلات دیفرانسیل بر اساس رویکرد مدل‌سازی در مقابل تدریس سنتی مورد مقایسه قرار گرفته است. این پژوهش بر اساس روش معرفی شده توسط (Gall et al., 1996) ، به روش شبه‌آزمایشی و بر اساس طرح پیش‌آزمون-پس‌آزمون با گروه کنترل انجام پذیرفته است. فرضیه تحقیق عبارت است از: «تدریس معادلات دیفرانسیل بر اساس رویکرد مدل‌سازی عملکرد حل مسئله دانشجویان را بهبود می‌بخشد». جامعه آماری تحقیق شامل ۱۲۲۵دانشجوی مقطع کارشناسی دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی در نیم‌سال دوم سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹، و نمونه آماری در دسترس و شامل دو گروه آزمایش و کنترل (هر یک متشکل از ۳۳ دانشجو) بود. آزمودنی‌ها در پژوهش دانشجویان رشته‌های مختلف مهندسی بودند که به‌صورت تصادفی واحد درسی را انتخاب کرده بودند. فرآیند انجام این تحقیق طی ۶ هفته صورت گرفت و هر هفته یک جلسه با مدت زمان ۱۴۵ دقیقه (با احتساب ۱۵ دقیقه تنفس) برگزار گردید. سه مبحث معادلات دیفرانسیل مرتبه اول تفکیک‌پذیر، خطی و همگن در گروه آزمایش بر اساس رویکرد مدل‌سازی و در گروه کنترل به روش سنتی، و سایر مباحث درس به روش سنتی در هر دو گروه تدریس شد. از هر دو گروه پیش‌آزمون و پس‌آزمون مدل‌سازی به عمل آمد که برای هر یک ۴ سؤال با مدت زمان پاسخگویی حدود ۶۰ دقیقه در نظر گرفته شد. برای آزمون پایان‌ترم ۸ سؤال طراحی شد و آزمون بین دو گروه به‌صورت مشترک با مدت زمان ۱۲۰ دقیقه برگزار گردید. پاسخ‌های دانشجویان در آزمون پایان‌ترم ابتدا با توجه به رویکرد راه‌حلی که اتخاذ کرده بودند، تجزیه و تحلیل شد. سپس، هر راه‌حل به تعدادی از مراحل تقسیم شد.

به‌عنوان مثال، یک مرحله در حل یک معادله دیفرانسیل با روش جداسازی مستلزم تفکیک معادله است و یک مرحله دیگر از این روش مستلزم محاسبه انتگرال است. به هر مرحله از پاسخ دانشجو مقدار یک (درست) یا صفر (نادرست) اختصاص داده شد. پاسخ‌ها به گونه‌ای درجه‌بندی شدند که اگر دانشجو در مرحله‌ای اشتباه کرد، در مرحله بعدی تأثیرگذار نباشد. این تصمیم از ترکیب اشتباهات جزئی (یعنی اشتباهات محاسباتی) جلوگیری کرد به‌طوری‌که به جای جدول‌بندی پاسخ‌های اشتباه، تمرکز بر کار دانشجویان در هر یک از مراحل بود. تعداد مراحل مسائل مختلف، متفاوت بود؛ اما امتیازدهی به هر مرحله به گونه‌ای انجام گرفت که برای هر سؤال ۱۲/۵ امتیاز در نظر گرفته شود تا سؤالات وزن یکسانی در نمره کل داشته باشند.

به دلیل تدریس به شیوه مجازی در دوران شیوع پاندمی کووید و به‌منظور حذف تأثیر تقلب، نحوه پاسخگویی دانشجویان به امتحان شفاهی نیز در نمرات نهایی لحاظ گردید. هم‌چنین به‌منظور بررسی دقیق‌تر، کلاس‌های درس و آزمون‌های شفاهی ضبط شدند. نتایج از لحاظ آماری به روش ANOVA و با بهره‌گیری از نسخه ۲۶ نرم‌افزار SPSS مورد آزمون قرار گرفت و میانگین نمرات دو گروه در هر یک از آزمون‌ها مقایسه گردید. از آن‌جایی که معادلات دیفرانسیل به شدت به درک دانشجو از ریاضی عمومی وابسته است، برای حذف اثر متغیر مداخله‌گر[1] آزمونی جهت ارزیابی معلومات دانشجویان از ریاضی عمومی طراحی و در ابتدای جلسه اول برگزار شد. ترکیبی از نمرات آزمون تعیین سطح ریاضی عمومی و پیش‌آزمون به‌عنوان متغیر مداخله‌گر در روش تحلیل آماری ANCOVA در نظر گرفته شد و درستی فرضیه تحقیق با این روش بررسی گردید.

تأیید روایی آزمون‌ها با استناد به نظر خبرگان و اساتید دانشگاه انجام گردید. پایایی آزمون‌ها به روش دو نیمه کردن و با استفاده از نرم‌افزار SPSS و با به دست آوردن ضریب گاتمن ۰/۷۸ مورد تأیید قرار گرفت. هم‌چنین فرض نرمال بودن داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار Minitab با برازش توزیع‌های آماری بررسی و تأیید گردید. پراکنش داده‌ها نیز به کمک نرم‌افزار R ترسیم و مورد مقایسه قرار گرفت. مثال‌ها و تکالیف مدل‌سازی از کتاب‌های Boyce & DiPrima، Simmons و Lucas انتخاب شدند. به‌منظور درگیر کردن دانشجویان با فرآیند مدل‌سازی، در طول دوره آموزش ۵ تکلیف طراحی شد که به تدریج در طول پنج هفته به دانشجویان ارائه گردید. تکالیف اول و دوم شامل ۲ مسئله از مبحث معادلات دیفرانسیل مرتبه اول تفکیک‌پذیر و تکالیف سوم، چهارم و پنجم هر یک شامل ۳ مسئله از کل مباحث ذکر شده تعیین گردید.

1. Covariate

در جلسه اول میزان درک دانشجویان هر دو گروه از تابع، مشتق، دیفرانسیل و انتگرال از طریق پرسش و پاسخ و آزمون تعیین سطح ارزیابی شد و مفاهیم مشتق و دیفرانسیل تابع از نقطه‌نظر هندسی و فیزیکی مورد بحث قرار گرفت و در انتهای جلسه پیش‌آزمون مدل‌سازی برگزار گردید. چنانچه اشاره شد، به‌منظور شناسایی مشکلات شناختی دانشجویان از چرخه مدل‌سازی Blum & Leiß (شکل ۴) به‌عنوان چارچوب مفهومی پژوهش استفاده شد. لذا در گروه آزمایش، در جلسه دوم ابتدا ساختار این چرخه و مراحل آن برای دانشجویان تشریح شد و نحوه تشکیل مدل با مشارکت دانشجویان طی یک مسئله مدل‌سازی مورد بررسی قرار گرفت. در مرحله «درک مسئله» از دانشجویان خواسته شد تا موقعیت مسئله را تشریح و هدف مسئله را تعیین کنند. در این مرحله دانشجویان می‌بایست مفهوم مشتق را از عبارتی از متن مسئله که شامل کلماتی از قبیل نرخ، آهنگ رشد و زوال یا افزایش و کاهش بود استخراج کنند. در مرحله «ساده‌سازی/ساختاربندی» دانشجویان می‌بایست کمیت‌های موجود در مسئله را در قالب متغیر مستقل، تابع، پارامترها و مقادیر ثابت (مانند ضریب تناسب) و مفروضات داده شده (مانند دمای اولیه و ثانویه، غلظت اولیه و نهایی و ...) شناسایی کنند و رابطه بین متغیرها را تشریح و قوانین حاکم بر مسئله (مانند قوانین فیزیکی) را تعیین کنند و سپس از میان این عوامل آن‌هایی را که تأثیر جزئی و قابل اغماض دارند، حذف کنند. در مرحله «ریاضی‌وار کردن» (به تعبیر Freudenthal ریاضیات افقی) دانشجویان موظف بودند ابتدا متغیرها و پارامترها را نام‌گذاری کرده و سپس از طریق ترجمه رابطه بین متغیرهای وابسته و مستقل و مشتق تابع به زبان ریاضی به تشکیل معادله دیفرانسیل بپردازند؛ و چنانچه قاعده خاصی بر مسئله حاکم باشد، آن را نیز به‌صورت ریاضی بنویسند. در مرحله «به‌صورت ریاضی کار کردن» (به تعبیر Freudenthal ریاضیات عمودی) نحوه حل معادله دیفرانسیل تفکیک‌پذیر آموزش داده شد و بر کنترل واحدهای اندازه‌گیری و به کار بردن شرایط داده شده مسئله برای تعیین پارامترها و مقادیر ثابت (مانند مقادیر ثابت حاصل از انتگرال‌گیری و حل معادله دیفرانسیل) تأکید شد. در مرحله «تفسیر کردن» از دانشجویان خواسته شد تا حل ریاضی به‌دست آمده را در موقعیت دنیای واقعی تفسیر کنند و بررسی کنند که تا چه اندازه جواب مسئله با واقعیت سازگاری دارد. در مرحله «اعتبارسنجی» دانشجویان نتایج به‌دست آمده را در موقعیت واقعی کنترل کردند و با بازبینی مسئله اشتباهات صورت گرفته احتمالی را اصلاح نمودند. مطابق این روند در جلسات سوم و چهارم معادلات دیفرانسیل خطی و در جلسات پنجم و ششم معادلات دیفرانسیل همگن در قالب مثال‌هایی از مسائل مدل‌سازی طبق چارچوب زیر مبتنی بر چرخه مدل‌سازی آموزش داده شد:

- تشکیل معادله کلامی که موقعیت مسئله را در قالب کلمات تشریح می‌کند؛
- تعیین اصول یا قوانین مرتبط مسئله؛ ترجمه معادله کلامی به زبان ریاضی و تشکیل معادله دیفرانسیل؛
- تعیین شرایط داده شده (شرایط اولیه و ...)؛
- حل معادله دیفرانسیل؛
- به دست آوردن ثابت‌ها (حاصل از حل معادله دیفرانسیل یا قوانین حاکم بر مسئله یا ...)؛
- تفسیر جواب به دست آمده در دنیای واقعی (معتبر بودن جواب) (Lucas, 1983).

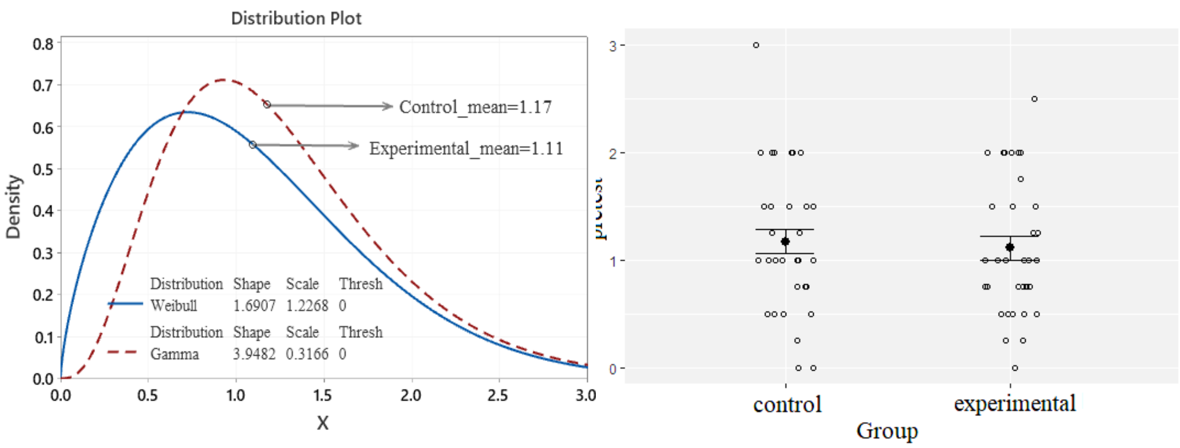
در جلسه ششم پس‌آزمون مدل‌سازی از هر دو گروه آزمایش و کنترل به عمل آمد. سپس سایر مباحث درس در هر دو گروه به شیوه سنتی تدریس گردید و آزمون پایان‌ترم در شرایط یکسان از دو گروه به عمل آمد.

یافته‌های پژوهش و تحلیل

چنانچه اشاره شد، دانش پیشین دانشجو از ریاضی عمومی تأثیر مستقیم و بسزایی در یادگیری معادلات دیفرانسیل دارد. لذا در پیش‌آزمون علاوه بر توانمندی‌های مدل‌سازی، سطح معلومات دانشجویان دو گروه در ریاضی عمومی نیز ارزیابی گردید که نتایج حاصله یکسان بودن دو گروه را در این موارد تأیید می‌کند. هم‌چنین علاوه بر عملکرد دو گروه در پس‌آزمون مدل‌سازی، عملکرد حل مسئله آنان نیز در آزمون پایان‌ترم مورد بررسی قرار گرفت؛ که نتایج به دست آمده مؤید تأثیر استفاده از رویکرد مدل‌سازی در بهبود عملکرد مدل‌سازی و حل مسئله دانشجویان است.

یافته‌های مربوط به پیش‌آزمون

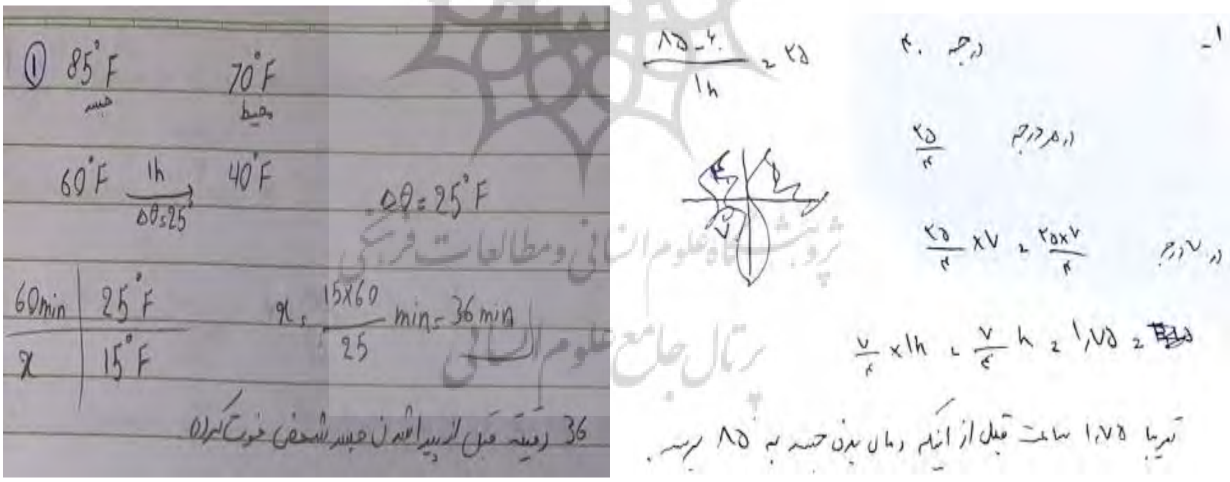
آزمون مدل‌سازی. تجزیه و تحلیل داده‌های پیش‌آزمون که بر اساس چرخه مدل‌سازی انجام گرفت، حاکی از یکسان بودن توانایی درک و عملکرد حل مسئله مدل‌سازی دانشجویان دو گروه است. در پیش‌آزمون تقریباً هیچ‌یک از دانشجویان دو گروه قادر به مدل کردن مسئله دنیای واقعی و در نتیجه حل مسائل نبودند و عملاً راه‌حلی هرچند ناقص از سوی هیچ یک از آنان ارائه نشد.



(ب) توزیع‌های آماری (الف) پراکنش داده‌ها

شکل ۵. مقایسه پیش‌آزمون مدل‌سازی دو گروه کنترل و آزمایش

همان‌گونه که در شکل ۵ مشاهده می‌شود میانگین و پراکنش نمرات هر دو گروه یکسان است و توزیع آماری برازش داده شده به دو نمونه، رفتاری کاملاً مشابه را نمایش می‌دهد.



(ب) گروه آزمایش (الف) گروه کنترل

شکل ۶. نمونه پاسخ دانشجویان به سؤال اول پیش‌آزمون

در شکل ۶ نمونه‌هایی از پاسخ دانشجویان دو گروه به سؤال اول پیش‌آزمون (پیوست ۱) دیده می‌شود. چنانچه ملاحظه می‌گردد دانشجویان توانایی برقرار کردن ارتباط بین مفاهیم فیزیکی و شرایط دنیای واقعی را با مفاهیم مجرد ریاضی مانند تابع و مشتق نداشتند و در ابتدا برخی از دانشجویان تلاش داشتند مسئله را به کمک تناسب حل کنند.

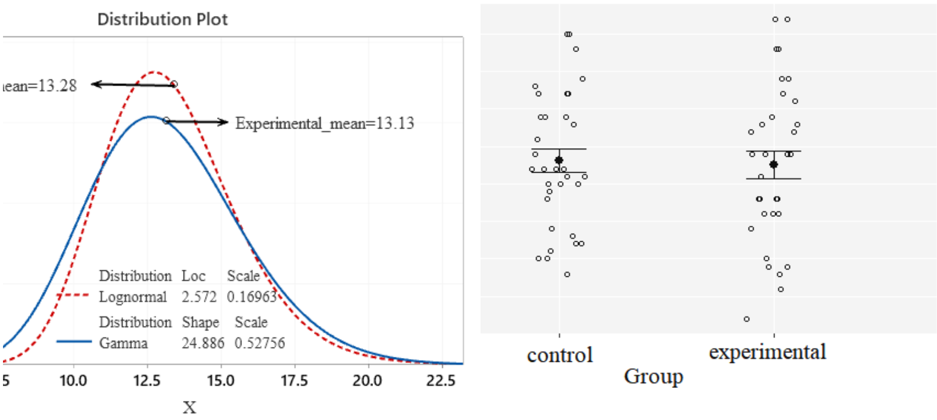
جدول ۱: نتایج تحلیل آماری آزمون پیش‌آزمون مدل‌سازی گروه‌های آزمایش و کنترل

جدول جمع‌بندی ANOVA (پیش‌آزمون مدل‌سازی)

	مجموع مربعات	df	میانگین مربعات	F	سطح معناداری
بین گروه‌ها	۰/۰۶۱	۱	۰/۰۶۱	۰/۱۴۱	۰/۷۰۸
درون گروه‌ها	۲۷/۴۴۷	۶۴	۰/۴۲۹		
مجموع	۲۷/۵۰۸	۶۵			

تحلیل آماری نتایج که به روش ANOVA انجام گرفت (جدول ۱) نشان می‌دهد که تفاوت معناداری بین میانگین‌های دو گروه وجود ندارد ((sig=0.708)) در این آزمون میانگین و انحراف معیار به ترتیب در گروه کنترل برابر ۱/۱۷ و۰/۶۷ در گروه آزمایش برابر ۱/۱۱ و ۰/۶۴ به دست آمد.

آزمون تعیین سطح ریاضی عمومی. نتایج آزمون تعیین سطح ریاضی عمومی که شامل ۶ سؤال از مباحث مشتق، دیفرانسیل و انتگرال بود و با مدت زمان ۶۰ دقیقه برگزار گردید، حاکی از درک یکسان دو گروه از مفاهیم پایه‌ای ریاضی عمومی است.



(الف) پراکنش داده‌ها (ب) توزیع‌های آماری

شکل ۷. مقایسه آزمون تعیین سطح ریاضی عمومی دو گروه آزمایش و کنترل

پراکنش داده‌ها و توزیع‌های آماری برازش داده شده به نتایج این آزمون (شکل ۷) به خوبی نشان می‌دهد که دانش پیشین دانشجویان دو گروه از حساب دیفرانسیل و انتگرال تقریباً یکسان است.

جدول ۲: نتایج تحلیل آماری آزمون تعیین سطح ریاضی عمومی گروه‌های آزمایش و کنترل

جدول جمع‌بندی **ANOVA** (آزمون تعیین سطح ریاضی عمومی)

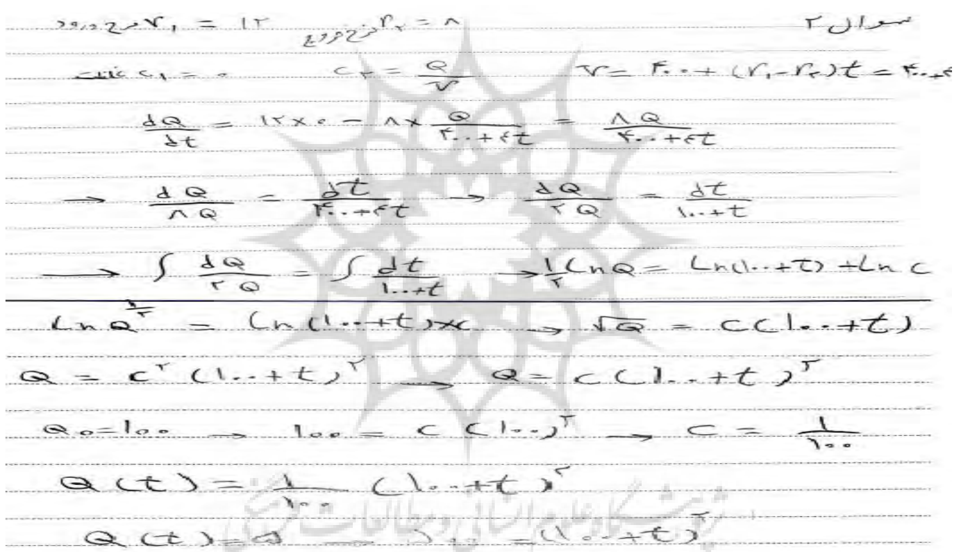
	مجموع مربعات	df	میانگین مربعات	F	سطح معناداری
بین گروه‌ها	۰/۳۷۹	۱	۰/۳۷۹	۰/۰۶۳	۰/۸۰۳
درون گروه‌ها	۳۸۵/۳۶۰	۶۴	۶/۰۲۱		
مجموع	۳۸۵/۷۳۹	۶۵			

تحلیل آماری نتایج این آزمون که به روش ANOVA انجام گرفت (جدول ۲) نیز نشان می‌دهد که تفاوت معناداری بین میانگین‌های دو گروه وجود ندارد (sig=0.803). در این آزمون میانگین و انحراف معیار به ترتیب در گروه کنترل برابر ۱۳/۲۸ و ۲/۲۶ و در گروه آزمایش برابر ۱۳/۱۳ و ۲/۶۳ به دست آمد. معنادار نبودن تفاوت نمرات پیش‌آزمون مدل‌سازی و آزمون ریاضی عمومی دانشجویان دو گروه آزمایش و کنترل (که هر دو را می‌توان به‌عنوان شاخصی از سواد پیشین دانشجویان در نظر گرفت)، حاکی از این مطلب است که پیشینه دانش ریاضی دانشجویان به‌عنوان متغیر مداخله‌گر تأثیر

چندانی در تحلیل آماری فرض برابری میانگین نمرات دو گروه پس از آموزش مدل‌سازی به گروه آزمایش ندارد. بنابراین می‌توان انتظار داشت که نتایج تحلیل آماری آزمون ANCOVA که در آن ترکیبی از نتایج پیش آزمون مدل‌سازی و آزمون ریاضی عمومی به‌عنوان متغیر مداخله‌گر تعریف شده است، با آزمون ANOVA یکسان باشد.

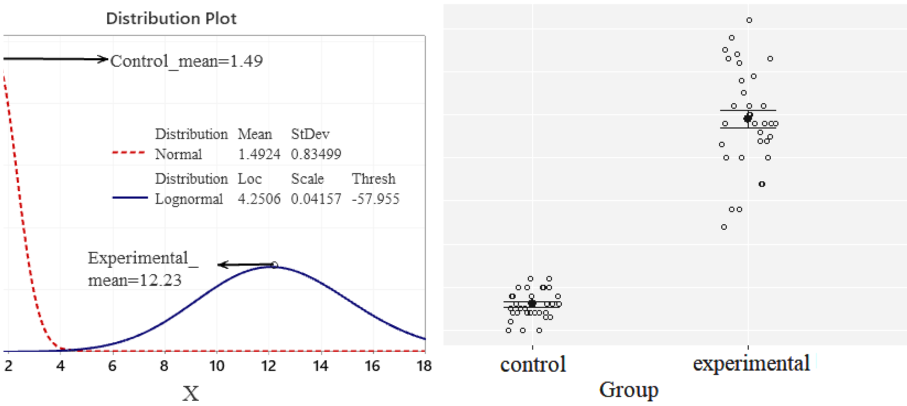
یافته‌های مربوط به پس‌آزمون

آزمون مدل‌سازی. سؤالات پس‌آزمون به لحاظ محتوا، سطح و تعداد همانند پیش‌آزمون طراحی گردید. تحلیل داده‌های آزمون نشان می‌دهد که توانمندی‌های شناختی مدل‌سازی دانشجویان در گروه آزمایش رشد قابل ملاحظه‌ای داشته است.



شکل ۸. نمونه پاسخ دانشجویان گروه آزمایش به سؤال دوم پس‌آزمون مدل‌سازی

در شکل ۸ نمونه‌ای از پاسخ دانشجویان در گروه آزمایش به سؤال دوم پس‌آزمون مدل‌سازی (پیوست ۲) دیده می‌شود. این در حالی است که دانشجویان گروه کنترل هم‌چنان قادر به پیاده‌سازی دانش خود از معادلات دیفرانسیل مرتبه اول به مسائل مدل‌سازی نبودند و هیچ تفاوت معناداری بین نتایج پیش‌آزمون و پس‌آزمون مدل‌سازی در این گروه دیده نمی‌شود.



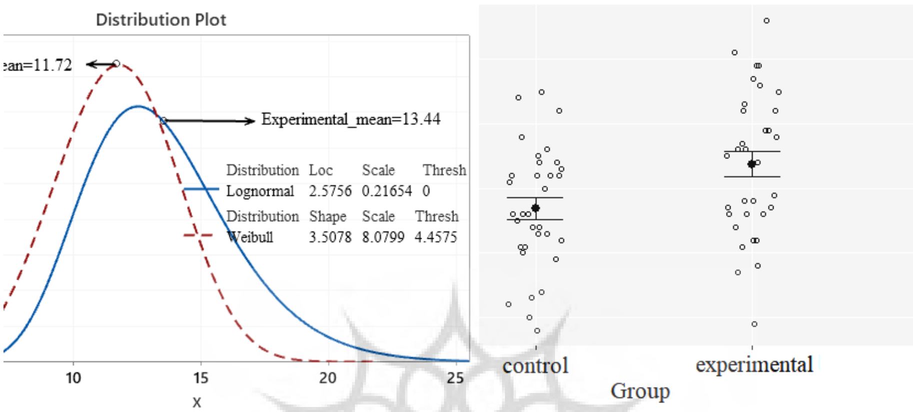
(الف) پراکنش داده‌ها **(ب) توزیع‌های آماری**

شکل ۹. مقایسه پس‌آزمون مدل‌سازی دو گروه کنترل و آزمایش

پراکنش داده‌ها و توزیع‌های آماری برازش داده شده به نتایج این آزمون (شکل ۹) نشان می‌دهد که دانشجویان گروه کنترل با وجود یادگیری تکنیک‌های مرسوم حل معادلات دیفرانسیل هم‌چنان درک مفهومی از مسائل کاربردی ندارند و نمی‌توانند میان مسائل دنیای واقعی و مفاهیم مجرد ریاضی تدریس شده ارتباط برقرار نمایند. در مقابل، دانشجویان گروه آزمایش با تلفیقی از درک مفهومی و رویه‌ای، توانایی مدل کردن و تحلیل مسائل دنیای واقعی و ایجاد ارتباط بین مفاهیم فیزیکی و مفاهیم مجرد ریاضی را کسب کرده‌اند.

تفاوت آشکار بین میانگین نمرات دو گروه در پس‌آزمون همان‌گونه که در شکل ۹ قابل ملاحظه است، به این معناست که فرض برابری میانگین دو گروه به‌صورت بدیهی با انتخاب هر سطح معناداری رد می‌شود (بنابراین نیازی به استفاده از روش‌های تحلیل آماری برای رد فرضیه وجود ندارد). هر چند این تفاوت معنادار تأثیر آموزش مدل‌سازی را در بهبود توانمندی‌های شناختی دانشجویان از مسائل دنیای واقعیت به خوبی تأیید می‌کند، در شرایط کلی‌تر به‌منظور ارزیابی تأثیر رویکرد مدل‌سازی در بالا بردن عملکرد حل مسئله و میزان بهبود برقراری ارتباط با مفاهیم پایه‌ای درس معادلات دیفرانسیل توسط دانشجویان، لازم است شرایط آزمون برای هر دو گروه به‌صورت مساوی در نظر گرفته شود. از این رو، در آزمون پایان‌ترم سؤالات به‌گونه‌ای طراحی گردید که میزان توانمندی عملکرد حل مسئله دانشجویان دو گروه در شرایط یکسان سنجش شود.

آزمون پایان‌ترم. برای حذف اثر متغیر مداخله‌گر (نمرات آزمون تعیین سطح ریاضی عمومی و پیش‌آزمون مدل‌سازی) تحلیل داده‌ها به روش ANCOVA انجام گردید. میانگین و انحراف معیار به ترتیب در گروه کنترل برابر ۱۱/۷۲ و ۲/۳۷ و در گروه آزمایش برابر ۱۳/۴۴ و ۲/۸۲ بود.



(ب) توزیع‌های آماری　　　　(الف) پراکنش داده‌ها

شکل ۱۰. مقایسه آزمون پایان‌ترم دو گروه کنترل و آزمایش

پراکنش داده‌ها و توزیع‌های آماری برازش داده شده به نتایج حاصل از این آزمون (شکل ۱۰) نشان می‌دهد که گروه آزمایش عملکرد بهتری در حل مسائل از خود نشان داده‌اند.

جدول ۳: نتایج تحلیل آماری آزمون پایان‌ترم گروه‌های آزمایش و کنترل به روش ANCOVA

جدول جمع‌بندی ANCOVA (آزمون پایان‌ترم)

منبع	مجموع مربعات نوع III	df	میانگین مربعات	F	سطح معناداری	اندازه اثر (η^2 جزئی)	توان مشاهده شده
ریاضی عمومی	۲۲۰/۲۷۵	۱	۲۲۰/۲۷۵	۶۵/۱۶۷	۰/۰۰۰	۰/۵۰۸	۱/۰۰۰
گروه	۵۵/۴۵۹	۱	۵۵/۴۵۹	۱۶/۴۰۷	۰/۰۰۰	۰/۲۰۷	۰/۹۷۹
خطا	۲۱۲/۹۴۹	۶۳	۳/۳۸۰				
مجموع اصلاح شده	۴۸۲/۰۲۰	۶۵					

تحلیل آماری نتایج به روش ANCOVA نیز حاکی از آن است که فرض H0 یعنی برابری میانگین‌های دو گروه در این آزمون نیز رد می‌شود (sig<0.001) و میانگین گروه آزمایش به‌صورت معناداری از میانگین گروه کنترل بیشتر است (جدول ۳).

نتیجه‌گیری

این مطالعه با هدف بررسی تأثیر به‌کارگیری رویکرد مدل‌سازی در تدریس معادلات دیفرانسیل، در مقایسه با شیوه سنتی انجام شد. به این منظور، با اتخاذ دو رویکرد مدل‌سازی و سنتی به ترتیب در گروه‌های آزمایش و کنترل، عملکرد دانشجویان مهندسی مورد بررسی قرار گرفت. بررسی عملکرد مدل‌سازی و حل مسئله دانشجویان در گروه آزمایش نشان می‌دهد که دانشجویان قابلیت تعمیم مدل‌سازی یک مسئله خاص از دنیای واقعی که دربردارنده مفاهیم مشتق و دیفرانسیل باشد به موقعیت‌های کلی‌تر در سایر رشته‌های علوم مهندسی را کسب کرده‌اند. از سوی دیگر نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از رویکرد مدل‌سازی ضمن افزایش توانمندی انتقال مفاهیم دنیای واقعی به مفاهیم ریاضی و مدل کردن مسائل فیزیکی، به‌طورکلی عملکرد حل مسئله دانشجویان در درس معادلات دیفرانسیل را نیز بهبود می‌بخشد. در مقابل یافته‌های این تحقیق نشان داد که در تدریس معادلات دیفرانسیل با رویکرد سنتی، دانشجو قادر به انتقال دانش خود از این درس به حوزه‌های کاربردی و مسائل دنیای واقعی نیست.

پژوهش حاضر نتیجه‌گیری‌ها و توصیه‌های محققین قبلی از جمله (Rasmussen et al., 2009) را مبنی بر استفاده از طرح آموزشی واقعیت‌مدار در درگیر کردن دانشجویان با مسائلی که از لحاظ محتوا به هم مرتبط باشند (نظیر مسائلی که در بردارنده مفاهیم پایه‌ای ریاضی و فیزیکی همچون مشتق، نرخ، آهنگ رشد و زوال و ... باشند) تأیید می‌کند. هم‌چنین این تحقیق مدل‌ها را به‌عنوان پلی برای برقراری ارتباط بین ریاضیات غیررسمی مبتنی بر محتوا و ریاضیات رسمی معرفی می‌کنند؛ که مؤید پژوهش (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2020) است، که طی آن نشان دادند که به‌منظور محقق کردن این ارتباط، رویکرد مدل‌سازی باید از «مدل کردن یک موقعیت خاص» به «مدل کردن برای همه موقعیت‌های مشابه» تغییر کند. نتایج این پژوهش هم‌راستا با کارهای قبلی محققین از جمله (Czocher, 2017a) است که مدل‌سازی را یک رویکرد آموزشی مناسب برای رفع موانع شناختی و نیز تحقق نخستین هدف آموزش دروس ریاضی پایه برای رشته‌های مهندسی می‌داند که همانا آماده کردن دانشجویان برای استفاده از ریاضیات به‌منظور استدلال کردن در درس‌های تخصصی مرتبط با رشته خودشان است. بنابراین، گنجاندن کاربردها و مسائل مدل‌سازی در دروس پایه ریاضی مانند معادلات دیفرانسیل، می‌تواند موجب تسهیل یادگیری مفهومی در کنار یادگیری

رویه‌ای باشد، که برای رشته‌های مهندسی بسیار مناسب است. لذا، یافته‌های این تحقیق می‌تواند در تنظیم و بازنگری سرفصل‌های درس معادلات دیفرانسیل مورد استفاده قرار گیرد.

ملاحظات اخلاقی

در جریان اجرای این پژوهش و تهیه مقاله کلیه قوانین کشوری و اصول اخلاق حرفه‌ای مرتبط با موضوع پژوهش از جمله رعایت حقوق آزمودنی‌ها، سازمان‌ها و نهادها و نیز مؤلفین و مصنفین رعایت شده است. پیروی از اصول اخلاق پژوهش در مطالعه حاضر رعایت شده و فرم‌های رضایت‌نامه آگاهانه توسط تمامی آزمودنی‌ها تکمیل شد.

حامی مالی

هزینه‌های مطالعه حاضر توسط نویسندگان مقاله تأمین شد.

تعارض منافع

بنابر اظهار نویسندگان مقاله حاضر فاقد هرگونه تعارض منافع بوده است و این مقاله قبلاً در هیچ نشریه‌ای اعم از داخلی یا خارجی چاپ نشده است و صرفاً جهت بررسی و چاپ به فصلنامه تدریس پژوهی ارسال شده است.

References

Arslan, S. (2010). Traditional instruction of differential equations and conceptual learning. *Teaching mathematics and its applications: An International Journal of the IMA*, *29*(2), 94-107.

Barquero, B., Serrano, L., & Ruiz-Munzón, N. (2016, March). A bridge between inquiry and transmission: The study and research paths at university level. In *First Conference of International Network for Didactic Research in University Mathematics*.

Berry, J., & Davies, A. (1996). Written reports. In C.R. Haines and S. Dunthorne, (Eds.) *Mathematics Learning and Assessment: Sharing Innovative Practices*, 3.3 - 3.11. London: Arnold.

Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht–Trends und perspektiven. *Schriftenreihe Didaktik der Mathematik*, *23*, 15-38.

Blum, W., & Leiß, D. (2007). Deal with modelling problems. *Mathematical modelling: Education, engineering and economics-ICTMA*, *12*, 222.

Boyce, W. E., DiPrima, R. C., & Meade, D. B. (2021). *Elementary differential equations and boundary value problems*. John Wiley & Sons.

Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J., Bommero Ferri, R., Borba, M., Geiger, V., & Kaiser, G. (2014). Mathematical modeling in school education: Mathematical, cognitive, curricular, instructional and teacher educational perspectives. In *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (pp. 145-172). Springer.

Camacho-Machín, M., & Guerrero-Ortiz, C. (2015). Identifying and exploring relationships between contextual situations and ordinary differential equations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *46*(8), 1077-1095.

Chevallard, Y., & Bosch, M. (2020). Anthropological Theory of the Didactic (ATD). *Encyclopedia of Mathematics Education*, 220-223.

Czocher, J. A. (2017a). How can emphasizing mathematical modeling principles benefit students in a traditionally taught differential equations course? *The Journal of Mathematical Behavior*, *45*, 78-94.

Czocher, J. A. (2017b). Mathematical modeling cycles as a task design heuristic.

Czocher, J. A., Tague, J., & Baker, G. (2013). Where does the calculus go? An investigation of how calculus ideas are used in later coursework. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *44*(5), 673-684.

Dorier, J. L., & Maass, K. (2020). Inquiry-based mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 384-388.

English, L. (2003). Mathematical modelling with young learners. In *Mathematical modelling* (pp. 3-17). Woodhead Publishing.

Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, *38*(2), 86-95.

Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, *38*(2), 143-162.

Gall, M. D., Borg, W. R., & Gall, J. P. (1996). *Educational research: An introduction*. Longman Publishing.

Garfunkel, S. A., Montgomery, M., Bliss, K., Fowler, K., Galluzzo, B., Giordano, F., & Zbiek, R. (2016). *GAIMME: Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education*. Consortium for Mathematics and Its Applications.

Kaiser, G. (2020). Mathematical modelling and applications in education. *Encyclopedia of mathematics education*, 553-561.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zdm*, *38*(3), 302-310.

Kaiser-Messmer, G. (1986). *Anwendungen im mathematikunterricht. 2. empirische untersuchungen*. Franzbecker.

Keene, K. A. (2007). A characterization of dynamic reasoning: Reasoning with time as parameter. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(3), 230-246.

Kwon, O. N. (2020). Differential equations teaching and learning. *Encyclopedia of Mathematics Education*, 220-223.

Kwon, O. N., Rasmussen, C., & Allen, K. (2005). Students' retention of mathematical knowledge and skills in differential equations. *School science and mathematics*, *105*(5), 227-239.

Lucas, W. F. (Ed.). (1983). *Modules in applied mathematics*. Springer-Verlag.

Mousoulides, N. G., Christou, C., & Sriraman, B. (2008). A modeling perspective on the teaching and learning of mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(3), 293-304.

Pollak, H. O. (1968). On some of the problems of teaching applications of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *1*(1-2), 24-30.

Rasmussen, C. L. (2001). New directions in differential equations: A framework for interpreting students' understandings and difficulties. *The Journal of Mathematical Behavior*, *20*(1), 55-87.

Rasmussen, C., Kwon, O. N., Allen, K., Marrongelle, K., & Burtch, M. (2006). Capitalizing on advances in mathematics and K-12 mathematics education in undergraduate mathematics: An inquiry-oriented approach to differential equations. *Asia Pacific Education Review*, *7*(1), 85-93.

Rasmussen, C., Zandieh, M., & Wawro, M. (2009). How do you know which way the arrows go. *Mathematical Representation at the Interface of Body and Culture*, *171*.

Rowland, D. R., & Jovanoski, Z. (2004). Student interpretations of the terms in first-order ordinary differential equations in modelling contexts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *35*(4), 503-516.

Simmons, G. F. (2016). *Differential equations with applications and historical notes*. CRC Press.

Treilibs, V., Burkhardt, H., & Low, B. (1980). *Formulation processes in mathematical modelling*. Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2020). Realistic mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 713-717.

Yildirim, T. P. (2011). *Understanding the Modeling Skill Shift in Engineering: The Impact of Self-Efficacy, Epistemology, and Metacognition* (Doctoral dissertation, University of Pittsburgh).

پیوست‌ها

پیوست ۱

از مشاهدات تجربی بدست آمده‌است که دمای سطح یک جسم با نرخی متناسب با اختلاف دمای جسم و دمای محیط تغییر می‌کند. فرض کنید جسدی در نیمه شب پیدا شود و دمای آن برابر ۸۵ درجه فارنهایت باشد و دمای محیط بطور ثابت ۷۰ درجه فارنهایت باشد. جسد بلافاصله به سردخانه که دمایش ۴۰ درجه فارنهایت است منتقل می‌شود. اگر پس از یک ساعت دمای آن به ۶۰ درجه فارنهایت برسد، زمان مرگ را تخمین بزنید.

پیوست ۲

مخزنی محتوی ۴۰۰ لیتر آب شور است که ۱۰۰ کیلوگرم نمک در آن حل شده است. آب خالص با آهنگ ۱۲ لیتر در دقیقه به درون مخزن می‌ریزد و مخلوط (که با بهم زدن یکنواخت نگه داشته می‌شود) با آهنگ ۸ لیتر در دقیقه خارج می‌شود. چقدر طول می‌کشد تا مقدار نمک موجود در مخزن به ۵ کیلوگرم کاهش یابد؟