Iranian Journal of Insurance Research
Scientific Research Quarterly Journal
Vol. 37/ No.1/ Spring 2022/pp.43-78
Research Paper

Pricing Life Insurance Products in Iran Using Fuzzy Interest Rates

Mahboubeh Aalaei[1]

Received: 2020.31.05 **Accepted:** 2021.28.11

Abstract

Objective: One of the most important problems involved insurance companies is insurance products pricing. In recent actuarial researches, fuzzy random variables have been used to consider uncertainty of economics parameters in insurance products pricing. Due to the effects of interest rate uncertainty on the insurance industry and especially life insurance, in this article, fuzzy random variables are implemented to consider interest rate uncertainty and calculate premiums for different types of life insurance products. Also, considering that the life table of Iran has been written based on the demographic information of this country and has been communicated to insurance companies to use, the results of using this table on fuzzy insurance premiums of different types of insurance policies have been compared with the life table TD88-90 previously used by insurance companies.

Methodology: In this study, the fuzzy interest rates are used to define fuzzy discount functions and premiums of life insurance products is calculated.

Findings: In this paper, we have implemented fuzzy set theory to model interest rate for calculating premiums of life insurance products. Research findings were presented and analyzed for (term and whole) life insurances, endowments and life annuities using the interest rates announced in the supplement of Regulation No. 68 for Iranian life Insurance products. The premium calculations have been performed for Life table of Iran, which recently has been issued to be used by insurance companies, and life table TD88-90, which has previously been used by insurance companies. Our findings based on Life table of Iran for a life annuity shows that all possible values of the premium for a 57-year-old person are in the interval [3.741, 4.384] and the deterministic amount of premium is 4.045. Also, the net premiums for the average risk aversion mode (β =0.75) is 4.212. Also, the effect of changes in β and insured age on premium amounts for different types of life insurance products has been studied and analyzed. Furthermore, all calculations based on life table TD88-90 has been done and is compared with those based on Life table of Iran. Theoretically, the mortality probability of an x-year-old person according to the Life table of Iran is higher than the mortality probability of this person based on the life table TD88-90. So, the premiums calculated for this person based on the Iranian table for term

1. Assistant Professor of Applied Mathematics, Insurance Research Institute, Tehran, Iran. aalaei@irc.ac.ir

DOI: 10.22056/JIR.2021.233418.2740

insurance and endowment insurance are less and for life annuity is more than the premium calculated based on Table TD88-90. This can also be seen based on the findings of this article. On the other words, our findings based on table TD88-90 shows that all possible values of the fuzzy premium for a 57-year-old person are in the interval [3.575, 4.257] and the deterministic amount of premium is 3.896. Also, the net premiums for the average risk aversion mode (β =0.75) is 3.988. Also, these results were compared with the random method, which indicates the validity of the proposed fuzzy method.
Conclusion: Interest rates fluctuate over time due to changes in monetary, fiscal and foreign exchange policies, and this fluctuation can affect the determination of premiums, reserves and liabilities of insurance companies. This is especially important for life insurance products due to their long-term nature and the possibility of higher interest rate fluctuations during the policy period. Therefore, it is necessary to be considered the interest rate risk and uncertainty in life insurance products by the regulator and insurance companies. In this regard, using the fuzzy interest rate, the permitted range for the interest rate can be considered that insurance companies, taking into account their risk aversion, to determine the amount of premium in the desired period.

Keywords: Premium, Life Insurance, Fuzzy Random Variable, Interest Rate, Life Table, Simulation.
JEL Classification: G22, C02, C63.

فصلنامه علمی پژوهشی پژوهشنامه بیمه

مقاله پژوهشی | سال سی‌هفتم/شماره ۱/بهار ۱۴۰۱/ شماره مسلسل۱۴۵/صفحات ۷۸-۴۳

قیمت‌گذاری محصولات بیمه زندگی در ایران با استفاده از نرخ بهره فازی

محبوبه اعلائی[۱]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۳/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۹/۰۷

چکیده

هدف: قیمت‌گذاری محصولات بیمه‌ای یکی از مهم‌ترین مسائلی است که شرکت‌های بیمه با آن مواجه هستند. در مطالعات اخیر دانش اکچوئرال، برای وارد کردن نااطمینانی پارامترهای اقتصادی در قیمت‌گذاری محصولات بیمه‌ای از متغیرهای تصادفی فازی استفاده می‌شود. با توجه به اثرات نااطمینانی نرخ بهره بر صنعت بیمه و به‌ویژه رشته بیمه زندگی، در این مقاله، از متغیرهای تصادفی فازی برای درنظر گرفتن نااطمینانی نرخ بهره و محاسبه حق بیمه انواع بیمه‌های زندگی استفاده شده است. همچنین با توجه به این‌که جدول زندگی ایران بر اساس اطلاعات جمعیتی این کشور تدوین و برای استفاده به شرکت‌های بیمه ابلاغ شده است، نتایج استفاده از این جدول در مورد حق بیمه فازی انواع بیمه‌نامه‌ها با نتایج حاصل از جدول TD88-90 فرانسه که پیش از این مورد استفاده شرکت‌های بیمه بوده، مقایسه شده است.

روش‌شناسی: از نظریه مجموعه‌های فازی برای مدلسازی نرخ بهره برای محاسبه حق بیمه محصولات بیمه زندگی استفاده شده است.

یافته‌ها: نتایج بر اساس جدول زندگی ایران برای یک مستمری زندگی نشان داد که تمام مقادیر ممکن برای حق بیمه یک فرد ۵۷ ساله در بازه [۴/۳۸۴ و ۳/۷۴۱] قرار دارد و مقدار قطعی حق بیمه ۴/۰۴۵ می‌باشد. همچنین حق بیمه خالص این فرد برای یک شرکت بیمه با ریسک‌گریزی متوسط (β=۰/۷۵) مقدار ۴/۲۱۲ به‌دست آمده است. همچنین اثر تغییرات ریسک‌گریزی شرکت بیمه و سن بیمه شده بر مقادیر حق بیمه برای انواع بیمه‌های زندگی بررسی و تحلیل شده است. علاوه‌بر این تمامی محاسبات برای جدول زندگی TD88-90 نیز انجام و با نتایج جدول زندگی ایران مقایسه شده است. به‌لحاظ نظری، احتمال فوت یک فرد x ساله بر اساس جدول زندگی ایران بیشتر از احتمال فوت این فرد بر اساس جدول زندگی TD88-90 است. بنابراین، حق‌بیمه‌های محاسبه شده برای این شخص بر اساس

۱. استادیار ریاضی کاربردی، پژوهشکده بیمه، تهران، ایران.

aalaei@irc.ac.ir

جدول ایران برای بیمه عمر زمانی و بیمه عمر مختلط کمتر و برای مستمری زندگی بیشتر از حق‌بیمه محاسبه شده بر اساس جدول TD88-90 است. این موضوع را می‌توان بر اساس یافته‌های این مقاله نیز مشاهده کرد. به‌عبارت دیگر، یافته‌های مقاله بر اساس جدول TD88-90 نشان داد همه مقادیر احتمالی حق بیمه مستمری زندگی برای یک فرد ۵۷ ساله در بازه [۴/۲۵۷ و ۳/۵۷۵] و مقدار قطعی حق بیمه ۳/۸۹۶ است. همچنین، حق بیمه خالص برای حالت ریسک‌گریزی متوسط (β=۰/۷۵) مقدار ۳/۹۸۸ است. همچنین، این نتایج با روش تصادفی مقایسه شد که از اعتبار روش فازی پیشنهادی حکایت دارد.
نتیجه‌گیری: نرخ بهره در طول زمان بر اثر تغییر سیاست‌های پولی، مالی و ارزی دچار نوسان می‌شود و این نوسان می‌تواند بر تعیین حق بیمه، ذخایر و تعهدات شرکت‌های بیمه تاثیر بگذارد. این مسئله برای محصولات بیمه زندگی با توجه به ماهیت بلندمدت آنها و احتمال نوسانات بیشتر نرخ بهره در مدت قرارداد از اهمیت بیشتری برخوردار است. بنابراین، لازم است گه نااطمینانی و ریسک نرخ بهره برای محصولات بیمه زندگی مورد توجه نهاد ناظر و شرکت‌های بیمه قرار بگیرد. در این راستا، با استفاده از نرخ بهره فازی می‌توان محدوده‌ای مجاز برای نرخ بهره درنظر گرفت که شرکت‌های بیمه با لحاظ میزان ریسک‌گریزی خود در مورد تعیین مبلغ حق بیمه در بازه مورد نظر اقدام کنند.

واژگان کلیدی: حق بیمه، بیمه زندگی، متغیر تصادفی فازی، نرخ بهره، جدول زندگی، شبیه‌سازی.
طبقه‌بندی موضوعی: C63, C02, G22.

مقدمه

بیمه‌نامه یک توافق‌نامه مالی بین شرکت بیمه و بیمه‌گذار است که شرکت بیمه تعهد می‌کند در ازای دریافت حق بیمه از بیمه‌گذار، مزایای مشخصی را به ذینفع یا ذینفعان بپردازد. جریان‌های نقدی برای یک قرارداد بیمه زندگی شامل هزینه مزایای بیمه یا مستمری و درآمد حق بیمه است. اختلاف هزینه‌ها و درآمدهای بیمه‌گر به‌عنوان متغیر تصادفی زیان آتی درنظر گرفته می‌شود. این متغیر تصادفی، میزان زیان و یا سود بیمه‌گر را از این معامله می‌سنجد (پارامنتر[1]، ۱۳۹۱).

قیمت‌گذاری محصولات بیمه‌ای یکی از مهم‌ترین مسائلی است که شرکت‌های بیمه با آن مواجه‌اند. در حالت کلی، حق بیمه به‌گونه‌ای تعیین می‌شود که مقدار مورد انتظار زیان آتی در لحظه شروع قرارداد صفر باشد که به اصل تعادل[2] شهرت دارد (دیکسون و همکاران[3]، ۲۰۱۳). اصل تعادل به‌روشنی اجازه نمی‌دهد که شرکت بیمه سودی داشته باشد. از طرف دیگر لازم است که قراردادها به اندازه کافی سودآور باشند تا بتوان سود قابل قبولی را به سهامداران پرداخت کرد. در قراردادهای سنتی اغلب سود یا زیانی ضمنی از محل تفاوت فرض‌های ارزیابی با شرایط واقعی حاصل می‌شود. در واقع رخدادهای واقعی موجب ایجاد سود یا زیان می‌شوند. بنابراین لازم است منابعی که در قراردادهای بیمه نامشخص و در طول زمان دارای نوسان هستند شناسایی و بررسی شوند.

در قیمت‌گذاری محصولات بیمه زندگی سه عامل اصلی احتمال مرگ‌ومیر[4]، نرخ بهره[5] و هزینه سربار مورد استفاده قرار می‌گیرند که دو عامل اول از جمله منابع نااطمینانی محسوب می‌شوند (کمیجانی و همکاران، ۱۳۹۳). عامل اول یعنی احتمال مرگ‌ومیر با

1. Parmenter
2. Equivalence Principle
3. Dickson
4. Mortality Probability
5. Interest Rate

استفاده از جدول زندگی[1] محاسبه می‌گردد و عامل دوم یعنی نرخ بهره یا نرخ سود فنی، عاملی است که تغییرات آن به شدت بر صنعت بیمه تأثیرگذار است. اگر چه مقررات‌گذاران معمولاً حد بالایی برای نرخ بهره فنی تعیین می‌کنند و به‌صورت دوره‌ای آن را به‌روزرسانی می‌کنند، ولی تغییرات نرخ بهره همچنان از مهم‌ترین دغدغه‌های مدیران شرکت‌های بیمه و مقررات‌گذاران می‌باشد. با توجه به این‌که بیمه‌های زندگی، قراردادهای بلندمدتی هستند و نرخ بهره در زمان انعقاد قرارداد برای کل مدت قرارداد مشخص می‌شود، نااطمینانی موجود در نرخ بهره، موجب ایجاد نگرانی بیشتر در مورد این نوع محصولات بیمه‌ای می‌شود. در این مقاله، به منظور مدل‌سازی نااطمینانی حاصل از تغییرات نرخ بهره، از متغیرهای تصادفی فازی استفاده شده است.

هدف مقاله حاضر، قیمت‌گذاری محصولات بیمه زندگی کشور با استفاده از نرخ بهره فازی است. همچنین، نظر به این‌که جدول زندگی ایران بر اساس اطلاعات جمعیتی کشور تدوین شده و برای استفاده به شرکت‌های بیمه ابلاغ گشته است، نتایج استفاده از این جدول در حق بیمه فازی با نتایج حاصل از جدول TD88-90 فرانسه که پیش از این مورد استفاده شرکت‌های بیمه بود، مقایسه شده است. برای دستیابی به این اهداف، ابتدا پیشینه پژوهش مرور شده است. بعد از آن، اهمیت موضوع نااطمینانی نرخ بهره در بیمه‌های زندگی و اثرات آن بیان شده است. همچنین، مفاهیم کلیدی پژوهش شامل فازی، متغیر تصادفی فازی، عامل تنزیل فازی تعریف و نحوه محاسبه حق بیمه انواع محصولات بیمه زندگی با استفاده از متغیر تصادفی فازی نرخ بهره توضیح داده شده است. در ادامه، روش‌شناسی پژوهش تشریح و یافته‌های تحقیق بر اساس این روش و نرخ بهره و جدول زندگی مورد استفاده در شرکت‌های بیمه کشور ارائه و تحلیل شده است. در نهایت، نتایج مورد بحث و بررسی قرار گرفته و طبق نتیجه‌گیری به‌عمل آمده چند پیشنهاد کاربردی ارائه شده است.

1. Life Table

۱. مروری بر پیشینه تحقیق

پیشینه تجربی پژوهش در دو قسمت مرور شده است. ابتدا، مطالعات انجام شده در زمینه اثر نااطمینانی نرخ بهره بر صنعت بیمه مورد بحث قرار گرفته و سپس به بیان مطالعات انجام شده در زمینه استفاده از روش‌های فازی برای پوشش نااطمینانی در صنعت بیمه پرداخته شده است. از جمله مطالعات انجام شده در زمینه نااطمینانی و ریسک نرخ بهره در صنعت بیمه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

لافندال و یانگ[1] (۲۰۱۷) در مقاله‌ای با عنوان «استراتژی های نظارتی بیمه برای محیط با نرخ بهره پایین» به چگونگی تأثیر نرخ بهره پایین بر صورت‌های مالی بیمه‌گران با تمرکز بر عدم تطابق دارایی و بدهی‌ها پرداخته و ابزارهای مختلف نظارتی برای شناسایی و ارزیابی چنین اثراتی تشریح نموده است.

مولمان[2] (۲۰۱۷) در مقاله‌ای با عنوان «ریسک نرخ بهره بیمه‌گران زندگی، شواهدی از داده‌های حسابداری» نشان داد که بیمه‌گران زندگی در آلمان به‌شدت در معرض ریسک نرخ بهره قرار دارند.

بردین و گروندل[3] (۲۰۱۵) در مقاله «اثرات محیط نرخ بهره پایین بر بیمه‌گران زندگی»، اثرات نرخ بهره پایین کنونی بر صورت‌های مالی یک شرکت بیمه زندگی آلمانی را ارزیابی و کمی‌سازی کرده‌اند.

برندز و همکاران[4] (۲۰۱۳) در مقاله خود با عنوان «حساسیت شرکت‌های بیمه زندگی به تغییرات نرخ بهره» به بررسی این موضوع پرداخته‌اند که شرکت‌های بیمه زندگی به چه میزان در معرض ریسک نرخ بهره قرار دارند.

مجله سیگما (۲۰۱۲) در یک شماره خود با عنوان «رویارویی با چالش نرخ بهره» به چگونگی تأثیر نرخ بهره بر بیمه‌گران و نحوه کاهش ریسک نرخ بهره پرداخته‌اند.

همچنین در زمینه استفاده از روش‌های فازی برای پوشش نااطمینانی و عدم قطعیت در

---

1. Lofvendahl & Yong
2. Mohlmann
3. Berdin & Gründl
4. Berends et al

صنعت بیمه مطالعات زیادی انجام شده که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

سانچز و همکاران[1] (۲۰۲۰) در مقاله‌ای با عنوان «استفاده از اطلاعات فازی در قیمت‌گذاری مستمری‌های غیر استاندارد[2]» به قیمت‌گذاری مستمری‌هایی پرداخته‌اند که بر اساس کارنامه پزشکی صادر می‌شوند و مبلغ مستمری بیشتری نسبت به مستمری‌های استاندارد به افرادی که انتظار می‌رود طول عمر کمتری داشته باشند، پرداخت می‌کنند.

وانگ (۲۰۱۹) در مقاله‌ای با عنوان «مدلی برای حق بیمه خالص بیمه زندگی با استفاده از متغیر نرخ بهره تعمیم‌یافته» از متغیرهای تصادفی فازی برای تخمین تابع تنزیل مربوط به نرخ بهره تعمیم‌یافته و طول عمر آتی برای محاسبه حق‌بیمه زندگی استفاده نموده است.

سانچز و همکاران (a ،۲۰۱۷) در مقاله‌ای با عنوان «نتایج محاسباتی ارزش تصادفی فازی تعهدات اکچوئری زندگی» به محاسبه ارزش فعلی تعهدات بیمه‌های زندگی با استفاده از متغیر تصادفی فازی نرخ بهره پرداخته‌اند.

سانچز و همکاران (b ،۲۰۱۷) در مقاله‌ای با عنوان «ارزیابی احتمالات زندگی: یک تقریب فازی مثلثی متقارن» چارچوب ارزیابی بیمه‌نامه‌های زندگی و مستمری ارائه شده در سانچز (۲۰۱۲ و ۲۰۱۴) را با استفاده از اعداد فازی مثلثی متقارن برای قیمت‌گذاری تعهدات بیمه زندگی توسعه داده‌اند.

سانچز (۲۰۱۴) در مقاله‌ای با عنوان «ذخیره خسارت فازی در بیمه غیرزندگی» در یک محیط فازی و با استفاده از مدل پیش‌بینی ادعای خسارت ANOVA به محاسبه ذخایر خسارت برای شرکت‌های بیمه غیرزندگی پرداخته‌اند.

شاپیرو[3] (۲۰۱۳) در مقاله «مدلسازی طول عمر آتی به‌عنوان متغیر تصادفی فازی» طول عمر آتی را نیز به‌صورت متغیر تصادفی فازی درنظر گرفته‌اند.

سانچز و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از مرگ‌ومیر تصادفی و نرخ بهره فازی، به قیمت‌گذاری مستمری‌های عمر پرداخته‌اند.

---

1. Sanchez et al
2. Substandard Annuities
3 Shapiro

کاردگر و همکاران (۱۳۹۶) در مقاله‌ای با عنوان «ارائه مدل فازی تدوین و اولویت‌بندی استراتژی‌های شرکت‌های بیمه با استفاده از روش QSPM فازی» با استفاده از مصاحبه‌های عمیق، پرسشنامه دلفی و مطالعات کتابخانه‌ای به شناسایی عوامل داخلی و خارجی موثر بر فرایند برنامه‌ریزی استراتژیک پرداخته و با استفاده از روش ماتریس برنامه‌ریزی استراتژیک کمی فازی، استراتژی‌های شرکت‌های بیمه را اولویت‌بندی کرده‌اند.

فرشباف ماهریان و لالیان پور (۱۳۹۵) در مقاله‌ای با عنوان «شناسایی عوامل مؤثر بر تقلب و تخلف در صنعت بیمه ایران به روش دلفی فازی»، با استفاده از مطالعات کتابخانه‌ای و مصاحبه با خبرگان عوامل مؤثر بر تقلب و تخلف در صنعت بیمه کشور را شناسایی و با استفاده از روش تاپسیس فازی اولویت‌بندی کرده‌اند.

کمیجانی و همکاران (۱۳۹۳) در مقاله‌ای با عنوان «قیمت‌گذاری مستمری‌های عمر با استفاده از نرخ بهره فنی فازی» با استفاده از ترکیب بیان تصادفی مرگ‌ومیر و بیان فازی نرخ بهره فنی به قیمت‌گذاری مستمری‌های عمر بر اساس نرخ بهره فنی بر اساس آیین نامه ۶۸ پرداخته‌اند.

معماریانی و زنگویی‌نژاد (۱۳۹۰) در مقاله‌ای با عنوان «طراحی سیستم دانش محور کشف تقلب در شرکت‌های بیمه: رویکرد فازی» به کمک تئوری فازی و با طراحی سیستم خبره فازی به تشخیص رفتارهای مشکوک کاربران بیمه الکترونیکی به صورت هوشمند پرداخته‌اند.

بررسی ادبیات پیشین حاکی از آن است که مطالعات اندکی در صنعت بیمه کشور، پیرامون استفاده از نرخ بهره فازی برای قیمت‌گذاری محصولات بیمه‌ای صورت گرفته است. در مورد محصولات بیمه زندگی، تنها یک مطالعه (کمیجانی و همکاران، ۱۳۹۳) در این زمینه انجام شده که به قیمت‌گذاری مستمری‌های زندگی با استفاده از نرخ بهره فنی فازی پرداخته و تحقیق جامعی برای قیمت‌گذاری انواع دیگر محصولات بیمه زندگی با استفاده از نرخ بهره فازی در ایران انجام نشده است. علاوه‌بر این، مقاله مذکور تنها به محاسبه امید ریاضی ارزش فعلی بیمه‌نامه پرداخته؛ درحالی که این مقاله، علاوه‌بر

امید ریاضی ارزش فعلی، بازه مورد انتظار برای آن و ارزش مورد انتظار با ضریب β (ریسک‌گریزی) را محاسبه نموده و تحلیل کامل‌تری ارائه داده است. همچنین، محاسبات با استفاده از نرخ بهره فنی بر اساس مکمل آیین‌نامه شماره ۶۸ مصوب شورای عالی بیمه در سال ۱۳۹۵ و جدول زندگی ایران که از ابتدای سال ۱۴۰۰ از سوی بیمه مرکزی برای به‌کارگیری شرکت‌های بیمه ابلاغ شده، به‌روزرسانی شده است. درنتیجه، مجموعه این ویژگی‌ها باعث تمایز پژوهش حاضر با مطالعات پیشین شده است.

۲. مبانی نظری

در شرایط واقعی، نااطمینانی[1] منابع مختلفی مانند تصادفی بودن، ابهام و غیر دقیق بودن دارد. در این مقاله با استفاده از متغیرهای تصادفی فازی ارائه شده در مقاله سانچز (a۲۰۱۷)، به بررسی نحوه تأثیر تغییرات یکی از منابع نااطمینانی یعنی نرخ بهره در قیمت‌گذاری بیمه زندگی پرداخته شده است. لذا در این بخش، مفاهیم مورد نیاز تعریف شده است.

۲-۱. متغیر تصادفی فازی

مجموعه فازی $\tilde{A}$ زیرمجموعه‌ای است که روی مجموعه مرجع X به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\} \quad (۱)$$

که $\mu_{\tilde{A}}(x)$ تابع عضویت است و به‌صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_{\tilde{A}}: X \to [0,1] \quad (۲)$$

برش α یک مجموعه فازی $\tilde{A}$ به‌صورت $A_\alpha = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$ که $0 \leq \alpha \leq 1$ تعریف می‌شود. به $\tilde{A}$ نرمال گفته می‌شود اگر برای $x \in X$، $sup\, \mu_{\tilde{A}}(x) = 1$. همچنین درصورتی که برای $0 < \alpha \leq 1$ برش‌های α مجموعه فازی $\tilde{A}$ بازه‌های بسته و کراندار باشد، آن‌گاه $\tilde{A}$ محدب است.

1. Uncertainty

یک عدد فازی[1] $\tilde{A}$ مجموعه فازی محدب و نرمالی است که روی اعداد حقیقی تعریف شده است. می‌توان برش α مجموعه فازی $\tilde{A}$ به ازای $\alpha \in (0,1]$ را به‌صورت زیر درنظر گرفت:

$$A_\alpha = [\underline{A}_\alpha, \bar{A}_\alpha] = [\inf_{x\in X}\{\mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}, \sup_{x\in X}\{\mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}] \quad (۳)$$

فرض کنید $\{\Omega, \mathcal{A}\}$ یک فضای اندازه‌پذیر[2]، $\{\mathcal{R}, \mathcal{B}\}$ فضای اندازه‌پذیر بورل[3] و $F(\mathcal{R})$ مجموعه اعداد فازی را نشان می‌دهد. مجموعه فازی:

$$\tilde{X}: \Omega \to F(\mathcal{R})$$

$$\omega \in \Omega \to \tilde{X}(\omega) = \left\{\left(z, \mu_{\widetilde{X(\omega)}}(z)\right)\right\} \in F(\mathcal{R}) \quad (۴)$$

متغیر تصادفی فازی[4] نامیده می‌شود اگر:

$$B \in \mathrm{B}, \quad \alpha \in [0,1], \{\omega \in \Omega | X(\omega)_\alpha \cap B \neq \emptyset\} \in \mathcal{A} \quad (۵)$$

که $\tilde{X}(\omega)$ یک عدد فازی با تابع اندازه $\mu_{\tilde{X}(\omega)}(z)$ است که برش α آن به‌صورت می‌باشد:

$$X(\omega)_\alpha = \left\{z \in \mathcal{R} \middle| \mu_{\widetilde{X(\omega)}}(z) \geq \alpha\right\} = [\underline{X(\omega)}_\alpha, \overline{X(\omega)}_\alpha] \quad (۶)$$

در ادامه، با استفاده از مفاهیم فازی تعریف شده به معرفی عامل تنزیل فازی به عنوان یک عدد فازی و محاسبه حق بیمه فازی به عنوان یک متغیر تصادفی فازی خواهیم پرداخت.

۲-۲. عامل تنزیل فازی

فرض کنید نرخ بهره، عدد فازی با برش‌های α، $i_\alpha = [\underline{i_\alpha}, \overline{i_\alpha}]$ باشد. درنتیجه نرخ تنزیل فازی $\tilde{d}_t$ برای پرداخت یک واحد پول در t سال، با برش‌های α برای هر $\alpha \in [0,1]$ به‌صورت $d_{t_\alpha} = [\underline{d_{t\alpha}}, \overline{d_{t\alpha}}]$ تعریف می‌شود. با توجه به این‌که تابعی نزولی از نرخ بهره

1. Fuzzy Numbers
2. Measurable Space
3. Borel Measurable Space
4. Fuzzy Random Variable

است داریم:

$$d_{t_\alpha} = \left[\underline{d_{t\alpha}}, \overline{d_{t\alpha}}\right] = \left[(1+\overline{i_\alpha})^{-t}, (1+\underline{i_\alpha})^{-t}\right] \quad (۷)$$

درصورتی که عدد فازی مثلثی نرخ بهره را به‌صورت (i_l, i_c, i_u) در نظر بگیریم، برش α تابع تنزیل به‌صورت زیر خواهد بود:

$$d_{t_\alpha} = \left[\underline{d_t}_\alpha, \overline{d_t}_\alpha\right] = [(1+i_u-(i_u-i_c)\alpha)^{-t}, (1+i_l+(i_c-i_l)\alpha)^{-t}] \quad (۸)$$

همچنین، بازه مورد انتظار عامل تنزیل به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$e_I(\tilde{d}_t) = \left[\int_0^1 \underline{d_t}_\alpha d\alpha, \int_0^1 \overline{d_t}_\alpha d\alpha\right] \quad (۹)$$

بنابراین، مقدار مورد انتظار با ضریب β به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_V(\tilde{d}_t : \beta) = (1-\beta)\int_0^1 \underline{d_t}_\alpha d\alpha + \beta \int_0^1 \overline{d_t}_\alpha d\alpha \quad (۱۰)$$

این مقدار در مقاله پیش رو به این دلیل اهمیت دارد که شرکت بیمه با استفاده از ضریب β می‌تواند میزان ریسک‌گریزی خود را در محاسبات حق بیمه لحاظ نماید. با توجه به این‌که محاسبات اکچوئری باید محتاطانه انجام شود در نظر گرفتن $0.5 < \beta \leq 1$ به‌منظور برآورد حق بیمه و تعهدات بیمه زندگی، در عمل منطقی به‌نظر می‌رسد. در ادامه به محاسبه حق بیمه فازی انواع بیمه‌های زندگی پرداخته که بر اساس مقالات سانچز و همکاران (۲۰۱۲ و a۲۰۱۷) تشریح شده است.

۲-۳. محاسبه حق‌بیمه فازی بیمه زندگی

در این قسمت بیمه عمر زمانی n ساله را درنظر می‌گیریم. درصورتی که بیمه شده x ساله در مدت n سال قرارداد فوت کند ۱ واحد پول در پایان سال فوتش توسط شرکت بیمه به ذینفعان پرداخت می‌شود و در غیر این‌صورت هیچ مبلغی پرداخت نمی‌شود. این تعریف شامل بیمه‌های زندگی تمام عمر نیز می‌شود. درواقع می‌توان برای بیمه‌های زندگی تمام عمر $n = \omega - m + 1$ درنظر گرفت که ω حداکثر سن در جدول زندگی

است.

متغیر تصادفی فازی ارزش فعلی بیمه زندگی n ساله مربوط به یک فرد x ساله که آن را با ${}_n\tilde{A}_x$ با استفاده از اعداد فازی و احتمالات زیر محاسبه می‌شود:

${}_n\tilde{A}_x$

برآمدها	احتمالات
$\tilde{d}_r$	${}_{r\text{-}1|}q_x$, $r = 1, \dots, n$
0	${}_np_x$

در نتیجه برای هر $\epsilon\alpha[0,1]$ داریم:

$\overline{{}_nA_x}_\alpha$

برآمدها	احتمالات
$\overline{d_r}_\alpha$	${}_{r\text{-}1|}q_x$
0	${}_np_x$

$\underline{{}_nA_x}_\alpha$

برآمدها	احتمالات
$\underline{d_r}_\alpha$	${}_{r\text{-}1|}q_x$
0	${}_np_x$

که ${}_{r|}q_x$ احتمال این است که بیمه شده x ساله در r –اُمین سال فوت کند و ${}_np_x$ احتمال این است که بیمه‌شده n سال زنده بماند. با استفاده از برآمدها و احتمالات فوق و معادلات (۸) تا (۱۰) می‌توان مقادیر زیر را محاسبه نمود:

$$S\tilde{P} = E({}_n\tilde{A}_x)_\alpha = \left[\underline{E({}_n\tilde{A}_x)}_\alpha, \overline{E({}_n\tilde{A}_x)}_\alpha\right], \qquad (۱۱)$$

$$S\underline{P}_\alpha = \underline{E({}_n\tilde{A}_x)}_\alpha = E\left(\underline{{}_nA_x}_\alpha\right) = \sum_{r=1}^{n} \underline{d_r}_\alpha \, {}_{r\text{-}1|}q_x, \qquad (۱۲)$$

$$S\overline{P}_\alpha = \overline{E({}_n\tilde{A}_x)}_\alpha = E\left(\overline{{}_nA_x}_\alpha\right) = \sum_{r=1}^{n} \overline{d_r}_\alpha \, {}_{r\text{-}1|}q_x. \qquad (۱۳)$$

همچنین بازه مورد انتظار این اعداد فازی به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$e_I(S\tilde{P}) = e_I\left(E({}_n\tilde{A}_x)\right) = \left[\int_0^1 \underline{E({}_n\tilde{A}_x)}_\alpha d\alpha, \int_0^1 \overline{E({}_n\tilde{A}_x)}_\alpha d\alpha\right] \qquad (۱۴)$$

که با استفاده از معادلات (۱۳) و (۱۴) می‌توان این مقادیر را محاسبه نمود. همچنین مقدار مورد انتظار با ضریب β به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$e_V(S\tilde{P}:\beta) = e_V(E({}_n\tilde{A}_x):\beta) = (1-\beta)\int_0^1 \underline{E({}_n\tilde{A}_x)}_\alpha d\alpha + \beta \int_0^1 \overline{E({}_n\tilde{A}_x)}_\alpha d\alpha \quad (۱۵)$$

۲-٤. محاسبه حق‌بیمه فازی بیمه عمر مختلط

بیمه عمر مختلط را می‌توان به عنوان ترکیبی از بیمه عمر زمانی و بیمه زندگی به شرط حیات درنظر گرفت. به عبارت دیگر، در صورت فوت بیمه شده x ساله در طول n سال آینده ۱ واحد پول در پایان سال فوتش توسط شرکت بیمه به ذینفعان پرداخت می‌شود و در صورت حیات بیمه شده در پایان n سال، ۱ واحد پول به وی پرداخت می‌شود. متغیر تصادفی فازی ارزش فعلی بیمه عمر مختلط مربوط به یک فرد x ساله که آن را با $\tilde{A}_{x:n\neg}$ با استفاده از اعداد فازی و احتمالات زیر محاسبه می‌شود:

$\tilde{A}_{x:n\neg}$

احتمالات	برآمدها
${}_{r-1|}q_x$, $r = 1, \dots, n$	$\tilde{d}_r$
${}_np_x$	$\tilde{d}_n$

در نتیجه برای هر $\alpha\alpha[0,1]$ داریم:

$\overline{A_{x:n}}\neg_\alpha$

احتمالات	برآمدها
${}_{r-1|}q_x$	$\overline{d_r}_\alpha$
${}_np_x$	$\overline{d_n}_\alpha$

$\underline{A_{x:n}}\neg_\alpha$

احتمالات	برآمدها
${}_{r-1|}q_x$	$\underline{d_r}_\alpha$
${}_np_x$	$\underline{d_n}_\alpha$

با استفاده از برآمدها و احتمالات فوق و استفاده از معادلات (۸) تا (۱۰) می‌توان مقادیر زیر را محاسبه نمود:

$$S\tilde{P} = E(\tilde{A}_{x:n}\neg)_\alpha = \left[\underline{E(\tilde{A}_{x:n}\neg)}_\alpha, \overline{E(\tilde{A}_{x:n}\neg)}_\alpha\right], \quad (۱۶)$$

$$S\underline{P}_\alpha = \underline{E(\tilde{A}_{x:n}\neg)}_\alpha = E\left(\underline{A_{x:n}}\neg_\alpha\right) = \sum_{r=1}^n \underline{d_r}_\alpha\, {}_{r-1|}q_x + \underline{d_n}_\alpha\, {}_np_x, \quad (۱۷)$$

$$S\overline{P}_\alpha = \overline{E(\tilde{A}_{x:n}\neg)}_\alpha = E(\overline{A_{x:n}}\neg_\alpha) = \sum_{r=1}^n \overline{d_r}_\alpha\, {}_{r-1|}q_x + \overline{d_n}_\alpha\, {}_np_x\,. \quad (۱۸)$$

همچنین، بازه مورد انتظار این اعداد فازی به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$e_I(S\tilde{P}) = e_I\left(E(\tilde{A}_{x:n}\neg)\right) = \left[\int_0^1 \underline{E(\tilde{A}_{x:n}\neg)}_{\alpha} d\alpha, \int_0^1 \overline{E(\tilde{A}_{x:n}\neg)}_{\alpha} d\alpha\right] \quad (۱۹)$$

که با استفاده از روابط (۱۸) و (۱۹) می‌توان این مقادیر را محاسبه نمود. همچنین مقدار مورد انتظار با ضریب β به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$e_V(S\tilde{P}:\beta) = e_V(E(\tilde{A}_{x:n}\neg):\beta) = (1-\beta)\int_0^1 \underline{E(\tilde{A}_{x:n}\neg)}_{\alpha} d\alpha + \beta\int_0^1 \overline{E(\tilde{A}_{x:n}\neg)}_{\alpha} d\alpha \quad (۲۰)$$

۲-۵. محاسبه حق‌بیمه فازی مستمری زندگی

در این قسمت، مستمری زندگی معوق[۱] m ساله‌ای را درنظر می‌گیریم که n سال مستمری به اندازه ۱ واحد پول به بیمه شده x ساله پرداخت خواهد کرد. این تعریف شامل مستمری‌های تمام عمر نیز می‌شود. درواقع می‌توان برای مستمری‌های تمام عمر $n = \omega - m + 1$ درنظر گرفت که ω حداکثر سن در جدول زندگی است.

متغیر تصادفی فازی ارزش فعلی بیمه مستمری زندگی مربوط به یک فرد x ساله که آن را با $_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x$ با استفاده از اعداد فازی و احتمالات زیر محاسبه می‌شود:

$_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x$

برآمدها	احتمالات
0	$_{m}q_x$
$\sum_{t=m}^{m+r-1} \tilde{d}_t$	$_{m+r-1\|}q_x$, $r=1, \ldots, n-1$
$\sum_{t=m}^{m+n-1} \tilde{d}_t$	$_{m+n-1}p_x$

1. Deferred

فصلنامه علمی پژوهشی پژوهشنامه بیمه
سال سی‌وهفتم. شماره ۱. بهار ۱۴۰۱

درنتیجه برای هر $\alpha\in[0,1]$ داریم:

$\overline{{}_{m|n}\ddot{a}_{x}}_{\alpha}$

احتمالات	برآمدها
${}_{m}q_x$	0
${}_{m+r-1\vert}q_x$, $r=1, \ldots, n-1$	$\sum_{t=m}^{m+r-1}\overline{d_r}_{\alpha}$
${}_{m+n-1}p_x$	$\sum_{t=m}^{m+n-1}\overline{d_r}_{\alpha}$

$\underline{{}_{m|n}\ddot{a}_{x}}_{\alpha}$

احتمالات	برآمدها
${}_{m}q_x$	0
${}_{m+r-1\vert}q_x$, $r=1, \ldots, n-1$	$\sum_{t=m}^{m+r-1}\underline{d_t}_{\alpha}$
${}_{m+n-1}p_x$	$\sum_{t=m}^{m+n-1}\underline{d_t}_{\alpha}$

با استفاده از برآمدها و احتمالات فوق و استفاده از روابط (۸) تا (۱۲) می‌توان مقادیر زیر را محاسبه نمود:

$$S\tilde{P} = E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right)_{\alpha} = \left[\underline{E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right)}_{\alpha}, \overline{E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right)}_{\alpha}\right], \tag{۲۱}$$

$$\underline{SP}_{\alpha} = \underline{E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right)}_{\alpha} = \sum_{s=m}^{m+n-2}\sum_{t=m}^{s}\underline{d_t}_{\alpha}\ {}_{s|}q_x + \sum_{t=m}^{m+n-1}\underline{d_t}_{\alpha}\ {}_{m+n-1}p_x = \sum_{t=m}^{m+n-1}\underline{d_t}_{\alpha}\ {}_{t}p_x \tag{۲۲}$$

$$\overline{SP}_{\alpha} = \overline{E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right)}_{\alpha} = \sum_{s=m}^{m+n-2}\sum_{t=m}^{s}\overline{d_t}_{\alpha}\ {}_{s|}q_x + \sum_{t=m}^{m+n-1}\overline{d_t}_{\alpha}\ {}_{m+n-1}p_x = \sum_{t=m}^{m+n-1}\overline{d_t}_{\alpha}\ {}_{t}p_x \tag{۲۳}$$

همچنین، بازه مورد انتظار این اعداد فازی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$e_I(S\tilde{P}) = e_I\left(E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right)\right) = \left[\int_0^1 \underline{E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right)}_{\alpha} d\alpha, \int_0^1 \overline{E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right)}_{\alpha} d\alpha\right] = \left[\sum_{t=m}^{m+n-1} {}_{t}p_x \int_0^1 \underline{d_t}_{\alpha} d\alpha, \sum_{t=m}^{m+n-1} {}_{t}p_x \int_0^1 \overline{d_t}_{\alpha} d\alpha\right] \tag{۲۴}$$

که با استفاده از روابط (۲۳) و (۲۴) می‌توان این مقادیر را محاسبه نمود. همچنین مقدار مورد انتظار با ضریب β به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$e_V(S\tilde{P}:\beta) = e_V\left(E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right):\beta\right) = (1-\beta)\int_0^1 \underline{E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right)}_{\alpha} d\alpha + \beta\int_0^1 \overline{E\left({}_{m|n}\tilde{\ddot{a}}_x\right)}_{\alpha} d\alpha$$

$$= \sum_{t=m}^{m+n-1} {}_{t}p_x \left((1-\beta)\int_0^1 \underline{d_t}_{\alpha}\, d\alpha + \beta \int_0^1 \overline{d_t}_{\alpha} d\alpha\right) \quad (۲۵)$$

۲-۶. اهمیت موضوع

تغییرات نرخ بهره از جنبه‌های مختلف بر محصولات بیمه زندگی شرکت‌های بیمه تأثیر می‌گذارد که در ادامه، نحوه تأثیر این تغییرات تشریح شده است.

الف) اثر تغییرات نرخ بهره بر نرخ حق بیمه

با لحاظ تابع تنزیل، افزایش نرخ بهره، حق بیمه را برای مزایای مشخص کاهش می‌دهد.
۸

ب) اثر تغییرات نرخ بهره بر تقاضا

به‌طور کلی، مطابق جدول ۱، نرخ بهره کمتر باعث گرانتر شدن محصولات بیمه زندگی یا کاهش مزایای آنها می‌شود. بنابراین انگیزه افراد برای خرید این محصولات کاهش می‌یابد (برندز و همکاران، ۲۰۱۳).

جدول ۱. اثر نرخ بهره بر تقاضای بیمه زندگی[۱]

نوع محصولات	کاهش نرخ بهره	افزایش نرخ بهره
محصولات دارای پوشش ریسک فوت و یا حیات	↓ تقاضا به دلیل افزایش قیمت کاهش می‌یابد (امکان اثر معکوس در بیمه عمر زمانی مانده بدهکار وجود دارد).	↑ تقاضا به دلیل کاهش قیمت افزایش می‌یابد.
مستمری‌های آنی	↓↓ تقاضا به دلیل کاهش جذابیت نرخ‌های مستمری کاهش می‌یابد.	↑↑ تقاضا افزایش می‌یابد.
محصولات دارای بخش سرمایه‌گذاری	↑ تقاضا در صورتی که تضامین با یک تاخیر زمانی تعدیل شوند افزایش می‌یابد.	↓ تقاضا کاهش می‌یابد.

منبع: (سیگما[۲]، ۲۰۱۲)

برای بیمه‌گذاران زندگی، غالباً گزینه‌ها و اختیارات مختلفی مانند حق برداشت پول یا خاتمه قرارداد درنظر گرفته می‌شود. بیمه‌گران زندگی به‌دلیل رفتار غیرقابل پیش‌بینی

۱. علامت‌های ↑ و ↓ به ترتیب افزایش و کاهش و علامت ↔ عدم تأثیر را نشان می‌دهد.

2. Sigma

بیمه‌گذاران بیش از بیمه‌گران غیرزندگی در معرض ریسک نرخ بهره قرار دارند. در جدول ۲ اثر نرخ بهره بر رفتار بیمه‌گذاران زندگی مشخص شده است.

جدول ۲. اثر نرخ بهره بر رفتار بیمه‌گذاران زندگی

نوع محصولات	کاهش نرخ بهره	افزایش نرخ بهره
محصولات دارای پوشش ریسک فوت و یا حیات	↓ کاهش تعداد بازخرید به دلیل: ۱- قیمت بازاری بالاتر محصول؛ ۲- هزینه ریسک فردی بالاتر در زمان بازخرید.	↔ تأثیر مهمی بر بازخرید ندارد زیرا قیمت بازاری پایین محصول تقریباً با هزینه ریسک فردی بالاتر خنثی می‌شود.
مستمری‌های آنی	↔ تأثیری ندارد چون گزینه بازخرید ندارد.	↔ تأثیری ندارد.
محصولات دارای بخش سرمایه‌گذاری	↓ بیمه‌گذاران گزینه‌های نرخ بهره سودده[1] را حفظ می‌کنند. ↓↓ بیمه‌گذاران ممکن است حق بیمه پرداختی را افزایش دهند، البته درصورتی که این گزینه را در شرایط بیمه‌نامه داشته باشند.	↑ تعداد بازخریدها افزایش می‌یابد البته می‌تواند درصورتی که سودهای بالایی به بیمه‌گذار تعلق گیرد و یا هزینه بازخرید بالا باشد اثر آن کم‌تر شود.

منبع: (سیگما، ۲۰۱۲)

پ) اثر تغییرات نرخ بهره بر صورت‌های مالی

از منظر اقتصادی، درصورتی که دارایی و بدهی‌های شرکت بیمه کاملاً بر هم منطبق باشند، تغییرات نرخ بهره بر روی ارزش شرکت بیمه اثر ندارد. اما از منظر حسابداری، دارایی‌ها و بدهی‌ها غالباً به‌صورت متفاوتی ارزش‌گذاری می‌شوند. به‌عنوان مثال، برای دارایی‌ها ارزش بازاری و برای بدهی‌ها یا تعهدات، ارزش دفتری درنظر گرفته می‌شود. بنابراین تغییرات نرخ بهره باعث نوسان دارایی‌ها خواهد شد، درحالی که تعهدات بدون تغییر باقی می‌ماند. از طرف دیگر، بازه زمانی دارایی‌ها و بدهی‌ها غالباً انطباق ندارند. بنابراین با کاهش نرخ بهره، ارزش شرکت بیمه از منظر اقتصادی کاهش خواهد یافت.

1. In-the-Money

زیرا ارزش تعهدات بیشتر از ارزش دارایی‌ها افزایش خواهد یافت (همان).

ت) اثر تغییرات نرخ بهره بر درآمد سرمایه‌گذاری

با توجه به این‌که شرکت‌های بیمه بیشتر درآمد حق بیمه خود را در اوراق قرضه سرمایه‌گذاری می‌کنند، نرخ بهره پایین روی آنها نیز تأثیر منفی می‌گذارد. همچنین با توجه به این‌گه، هرگونه مازاد بازده سرمایه‌گذاری نسبت به نرخ بهره مورد استفاده در قیمت‌گذاری محصولات، بین سهامداران تقسیم خواهد شد. بالاتر بودن بازده سرمایه‌گذاری نسبت به مقدار مورد انتظار آن سبب افزایش سود خواهد شد و بالعکس (همان). در جدول ۳ اثر نرخ بهره بر سودآوری شرکت‌های بیمه در رشته بیمه زندگی بررسی شده است.

جدول شماره ۳. اثر نرخ بهره بر سودآوری شرکت‌های بیمه در رشته بیمه زندگی

نوع محصولات	کاهش نرخ بهره	افزایش نرخ بهره
محصولات دارای پوشش ریسک فوت و یا حیات	←→ احتمالاً دارای اثر منفی کم روی سودآوری است زیرا سرمایه‌گذاری عامل اصلی سود نیست و تقاضا به نرخ‌های بهره، زیاد حساس نیست.	←→ احتمالاً دارای اثر مثبت کم روی سودآوری است.
مستمری‌های آنی	↓ سودآوری درنتیجه کاهش حجم حق بیمه این نوع بیمه‌نامه (و احتمالاً به‌دلیل کاهش سرمایه‌گذاری به‌دلیل عدم انطباق بازه زمانی) کاهش پیدا می‌کند.	↑↑ سودآوری افزایش پیدا می‌کند.
محصولات دارای بخش سرمایه‌گذاری	↓↓ سودآوری به‌دلیل کاهش حاشیه سرمایه‌گذاری کاهش می‌یابد. ↓↓↓ سودآوری درصورتی که بازده سرمایه‌گذاری کمتر از تضمین باشد به شدت کاهش می یابد.	↑ سودآوری به‌طور نسبی افزایش می‌یابد زیرا شرکت بیمه نیز در بازده سرمایه‌گذاری بیشتر از تضمین ارائه شده در بیمه‌نامه شریک است.

منبع: (سیگما، ۲۰۱۲)

با توجه به اهمیت نااطمینانی نرخ بهره و اثر آن بر بیمه‌های زندگی، در این مقاله با استفاده از متغیرهای تصادفی فازی به این موضوع پرداخته شده است. استفاده از

روش‌های عددی به این منظور غالباً طولانی و بزرگ خواهد بود و معمولاً از روش‌های فازی، مونت کارلو یا روش‌های تصادفی دیگر استفاده می‌شود. برای آشنایی با روش‌های مختلف به (دیکسون و همکاران، ۲۰۱۳؛ برینگو و مرکوری[1]، ۲۰۰۶ و کرنس[2]، ۲۰۰۴) مراجعه شود.

طبق آیین‌نامه شماره ۶۸ شورای عالی بیمه، بیمه مرکزی موظف است، هر دو سال یکبار نرخ سود فنی را مورد بازنگری قرار دهد و پیشنهاد لازم را به شورای عالی بیمه ارائه کند. با توجه به این‌که تغییر نرخ بهره در کشور در فاصله زمانی بین به‌روزرسانی این نرخ بهره در قوانین و مقررات، مبهم و نادقیق است[3]، استفاده از متغیرهای تصادفی فازی برای نرخ بهره، مناسب به‌نظر می‌رسد.

۳. روش‌شناسی پژوهش

اگرچه در محاسبات بیمه‌ای ممکن است نرخ سود فنی در طول زمان ثابت درنظر گرفته شود، اما چون در واقعیت نرخ بازده سرمایه‌گذاری‌ها طی سال‌های مختلف تغییر می‌کند، لذا نرخ بازده انتظاری که مبنای تأمین تعهدات شرکت است، ثابت نبوده و فرض ثابت بودن آن واقع‌بینانه نیست. بنابراین، اکچوئرها از الگوهای مختلفی برای درنظر گرفتن این نااطمینانی استفاده می‌کنند (برای مطالعه انواع این الگوها به احمدزاده و همکاران (۱۳۹۸) رجوع شود).

تکنیک‌های تصادفی بدون شک در هسته ریاضیات اکچوئری قرار دارند. با این حال، در مسائل تصمیم‌گیری بیمه[4] و همچنین در زمینه‌های دیگر مربوط به اقتصاد و امور مالی، بسیاری از اطلاعات مبهم هستند، یا به‌شدت به قضاوت‌های ذهنی متکی هستند. بنابراین، به‌وضوح قابل اندازه‌گیری نیستند. برای چنین اطلاعاتی، استفاده از نظریه مجموعه‌های

1. Bringo & Mercurio
2. Cairns
۳. لازم به ذکر است که آخرین نرخ سود فنی در سال ۱۳۹۵ توسط شورای عالی بیمه تصویب شده است.
4. Insurance Decision-Making Problems

فازی می‌تواند جایگزین مناسب و یا مکمل روش‌های آماری خالص باشد. به‌عبارت دیگر، در حوزه اکچوئری، نظریه مجموعه‌های فازی برای مدل‌سازی مسائلی مورد استفاده قرار گرفته که اطلاعات موجود برای آنها کم یا مبهم است و نیاز به قضاوت ذهنی اکچوئری دارد.

با توجه به این‌که در ایران، نرخ بازده سرمایه‌گذاری و درنتیجه بازده انتظاری، وابسته به عواملی متعدد، غیرتصادفی و غیرقابل پیش‌بینی است، استفاده از روش‌های احتمالی و تصادفی برای پیش‌بینی آن و در نتیجه استفاده در قیمت‌گذاری محصولات بیمه‌های زندگی که ماهیت بلندمدت دارند منطقی به‌نظر نمی‌رسد. در این شرایط، قضاوت اکچوئر برای تصمیم‌گیری در تعیین نرخ سود فنی مورد استفاده در محصولات بیمه زندگی، می‌تواند مورد توجه قرار گیرد.

به‌عبارت دیگر، با توجه به ماهیت بلندمدت بیمه‌های زندگی و اثرگذاری نااطمینانی نرخ بهره‌های مورد استفاده در شرکت‌های بیمه از جنبه‌های مختلف به‌ویژه اثر این نااطمینانی بر نرخ حق بیمه محصولات بیمه زندگی، در این مقاله، از نرخ بهره فازی برای قیمت‌گذاری بیمه‌های زندگی استفاده شده است. روش‌های فازی، روش‌های ریاضی برای نشان دادن و بیان اطلاعات مبهم و غیردقیق هستند. یکی از مزایای استفاده از روش‌های فازی، سادگی محاسبات و نیاز به مفروضات کم برای حل مسائل است. مزیت دیگر روش‌های فازی این است که به‌جای یک مقدار، یک بازه برای پاسخ مورد نظر به‌دست می‌دهد که با توجه به اهداف اکچوئری، می‌توان در مورد نحوه تخصیص یک مقدار متعلق به بازه مذکور به مسئله تصمیم‌گیری کرد.

علاوه‌بر این، با توجه به این‌که حداکثر نرخ سود فنی اعلام شده توسط بیمه مرکزی، برای چندین سال، ثابت اعلام می‌شود، استفاده از نرخ بهره فازی، این امکان را برای اکچوئر ایجاد می‌کند که با توجه به درکی که از شرایط کنونی دارد درخصوص تعیین نرخ سود فنی و در نتیجه قیمت‌گذاری محصول بیمه زندگی اقدام کند.

٤. یافته‌های پژوهش

در این بخش، نتایج مقاله برای بیمه‌نامه‌های زندگی مختلف در کشور، طبق مقررات حاکم و بر اساس معیارهای اختصاصی زیر تحلیل خواهد شد:

– جدول زندگی: از ابتدای سال ۱۴۰۰ جدول زندگی ایران (ILT1400) از سوی بیمه مرکزی برای به‌کارگیری شرکت‌های بیمه ابلاغ شده است. قبل از تدوین این جدول، از جدول زندگی فرانسه (TD88-90) استفاده می‌شد. نتایج مقاله برای هر دو جدول ارائه و مقایسه خواهد شد.

– نرخ سود فنی علی‌الحساب: بر اساس مکمل آیین‌نامه ۶۸ شورای عالی بیمه، حداکثر نرخ سود فنی برای دو سال اول مدت اعتبار بیمه نامه ۱۶ درصد، برای دو سال بعد ۱۳ درصد و برای دوره مازاد بر چهار سال اول آن ۱۰ درصد تعیین شده است.

فرض می‌کنیم برای هر $\alpha\epsilon[0,1]$ نرخ بهره فازی به‌صورت زیر درنظر گرفته شود و محاسبات حق بیمه فازی را برای این نرخ بهره تشریح و تحلیل می‌کنیم:

$$
\begin{aligned}
i_{\alpha_1} &= [0.15 + 0.01\alpha, 0.17 - 0.01\alpha\,], && t \le 2 \\
i_{\alpha_2} &= [0.115 + 0.015\alpha, 0.145 - 0.015\alpha\,], && 2 < t \le 4 \\
i_{\alpha_3} &= [0.085 + 0.015\alpha, 0.115 - 0.015\alpha\,], && t > 4
\end{aligned}
$$

لازم به ذکر است که این بازه‌ها برای نرخ بهره به‌گونه‌ای درنظر گرفته شده که برای سال‌های مختلف با هم تداخل نداشته باشند. با توجه به این‌که دو سال اول، نرخ بهره بهتر از سال‌های آتی قابل پیش‌بینی است، برای نرخ بهره بازه کوچکتری درنظر گرفته شده است. بر این اساس، نرخ تنزیل را به‌صورت زیر خواهیم داشت:

$$
\underline{d_{t\alpha}} = \begin{cases} (1.17 - 0.01\alpha)^{-t}, & t \le 2 \\ (1.17 - 0.01\alpha)^{-2}(1.145 - 0.015\alpha)^{-(t-2)}, & 2 < t \le 4 \\ (1.17 - 0.01\alpha)^{-2}(1.145 - 0.015\alpha)^{-2}(1.115 - 0.015\alpha)^{-(t-4)}, & t > 4 \end{cases}
$$

$$\overline{d_{t\alpha}} =$$

$$\begin{cases}(1.15+0.01\alpha)^{-t}, & t\leq 2\\ (1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-(t-2)}, & 2<t\leq 4\\ (1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-2}(1.085+0.015\alpha)^{-(t-4)}, & t>4\end{cases}$$

علاوه‌بر این برای اعتبارسنجی روش مورد استفاده، یافته‌های تحقیق را با نرخ بهره تصادفی دارای توزیع نرمال مورد استفاده در کتاب (دیکسون، ۲۰۱۳)، مقایسه کردیم. در صفحه ۴۸۰ این کتاب، برای درنظر گرفتن ریسک نرخ بهره از توزیع نرمال استفاده شده است. در این مقاله نیز برای شبیه‌سازی نرخ بهره، با توجه به نرخ سود فنی اعلام شده در مکمل آیین‌نامه ۶۸ شورای عالی بیمه، از توزیع نرمال با مشخصات زیر استفاده کردیم:

$$r_1 \sim N(0.16,0.010), \qquad t\leq 2$$
$$r_2 \sim N(0.13,0.015), \qquad 2<t\leq 4$$
$$r_3 \sim N(0.10,0.015), \qquad t>4$$

پس از شبیه‌سازی نرخ بهره فنی برای ۵۰۰۰ نمونه، برای حق بیمه، فاصله اطمینان ۹۵٪ به‌دست آورده و نتایج آن جهت مقایسه با روش پیشنهادی در جداول مربوطه منعکس شده است. مقایسه دو روش نشان می‌دهد که حق بیمه فازی، نیاز به مفروضات کمتری نسبت به روش تصادفی دارد و به‌دلیل عدم نیاز به تولید اعداد تصادفی، محاسبات آن ساده‌تر است. همچنین، مقایسه نتایج روش فازی با روش تصادفی در مثال‌های زیر، از اعتبار یافته‌های مقاله حکایت دارد.

۴-۱. بیمه زندگی

در این قسمت یافته‌های مقاله برای بیمه‌نامه‌های عمر زمانی ۱۰ ساله برای افراد ۵۰، ۵۵، ۶۰ و ۶۵ ساله تحلیل خواهد شد. در جدول ۴ برآمدهای مربوط به $_{10}\tilde{A}_x$ به همراه برش‌های α و احتمالات آنها ارائه شده است. در جدول ۵ امید ریاضی ارزش فعلی و بازه مورد انتظار برای آن، ارزش مورد انتظار با ضریب β حق بیمه عمر زمانی بر اساس جداول زندگی TD88-90 و ILT1400 برای پرداخت ۱۰۰۰ واحد پول ارائه شده است.

فصلنامه علمی پژوهشی
پژوهشنامه بیمه
سال سی‌وهفتم. شماره ۱. بهار ۱۴۰۱

جدول ٤. متغیر تصادفی فازی ارزش فعلی بیمه عمر زمانی $_{10}\tilde{A}_x$

احتمال	برش‌های α برآمدها	برآمدها
${}_{0\|}q_x$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-1}, (1.145+0.015\alpha)^{-1}]$	$\tilde{d}_1$
${}_{1\|}q_x$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2}, (1.145+0.015\alpha)^{-2}]$	$\tilde{d}_2$
${}_{2\|}q_x$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-1}, (1.145+0.015\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-1}]$	$\tilde{d}_3$
${}_{3\|}q_x$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-2}, (1.145+0.015\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-2}]$	$\tilde{d}_4$
${}_{4\|}q_x$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-2}(1.115-0.015\alpha)^{-1}, (1.145+0.015\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-2}(1.085+0.015\alpha)^{-1)}]$	$\tilde{d}_5$
...	...	...
${}_{9\|}q_x$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-2}(1.115-0.015\alpha)^{-6}, (1.145+0.015\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-2}(1.085+0.015\alpha)^{-6)}]$	$\tilde{d}_{10}$

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۵. امید ریاضی ارزش فعلی، بازه مورد انتظار برای آن و ارزش مورد انتظار با ضریب β حق‌بیمه عمر زمانی بر اساس جداول زندگی TD88-90 (سطر بالا) و ILT1400 (سطر پایین)

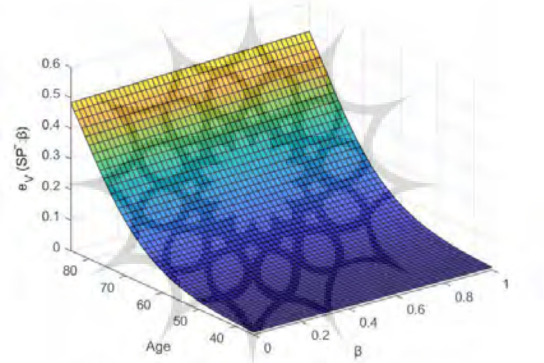
شبیه‌سازی (دیکسون، ۲۰۱۳)	$e_V(S\tilde{P};\beta)$ $\beta=1$	$\beta=0.75$	$\beta=0.5$	$e_I(S\tilde{P})$	$S\tilde{P}_0$	$S\tilde{P}_1$	x
[45.84,53.02] [26.91.31.18]	50.94 29.99	50.18 29.53	49.41 29.07	[47.88,50.94] [28.15,29.99]	[46.45,52.57] [27.29,30.97]	49.36 29.04	50
[67.83,78.08] [43.15.49.95]	75.14 47.99	74.04 47.26	72.95 46.52	[70.75,75.14] [45.05,47.99]	[68.70, 77.48] [43.67,49.56]	72.88 46.47	55
[95.46,109.48] [69.42.80.29]	105.40 77.10	103.90 75.93	102.40 74.75	[99.39,105.40] [72.41,77.10]	[96.57,108.61] [70.21,79.60]	102.30 74.68	60
[134.39,153.85] [110.30,127.42]	148.21 122.47	146.07 120.64	143.94 118.80	[139.68,148.21] [115.14,122.47]	[135.68,152.75] [111.70,126.38]	143.81 118.68	65

منبع: یافته‌های پژوهش

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود با فرض استفاده از جدول زندگی ایران، برش صفر که تمام مقادیر ممکن برای حق بیمه فازی بیمه عمر زمانی را بیان می‌کند برای یک فرد ۵۰ ساله بین ۲۷/۲۹ و ۳۰/۹۷ خواهد بود. همچنین برش ۱ یعنی مقدار قطعی حق بیمه ۲۹/۰۴ می‌باشد. علاوه‌بر این، با درنظر گرفتن تمام سناریوهای محتمل برای مقادیر α، برآوردی از مقادیر محتمل قیمت منصفانه به‌دست می‌آوریم. برای یک فرد ۵۰ ساله، این مقادیر می‌تواند بین ۲۸/۱۵ و ۲۹/۹۹ نوسان کند. علاوه‌بر این، برای یک شرکت کاملاً

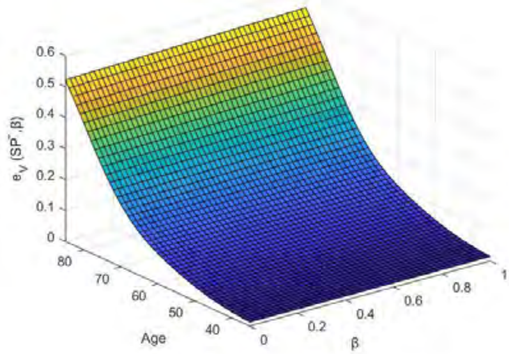
ریسک‌گریز (β=1)، مقدار حق بیمه برای یک فرد ۵۰ ساله ۲۹/۹۹ خواهد بود.

در صورتی که محاسبات را با جدول زندگی فرانسه انجام دهیم مطابق جدول ۵، حق بیمه‌ها بیشتر خواهد بود. این امر در نمودارهای ۱ و ۲ که اثر تغییرات سن و مقادیر β بر حق بیمه محصول بیمه عمر زمانی نشان داده شده نیز قابل رویت است. دلیل این امر این است که به‌طور کلی، بر اساس جدول زندگی فرانسه از ۱۷ تا ۹۹ سالگی احتمال فوت از جدول زندگی ایران بیشتر می‌باشد. علاوه‌بر این بر اساس معادله (۱۳)، با افزایش مقدار β، حق بیمه برای یک فرد x ساله به‌صورت خطی افزایش می‌یابد که در نمودارهای ۱ و ۲ این مسئله قابل مشاهده است.



نمودار ۱. بررسی اثر تغییرات سن و مقادیر β بر حق بیمه محصول بیمه عمر زمانی با مزایای یک واحد پول بر اساس ILT1400

منبع: یافته‌های پژوهش



نمودار ۲. بررسی اثر تغییرات سن و مقادیر β بر حق بیمه محصول بیمه عمر زمانی با مزایای یک واحد پول بر اساس TD88-90

منبع: یافته‌های پژوهش

٤-۲. بیمه عمر مختلط

در این قسمت یافته‌های مقاله برای بیمه‌نامه‌های زندگی مختلط ۵ ساله برای افراد ۴۵، ۵۵، ۶۵، ۷۵ و ۸۵ ساله تحلیل خواهد شد. در جدول ۶ برآمدهای مربوطه به همراه برش‌های α و احتمالات آنها ارائه شده است. در جدول ۷ نیز امید ریاضی ارزش فعلی، بازه مورد انتظار برای آن و ارزش مورد انتظار با ضریب β حق بیمه عمر مختلط ارائه شده است.

جدول ٦. متغیر تصادفی فازی ارزش فعلی بیمه عمر مختلط $\widetilde{A}_{x:5\urcorner}$

برآمدها	برش‌های α برآمدها	احتمال
$\tilde{d}_1$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-1},(1.145+0.015\alpha)^{-1}]$	$_{0\mid}q_x$
$\tilde{d}_2$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2},(1.145+0.015\alpha)^{-2}]$	$_{1\mid}q_x$
$\tilde{d}_3$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-1},(1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-1}]$	$_{2\mid}q_x$
$\tilde{d}_4$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-2},(1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-2}]$	$_{3\mid}q_x$
$\tilde{d}_5$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-2}(1.115-0.015\alpha)^{-1},(1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-2}(1.085+0.015\alpha)^{-1)}]$	$_{4\mid}q_x$
$\tilde{d}_5$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-2}(1.115-0.015\alpha)^{-1},(1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-2}(1.085+0.015\alpha)^{-1)}]$	$_{5}p_x$

منبع: یافته‌های پژوهش

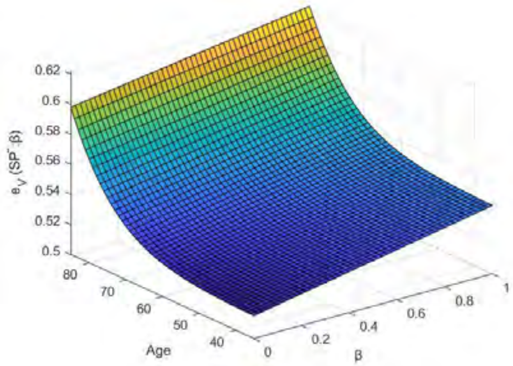
جدول ۷. امید ریاضی ارزش فعلی، بازه مورد انتظار برای آن و ارزش مورد انتظار با ضریب β حق بیمه عمر مختلط بر اساس جداول زندگی TD88-90 (سطر بالا) و ILT1400 (سطر پایین)

x	$S\tilde{P}_1$	$S\tilde{P}_0$	$e_I(S\tilde{P})$	$e_V(S\tilde{P};\beta)$			شبیه‌سازی (دیکسون، ۲۰۱۳)
				$\beta=0.5$	$\beta=0.75$	$\beta=1$	
45	0.532	[0.503,0.564]	[0.518,0.548]	0.533	0.540	0.548	[0.498,0.568]
	0.531	[0.502,0.562]	[0.516,0.547]	0.531	0.539	0.547	[0.496,0.567]
55	0.537	[0.509, 0.568]	[0.523,0.552]	0.538	0.545	0.552	[0.502,0.574]
	0.534	[0.505,0.565]	[0.519,0.549]	0.534	0.542	0.549	[0.499,0.569]
65	0.546	[0.518,0.576]	[0.532,0.561]	0.546	0.553	0.561	[0.512,0.580]
	0.542	[0.513,0.572]	[0.527,0.557]	0.542	0.549	0.557	[0.507,0.577]
75	0.567	[0.541,0.596]	[0.554,0.581]	0.568	0.575	0.581	[0.535,0.600]
	0.563	[0.536,0.591]	[0.549,0.577]	0.563	0.570	0.577	[0.529,0.596]
85	0.620	[0.599,0.646]	[0.611,0.634]	0.622	0.628	0.634	[0.593,0.651]
	0.610	[0.586,0.635]	[0.598,0.622]	0.610	0.616	0.622	[0.581,0.639]

منبع: یافته‌های پژوهش

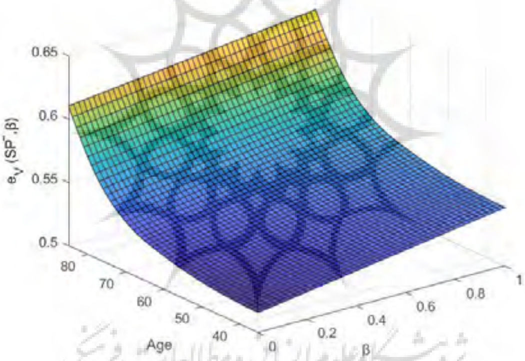
همان‌طور که در جدول ۷ مشاهده می‌شود مقادیر ممکن برای حق بیمه محصول بیمه عمر مختلط بر اساس جدول زندگی ILT1400 برای یک فرد ۴۵ ساله بین ۰/۵۰۲ و ۰/۵۶۲ خواهد بود. همچنین مقدار قطعی حق بیمه این نوع بیمه‌نامه ۰/۵۳ می‌باشد. برای یک شرکت بیمه کاملاً ریسک‌گریز ($\beta=1$)، مقدار حق بیمه خالص برای یک فرد ۴۵ ساله ۰/۵۴۸ خواهد بود.

با انجام محاسبات بر اساس جدول زندگی TD88-90، مطابق جدول ۷، حق بیمه‌ها بیشتر خواهد بود. این امر در نمودارهای ۳ و ۴ نیز قابل رویت است که دلیل آن احتمال فوت بیشتر بر اساس جدول زندگی فرانسه نسبت به جدول زندگی ایران است. علاوه‌بر این رابطه خطی بین β و حق بیمه برای یک فرد x ساله در معادله (۱۶) در نمودارهای ۳ و ۴ به‌وضوح مشخص است.



نمودار ۳. بررسی اثر تغییرات سن و مقادیر β بر حق بیمه محصول بیمه عمر مختلط بر اساس TD88-90

منبع: یافته‌های پژوهش



نمودار ٤. بررسی اثر تغییرات سن و مقادیر β بر حق بیمه محصول بیمه عمر مختلط بر اساس ILT1400

منبع: یافته‌های پژوهش

٤-۳. بیمه مستمری زندگی

در این قسمت، یافته‌های مقاله برای مستمری‌های زندگی برای افراد ۵۷، ۶۲، ۶۷ و ۷۲ ساله با $m = ۳$ و $n = ۱۰$ تحلیل خواهد شد. در جدول ۸ برآمدهای مربوطه به همراه برش‌های α و احتمالات آنها و در جدول ۹ امید ریاضی ارزش فعلی، بازه مورد انتظار برای آن و ارزش مورد انتظار با ضریب β حق بیمه مستمری زندگی ارائه شده است.

جدول ۸. متغیر تصادفی فازی ارزش فعلی مستمری $_{3|10}\tilde{\ddot{a}}_x$

برآمدها	برش‌های α برآمدها	احتمال
0	[0,0]	$_{3}q_x$
$\tilde{d}_3$	$[(1.17-0.01\alpha)^{-2}(0.145-0.015\alpha)^{-1}, (1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-1}]$	$_{3\|}q_x$
$\sum_{t=3}^{4}\tilde{d}_t$	$[\sum_{t=3}^{4}(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-t}, \sum_{t=3}^{4}(1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-t}]$	$_{4\|}q_x$
$\sum_{t=3}^{5}\tilde{d}_t$	$[\sum_{t=3}^{4}(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-t} + (1.17-0.015\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-2}(1.115-0.015\alpha)^{-1}, \sum_{t=3}^{4}(1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-t} + (1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-2}(1.085+0.015\alpha)^{-1}]$	$_{5\|}q_x$
...	...	...
$\sum_{t=3}^{11}\tilde{d}_t$	$[\sum_{t=3}^{4}(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-t} + \sum_{t=5}^{11}(1.17-0.015\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-2}(1.115-0.015\alpha)^{-t}, \sum_{t=3}^{4}(1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-t} + \sum_{t=5}^{11}(1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-2}(1.085+0.015\alpha)^{-t}]$	$_{11\|}q_x$
$\sum_{t=3}^{12}\tilde{d}_t$	$[\sum_{t=3}^{4}(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-t} + \sum_{t=5}^{12}(1.17-0.01\alpha)^{-2}(1.145-0.015\alpha)^{-2}(1.115-0.015\alpha)^{-t}, \sum_{t=3}^{4}(1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-t} + \sum_{t=5}^{12}(1.15+0.01\alpha)^{-2}(1.115+0.015\alpha)^{-2}(1.085+0.015\alpha)^{-t}]$	$_{12}p_x$

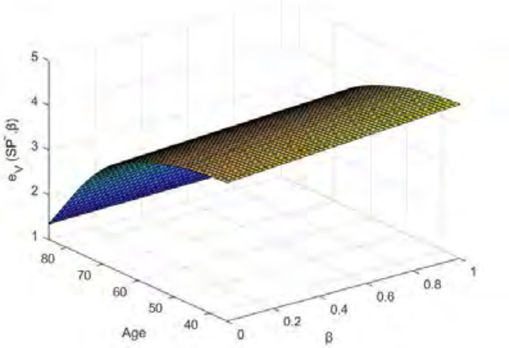
منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۹. امید ریاضی ارزش فعلی، بازه مورد انتظار برای آن و ارزش مورد انتظار با ضریب β حق بیمه مستمری زندگی بر اساس جداول زندگی TD88-90 (سطر بالا) و ILT1400 (سطر پایین)

x	$S\tilde{P}_1$	$S\tilde{P}_0$	$e_I(S\tilde{P})$	$e_V(S\tilde{P};\beta)$			شبیه‌سازی (دیکسون، ۲۰۱۳)
				$\beta = 0.5$	$\beta = 0.75$	$\beta = 1$	
57	3.896 4.045	[3.575, 4.257] [3.741,4.384]	[3.733,4.073] [3.891,4.212]	3.903 4.051	3.988 4.132	4.073 4.212	[3.537,4.271] [3.676,4.429]
62	3.717 3.865	[3.414,4.058] [3.578,4.184]	[3.563,3.884] [3.719,4.022]	3.724 3.870	3.804 3.946	3.884 4.022	[3.381,4.072] [3.510,4.234]
67	3.451 3.587	[3.175,3.760] [3.326,3.877]	[3.310,3.603] [3.454,3.729]	3.456 3.592	3.530 3.660	3.603 3.729	[3.157,3.764] [3.266,3.921]
72	3.032 3.183	[2.798,3.294] [2.959,3.432]	[2.913,3.161] [3.069,3.305]	3.037 3.187	3.099 3.246	3.161 3.305	[2.774,3.296] [2.917,3.461]

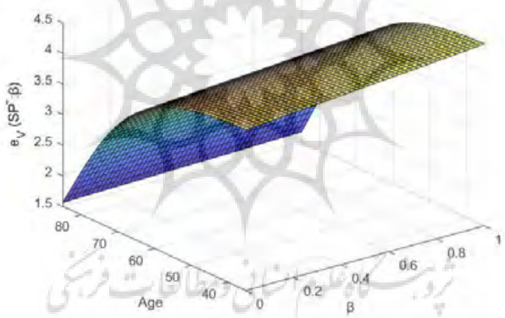
منبع: یافته‌های پژوهش

برای یک فرد ۵۷ ساله، تمام حالات ممکن برای حق بیمه برای یک مستمری زندگی بر اساس جدول زندگی ایران بین ۳/۷۴۱ و ۴/۳۸۴ است. همچنین با استفاده از ارزش مورد انتظار با ضریب β، برای یک شرکت بیمه با ریسک‌گریزی متوسط (β=۰/۷۵۰) مقدار حق بیمه خالص ۴/۱۳۲ خواهد بود. درصورتی که این محاسبات را برای جدول زندگی فرانسه انجام دهیم حق بیمه‌ها کمتر خواهد بود. زیرا احتمال زنده بودن بر اساس این جدول کمتر از جدول ایران است. این مسئله هم در جدول ۹ و هم در نمودارهای ۵ و ۶ کاملاً مشخص است. علاوه‌بر این، بر اساس معادله (۱۲)، با افزایش مقدار β، حق بیمه برای یک فرد x ساله به‌صورت خطی افزایش می‌یابد. همچنین به دلیل این‌که احتمال زنده بودن با افزایش سن کاهش می‌یابد، حق بیمه‌ها کاهش می‌یابد. اثر تغییرات سن و مقادیر β بر حق بیمه‌های بیمه مستمری زندگی در نمودارهای ۵ و ۶ نشان داده شده است.



نمودار ۵. اثر تغییرات سن و مقادیر β بر حق بیمه محصول بیمه مستمری زندگی بر اساس TD88-90

منبع: یافته‌های پژوهش



نمودار ٦. اثر تغییرات سن و مقادیر β بر حق بیمه محصول بیمه مستمری زندگی بر اساس ILT1400

منبع: یافته‌های پژوهش

۵. جمع‌بندی و پیشنهادها

در قیمت‌گذاری یک محصول بیمه‌ای، مدل‌سازی منابع نااطمینانی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این مقاله، از تئوری مجموعه‌های فازی برای مدل‌سازی نرخ بهره به‌عنوان یکی از منابع نااطمینانی، استفاده شد و به محاسبه حق بیمه یک‌جای قراردادهای بیمه زندگی پرداخته شد. بدین ترتیب عامل تنزیل فازی تعریف و ارزش تصادفی فازی بیمه‌نامه‌های زندگی محاسبه گردید. برای این منظور نحوه محاسبه امید ریاضی ارزش فعلی بیمه‌نامه، بازه مورد انتظار برای آن و ارزش مورد انتظار با ضریب β در جهت تخصیص یک قیمت به بیمه‌نامه بر اساس قضاوت‌های بیم‌سنجی بیان گردید.

در بخش یافته‌های تحقیق، محاسبات روش فازی مربوط به انواع بیمه‌نامه زندگی شامل بیمه عمر زمانی، بیمه عمر مختلط و مستمری زندگی با استفاده از نرخ بهره اعلام شده در مکمل آیین‌نامه شماره ۶۸ شورای عالی بیمه و بر اساس جدول زندگی ایران که از ابتدای سال ۱۴۰۰ از سوی بیمه مرکزی برای به‌کارگیری ابلاغ شده و جدول زندگی TD88-90 فرانسه، برای افراد با سنین مختلف انجام، تحلیل و مقایسه گردید. همچنین اثر تغییرات سن و مقادیر β بر حق بیمه انواع بیمه‌نامه‌های زندگی رسم و تحلیل شد. با توجه به این‌که احتمال فوت یک فرد در جدول ایران بیشتر از جدول TD88-90 است، حق بیمه محاسبه شده بر اساس جدول ایران برای بیمه‌های عمر زمانی و عمر مختلط کمتر و برای بیمه مستمری زندگی بیشتر از حق بیمه محاسبه شده بر اساس جدول TD88-90 است. همچنین، نتایج روش فازی با یک روش تصادفی مقایسه شد که از اعتبار نتایج حاصله با استفاده از روش فازی پیشنهادی حکایت دارد.

با توجه به این‌که نرخ بهره در طول زمان، بر اثر تغییر سیاست‌های پولی، مالی و ارزی دچار نوسان می‌شود و این نوسان می‌تواند بر ذخایر و تعهدات شرکت‌های بیمه تأثیرگذار باشد، می‌توان با استفاده از نرخ بهره فازی، محدوده‌ای مجاز برای حق بیمه محصولات بیمه زندگی درنظر گرفت. این مسئله برای بیمه‌های زندگی با توجه به ماهیت بلندمدت و احتمال نوسانات بیشتر نرخ بهره در مدت قراردادهای آنها از اهمیت

بیشتری برخوردار است. با توجه به این‌که بیمه مرکزی موظف است هر دو سال یکبار نرخ سود فنی را مورد بازنگری قرار دهد و پیشنهاد لازم را به شورای عالی بیمه ارائه کند، پیشنهاد می‌شود در زمان بازنگری سودهای فنی، گزینه استفاده از نرخ سود فنی فازی نیز مورد توجه و امکان اجرایی شدن آن مورد بررسی قرار گیرد. زیرا درنظر گرفتن بازه دو ساله و حتی بیشتر برای به‌روزرسانی نرخ سود فنی و ثابت بودن آن در طول این مدت، می‌تواند اثرات نامطلوبی مانند افزایش بازخرید، کاهش تقاضا، کاهش درآمد سرمایه‌گذاری و ... به‌دلیل تغییرات نرخ بهره بر بیمه‌های زندگی داشته باشد.

ملاحظات اخلاقی

حامی مالی

این مقاله حامی مالی ندارد.

مشارکت نویسندگان

تمام نویسندگان در آماده سازی این مقاله مشارکت کرده‌اند.

تعارض منافع

بنا به اظهار نویسندگان، در این مقاله هیچ‌گونه تعارض منافعی وجود ندارد.

تعهد کپی‌رایت

منابع

احمدزاده، عزیز.، قنبرزاده، میترا.، افشازی، سمیه.، حیدری، حسن.، علی‌محمدی، مهدی و سیدی مرادی، جمیل. (۱۳۹۸). انواع بیمه‌های عمر و چالش‌های توسعه آن در ایران با رویکرد بیمه‌های عمر غیرپس‌اندازی. *پژوهشکده بیمه*، طرح پژوهشی شماره ۱۱۰.

آرزمجو، هانیه.، ناصحی‌فر، وحید و تقوی‌فرد، محمدتقی. (۱۳۹۴). عوامل کلیدی پیاده‌سازی موفق طرح تحول صنعت بیمه با استفاده از رویکرد دلفی فازی. *پژوهشنامه بیمه*، ۳۰(۱): ۲۴۰-۲۱۵.

پارامنتر، مایکل. (۱۳۹۱). تئوری سود و احتمالات زندگی و کاربردهای آن در مستمری‌ها. ترجمه غدیر مهدوی کلیشمی، حجت شفیعی دیزج و مهرنوش ریسمانکارزاده. پژوهشکده بیمه، چاپ اول.

فرشباف ماهریان، جواد و لالیان پور، نوشین. (۱۳۹۵). شناسایی عوامل مؤثر بر تقلب و تخلف درصنعت بیمه ایران به روش دلفی فازی. بیست‌وسومین همایش ملی و نهمین همایش بین‌المللی بیمه و توسعه، تهران: ۱۳ آذرماه.

کاردگر، ابراهیم.، سلیمانی، فرهام.، فارغ، فهیمه.، حسینی، حسین و جلیلوند، زهرا. (۱۳۹۶). ارائه مدل فازی تدوین و اولویت‌بندی استراتژی‌های شرکت‌های بیمه با استفاده از روش QSPM فازی. *مطالعات مدیریت و حسابداری*، ویژه همایش بین‌المللی مدیریت، اقتصاد و علوم انسانی با رویکرد اقتصاد مقاومتی، اشتغال و تولید، ۲۸۶-۲۷۱.

کمیجانی، اکبر.، محمدی، شاپور.، کوششی، مجید و نیاکان، لیلی. (۱۳۹۳). قیمت‌گذاری مستمری‌های عمر با استفاده از نرخ بهره فنی فازی. *پژوهشنامه بیمه*، ۲۹(۴): ۶۰-۳۳.

معماریانی، عزیزا... و زنگوییی‌نژاد، ابوذر. (۱۳۹۰). طراحی سیستم دانش‌محور کشف تقلب در شرکت‌های بیمه: رویکرد فازی. *مدیریت اجرایی*، ۳(۶): ۱۷۸-۱۵۵.

Berdin, E. & Gründl, H. (2015). The effects of a low interest rate environment on life insurers. *The Geneva Papers on Risk and Insurance - Issues and Practice*, 40(3), 385-415

Berends, K., McMenamin, R., Plestis, T. & Rosen, R. J. (2013). The sensitivity of life insurance firms to interest rate changes. *Economic Perspectives*, 37(Q II), 47-78.

Brigo, D. & Mercurio, F. (2006), Interest rate models-theory and practice. Springer, New York.

Cairns, A. J. G. (2004). Interest rate models: An introduction. Princeton University Press, Princeton NJ.

Dickson, D., Hardy, M. & Waters, H. (2013). Actuarial mathematics for life contingent risks. Cambridge University Press.

Guangyuan, W. & Yue, Z. (1992). The theory of fuzzy stochastic processes. *Fuzzy Sets and Systems*, 51, 161-178.

Löfvendahl, G. & Yong, J. (2017). Insurance supervisory strategies for a low interest rate environment. *The Bank for International Settlements (BIS), FSI Insights*, 4, 1-26.

Möhlmann, A. (2017). Interest rate risk of life insurers: Evidence from accounting data. *Bundesbank Discussion Paper*, 10, 1-23.

Sanches, J. A. (2014). Fuzzy claim reserving in non-life insurance. *Computer Science and Information Systems*, 11(2), 825–838.

Sanches, J. A. & Puchades, L. G. (2012). Using fuzzy random variables in life annuities pricing. *Fuzzy Sets and Systems*, 188, 27–44.

Sanches, J. A. & Puchades, L. G. (2017). a. Some computational results for the fuzzy random value of life actuarial liabilities. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 14(4), 1-25

Sanches, J. A. & Puchades, L. G. (2017). b. The valuation of life contingencies: A symmetrical triangular fuzzy Approximation. *Insurance: Mathematics and Economics*, 72, 83–94.

Sanches, J. A., Puchades, L. G. & Zhang, A. (2020). Incorporating fuzzy information in pricing substandard annuities. *Computers and Industrial Engineering*, 145(C), https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106475.

Shapiro, A. F. (2013). Modeling future lifetime as a fuzzy random variable. *Insurance: Mathematics and Economics*, 53, 864–870.

Sigma. (2012). Facing the interest rate challenge. Swiss Re, 4:1-40.

The National Association of Insurance Commissioners. (2021). Low interest rates, available at: https://content.naic.org/cipr_topics/topic_low_interest_rates.

Wang D. (2019). A net premium model for life insurance under a sort of generalized uncertain interest rates. In: Destercke S., Denoeux T., Gil M., Grzegorzewski P., Hryniewicz O. (eds) Uncertainty Modelling in Data Science. SMPS 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing, 832. Springer, Cham.