مجلهٔ تحقیقات اقتصادی / دوره‌ی ۴۷، شماره‌ی ۳، سال ۹۱ / صفحات ۱۶۳ - ۱۴۵

محدودیت‌های نظام‌مندی در سیستم‌های توابع تقاضای انعطاف‌پذیر: مطالعه‌ی موردی تقاضای انرژی بخش خانگی کشور

داود منظور*

دانشیار دانشکده‌ی اقتصاد، دانشگاه امام صادق (ع)، تهران manzoor@isu.ac.ir

علی جدیدزاده

دانشجوی دکتری اقتصاد، دانشگاه کلگری، کانادا ali.jadidzadeh@ucalgary.ca

تاریخ دریافت: ۸۸/۸/۲۷ تاریخ پذیرش: ۹۱/۵/۲۵

چکیده

این مقاله تقاضای برق، گازطبیعی و سایر فرآورده‌ها (نفت‌سفید، نفت‌گاز و گازمایع) در بخش خانگی ایران را با استفاده از فرم تابعی «سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل (AIDS)» مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌دهد. نظام‌مندی نئوکلاسیکی شامل «مثبت‌بودن»، «یکنواختی» و «انحناء» با استفاده از محدودیت‌های نظری که توابع تقاضای انعطاف‌پذیر می‌بایست از آن‌ها تبعیت نمایند، اعمال شده است. در این مطالعه محدودیت «انحناء» از ابتدا در ساختار نظری مدل تقاضای انعطاف‌پذیر تقریباً ایده‌آل (AIDS) اعمال می‌شود و پس از برآورد مدل دو محدودیت «مثبت بودن» و «یکنواختی» مورد آزمون قرار می‌گیرد. کشش‌های قیمتی و درآمدی تقاضا برای هریک از سال‌های مورد مطالعه (۱۳۵۰-۱۳۸۴) با استفاده از این برآورد محاسبه شده و ملاحظه می‌شود درسال‌هایی که محدودیت‌های نظام‌مندی نقض شده است، کشش‌ها نیز دستخوش تغییرات شدید غیرقابل توجیهی می‌شوند.

طبقه‌بندی JEL: C3, C51, Q41, Q43

کلیدواژه‌ها: فرم‌های تابعی انعطاف‌پذیر؛ سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل؛ شرایط نظام‌مندی.

---

*- نویسنده‌ی مسئول.

مقدمه

در این مقاله، تقاضای حامل‌های انرژی در بخش خانگی به تفکیک برق، گاز طبیعی و سایر فرآورده‌ها (که در آن نفت سفید، نفت گاز و گاز مایع با یکدیگر تجمیع می‌شوند) در دوره‌ی ۱۳۵۰-۱۳۸۴ مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد؛ با توجه به امکان جانشینی میان حامل‌های مختلف انرژی، انتظار می‌رود تغییرات قیمت و مصرف هر یک از آن‌ها بر مصرف سایر حامل‌ها مؤثر باشد؛ بدین ترتیب استفاده از سیستم معادلات تقاضا نتایج بهتری را در بر خواهد داشت. از میان انواع سیستم معادلات تقاضا، سیستم معادلات «تقریباً ایده‌آل (AIDS)»[1] در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد.

ویژگی اساسی این مطالعه توجه به این نکته است که در بیش‌تر مطالعات کاربردی سیستم‌های معادلات تقاضا محدودیت‌های نظری خردی تقاضا به‌ویژه شروط نظام‌مندی نئوکلاسیک[2] (محدودیت‌های مثبت‌بودن[3]، یکنواختی[4] و انحنا[5]) مغفول واقع می‌شود و به همین دلیل نتایج به‌دست آمده از این تحقیقات بیش‌تر غیرقابل استناد به نظر می‌رسد. بر این اساس، لازم است شرایط نظام‌مندی نئوکلاسیک در فرم‌های انعطاف‌پذیر موضعی مورد آزمون قرار گیرد، به دنبال کشش‌های تقاضا در نقاطی معتبر خواهد بود که شرایط نظام‌مندی نئوکلاسیک در آن‌ها برقرار باشد.

۱- شروط نظام‌مندی نئوکلاسیک

همان‌گونه که اشاره شد در مدل تقاضای مصرف‌کننده بایستی شروط نظری نظام‌مندی برقرار باشد. مدل تقاضایی را نظام‌مند می‌گوییم که شش شرط (۱) همگنی، (۲) جمع‌پذیری[6]، (۳) تقارن، (۴) یکنواختی، (۵) انحنا و (۶) مثبت بودن را دارا باشد. در مطالعات کاربردی تقاضا می‌پردازند، سه شرط اول به صورت پیشین در سیستم تقاضای انعطاف‌پذیر به صورت فراگیر[7] در تمام مدل اعمال می‌شوند. به هرحال، شروط یکنواختی، انحنا و مثبت بودن را نمی‌توان به سادگی از قبل در مدل اعمال کرد. فرم‌های تابعی انعطاف‌پذیر در صورتی معتبر خواهند بود که سه شرط نظام‌مندی انحناء،

1- The Almost Ideal Demand System (AIDS).
2- Neoclassical regularity conditions.
3- Positivity.
4- Monotonicity.
5- Curvature.
6- Adding up.
7- Global.

یکنواختی و مثبت بودن را نیز رعایت کنند. بارنت (۲۰۰۲)[1]، تأکید می‌کند که در صورت عدم برقراری این محدودیت‌ها: «... شروط مرتبه‌ی دوم رفتار بهینه‌یابی، نظریه‌ی دوگانگی برقرار نبوده و توابع تقاضای به‌دست آمده غیرقابل استناد و نادرست خواهند بود.»

تابع مخارج برحسب قیمت‌ها مقعر است که به نوبه خود مستلزم آن است که «ماتریس اسلاتسکی» شبه‌معین منفی باشد. در بیش‌تر مطالعات کاربردی، ویژگی انحنا ملحوظ نمی‌شود و بنابراین توابع تقاضایی که برآورد می‌شوند، اصل تقعر تابع مخارج را رعایت نمی‌کنند. حال سئوال این است که در چنین مدل‌هایی چگونه می‌توان شرط انحنا را پس از برآورد توابع تقاضا (در نقطه داده‌های معین) را آزمون کرد؟ رویکرد دیگر آن است که ویژگی انحنا موضعی را نیز همانند ویژگی‌های همگنی قیمت‌ها و تقارن به عنوان پیش‌فرض از ابتدا در مدل اعمال نموده و سپس مدل برآورد می‌شود.

برای اعمال ویژگی انحنا موضعی از روش نسبتاً ساده‌ای که رایان و ویلز (۱۹۹۸)[2] پیشنهاد کرده‌اند استفاده می‌کنیم؛ بدین منظور ماتریس $(n\times n)$ اسلاتسکی $\mathbf{S}$، برای سیستم‌های تقاضای انعطاف‌پذیر موضعی در هر نقطه‌ی تخمین به‌صورت زیر تجزیه می‌شود:

$$\mathbf{S}=\mathbf{B}+\mathbf{C} \qquad (۱)$$

$\mathbf{B}$ ماتریس متقارن $n\times n$ی است که از عناصری به تعداد عناصر مستقل ماتریس اسلاتسکی تشکیل می‌شود و $\mathbf{C}$ نیز ماتریس $n\times n$ای است که عناصر آن تابعی از سایر پارامترهای مدل است. حال برای این‌که ویژگی انحنا محقق شود بایستی ماتریس اسلاتسکی $\mathbf{S}$ «شبه‌معین منفی» باشد.

رایان و ویلز (۱۹۹۸) به شیوه لا (۱۹۷۸)[3] و دیورت و ویلز (۱۹۸۷)[4]، برای اعمال ویژگی انحناء، ماتریس $-\mathbf{KK}'$ را به‌جای $\mathbf{S}$ در معادله‌ی (۱) جایگزین کردند، که $\mathbf{K}$ یک ماتریس پایین مثلثی $n\times n$ است، قطعاً ماتریس $-\mathbf{KK}'$ یک ماتریس شبه‌معین منفی است. بدین ترتیب، $\mathbf{B}$ را می‌توان برحسب $\mathbf{K}$ و $\mathbf{C}$ بیان کرد:

$$\mathbf{B}=-\mathbf{KK}'-\mathbf{C}$$

یعنی پارامترهای مدل را می‌توان به سادگی به‌جای تخمین پارامترهای $\mathbf{B}$ و $\mathbf{C}$ از تخمین پارامترهای $\mathbf{K}$ و $\mathbf{C}$ به‌دست آورد؛ به عبارت دیگر می‌توان عناصر ماتریس $\mathbf{B}$

1- Barnett, William A.
2- Ryan and Wales.
3- Lau.
4- Diewert and Wales .

را به‌وسیله‌ی عناصر ماتریس $\mathbf{K}$ و سایر پارامترهای مدل در معادلاتی که تخمین زده می‌شود جایگزین کرد. نتیجه‌ی این عملیات این است که مطمئناً ماتریس $\mathbf{S}$ در نقطه‌ی تخمین ـ هر نقطه‌ای می‌تواند باشد ـ شبه‌معین منفی است.

مزیت این روش سادگی آن است، هرچند روش‌های دیگری نیز برای اعمال شرایط موضعی وجود دارد، به عنوان مثال سرلتیز و شاهمرادی (۲۰۰۵b)[1] بر اساس روش رایان و ویلز (۱۹۹۸) و ماسکینی (۱۹۹۹)[2] به جای استخراج ماتریس اسلاتسکی به روش فوق، از ماتریس هشین استفاده کرده‌اند که همان ماتریس مشتقات مرتبه‌ی دوم تابع مطلوبیت غیرمستقیم نرماله می‌باشد. در مطالعه‌ی دیگری، داگلاس و همکاران (۱۹۸۰)[3] از کشش‌های جانشینی آلن برای این منظور استفاده کرده‌اند. مزیت استفاده از ماتریس اسلاتسکی نسبت به سایر روش‌ها در این است که شبه‌معین، منفی بودن این ماتریس، شرط لازم و کافی برای تقعر تابع مخارج می‌باشد (جدیدزاده ۱۳۸۶).

۲- مرور ادبیات

مطالعات متعددی در ایران با رویکردهای مختلف مدل‌سازی در خصوص توابع تقاضای انرژی در بخش‌های مختلف اقتصادی ایران انجام گرفته است؛ بیش‌تر این مطالعات بدون استفاده از توابع انعطاف‌پذیر انجام‌شده است و در مطالعاتی که از سیستم‌های انعطاف‌پذیر استفاده کرده‌اند نیز، عدم اعمال شرایط تئوریک نظام‌مندی نئوکلاسیکی در تابع مطلوبیت (تقاضا) نتایج این مدل‌ها را غیرقابل استناد و نامعتبر کرده است (جدیدزاده ۱۳۸۶). اما در حوزه‌ی مطالعات خارجی که برای تخمین تقاضای انواع کالاها از توابع انعطاف‌پذیر که در آن‌ها شرایط نظام‌مندی اعمال و مورد آزمون قرار گرفته‌اند ادبیات کاملی موجود می‌باشد. در ادامه، به دو مورد از تحقیقاتی که شرایط نظام‌مندی در فرم‌های انعطاف‌پذیر در آن‌ها اعمال شده است، پرداخته می‌شود.

۲-۱- فرم‌های تابعی انعطاف‌پذیر، شرایط انحنا و تقاضای دارایی‌ها

سرلیتز و شاهمرادی (۲۰۰۴)، به بررسی تقاضای انواع پول در ایالات متحده در قالب پنج فرم تابعی انعطاف‌پذیر ـ لئون‌تیف تعمیم‌یافته، ترانسلوگ پایه، سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل، مین‌فلکس لارنت و وارون تابع مطلوبیت غیرمستقیم درجه‌ی دوم نرمال

1- Serletis and Shahmoradi .
2- Moschini.
3- Douglas et al.

شده می‌پردازد. نویسندگان با اشاره به این نکته که بیش‌تر مطالعات تئوریکی گذشته در این مورد، شرایط تئوریک نظام‌مندی را رعایت نکرده‌اند و لذا قابل استناد نمی‌باشند، شرایط نظام‌مندی (مثبت بودن، انحنا و یکنواختی) را به دقت در تمام پنج تابع مذکور مورد بررسی قرار می‌دهند. آن‌ها ویژگی انحنا را به عنوان فرض پذیرفته‌شده گرفته و در روند تحقیق، هرکدام از شرایط منظم بودن را نقض و اثرات آن را بررسی می‌کنند. در قسمت‌های دیگر این مقاله تمامی انواع کشش‌های درآمدی، قیمتی و جانشینی، محاسبه و تحلیل شده و راه‌حل سیاستی با استفاده از تخمین نقاطی که در آن تمام شرایط نظام‌مندی صدق کرده است، ارائه می‌دهند.

۲-۲- تخمین نیمه‌ناپارامتری جانشینی حامل‌ها در تقاضای انرژی ایالات متحده[1]

نویسندگان این مقاله نیز همانند مقالات پیشین خود که یک مورد آن گذشت، تقاضای نفت خام، گاز طبیعی و زغال‌سنگ را در ایالات متحده با استفاده از دو فرم تابعی انعطاف‌پذیر فراگیر «فوریه»[2] و «مدل ایده‌آل مجانبی (AIM)»[3] مورد بررسی و برآورد قرار داده‌اند. آن‌ها این‌دو مدل را با توجه به ویژگی‌های نظام‌مندی تخمین‌زده و کشش‌های مختلف را به‌دست آورده و در پایان راه‌کارهای سیاستی را پیشنهاد کرده‌اند.

۳- سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل (AIDS)[4]

«سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل (AIDS)» اولین‌بار توسط دیتون و میولبور[5] در سال ۱۹۸۰ معرفی شده است. سیستم تقاضای AIDS به صورت معادلات سهم بودجه به صورت ذیل می‌باشد:

$$s_i = a_i + \sum_{k=1}^{n} \beta_{ik} \ln p_k + b_i (\ln y - \ln P), \qquad i = 1,\ldots,n \qquad (2)$$

که در آن $\ln P$ شاخص قیمت ترانسلوگ می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\ln P = a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k \ln p_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{kj} \ln p_k \ln p_j \qquad (3)$$

1- Serletis, Apostolos and Asghar Shahmoradi. "Semi-Nonparametric Estimates of Interfuel Substitution in U.S. Energy Demand." Department of Economics, University of Calgary, 2006.

2- Fourier.

3- Asymptotically Ideal Mode.

4- The Almost Ideal Demand System (AIDS).

5- Deaton and Muellbauer .

در معادله‌ی (۲)، s_i سهم بودجه‌ی کالای iام، y درآمد، p_k قیمت کالای k ام و (a,b,β) پارامترهای سیستم تقاضا هستند که تخمین زده شده و محدودیت‌های تقارن به‌صورت ($\beta_{ij}=\beta_{ji}$ for all i,j) و ($\sum_{i=1}^{n}\beta_{ij}=0$ for all j) و $\sum_{k=1}^{n}a_k=1$، $\sum_{i=1}^{n}b_i=0$) و محدودیت‌های همگنی به‌صورت ($\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}=0$ for all i) در تخمین اعمال می‌شوند. با فرض وجود n کالا، معادلات سهم در مدل AIDS دارای $\left(n^2+3n-2\right)/2$ پارامتر آزاد خواهند بود.

در سیستم معادلات تقاضای انرژی در بخش خانگی، i و k نشان دهنده‌ی تعداد حامل‌های انرژی مورد استفاده در این بخش می‌باشند. جهت سهولت، انواع فرآورده‌های نفتی با روش دیویزیا با یکدیگر تجمیع می‌شوند، بنابراین سه حامل انرژی شامل برق، گاز طبیعی و سایر فرآورده‌ها (نفت سفید، گازوئیل و گاز مایع) را خواهیم داشت.

۴- اعمال شرط انحنا موضعی در سیستم معادلات تقریباً ایده‌آل (AIDS)

با توجه به روش رایان و ویلز (۱۹۹۸)، جهت اعمال انحنا موضعی، درایه‌ی ij از ماتریس اسلاتسکی سیستم تقاضای AIDS (معادله‌ی ۲) را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$S_{ij}=\beta_{ij}-\left(a_i-b_i a_.\right)\delta_{ij}+\left(a_j-b_j a_.\right)\left(a_i-b_i a_.\right)-b_i b_j a_. \qquad (۴)$$

برای $i,j=1,\ldots,n$، که اگر $i=j$، آن گاه $\delta_{ij}=1$ و اگر $i\neq j$، آن گاه $\delta_{ij}=0$ خواهد بود. حال با توجه به روش رایان و ویلز (۱۹۹۸)، می‌توان انحنا موضعی را با جایگذاری عناصر ماتریس K به جای عناصر ماتریس B در معادلات سهم، اعمال کرد؛ بدین ترتیب درایه‌ی ij ام ماتریس B عبارتست از:

$$\beta_{ij}=\left(-KK'\right)_{ij}+\left(a_i-b_i a_.\right)\delta_{ij}-\left(a_j-b_j a_.\right)\left(a_i-b_i a_.\right)+b_i b_j a_. \qquad (۵)$$

برای $i,j=1,\ldots,n$.

از آن‌جایی که در این مقاله $n=3$ (حالت سه کالایی) است، با توجه به رابطه‌ی (۵)، سه محدودیت به صورت زیر بر معادله‌ی (۴) تحمیل می‌شود:

$$\begin{aligned}
\beta_{11}&=-k_{11}^2+a_1-b_1 a_.-(a_1-b_1 a_.)^2+b_1^2 a_.\\
\beta_{12}&=-k_{11}k_{21}-(a_2-b_2 a_.)(a_1-b_1 a_.)+b_1 b_2 a_. \qquad (۶)\\
\beta_{22}&=-k_{21}^2-k_{22}^2+a_2-b_2 a_.-(a_2-b_2 a_.)^2+b_2^2 a_.
\end{aligned}$$

که جملات k_{ij} درایه‌های ماتریس $\mathbf{K}$ هستند. همان‌گونه که در قسمت (۷-۱) ملاحظه خواهد شد، ضرایب $\beta_{۱۳}$، $\beta_{۲۳}$ و $\beta_{۳۳}$ به طور غیرمستقیم به کمک سایر پارامترها محاسبه می‌شوند.

۵- داده‌ها

اطلاعات مربوط به قیمت و مقدار مصرف انواع حامل‌های انرژی در جدول (۱) به‌تفکیک بخش‌های مختلف مصرف‌کننده انرژی از ترازنامه‌ی انرژی وزارت نیرو استخراج شده است و در عین حال از اطلاعات تکمیلی کارشناسان و آمارهای شرکت ملی گاز ایران (برای گاز طبیعی) و وزارت نفت (برای سایر فرآورده‌ها) استفاده شده است. دوره‌ی مورد بررسی از سال ۱۳۵۰ تا ۱۳۸۴ می‌باشد که درمجموع برای هر متغیر ۳۵ مشاهده خواهیم داشت.

از آن‌جا که سیستم معادلات تقاضا برای فرد نمونه برآورد می‌شود، به منظور محاسبه‌ی مصرف سرانه‌ی هر حامل، مقادیر مصرف بر کل جمعیت، که از مرکز آمار اخذ شده است، تقسیم می‌شود.[۱]

برای تجمیع قیمت و مقدار سه حامل نفت سفید، گازوئیل و گاز مایع با یکدیگر از روش بارنت (۱۹۸۰)[۲] و شاخص پولی دیویزیا[۳] استفاده می‌شود.

با توجه به این‌که برق، گاز طبیعی، نفت سفید، گازوئیل و گاز مایع برحسب واحدهای مختلف اندازه‌گیری و گزارش می‌شوند، مقادیر تمام حامل‌ها با استفاده از ضرایب تبدیل متعارف به میلیون بشکه معادل نفت خام تبدیل شده است. قیمت حامل‌ها نیز برحسب میلیون ریال بر میلیون بشکه معادل نفت خام تبدیل شده است.

۶- الزامات محاسباتی

به منظور تخمین سیستم معادلات سهم (۲)، آن را به صورت یک مدل استوکاستیک بازنویسی می‌کنیم. برای این منظورجمله اختلال u_i را به سمت راست معادلات سهم می‌افزاییم، فرض می‌شود $u \approx N(O, \sigma^2 I)$ که O ماتریس صفر و $\sigma^2 I$

۱- توجه شود که در سیستم معادلات مفروض‌ها متغیر وابسته متغیر سهم می‌باشد, لذا نیازی به استفاده از شاخص‌های مختلفی مانند شاخص قیمت مصرف‌کننده (CPI)، برای به دست آوردن قیمت‌های واقعی نمی‌باشد.

2- Barnett.
3- Divisia Index.

ماتریس $n\times n$ متقارن واریانس ـ کوواریانس خطاهاست، با افزودن جمله خطا به سیستم معادلات سهم، مدل استوکاستیک مورد نظر را می‌توان در حالت کلی به صورت زیر نوشت:

$$s_t = g(v_t, \vartheta) + u_t \qquad (۷)$$

که در آن $s = (s_۱, \ldots, s_n)'$، $g(v,\vartheta) = (g_۱(v,\vartheta), \ldots, g_n(v,\vartheta))'$ و $g_i(v,\vartheta)$ عبارت سمت راست معادله‌ی (۲) است به طوری‌که در آن V بردار متغیرها و ϑ بردار پارامترهایی است که می‌بایست تخمین زده شوند.

بر اساس فروض مربوط به u_t هرچند ممکن است بین اجزای اختلال در زمان t همبستگی وجود داشته باشد، ولی بین اجزای اختلال در طول زمان خودهمبستگی وجود ندارد. از آن‌جایی‌که معادلات سهم از ویژگی جمع‌پذیری برخوردارند، ماتریس کوواریانس اختلالات منفرد خواهد بود، برای حل این مشکل می‌توان یکی از معادلات را به دلخواه از سیستم حذف کرد و آن‌را از دو معادله‌ی دیگر (در حالت سه معادله‌ای) به‌دست آورد. نکته‌ی قابل توجه در این حالت، عدم تغییر نتایج نسبت به معادله‌ی حذف شده است، بدین ترتیب می‌توان پارامترهای معادله‌ی حذف شده را از سایر معادلات به‌دست آورد.

نکته‌ی دیگری که در مورد فروض u_t باید مورد توجه قرار گیرد، فرض نرمال بودن توزیع جملات خطاست. از آن‌جا که توابع مورد بررسی، توابع سهم هستند و $۰ \le s_i \le ۱$ است، جملات خطا نمی‌توانند دقیقاً به صورت نرمال توزیع شوند. به هرحال، با توجه به تحقیق دیویدسون و مک‌کینون (۱۹۹۳)[1] اگر مقادیر سهم در نمونه مشاهده شده نزدیک به ۰ یا ۱ نباشد، می‌توان از توزیع نرمال به عنوان تقریب در استنتاج آماری استفاده کرد. نامانا بودن سری مورد استفاده در کنار غیرخطی بودن تخمین مدل AIDS مشکلات فراوانی را به همراه دارد که در قسمت (۹) به آن خواهیم پرداخت.

تخمین مدل با استفاده از نرم افزار TSP/GiveWin (version 4.5) با روش تخمین رگرسیون‌های به ظاهر نامرتبط (SUR)[2] انجام گرفته است.

در این مقاله شروط نظام‌مندی به‌صورت زیر مورد آزمون قرار می‌گیرند:

- شرط مثبت بودن با برآورد مستقیم مقادیر سهم بودجه $\hat{s}_t$، به کمک معادلات سهم برآوردشده آزمون می‌شود؛ یعنی اگر $\hat{s}_t \ge ۰$ برای تمام t ها برقرار باشد، در این‌صورت شرط مثبت بودن در تمام نقاط برقرار است؛

1- Davidson and Mackinnon (1993).
2- Simingly Unrelataed Regresion.

- شرط یکنواختی در صورتی برقرار است که مشتق تابع مطلوبیت غیرمستقیم به‌دست آمده، نسبت به قیمت‌ها غیرصعودی و نسبت به درآمد غیرنزولی باشد، یعنی $\partial \hat{V}(p,m)/\partial p_i \leq ۰$.

- شرط انحنا مستلزم آن است که ماتریس اسلاتسکی شبه‌معین منفی باشد.

۷- برآورد سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل (AIDS)

مراحل بررسی مدل تحقیق به این صورت خواهد بود که ابتدا نتایج حاصل از تخمین و محاسبه‌ی کشش‌ها را بدون اعمال شرایط نظام‌مندی بررسی کرده و سپس با نتایج به‌دست آمده از مدل در حالتی‌که شرایط نظام‌مندی اعمال شده است مقایسه می‌کنیم.

۷-۱- برآورد سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل بدون اعمال شرط انحنا موضعی

در این قسمت مدل AIDS در حالت سه کالایی شامل برق، گازطبیعی و سایر فرآورده‌ها (نفت سفید، گازوئیل و گاز مایع) بدون اعمال شروط انحنا برآورد می‌شود. اعمال محدودیت‌های تقارن، جمع‌پذیری و همگنی در این حالت مستلزم آن است که:

$$\beta_{ij} = \beta_{ji} \qquad (۸)$$

$$a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۱$$

$$\beta_{۱j} + \beta_{۲j} + \beta_{۳j} = ۱$$

$$\beta_{i۱} + \beta_{i۲} + \beta_{i۳} = ۱$$

$$b_۱ + b_۲ + b_۳ = ۰$$

درصورت اعمال قیود بالا، تعداد پارامترهایی که بایستی به‌طور مستقیم برآورد شوند، برابر هشت خواهد بود که شامل پارامترهای $\beta_{۱۱}, \beta_{۱۲}, \beta_{۲۲}$، $a_., a_۱, a_۲$ و $b_۱, b_۲$ می‌باشد.

سایر پارامترهای مدل را می‌توان با استفاده از قیود رابطه‌ی (۵) به صورت زیر برآورد کرد:

$$\beta_{۱۳} = -\beta_{۱۱} - \beta_{۱۲}$$

$$\beta_{۲۳} = -\beta_{۱۲} - \beta_{۲۲}$$

$$\beta_{۳۳} = \beta_{۱۱} + ۲\beta_{۱۲} + \beta_{۲۲}$$

$$a_۳ = ۱ - a_۱ - a_۲$$

$$b_۳ = -b_۱ - b_۲$$

با توجه به قیود بالا و مباحث قسمت (۶) در حالت سه کالایی با تخمین تنها دو معادله از سه معادله سهم تمام پارامترها را برآورد نمود. می‌توان برای این منظور، معادلات سهم حامل‌های برق و گاز طبیعی را به ترتیب به صورت ذیل در نظر گرفت:

$$s_1 = a_1 + \beta_{11}\ln p_1 + \beta_{12}\ln p_2 - (\beta_{11}+\beta_{12})\ln p_3 + b_1\left[\ln y - \ln P\right] \quad (۹)$$
$$s_2 = a_2 + \beta_{12}\ln p_1 + \beta_{22}\ln p_2 - (\beta_{12}+\beta_{22})\ln p_3 + b_2\left[\ln y - \ln P\right]$$

$\ln P$ شاخص قیمت ترانسلوگ است که با توجه به معادله‌ی (۳) در حالت سه کالایی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}\ln P = {} & a_0 + a_1\ln p_1 + a_2\ln p_2 + (1-a_1-a_2)\ln p_3 \\ & + 1/2[\beta_{11}\ln p_1\ln p_1 + \beta_{12}\ln p_1\ln p_2 - (\beta_{11}+\beta_{12})\ln p_1\ln p_3 \\ & + \beta_{12}\ln p_1\ln p_2 + \beta_{22}\ln p_2\ln p_2 - (\beta_{12}+\beta_{22})\ln p_2\ln p_3 \\ & - (\beta_{11}+\beta_{12})\ln p_1\ln p_3 - (\beta_{12}+\beta_{22})\ln p_2\ln p_3 + (\beta_{11}+2\beta_{12}+\beta_{22}) \\ & \ln p_3\ln p_3]\end{aligned} \quad (۱۰)$$

نتایج تخمین سیستم معادلات (۹) در ستون دوم جدول (۱) گزارش شده است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل برازش خوبی را از سه حامل مورد بررسی ارائه می‌کند به طوری که تمام پارامترها معنی‌دار می‌باشند.

حال برقراری سه شرط نظام‌مندی یعنی مثبت بودن، یکنواختی و انحنا را در حالتی که انحنا موضعی به طور پیشین در مدل اعمال نشده است، مورد ارزیابی قرار می‌دهیم.

همان‌طور که گفته شد شرط مثبت بودن درصورتی برقرار است که در تمام نقاط نمونه $\hat{s}_i \geq 0$ برای $i = 1,2,3$ برقرار باشد. براساس نتایج جدول (۱)، در ۳۲ نقطه از ۳۵ نقطه نمونه شرط مثبت بودن برقرار است. شرط یکنواختی در صورتی برقرار است که مشتق تابع مطلوبیت غیرمستقیم به‌دست آمده از مدل نسبت به قیمت‌ها غیرصعودی و نسبت به درآمد غیرنزولی باشد. تابع مطلوبیت غیرمستقیم که در حالت سه کالایی که از سیستم معادلات AIDS استخراج می‌شود، به صورت معادله‌ی ۱۱ می‌باشد:

$$V^{AIDS}(p,y) = p_1^{-b_1}\cdot p_2^{-b_2}\cdot p_3^{b_1+b_2}\cdot\left[\ln y - \ln P\right] \quad (۱۱)$$

که در آن می‌بایست به جای $\ln P$ معادل آن‌را براساس رابطه‌ی (۱۰) قرار داد.

براساس جدول (۱) ملاحظه می‌شود در سه نقطه از ۳۵ نقطه شرط یکنواختی نقض شده است.

شرط انحنا در صورتی برقرار است که ماتریس اسلاتسکی شبه معین منفی باشد. همان‌طور که در جدول (۱) ملاحظه می‌شود، شرط انحنا موضعی تنها در دو نقطه برقرار است و در ۳۳ نقطه‌ی دیگر نقض شده است.

۷-۲- برآورد سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل با اعمال شرط انحنا موضعی

در قسمت (۴) به تفصیل توضیح داده شد که برای اعمال شرط انحنا موضعی در سیستم معادلات تقریباً ایده‌آل علاوه‌بر محدودیت‌های تقارن، همگنی و جمع‌پذیری،

روابط (۸)، لازم است محدویت‌های (۶) نیز در سیستم معادلات اعمال شود. نتایج تخمین مدل با اعمال این محدودیت‌ها در ستون سوم جدول (۱) گزارش شده است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود به استثناء از پارامتر β_{12} سایر پارامترها معنی‌دار هستند.

از بررسی شروط نظام‌مندی در این حالت (جدول ۱) نتیجه می‌شود:

- در ۳۱ نقطه از ۳۵ نقطه‌ی نمونه، شرط مثبت بودن برقرار است.
- در چهار نقطه از ۳۵ نقطه، شرط یکنواختی نقض شده است.
- در ۳۴ نقطه از ۳۵ نقطه‌ی نمونه، شرط انحنا موضعی برقرار است.

جدول ۱- مقایسه‌ی برآورد پارامترهای سیستم معادلات تقریباً ایده‌آل (دوره‌ی نمونه ۸۴-۱۳۵۰)

پارامترها	غیرمقید	با فرض اعمال انحنا موضعی
α_0	-۱۲۴,۰۳۵ (۰,۰۰۹)	۱,۹۵۲۴۰ (۰,۰۰۰)
α_1	۱۴,۴۸۷۷ (۰,۰۱۷)	۰,۶۵۶۳۵۶ (۰,۰۰۰)
α_2	۱۹,۲۹۸۰ (۰,۰۰۱)	۰,۵۳۰۹۰۱ (۰,۰۰۰)
β_{11}	-۱,۰۳۸۵۷ (۰,۰۳۲)	-۰,۰۸۱۵۵۷ (۰,۰۰۰)
β_{12}	-۱,۴۳۰۸۱ (۰,۰۰۲)	۰,۰۰۷۱۹۴۶۰ (۰,۷۸۲)
β_{22}	-۱,۵۸۳۲۰ (۰,۰۰۱)	-۰,۱۶۳۸۱۶ (۰,۰۰۰)
b_1	۰,۱۴۹۱۳۶ (۰,۰۰۰)	۰,۱۰۵۴۰۶ (۰,۰۰۰)
b_2	۰,۱۵۵۵۷۵ (۰,۰۰۰)	۰,۱۴۴۲۸۸ (۰,۰۰۰)
نقض فرض ثابت بودن	۳	۴
نقض فرض یکنواختی	۳	۴
نقض فرض انحناء	۳۲	۱

مقادیر داخل پرانتز P-value می‌باشند.

۸- تبعات ناشی از نقض شرط انحناء

نقض شروط نظام‌مندی موجب می‌شود کشش‌های تقاضا در این نقاط دچار تغییرات شدید و غیرقابل توجیهی شوند. بر این اساس، لازم است در تغییر کشش‌های تقاضا این نکته مورد توجه قرار گیرد. برای روشن شدن موضوع به بررسی تغییرات کشش درآمدی و کشش‌های جانشینی موریشیما می‌پردازیم.

در طول دوره‌ی نمونه، در یک نقطه شاهد نقض شرایط انحنا و در مجموع در چهار نقطه شاهد نقض تمامی شروط انحنا هستیم. بر اساس نمودار (۱) پیوست، کشش درآمدی تقاضای گاز طبیعی دچار جهش ناگهانی گردیده است، در حالی‌که در سال‌های ۱۳۵۰ تا ۱۳۵۴ که شروط نظام‌مندی نقض شده است و در سایر نقاط، شاهد کشش‌های یکنواخت و پایدار هستیم. هم‌چنین، نمودار (۲) پیوست نشان می‌دهد در این سال‌ها کشش جانشینی موریشیما بین برق و گاز طبیعی دچار جهش ناگهانی شده است.

نمودارهای (۳) و (۴) پیوست، نتایج مشابهی را در مورد کشش‌های جانشینی موریشیما بین برق و سایر فرآورده‌ها و نیز بین گاز طبیعی و سایر فرآورده‌ها نشان می‌دهند.

۹- تأثیر تصحیح خودهمبستگی بر شرایط نظام‌مندی

همان‌طور که در جدول (۱) پیوست ملاحظه می‌شود، جملات خطا در معادلات تقاضا دارای خود همبستگی می‌باشند. برای تصحیح خود همبستگی بین جملات خطا، فرض می‌کنیم خودهمبستگی از مرتبه‌ی اول به‌صورت زیر باشد:

$$u_t = Ru_{t-1} + e_t \qquad (۱۲)$$

که در آن $R = [R_{ij}]$ ماتریسی با پارامترهای نامعلوم و e_t بردار ناخودهمبسته با ماتریس کوواریانس ثابت است. حال با نوشتن رابطه‌ی (۷) برای دوره‌ی $t-1$ و ضرب آن در R و کسر آن از عبارت (۷) می‌توان معادلات سهم بودجه را به شکل زیر تخمین زد:

$$s_t = g(v_t, \vartheta) + Rs_{t-1} - Rg(v_{t-1}, \vartheta) + e_t \qquad (۱۳)$$

نتایج تخمین معادله‌ی (۱۳) در جدول (۲) آمده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با تصحیح همبستگی سریالی، تعداد نقاطی که شروط نظام‌مندی در آن‌ها نقض می‌شود، افزایش می‌یابد، به طوری‌که در ۳۴ نقطه شروط انحنا و یکنواختی نقض می‌شود.

جدول ۲- تأثیر تصحیح همبستگی سریالی بر شرایط نظام‌مندی(دوره‌ی نمونه ۸۴-۱۳۵۰)

	تعداد نقاط نقض شروط نظام‌مندی		
مدل	مثبت بودن	یکنواختی	انحناء
AIDS	۲	۳۴	۳۴

۱۰- توصیه‌ی سیاستی

محدودیت منابع انرژی و اجرای سیاست اقتصادی هدفمندسازی یارانه‌ها در بخش انرژی تأثیر قابل توجهی بر توزیع درآمد و مباحث کارایی دارد که در نتیجه‌ی آن رفاه اجتماعی بر اثر تغییرات قیمتی تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. لذا برای اجرای مؤفق این سیاست اقتصادی نیازمند آن هستیم که ساختار و نوع تقاضای انرژی را در بخش خانگی به عنوان بخشی که بیش‌ترین تأثیر را از اجرای هدفمندسازی یارانه‌ها دارد بشناسیم.

به منظور توصیف روابط اقتصادی در رویکرد سیستم معادلات سهم سئوال اساسی برای ارایه‌ی توصیه‌های سیاستی این است که چگونه مقادیر تقاضا توسط متغیرها و پارامترهای تخمین‌خورده‌ی سیستم، به‌ویژه قیمت‌ها، تغییر می‌کند؟ برای پاسخ به این سئوال به‌طور معمول از مجموعه‌ی کاملی از کشش‌های قیمتی (خودی و متقاطع)، درآمدی و جانشینی (آلن و موریشیما) استفاده می‌شود[۱].

کیوز و کریستنسن (۱۹۸۰)[۲]، به ویژگی منحصر به فرد فرم‌های تابعی انعطاف‌پذیر مبنی بر امکان محاسبه‌ی انواع کشش‌ها در هر نقطه‌ی داده‌ای با استفاده از پارامترهای تخمین زده شده پرداخته‌اند؛ این در حالی است که فرم‌های انعطاف‌ناپذیر قادر به ارائه‌ی مجموعه‌ی کشش‌ها در تمام نقاط داده‌ها نیستند[۳].

در این قسمت با استفاده از نتایج محاسبه‌ی کشش‌ها به ارائه‌ی تحلیل مدل و توصیه‌های سیاستی تنها در نقاطی پرداخته می‌شود که شروط نظام‌مندی در آن‌ها وجود دارد؛ چرا که تنها در این نقاط انتظار کشش‌های پایدار و یکنواخت و قابل اتکا برای تحلیل وجود دارد.

با محاسبه‌ی کشش‌های درآمدی برق، گازطبیعی و سایرفرآورده‌ها در تمامی نقطه داده‌ها مشاهده می‌شود که کشش درآمدی برای هر سه حامل انرژی در طول سال‌هایی که شروط نظام‌مندی در آن وجود دارد مثبت می‌باشد که بیانگرکالای نرمال بود آن‌هاست. کشش درآمدی برق تقریبا نزدیک به یک می‌باشد، در حالی‌که گازطبیعی پرکشش و سایر فرآورده‌ها کشش درآمدی کم‌تری نسبت به برق دارند. لذا انتظار می‌رود با ثابت نگاه داشتن سایر عوامل، با یک درصد تغییر در هزینه‌های هر فرد در بخش خانگی در اثر هدفمندی یارانه‌ها، تقاضای برق و گازطبیعی بیش از یک درصد تغییر

۱- توجه شود که برای تحلیل مدل در توابع انعطاف‌پذیر استفاده از پارامترهای تخمین‌خورده شده به تنهایی غیرممکن بوده است و ناگزیر باید از مجموعه‌ی کاملی از کشش‌ها استفاده شود.

2- Caves and Christensen (1980).

۳- برای مطالعه‌ی نحوه‌ی محاسبه‌ی انواع کشش‌ها، به مقاله‌ی منظور و همکاران (۱۳۸۸) مراجعه شود.

یابد. لذا این تحقیق پیشنهاد می‌کند که درآمدی جبرانی[1] که در اثر افزایش قیمت‌ها به خانوار تعلق می‌گیرد باید به ترتیب جبران افزایش هزینه‌ی ناشی از افزایش قیمت‌های گازطبیعی و برق را بکند تا تقاضای خانوار بدون تغییر (حالت قبل از اجرای هدفمندی یارانه‌ها) بماند.

کشش‌های قیتی خودی برای هر سه حامل در طول دوره‌ی مورد بررسی (و البته در نقاطی که شروط نظام‌مندی وجود دارد) منفی است که مطابق با تئوری در خصوص کالاهای نرمال می‌باشد. قدر مطلق تمام کشش‌های قیمتی خودی برق و گاز طبیعی بزرگ‌تر از یک و برای سایر فرآورده‌ها کم‌تر از یک است که بیانگر پرکشش بودن برق و گازطبیعی و کم‌کشش بودن سایر فرآورده‌ها نسبت به تغییرات قیمت خود هر حامل می‌باشد. لذا افزایش یک درصد قیمت برق و گاز طبیعی موجب کاهش بیش از یک درصدی تقاضای هر یک از این حامل‌ها در مقایسه با سایر فرآورده‌ها می‌شود.

از سوی دیگر, کشش قیمتی متقاطع تقاضای برق نسبت به قیمت گازطبیعی مثبت و بین ۱۵ و ۲۱ درصد و کشش قیمتی تقاضای گازطبیعی به قیمت برق نیز مثبت و بین ۱۳ تا ۴۵ درصد است[2] که بیانگر حساسیت بیش‌تر تقاضای گازطبیعی نسبت به تغییرات قیمت برق می‌باشد، بنابراین برق و گازطبیعی نسبت به هم جانشین ناخالص می‌باشند. «برق و گازطبیعی» و «سایرفرآورده‌ها» هم مکمل ناخالص هستند.

کشش‌های جانشینی نشان می‌دهند که تمامی حامل‌های انرژی به استثنای کشش موریشیمای سایرفرآورده‌ها به گازطبیعی مثبت است که بیانگر جانشین موریشیما بودن آن‌ها می‌باشد. کشش جانشینی موریشیمای برق و گازطبیعی در تمامی نقطه‌داده‌ها بزرگ‌تر از یک می‌باشد؛ این مطلب بدین معناست که با تغییر یک واحد در قیمت برق تقاضای گازطبیعی بیش از یک واحد تغییر خواهد کرد و بالعکس با تغییر یک واحد قیمت گازطبیعی تقاضای برق نیز بیش از یک واحد تغییر می‌کند.

۱۱- نتیجه‌گیری

پیش‌تر مطالعاتی که از فرم‌های تابعی انعطاف‌پذیر استفاده می‌کنند، شروط نظام‌مندی را در تخمین سیستم معادلات تقاضا در نظر نمی‌گیرند. برخی از مطالعات تنها شرط انحنا را به عنوان شرط نظام‌مندی در نظر گرفته و از شرط یکنواختی غافل

---

1 - Compensated income.

۲- به دلیل سهم کم سایر فرآورده‌ها، برای جلوگیری از طولانی شدن مطالب از ارائه‌ی تحلیل کشش های قیمتی متقاطع و جانشینی نسبت به این حامل صرف نظر می‌شود.

شده‌اند. بدون احراز سه شرط نظری نظام‌مندی (مثبت بودن، یکنواختی و انحناء) نتـایج به‌دست آمده فاقد ارزش خواهد بود؛ چرا که مدل فاقد سازگاری نظری خواهد بود.

در این مقاله تقاضای انرژی در بخش خانگی ایران بـا اسـتفاده از تـابع انعطـاف‌پـذیر موضعی «سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل (AIDS)» مورد مدل‌سازی قرار گرفـت و نتـایج برآورد مدل در حالت اعمال و عدم اعمال شروط نظام‌مندی با یکدیگر مقایسه گردید. بر اساس این نتایج، بعد از اعمال شروط نظام‌مندی تعداد نقاطی که در آن‌هـا شـرط انحنـا برقرار است، از ۱ نقطه به ۳۴ نقطه افزایش یافت.

به تبع کشش‌های قیمتی، درآمدی، متقاطع، جانشینی آلن و موریشـیما کـه در ایـن مطالعه برآورد شده‌اند، می‌توانند در اجرای هدفمندسازی یارانه‌هـا و اصـلاح قیمـت‌هـای انرژی مورد توجه قرار گیرند. به‌علاوه، برنامه‌ریزی‌های بلندمدت برای توسعه ظرفیت‌های تولید برق، گاز و فرآورده‌های نفتی می‌بایست با توجه به کشش‌های درآمدی و نرخ رشد هدف‌گذاری شده در کشور صورت پذیرد.

پیوست‌ها

جدول ۱- نتایج تصحیح خود همبستگی

Equation: Q1

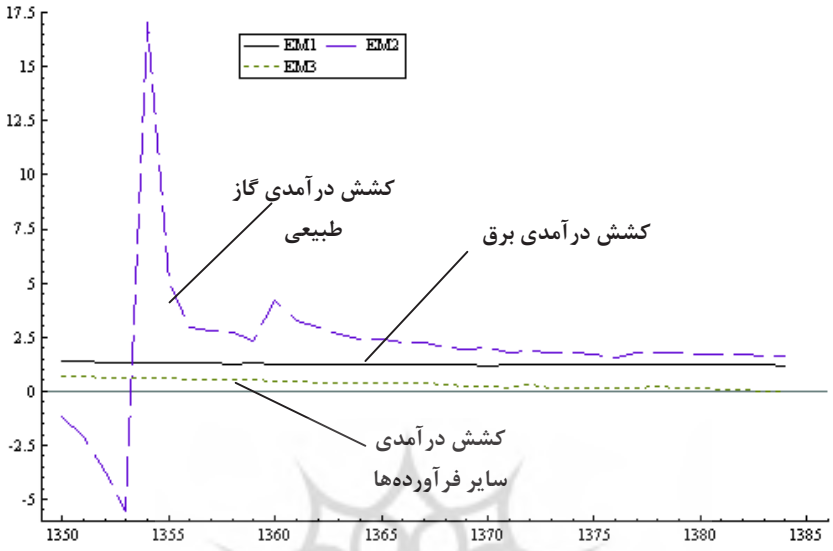
Dependent variable: S1

Mean of dep. var. =.465789	Std. error of regression = 0
Std. dev. of dep. var. = .092249	R-squared = 1.000000
Sum of squared residuals = 0.	LM het. test = 0. [1.00]
Variance of residuals = 0.	Durbin-Watson = 0

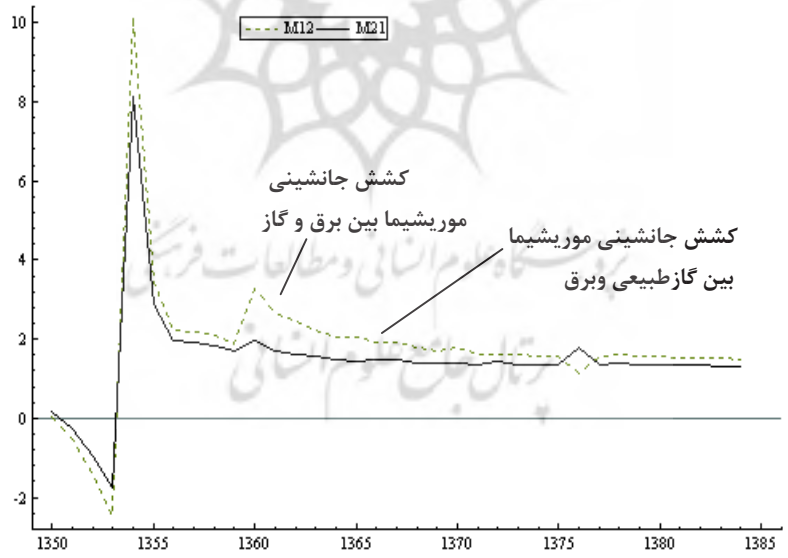
Equation: Q2

Dependent variable: S2

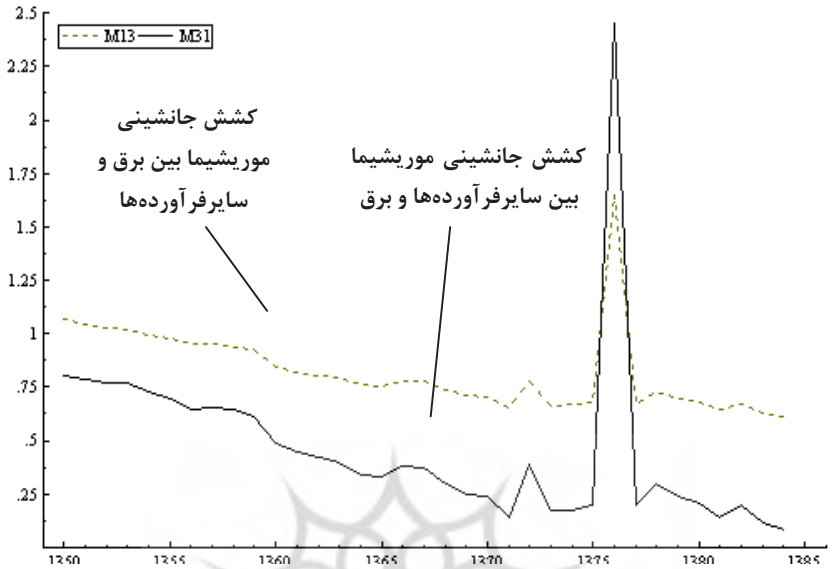
Mean of dep. var. = .122392	Std. error of regression = 0.
Std. dev. of dep. var. = .097245	R-squared = 1.000000
Sum of squared residuals = 0	[1.00]، LM het. test = 0
Variance of residuals = 0	Durbin-Watson = 0



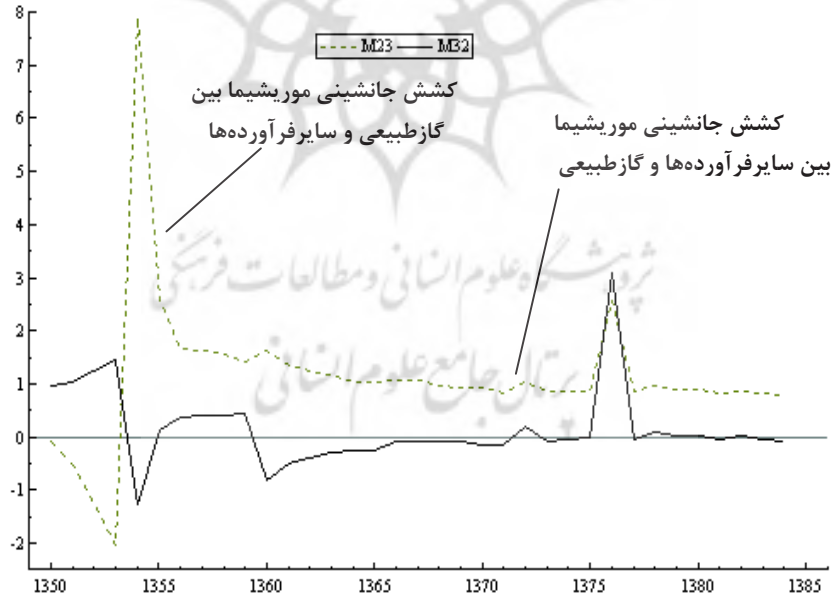
نمودار ۱- کشش‌های درآمدی برق، گاز طبیعی و سایر فراورده‌ها در دوره‌ی نمونه



نمودار۲- کشش‌های جانشینی موریشیما بین برق و گاز طبیعی در دوره‌ی نمونه



نمودار ۳- کشش‌های جانشینی موریشیما بین برق و سایر فرآورده‌ها در دوره‌ی نمونه



نمودار ۴- کشش‌های جانشینی موریشیما بین گاز طبیعی و سایر فرآورده‌ها در دوره‌ی نمونه

فهرست منابع

۱- جدیدزاده، علی؛ برآورد تقاضای انرژی در بخش خانگی ایران: کاربرد توابع انعطاف‌پذیر «تقریباً ایده‌آل» و «مین فلکس لارنت»، پایان‌نامه‌ی کارشناسی‌ارشد، دانشکده‌ی اقتصاد دانشگاه امام صادق (ع)، ۱۳۸۶.

۲- سازمان برنامه و بودجه؛ سال‌نامه‌ی آماری سال‌های مختلف، مرکز آمار ایران.

۳- منظور داود، علی جدیدزاده، اصغر شاهمرادی؛ مدل‌سازی تقاضای انرژی خانگی در ایران: رویکرد تابع تقاضای انعطاف‌پذیر تقریبا ایده‌آل، مطالعات اقتصاد انرژی، پاییز ۱۳۸۸، شماره‌ی ۲۲، صص ۷۱-۹۲.

۴- وزارت نیرو، ترازنامه‌ی انرژی سال‌های مختلف، دفتر برنامه‌ریزی کلان برق و انرژی، معاونت امور برق و انرژی.

5- Barnett, W. A. "Definitions of second order approximation and of flexible functional form.'' Econ. Lett.,1983, pp. 31-35.

6- Barnett, William A. "Tastes and Technology: Curvature is not sufficient for Regularity." *Journal of Econometrics*, 108, 2002, pp. 199-202.

7- Barnett, William A. and Meenakshi Pasupathy. "Regularity of the Generalized Quadratic Production Model: A Counterexample." Econometric Reviews 22 (2003), pp.135-154.

8- Blackorby, C. and R. R. Russell. "Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand Up?" American Economic Review 79, 1989, pp. 882-888.

9- Cooper, Russel J. and Keith R. McLaren. "A System of Demand Equations Satisfying Effectively Global Regularity Conditions." The Review of Economics and Statistics, Vol. 78, No. 2, May, 1996, pp. pages 359-64.

10- Deaton, A. and J. N. Muellbauer. "An Almost Ideal Demand System." American Economic Review 70, 1980, pp. 312-326.

11- Deaton, A. and J.N. Muellbaure. "Economics and Consumer Behavior." Cambridge University Press, 1998, pp. 163-208.

12- Diewert, W. Erwin and M. Avriel & I. zang. "Nine kinds of quasiconcavity and concavity." Journal of Economic Theory 25, 1977, pp. 397-420.

13- Diewert, W. Erwin and Terence J. Wales. "Flexible Functional Forms and Global Curvature Conditions." Econometrica 55, 1987, pp. 43-68.

14- Fisher, Douglas and Adrian R. Flessing & Apostolos Serletis. "An emprical comparison of flexible demand system functional forms." Journal of Applied Econometrics 16, 2001, pp. 59–80.

15- Gallant, A. Ronald and Gene H. Golub. "Imposing Curvature Restrictions on Flexible Functional Forms." Journal of Econometrics 26, 1984, pp. 295-321.
16- Greenberg, H.J. and W.P. Pierskalla. "A Review of Quasi-convex Functions." Operations Research 19, 1971, pp. 1553-1570.
17- Guilkey, D. K., Lovell, C. A. K., Sickles, R. C. "A comparison of the performance of three flexible functional forms." Int. Econ. Rev., 1983, pp. 137-147.
18- Lau, L.J. "Functional Forms in Econometric Model Building." in Zvi Griliches and Michael D. Intriligator (eds.), Handbook of Econometrics, Vol. 3, 1986, pp. 1515-1566.
19- Lau, L.J. "Testing and imposing monotonicity, convexity and quasi-convexity constraints." In M. Fuss and D. McFadden (eds.), Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications, Vol. 1, Amesterdam: North-Holland, 1978.
20- Lewbel, Arthur. "Utility Functions and Global Regularity of Fractional demand Systems." International Economic Review, Vol. 36, No. 4, 1995, pp. 927-945.
21- Moschini, Giancarlo. "Imposing Local Curvature in Flexible Demand Systems." Journal of Business and Economic Statistics 17, 1999.
22- Ryan, D. L., Wales, T. J. "A simple method for imposing local curvature in some flexible consumer-demand systems."J. Bus. Econ. Stat., 1998, pp. 331-338.
23- Ryan, D. L., Wales, T. J. "Flexible and semiflexible consumer demands with quadratic Engel curves." Rev. Econ. Stat., 1999, pp. 317-323.
24- Ryan, David L. and Terence J. Wales. "A Simple Method for Imposing Local Curvature in Some Flexible Consumer-Demand Systems." Journal of Business and Economic Statistics 16, 1998, pp. 331-38.
25- Serletis, Apostolos and Asghar Shahmoradi. "A Note On Imposing Local Curvature In Generalized Leontief Models." Macroeconomic Dynamics, Cambridge University Press, Vol. 11(02), 2007, pp. 290-294.
26- Serletis, Apostolos and Asghar Shahmoradi. 2008. "Semi-nonparametric estimates of interfuel substitution in U.S. energy demand." Energy Economics, Elsevier, Vol. 30(5), 2008, pp. 2123-2133.
27- Terrell, D. "Incorporating monotonicity and concavity conditions in flexible functional forms." J. Appl. Econom., 1996, pp. 179–194.