Designing Multi-state Systems and Selecting Equipment Suppliers Based on Availability

(Document Type: Research Paper)

Mohammadjavad Shamsi
Department of Industrial Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran,
m.j.shamsi66@gmail.com
Mahmoud Shahrokhi*
Department of Industrial Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran,
shahrokhi292@yahoo.com

Purpose: This study aims to propose an approach for optimizing equipment suppliers in multi-state systems. The proposed solution examined in the water supply system (FWS) of heat recovery boiler (HRSG), manufactured by Mapna Boiler Engineering and Manufacturing Company. The assumed system consists of two main subsystems, equipped with three and two pieces in the first and second subsystems. With the failure of any equipment, if spare equipment is available in the warehouse, this equipment will replace the disabled equipment. Still, the unreplaced equipment decreases the capacity of the system. The system works until the number of healthy devices in each subsystem is more than the specific limits; otherwise, the system stops completely.
This research aims to minimize total cost in two phases of construction and operation of an industrial system. The cost of building the system is the same as the cost of purchasing equipment from suppliers. The operating cost included maintaining spare equipment, reducing capacity, and shutting down the system. The quality of installed and spared equipment can vary. The holding cost of spared equipment sourced from different suppliers may also vary due to the differences in value, insurance costs, and maintenance conditions. This research aims to provide an approach for selecting suppliers of leading equipment, extensions, and spare parts. It is important to note that the use of quality equipment increases the cost of the construction phase. On the other hand, it improves the probability of failure and, consequently, the cost of reducing capacity and shutting down the system during the operation phase. This model minimizes the system's total cost in two phases of construction and operation based on the availability criterion.

Design/methodology/approach: The initial step was drawing the block diagram of system reliability. This step resulted in the determined failure effect of each component on the state of the system. Then, the Markov-chain develops a parametric model of the probability of the system under different situations. The Markov-chain results summarized the likelihood of the system under any full-load, half-load, or failed states. The mathematical model used the results of the obtained coefficients to calculate the costs of purchasing and maintaining the major and spared equipment and the expected costs of reducing the capacity and stopping in the desired period. The final model used such results in the form of a constraint set in a sizable mathematical programming model solved by GAMS software.

* Corresponding author
Copyright © 2021, University of Isfahan. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (http://creativecommons.org/licenses/BY-NC-ND/4.0/), which permits others to download this work and share it with others as long as they credit it, but they cannot change it in any way or use it commercially.

Findings: The model aims to minimize all system costs, including construction cost (purchase) and operating cost (i.e., maintenance, half-load, and shutdown). The analysis of the results indicated that considering the total cost of construction and operation phases in a single model more effectively, optimizes the overall system cost. The model's solution results implied the cost of capacity reduction as the highest cost because the system under study would be in a semi-load condition for a long time. The results also highlighted that the change in equipment maintenance cost did not affect the other costs of the system, and it only caused a linear shift in maintenance cost and total cost. However, when the increased cost was too much, the supplier selection strategy changed. The mathematical model suggested buying some equipment from another supplier to minimize the total cost, which reduced total maintenance cost instead of increasing it. Change of the hourly cost of the system half-load working affected the consequence of system capacity reduction only. It had little effect on other expenses until the cost-per-hour of capacity reduction significantly reduced. In case of an optimal response, the suppliers of some equipment changed, which resulted in modified additional cost values. The change in the hourly cost of half-load working had little effect on the optimal response. Only a significant reduction in this cost changed some equipment suppliers and affected the other expenses. The change in the hourly cost of downtime resulted in purchasing equipment from other suppliers, which changed other expenses.

Rearch limitations/implications: The lack of failure information registration system in the country's power plants was the most critical limitation in collecting necessary information and developing a computational model. For future research, the resulting model can be closer to the real situation by considering equipment and uncertainty's repairability and changing the failure rate over time.

Practical implications: Applying the proposed approach reduced the cost of construction and operation of power plants in the country. Practitioners can use this approach in selecting the system equipment with different prices and technical specifications from the market.

Social implications: Implementation of research results increases social welfare by increasing electricity production and reducing pollution.

Originality/value: The proposed mathematical model innovatively integrates construction and operation phases costs using Markov-chain results and uses the results to optimize a typical industrial system.

Keywords: Availability, Supplier selection, Multi-state system, Markov-chain

مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۱، شماره ۳، پیاپی ۲۲، پاییز ۱۳۹۹
دریافت: ۱۳۹۹/۰۵/۰۶ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۲۴
صص: ۷۱- ۴۷ (نوع مقاله: پژوهشی)

طراحی سیستم‌های چندحالته و انتخاب تأمین‌کنندگان تجهیزات با معیار دسترسی‌پذیری

محمد جواد شمسی[۱]، محمود شهرخی[۲*]

۱- دانشجوی دکتری گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران، m.j.shamsi66@gmail.com
۲- دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران، shahrokhi292@yahoo.com

چکیده: یکی از چالش‌های موجود در طراحی سیستم‌های صنعتی، انتخاب بهینهٔ تجهیزات از میان گزینه‌های موجود در بازار با قیمت و مشخصات فنی متفاوت است؛ زیرا استفاده از تجهیزات باکیفیت، هزینهٔ فاز احداث را افزایش می‌دهد؛ ولی احتمال خرابی و به تبع آن، هزینه‌های کاهش ظرفیت و توقف سیستم در فاز بهره‌برداری را کاهش می‌دهد. این پژوهش، مدلی را برای انتخاب بهینهٔ تأمین‌کنندهٔ تجهیزات سیستم چندحالتهٔ تغذیهٔ آب (FWS) بویلر بازیاب حرارتی (HRSG) در شرکت مهندسی و ساخت بویلر و تجهیزات مپنا، برپایهٔ محاسبه دسترسی‌پذیری و با هدف کمینه‌کردن کل هزینه‌های سیستم در دو فاز احداث و بهره‌برداری ارائه می‌دهد. به این منظور، نخست، بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان سیستم ترسیم شده است؛ سپس احتمال قرارگرفتن سیستم در وضعیت‌های مختلف به کمک زنجیرهٔ مارکوف به‌صورت پارامتری، مدل‌سازی و نتایج آن در قالب مجموعه‌ای از محدودیت‌ها در یک مدل بزرگ برنامه‌ریزی ریاضی، تعبیه و به کمک نرم‌افزار GAMS حل شده است. پس از انتخاب تأمین‌کنندگان، تحلیل حساسیت پاسخ بهینه به تغییر پارامترهای اصلی انجام شده است.

واژه‌های کلیدی: دسترسی‌پذیری، انتخاب تأمین‌کنندگان، سیستم چندحالته

---

*نویسنده مسؤول

۱- مقدمه

در هنگام طراحی یک سیستم، استفاده از تجهیزات باکیفیت، هزینه‌های خرید بیشتری را به سیستم تحمیل می‌کند؛ ولی هزینه‌های فاز بهره‌برداری از سیستم را کاهش می‌دهد و باعث افزایش دسترسی‌پذیری سیستم می‌شود. هدف این پژوهش، انتخاب تأمین‌کنندگان تجهیزات اصلی، افزونه و یدکی برای سیستم تغذیهٔ آب بویلر بازیاب حرارتی (HRSG[1]) به‌گونه‌ای است که مجموع هزینه‌های فاز احداث و بهره‌برداری سیستم کمینه شود.

هزینهٔ احداث سیستم، همان هزینهٔ خرید تجهیزات از تأمین‌کنندگان است و هزینه‌های بهره‌برداری نیز هزینه‌های نگهداری تجهیز یدکی، کاهش ظرفیت و توقف سیستم برای سیستم چندحالته است.

سیستم مفروض از ۲ زیرسیستم اصلی تشکیل شده است که در زیرسیستم اول، ۳ تجهیز و در زیرسیستم دوم، ۲ تجهیز قرار گرفته است. با خرابی هر تجهیز، در صورت موجودبودن تجهیز یدکی در انبار، این تجهیز جایگزین تجهیز ازکارافتاده می‌شود؛ اما در صورتی که تجهیز جایگزین نشود، ظرفیت سیستم کاهش پیدا می‌کند. این کار تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که تعداد تجهیزات سالم هر زیرسیستم از حد مشخصی، کمتر و سیستم کاملاً متوقف شود.

در رویکرد پیشنهادی، نخست، وضعیت‌های مختلف سیستم براساس تعداد تجهیزات سالم، ازکارافتاده و موجود در انبار، مشخص و احتمال آنها به کمک زنجیرهٔ مارکوف به‌صورت پارامتری مدل‌سازی شده است؛ سپس نتایج این مدل، در قالب مجموعه‌ای از محدودیت‌ها، در یک مدل بزرگ برنامه‌ریزی ریاضی تعبیه شده است. تابع هدف این مدل، مجموع هزینه‌های خرید تجهیزات و بهره‌برداری از سیستم و متغیرهای تصمیم آن از نوع صفر و یک است. با حل این مدل به کمک نرم‌افزار GAMS، تأمین‌کنندگان تجهیزات اصلی، افزونه و یدکی مشخص می‌شود.

درادامهٔ این مقاله، نخست، پیشینهٔ پژوهش‌های انجام‌شده در زمینهٔ بهینه‌سازی قابلیت اطمینان و تفاوت مسئلهٔ این پژوهش با آنها توضیح داده می‌شود. آنگاه، مسئلهٔ پژوهش برای یک سیستم مفروض موردی، بیان و مدل کامل برنامه‌ریزی ریاضی آن با استفاده از نتایج مدل زنجیرهٔ مارکوف ارائه می‌شود؛ سپس، دربارهٔ نتایج تحلیل حساسیت مسئله بحث می‌شود.

۲- مرور مبانی نظری

پژوهش‌های بسیاری در زمینهٔ ارزیابی قابلیت اطمینان انجام شده است که درادامه به مهم‌ترین آنها اشاره می‌شود. الجبده[2] و عادجالله[3]، مسئلهٔ بیشینه‌کردن دسترسی‌پذیری و کمینه‌کردن هزینه‌های یک سیستم سری–موازی با تجهیزات تعمیرپذیر را مدل‌سازی و با الگوریتم GA[4] حل کردند (الجبده و عادجالله، ۲۰۰۳). اسمیت دیستامبز، وندرهیجدن و وان‌هارتن[5]، تأثیر زمان تحویل تجهیز یدکی را بر قابلیت اطمینان و دسترسی‌پذیری یک سیستم K-out-of-N با تجهیزات یکسان و قابل تعمیر بررسی کردند (اسمیت دیستامبز، وندرهیجدن و وان‌هارتن، ۲۰۰۶). تیان[6]، لیوتین[7] و زوو[8]، اثر ۳ عامل نوع تجهیزات، نوع و تعداد افزونگی و اقدامات فنی و سازمانی را در یک مسئلهٔ کمینه‌سازی هزینه‌های یک سیستم چندحالته با پیکربندی سری–موازی مدل‌سازی و با الگوریتم GA در نظر گرفتند (تیان، لیوتین و زوو، ۲۰۰۹). رانی[9]، شارما[10] و گارج[11]، دسترسی‌پذیری یک سیستم سری–موازی تعمیرپذیر را با استفاده از الگوریتم ABC[12] و زنجیرهٔ مارکوف بیشینه کردند (رانی، شارما و گارج، ۲۰۱۱). والیان و والیان[13]، چندین مثال موردی را با هدف بیشینه‌کردن قابلیت اطمینان سیستم‌های چندحالته با افزونگی فعال و تجهیزات تعمیرپذیر،

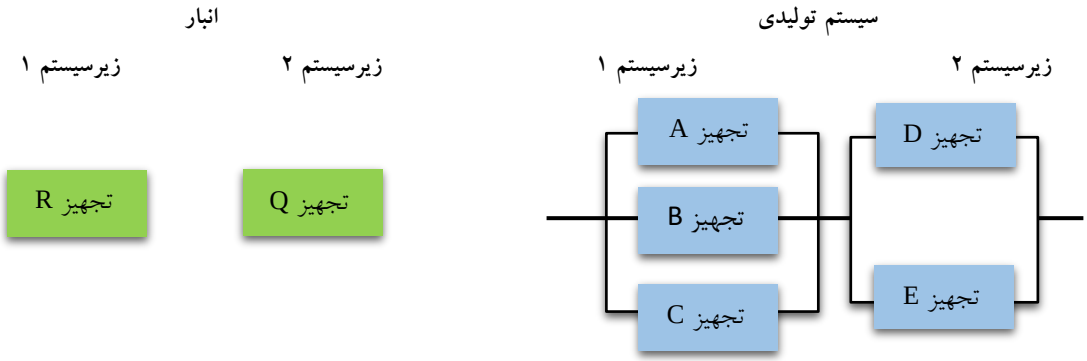
مدل‌سازی و با الگوریتم جست‌وجوی فاخته (CS)[۱۴] حل کردند (والیان و والیان، ۲۰۱۳). عاملی[۱۵] و کرباسیان[۱۶]، مدلی کلی برای برنامه‌ریزی و مدیریت استراتژیک قابلیت اطمینان در توسعهٔ محصول جدید پیشنهاد دادند (کرباسیان و عاملی، ۲۰۱۳). آفونسو[۱۷]، ماریانا[۱۸] و کوئلهو[۱۹]، سیستم‌های باینری با تجهیزات تعمیرنشدنی را با افزونگی فعال مدل‌سازی کردند (آفونسو، ماریانا و کوئلهو، ۲۰۱۳). ذوالفقاری[۲۰]، همدانی[۲۱] و اردکانی[۲۲]، سیستمی با تجهیزات تعمیرشدنی و تعمیرنشدنی را با اهداف بیشینه‌کردن قابلیت اطمینان و کمینه‌کردن هزینه‌ها به‌صورت هم‌زمان مدل‌سازی کردند (ذوالفقاری، همدانی و اردکانی، ۲۰۱۵). صاحبی[۲۳]، متقی[۲۴] و شجاعی[۲۵]، رویکردی تلفیقی از تکنیک‌های فازی و روش تاپسیس را در انتخاب تأمین‌کنندگان ارائه دادند (صاحبی، متقی و شجاعی، ۲۰۱۵). شهرخی[۲۶] و سبحانی[۲۷]، مسئلهٔ تعیین تعداد بهینهٔ تجهیزات افزونگی و یدکی در انبار را در یک سیستم باینری با هدف کمینه‌کردن هزینه‌های کل سیستم مدل‌سازی کردند (شهرخی و سبحانی، ۲۰۱۸). کریمیان[۲۸]، قدسی‌پور[۲۹] و قدیر خلجانی[۳۰]، مسئلهٔ انتخاب تأمین‌کنندگان را با در نظر گرفتن ریسک اختلال تأمین مدل‌سازی کردند (کریمیان، قدسی‌پور و قدیر خلجانی، ۲۰۱۸). سیف برقی[۳۱] و ناصری[۳۲]، یک مدل چندهدفهٔ برنامه‌ریزی عدد صحیح ترکیبی برای مسئلهٔ انتخاب تأمین‌کننده ارائه دادند. آنها علاوه بر سیاست تخفیف در خرید، محدودیت فضای انبار نیز را در نظر گرفتند (سیف برقی و ناصری، ۲۰۱۸). دپاولا[۳۳]، ویزنادی[۳۴] و دکاسترو[۳۵]، یک مسئلهٔ تخصیص قابلیت اطمینان با هدف بیشینه‌کردن قابلیت اطمینان (و دسترسی‌پذیری) و کمینه‌کردن هزینه‌ها به‌صورت هم‌زمان بررسی کردند (دپاولا، ویزنادی و دکاسترو، ۲۰۱۹). یه و همکاران[۳۶]، مدل بهینه‌سازی قابلیت اطمینان را با روندی تصادفی از خرابی و تعمیر تجهیزات در قالب زنجیرهٔ مارکوف معرفی کردند (یه و همکاران، ۲۰۱۹). شریفی[۳۷] مسئلهٔ بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم‌های چندحالته را در حالتی مدل‌سازی کرد که با انجام‌دادن اقدامات فنی و سازمانی، نرخ عملکرد تجهیزات افزایش می‌یابد (شریفی، ۲۰۲۰). پیراوی[۳۸]، اردکان[۳۹] و زیو[۴۰]، مسئلهٔ تخصیص افزونگی را مدل‌سازی کردند و رویکردی مبتنی بر زنجیرهٔ مارکوف برای محاسبهٔ دقیق قابلیت اطمینان سیستم ارائه دادند (پیراوی، اردکان و زیو، ۲۰۲۰). وانگ و همکاران[۴۱]، مدلی از سیستم‌های تولیدی چندمحصولی را توسعه دادند که سیستم‌های تولیدی با چندین خط تولید تعویض‌پذیر را تعمیم می‌دهد (وانگ و همکاران، ۲۰۲۰). ژیاهو[۴۲]، لئو[۴۳] و ژانگ[۴۴]، مسئلهٔ چندهدفهٔ تخصیص افزونگی را برای سیستم‌های چندحالته به کمک نظریهٔ عملکرد باور مدل‌سازی کردند (ژیاهو، لئو و ژانگ، ۲۰۲۰). زارع‌طلب[۴۵]، حاجی‌پور[۴۶] و توانا[۴۷]، مدلی ریاضی برای مسئلهٔ بهینه‌سازی قابلیت اطمینان–افزونگی با استفاده از مدل زنجیرهٔ مارکوف و تابع مولد عام ارائه دادند (زارع‌طلب، حاجی‌پور و توانا، ۲۰۲۰). بختیاری توانا[۴۸]، ربیعه[۴۹] و اسماعیلی[۵۰]، رویکردی ترکیبی را براساس معیارهای پایداری برای ارزیابی و رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان در مسئلهٔ انتخاب تأمین‌کننده پایدار–تاب‌آور معرفی کردند (بختیاری توانا، ربیعه و اسماعیلی، ۲۰۲۰).

بررسی پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد تاکنون، مسئلهٔ کمینه‌سازی هم‌زمان هزینه‌های خرید تجهیزات و بهره‌برداری از سیستم‌های دارای تجهیزات اصلی، افزونه و یدکی متفاوت بررسی نشده است؛ از این‌رو، با هدف نزدیک‌کردن مسئله به مسائل جهان واقعی، در این پژوهش، این موارد در مدل‌سازی بهینه‌سازی دسترسی‌پذیری در نظر گرفته شده است.

۳- بیان مسئله

در این پژوهش، یک سیستم تغذیهٔ آب (FWS[51]) بویلر بازیاب حرارتی (HRSG) در نظر گرفته شده است.

بویلر بازیاب حرارتی (HRSG) یک مبدل انرژی است که با بازیافت حرارت از یک جریان گاز داغ خروجی از توربین گازی، بخار تولید می‌کند. از این بخار تولیدشده دوباره برای راه‌اندازی یک توربین بخار می‌توان استفاده کرد.



شکل ۱- نمای شماتیک سیستم مورد بررسی

سیستم FWS خود از ۲ زیرسیستم اصلی تشکیل شده است (شکل شمارهٔ ۱). زیرسیستم اول، متشکل از ۳ تجهیز ابزار دقیق و زیرسیستم دوم، شامل ۲ تجهیز مربوط به خط کامل پمپ آب است. هر تجهیز ابزار دقیق از ۳ زیرمجموعه و هر تجهیز خط کامل پمپ آب نیز از ۱۰ زیرمجموعه تشکیل شده است. این زیرمجموعه‌ها به‌صورت سری قرار گرفته است. همهٔ زیرمجموعه‌های هر تجهیز ابزار دقیق و همهٔ خط کامل پمپ آب از تأمین‌کنندگان یکسان تأمین می‌شود. برای ساده‌کردن مسئله، زیرمجموعه‌های هر تجهیز ابزار دقیق به‌عنوان یک تجهیز و زیرمجموعه‌های هر تجهیز خط کامل پمپ آب نیز به‌عنوان یک تجهیز مستقل در نظر گرفته شده است. با خراب‌شدن هر تجهیز در صورت تجهیز یدکی برای آن در انبار، تجهیز یدکی، جایگزین تجهیز ازکارافتاده می‌شود. برای هر زیرسیستم، یک تجهیز یدکی در انبار نگهداری می‌شود.

زیرسیستم اول، نخست، در وضعیت تمام بار، ۳ تجهیز سالم قرار دارد. با وجود یک تجهیز خراب، سیستم به وضعیت نیمه‌بار تغییر وضعیت می‌دهد و سیستم، متحمل هزینه‌ای به‌عنوان هزینهٔ کاهش ظرفیت می‌شود. با وجود دو تجهیز خراب، سیستم، متوقف و هزینهٔ توقف تولید به سیستم تحمیل می‌شود. برای کارکردن زیرسیستم دوم در حالت تمام‌ظرفیت نیز سالم‌بودن هر دو تجهیز الزامی است و با وجود یک تجهیز خراب، سیستم به وضعیت نیمه‌بار و با خرابی هر دو تجهیز به وضعیت توقف کامل، تغییر وضعیت می‌دهد.

کیفیت تجهیزات نصب‌شده و یدکی می‌تواند متفاوت باشد. خرید تجهیزات باکیفیت بهتر از یک‌سو، هزینهٔ خرید بیشتری دارد؛ اما از سوی دیگر، آهنگ خرابی کمتر دارد و درنتیجه، هزینه‌های کاهش ظرفیت و توقف سیستم را کاهش می‌دهد. همچنین، ممکن است هزینهٔ نگهداری تجهیزات یدکی که از تأمین‌کنندگان مختلف تهیه می‌شود، به‌علت تفاوت در ارزش، هزینه‌های بیمه و شرایط نگهداری متفاوت باشد. هدف پژوهش، ارائهٔ رویکردی برای انتخاب تأمین‌کنندگان تجهیزات اصلی، افزونه و یدکی به‌گونه‌ای است که هزینهٔ کل سیستم کمینه شود.

۳-۱- مفروضات مسئله

مفروضات مسئله عبارت است از:

۱. سیستم، ۲ زیرسیستم دارد که به‌صورت سری قرار گرفته است و در آغاز، همهٔ تجهیزات آنها سالم است.

۲. زیرسیستم‌های اول و دوم به‌ترتیب، ۳ و ۲ تجهیز دارد که برای عملکرد با ظرفیت کامل هر زیرسیستم، باید همهٔ تجهیزات آنها سالم باشد.

۳. با خرابی هر تجهیز اگر تجهیز جایگزین در انبار موجود باشد، جایگزین آن می‌شود و در غیر این صورت، هزینهٔ کاهش ظرفیت ایجاد می‌شود.

۴. اگر ۲ تجهیز از زیرسیستم اول و یا ۲ تجهیز از زیرسیستم دوم خراب شود (و تجهیزی برای جایگزینی آنها در انبار موجود نباشد)، زیرسیستم مد نظر و درنتیجه، کل سیستم متوقف می‌شود.

۵. آهنگ خرابی اجزا در تمام طول دوره، ثابت و از کارکرد یا خرابی بقیهٔ اجزا مستقل است.

۶. تجهیزات تعمیرناپذیر است.

۷. سطح کیفیت تجهیزات، تابع تأمین‌کنندهٔ آنهاست.

۸. تأمین‌کنندهٔ تجهیزات اصلی و یدکی ممکن است متفاوت باشد.

۹. تجهیزات دو زیرسیستم، متفاوت و با یکدیگر قابل جایگزینی نیست.

۱۰. تجهیز یدکی زیرسیستم‌ها متفاوت است و فقط می‌تواند جایگزین تجهیزات ازکارافتاده در زیرسیستم خود شود.

۱۱. هزینهٔ سفارش برای همه تأمین‌کنندگان مستقل از تأمین‌کننده و میزان سفارش فرض شده است.

۳-۲- ارائهٔ مدل

درادامه، نخست، مفروضات مسئله و نمادها و پارامترهای به‌کاررفته در مدل توضیح داده و سپس، مدل ریاضی ارائه می‌شود.

اندیس‌ها

$o \in \{A, B, C, D, E\}$	شمارندهٔ تجهیزات اصلی
$j \in \{1,2, \dots ,10\}$	شمارندهٔ تأمین‌کنندهٔ تجهیزات
$p \in \{R, Q\}$	شمارندهٔ تجهیزات یدکی
$k = 1,2, \dots , K$	شمارهٔ وضعیت‌های سیستم

پارامترها

N_s	تعداد کل تجهیزات اولیه در زیرسیستم s
K_s	تعداد تجهیزات لازم برای فعال بودن زیرسیستمs
c_{pj}^{P}	هزینهٔ خرید تجهیز یدکی p از تأمین‌کنندهٔ jام
c_{oj}^{O}	هزینهٔ خرید تجهیز اصلی o از تأمین‌کنندهٔ jام
c_{pj}^{H}	هزینهٔ نگهداری تجهیز یدکی p که از تأمین‌کنندهٔ jام خریداری شود.
c^r	هزینهٔ هر ساعت کاهش ظرفیت سیستم
c^s	هزینهٔ هر ساعت توقف سیستم
R	حداقل آهنگ جذاب بازگشت سرمایه (MARR)
λ_{pj}^{p}	آهنگ خرابی تجهیز یدکی pام اگر از تأمین‌کنندهٔ jام فراهم شده باشد.
λ_{oj}^{o}	آهنگ خرابی تجهیز اصلی oام اگر از تأمین‌کنندهٔ jام فراهم شده باشد.
B^o	بودجه در دسترس برای خرید تجهیزات اصلی
$W_k^{S_1}$	موجودی انبار قطعه یدکی زیرسیستم اول در وضعیت kام
$W_k^{S_2}$	موجودی انبار قطعه یدکی زیرسیستم دوم در وضعیت kام
B^H	حداکثر هزینهٔ انتظاری مطلوب برای نگهداری تجهیزات یدکی در انبار
B^R	حداکثر هزینهٔ انتظاری مطلوب برای کاهش ظرفیت تحمیل‌شده به سیستم
B^S	حداکثر هزینهٔ انتظاری مطلوب برای توقف سیستم

متغیرهای تصمیم

y_{pj}^{P}	متغیر باینری اگر تجهیز یدکی زیرسیستم pام از تأمین‌کنندهٔ jام خریداری شود، مقادیر آن، یک و در غیر این صورت، صفر است.
y_{oj}^{O}	متغیر باینری اگر تجهیز اصلی oام از تأمین‌کنندهٔ jام خریداری شود، مقادیر آن، یک و در غیر این صورت، صفر است.
C^{PO}	مجموع هزینهٔ خرید تجهیزات اصلی
C^{PP}	مجموع هزینهٔ خرید تجهیزات یدکی
C^P	مجموع هزینهٔ خرید تجهیزات یدکی و اصلی
C^H	مجموع هزینهٔ نگهداری تجهیزات یدکی
C^R	مجموع هزینهٔ کاهش ظرفیت
C^S	مجموع هزینهٔ توقف کامل سیستم
P^f	احتمال کارکرد سیستم با تمام توان
P_1^r	احتمال کاهش ظرفیت در زیرسیستم اول
P_2^r	احتمال کاهش ظرفیت در زیرسیستم دوم

P_b^r	احتمال کاهش ظرفیت هم‌زمان هر دو زیرسیستم اول و دوم
P^s	احتمال توقف کامل سیستم
λ_p^P	آهنگ خرابی تجهیز یدکی pام
λ_i	
λ_o^O	آهنگ خرابی تجهیز اصلی oام
$\lambda_{k_1k_2}$	آهنگ انتقال از وضعیت k_1 به وضعیت k_2
S_k	وضعیت Kام
P_k	احتمال قرارگرفتن سیستم در وضعیت Kام

۳-۳- مدل ریاضی

سیستم مد نظر، ۲ زیرسیستم دارد که وضعیت‌های مختلف آن با توجه به تعداد تجهیزات اصلی سالم و موجود در انبار برای هر زیرسیستم متمایز می‌شود. برای نشان‌دادن وضعیت سیستم از حروف A, B, C برای تجهیزات زیرسیستم اول و D, E برای تجهیزات زیرسیستم دوم، R برای تجهیز یدکی زیرسیستم اول و Q برای تجهیز یدکی زیرسیستم دوم در انبار استفاده می‌شود. با خراب‌شدن هر تجهیز، حرف نشانگر آن از عبارت وضعیت حذف می‌شود.

سیستم در آغاز در وضعیت (ABCR-DEQ) قرار دارد؛ یعنی در ابتدا، ۳ تجهیز در زیرسیستم اول و ۲ تجهیز در زیرسیستم دوم به همراه هر دو قطعهٔ یدکی در انبار سالم است؛ برای مثال، با خرابی تجهیز A، تجهیز R جایگزین آن می‌شود و سیستم در وضعیت (RBC-DEQ) قرار می‌گیرد. جدول شمارهٔ ۱، نشان‌دهندهٔ وضعیت‌های متفاوت سیستم (۱۲ وضعیت سبزرنگ، ۴۸ وضعیت خاکستری‌رنگ و ۳۴ وضعیت قرمزرنگ به‌ترتیب، نشان‌دهندهٔ وضعیت‌های تمام‌ظرفیت، نیم‌ظرفیت و متوقف‌شده) است.

جدول ۱- وضعیت‌های محتمل برای سیستم مورد بررسی

ردیف	وضعیت	نحوهٔ نمایش	ردیف	وضعیت	نحوهٔ نمایش
۱	S_1	$(ABCR-DEQ)$	۴۸	S_{48}	(RBC)
۲	S_2	$(ABCR-QE)$	۴۹	S_{49}	$(BC-E)$
۳	S_3	$(ABCR-DQ)$	۵۰	S_{50}	$(RC-E)$
۴	S_4	$(RBC-DEQ)$	۵۱	S_{51}	$(RB-E)$
۵	S_5	$(ARC-DEQ)$	۵۲	S_{52}	(ARC)
۶	S_6	$(ABR-DEQ)$	۵۳	S_{53}	$(AC-E)$
۷	S_7	$(ABCR-E)$	۵۴	S_{54}	$(AR-E)$
۸	S_8	$(ABCR-Q)$	۵۵	S_{55}	(ABR)
۹	S_9	$(RBC-QE)$	۵۶	S_{56}	$(AB-E)$
۱۰	S_{10}	$(ARC-QE)$	۵۷	S_{57}	$(BC-Q)$
۱۱	S_{11}	$(ABR-QE)$	۵۸	S_{58}	$(RC-Q)$
۱۲	S_{12}	$(ABCR-D)$	۵۹	S_{59}	$(RB-Q)$
۱۳	S_{13}	$(RBC-DQ)$	۶۰	S_{60}	$(AC-Q)$
۱۴	S_{14}	$(ARC-DQ)$	۶۱	S_{61}	$(AR-Q)$

ردیف	وضعیت	نحوهٔ نمایش
۱۵	S_{15}	$(ABR-DQ)$
۱۶	S_{16}	$(BC-DEQ)$
۱۷	S_{17}	$(RC-DEQ)$
۱۸	S_{18}	$(RB-DEQ)$
۱۹	S_{19}	$(AC-DEQ)$
۲۰	S_{20}	$(AR-DEQ)$
۲۱	S_{21}	$(AB-DEQ)$
۲۲	S_{22}	$(ABCR)$
۲۳	S_{23}	$(RBC-E)$
۲۴	S_{24}	$(ARC-E)$
۲۵	S_{25}	$(ABR-E)$
۲۶	S_{26}	$(RBC-Q)$
۲۷	S_{27}	$(ARC-Q)$
۲۸	S_{28}	$(ABR-Q)$
۲۹	S_{29}	$(BC-QE)$
۳۰	S_{30}	$(RC-QE)$
۳۱	S_{31}	$(RB-QE)$
۳۲	S_{32}	$(AC-QE)$
۳۳	S_{33}	$(AR-QE)$
۳۴	S_{34}	$(AB-QE)$
۳۵	S_{35}	$(RBC-D)$
۳۶	S_{36}	$(ARC-D)$
۳۷	S_{37}	$(ABR-D)$
۳۸	S_{38}	$(BC-DQ)$
۳۹	S_{39}	$(RC-DQ)$
۴۰	S_{40}	$(RB-DQ)$
۴۱	S_{41}	$(AC-DQ)$
۴۲	S_{42}	$(AR-DQ)$
۴۳	S_{43}	$(AB-DQ)$
۴۴	S_{44}	$(C-DEQ)$
۴۵	S_{45}	$(B-DEQ)$
۴۶	S_{46}	$(R-DEQ)$
۴۷	S_{47}	$(A-DEQ)$

ردیف	وضعیت	نحوهٔ نمایش
۶۲	S_{62}	$(AB-Q)$
۶۳	S_{63}	$(C-QE)$
۶۴	S_{64}	$(B-QE)$
۶۵	S_{65}	$(R-QE)$
۶۶	S_{66}	$(A-QE)$
۶۷	S_{67}	$(BC-D)$
۶۸	S_{68}	$(RC-D)$
۶۹	S_{69}	$(RB-D)$
۷۰	S_{70}	$(AC-D)$
۷۱	S_{71}	$(AR-D)$
۷۲	S_{72}	$(AB-D)$
۷۳	S_{73}	$(C-DQ)$
۷۴	S_{74}	$(B-DQ)$
۷۵	S_{75}	$(R-DQ)$
۷۶	S_{76}	$(A-DQ)$
۷۷	S_{77}	(BC)
۷۸	S_{78}	$(C-E)$
۷۹	S_{79}	$(B-E)$
۸۰	S_{80}	(RC)
۸۱	S_{81}	$(R-E)$
۸۲	S_{82}	(RB)
۸۳	S_{83}	(AC)
۸۴	S_{84}	$(A-E)$
۸۵	S_{85}	(AR)
۸۶	S_{86}	(AB)
۸۷	S_{87}	$(C-Q)$
۸۸	S_{88}	$(B-Q)$
۸۹	S_{89}	$(R-Q)$
۹۰	S_{90}	$(A-Q)$
۹۱	S_{91}	$(C-D)$
۹۲	S_{92}	$(B-D)$
۹۳	S_{93}	$(R-D)$
۹۴	S_{94}	$(A-D)$

با استفاده از مدل زنجیرهٔ مارکوف، روابط انتقال بین هر یک از وضعیت‌های نود و چهارگانه به‌صورت پارامتری به‌صورت ذیل نوشته می‌شود:

$$\boldsymbol{P_1 = 1 - (\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14} + \lambda_{15} + \lambda_{16})} \quad (۱)$$

$$(P_1 \times \lambda_{12}) = P_2 \times (\lambda_{27} + \lambda_{28} + \lambda_{29} + \lambda_{210} + \lambda_{211}) \quad (۲)$$

$$(P_1 \times \lambda_{13}) = P_3 \times (\lambda_{38} + \lambda_{312} + \lambda_{313} + \lambda_{314} + \lambda_{315}) \quad (۳)$$

$$(P_1 \times \lambda_{14}) = P_4 \times (\lambda_{49} + \lambda_{413} + \lambda_{416} + \lambda_{417} + \lambda_{418}) \quad (۴)$$

$$(P_1 \times \lambda_{15}) = P_5 \times (\lambda_{510} + \lambda_{514} + \lambda_{517} + \lambda_{519} + \lambda_{520}) \quad (۵)$$

$$(P_1 \times \lambda_{16}) = P_6 \times (\lambda_{611} + \lambda_{615} + \lambda_{618} + \lambda_{620} + \lambda_{621}) \quad (۶)$$

$$(P_2 \times \lambda_{27}) = P_7 \times (\lambda_{722} + \lambda_{723} + \lambda_{724} + \lambda_{725}) \quad (۷)$$

$$(P_2 \times \lambda_{28}) + (P_3 \times \lambda_{38}) = P_8 \times (\lambda_{822} + \lambda_{826} + \lambda_{827} + \lambda_{828}) \quad (۸)$$

$$(P_2 \times \lambda_{29}) + (P_4 \times \lambda_{49}) = P_9 \times (\lambda_{923} + \lambda_{926} + \lambda_{929} + \lambda_{930} + \lambda_{931}) \quad (۹)$$

$$(P_2 \times \lambda_{210}) + (P_5 \times \lambda_{510}) = P_{10} \times (\lambda_{1024} + \lambda_{1027} + \lambda_{1030} + \lambda_{1032} + \lambda_{1033}) \quad (۱۰)$$

$$(P_2 \times \lambda_{211}) + (P_6 \times \lambda_{611}) = P_{11} \times (\lambda_{1125} + \lambda_{1128} + \lambda_{1131} + \lambda_{1133} + \lambda_{1134}) \quad (۱۱)$$

$$(P_3 \times \lambda_{312}) = P_{12} \times (\lambda_{1222} + \lambda_{1235} + \lambda_{1236} + \lambda_{1237}) \quad (۱۲)$$

$$(P_3 \times \lambda_{313}) + (P_4 \times \lambda_{413}) = P_{13} \times (\lambda_{1326} + \lambda_{1335} + \lambda_{1338} + \lambda_{1339} + \lambda_{1340}) \quad (۱۳)$$

$$(P_3 \times \lambda_{314}) + (P_5 \times \lambda_{514}) = P_{14} \times (\lambda_{1427} + \lambda_{1436} + \lambda_{1439} + \lambda_{1441} + \lambda_{1442}) \quad (۱۴)$$

$$(P_3 \times \lambda_{315}) + (P_6 \times \lambda_{615}) = P_{15} \times (\lambda_{1528} + \lambda_{1537} + \lambda_{1540} + \lambda_{1542} + \lambda_{1543}) \quad (۱۵)$$

$$(P_4 \times \lambda_{416}) = P_{16} (\lambda_{1629} + \lambda_{1638} + \lambda_{1644} + \lambda_{1645}) \quad (۱۶)$$

$$(P_4 \times \lambda_{417}) + (P_5 \times \lambda_{517}) = P_{17} (\lambda_{1730} + \lambda_{1739} + \lambda_{1744} + \lambda_{1746}) \quad (۱۷)$$

$$(P_4 \times \lambda_{418}) + (P_6 \times \lambda_{618}) = P_{18} (\lambda_{1831} + \lambda_{1840} + \lambda_{1845} + \lambda_{1846}) \quad (۱۸)$$

$$(P_5 \times \lambda_{519}) = P_{19} (\lambda_{1932} + \lambda_{1941} + \lambda_{1944} + \lambda_{1947}) \quad (۱۹)$$

$$(P_5 \times \lambda_{520}) + (P_6 \times \lambda_{620}) = P_{20} (\lambda_{2033} + \lambda_{2042} + \lambda_{2046} + \lambda_{2047}) \quad (۲۰)$$

$$(P_6 \times \lambda_{621}) = P_{21} (\lambda_{2134} + \lambda_{2143} + \lambda_{2145} + \lambda_{2147}) \quad (۲۱)$$

$$P_{22} = (P_7 \times \lambda_{7\,22}) + (P_8 \times \lambda_{8\,22}) + (P_{12} \times \lambda_{12\,22}) \quad (۲۲)$$

$$(P_7 \times \lambda_{7\,23}) + (P_9 \times \lambda_{9\,23}) = P_{23}\,(\lambda_{23\,48} + \lambda_{23\,49} + \lambda_{23\,50} + \lambda_{23\,51}) \quad (۲۳)$$

$$(P_7 \times \lambda_{7\,24}) + (P_{10} \times \lambda_{10\,24}) = P_{24}\,(\lambda_{24\,52} + \lambda_{24\,50} + \lambda_{24\,53} + \lambda_{24\,54}) \quad (۲۴)$$

$$(P_7 \times \lambda_{7\,25}) + (P_{11} \times \lambda_{11\,25}) = P_{25}\,(\lambda_{25\,55} + \lambda_{25\,51} + \lambda_{25\,54} + \lambda_{25\,56}) \quad (۲۵)$$

$$(P_8 \times \lambda_{8\,26}) + (P_9 \times \lambda_{9\,26}) + (P_{13} \times \lambda_{13\,26}) = P_{26}\,(\lambda_{26\,48} + \lambda_{26\,57} + \lambda_{26\,58} + \lambda_{26\,59}) \quad (۲۶)$$

$$(P_8 \times \lambda_{8\,27}) + (P_{10} \times \lambda_{10\,27}) + (P_{14} \times \lambda_{14\,27}) = P_{27}\,(\lambda_{27\,52} + \lambda_{27\,58} + \lambda_{27\,60} + \lambda_{27\,61}) \quad (۲۷)$$

$$(P_8 \times \lambda_{8\,28}) + (P_{11} \times \lambda_{11\,28}) + (P_{15} \times \lambda_{15\,28}) = P_{28}\,(\lambda_{28\,55} + \lambda_{28\,59} + \lambda_{28\,61} + \lambda_{28\,62}) \quad (۲۸)$$

$$(P_9 \times \lambda_{9\,29}) + (P_{16} \times \lambda_{16\,29}) = P_{29}\,(\lambda_{29\,49} + \lambda_{29\,57} + \lambda_{29\,63} + \lambda_{29\,64}) \quad (۲۹)$$

$$(P_9 \times \lambda_{9\,30}) + (P_{10} \times \lambda_{10\,30}) + (P_{17} \times \lambda_{17\,30}) = P_{30}\,(\lambda_{30\,50} + \lambda_{30\,58} + \lambda_{30\,63} + \lambda_{30\,65}) \quad (۳۰)$$

$$(P_9 \times \lambda_{9\,31}) + (P_{11} \times \lambda_{11\,31}) + (P_{18} \times \lambda_{18\,31}) = P_{31}\,(\lambda_{31\,51} + \lambda_{31\,59} + \lambda_{31\,64} + \lambda_{31\,65}) \quad (۳۱)$$

$$(P_{10} \times \lambda_{10\,32}) + (P_{19} \times \lambda_{19\,32}) = P_{32}\,(\lambda_{32\,53} + \lambda_{32\,60} + \lambda_{32\,63} + \lambda_{32\,66}) \quad (۳۲)$$

$$(P_{10} \times \lambda_{10\,33}) + (P_{11} \times \lambda_{11\,33}) + (P_{20} \times \lambda_{20\,33}) = P_{33}\,(\lambda_{33\,54} + \lambda_{33\,61} + \lambda_{33\,65} + \lambda_{33\,66}) \quad (۳۳)$$

$$(P_{11} \times \lambda_{11\,34}) + (P_{21} \times \lambda_{21\,34}) = P_{34}\,(\lambda_{34\,56} + \lambda_{34\,62} + \lambda_{34\,64} + \lambda_{34\,66}) \quad (۳۴)$$

$$(P_{12} \times \lambda_{12\,35}) + (P_{13} \times \lambda_{13\,35}) = P_{35}\,(\lambda_{35\,48} + \lambda_{35\,67} + \lambda_{35\,68} + \lambda_{35\,69}) \quad (۳۵)$$

$$(P_{12} \times \lambda_{12\,36}) + (P_{14} \times \lambda_{14\,36}) = P_{36}\,(\lambda_{36\,52} + \lambda_{36\,68} + \lambda_{36\,70} + \lambda_{36\,71}) \quad (۳۶)$$

$$(P_{12} \times \lambda_{12\,37}) + (P_{15} \times \lambda_{15\,37}) = P_{37}\,(\lambda_{37\,55} + \lambda_{37\,69} + \lambda_{37\,71} + \lambda_{37\,72}) \quad (۳۷)$$

$$(P_{13} \times \lambda_{13\,38}) + (P_{16} \times \lambda_{16\,38}) = P_{38}\,(\lambda_{38\,57} + \lambda_{38\,67} + \lambda_{38\,73} + \lambda_{38\,74}) \quad (۳۸)$$

$$(P_{13} \times \lambda_{13\,39}) + (P_{14} \times \lambda_{14\,39}) + (P_{17} \times \lambda_{17\,39}) = P_{39}\,(\lambda_{39\,58} + \lambda_{39\,68} + \lambda_{39\,73} + \lambda_{39\,75}) \quad (۳۹)$$

$$(P_{13} \times \lambda_{13\,40}) + (P_{15} \times \lambda_{15\,40}) + (P_{18} \times \lambda_{18\,40}) = P_{40}\,(\lambda_{40\,59} + \lambda_{40\,69} + \lambda_{40\,74} + \lambda_{40\,75}) \quad (۴۰)$$

$$(P_{14} \times \lambda_{14\,41}) + (P_{19} \times \lambda_{19\,41}) = P_{41}\,(\lambda_{41\,60} + \lambda_{41\,70} + \lambda_{41\,73} + \lambda_{41\,76}) \quad (۴۱)$$

$$(P_{14} \times \lambda_{14\,42}) + (P_{15} \times \lambda_{15\,42}) + (P_{20} \times \lambda_{20\,42}) = P_{42}\,(\lambda_{42\,61} + \lambda_{42\,71} + \lambda_{42\,75} + \lambda_{42\,76}) \quad (۴۲)$$

$$(P_{15} \times \lambda_{15\,43}) + (P_{21} \times \lambda_{21\,43}) = P_{43}\,(\lambda_{43\,62} + \lambda_{43\,72} + \lambda_{43\,74} + \lambda_{43\,76}) \quad (۴۳)$$

$$P_{44} = (P_{16} \times \lambda_{16\,44}) + (P_{17} \times \lambda_{17\,44}) + (P_{19} \times \lambda_{19\,44}) \quad (۴۴)$$

$$P_{45} = (P_{16} \times \lambda_{16\,45}) + (P_{18} \times \lambda_{18\,45}) + (P_{21} \times \lambda_{21\,45}) \quad (۴۵)$$

$$P_{46} = (P_{17} \times \lambda_{17\,46}) + (P_{18} \times \lambda_{18\,46}) + (P_{20} \times \lambda_{20\,46}) \quad (۴۶)$$

$$P_{47} = (P_{19} \times \lambda_{19\,47}) + (P_{20} \times \lambda_{20\,47}) + (P_{21} \times \lambda_{21\,47}) \quad (۴۷)$$

$$P_{48} = (P_{23} \times \lambda_{23\,48}) + (P_{26} \times \lambda_{26\,48}) + (P_{35} \times \lambda_{35\,48}) \quad (۴۸)$$

$$(P_{23} \times \lambda_{23\,49}) + (P_{29} \times \lambda_{29\,49}) = P_{49}\,(\lambda_{49\,77} + \lambda_{49\,78} + \lambda_{49\,79}) \quad (۴۹)$$

$$(P_{23} \times \lambda_{23\,50}) + (P_{24} \times \lambda_{24\,50}) + (P_{30} \times \lambda_{30\,50}) = P_{50}\,(\lambda_{50\,78} + \lambda_{50\,80} + \lambda_{50\,81}) \quad (۵۰)$$

$$(P_{23} \times \lambda_{23\,51}) + (P_{25} \times \lambda_{25\,51}) + (P_{31} \times \lambda_{31\,51}) = P_{51}\,(\lambda_{51\,79} + \lambda_{51\,81} + \lambda_{51\,82}) \quad (۵۱)$$

$$P_{52} = (P_{24} \times \lambda_{24\,52}) + (P_{27} \times \lambda_{27\,52}) + (P_{36} \times \lambda_{36\,52}) \quad (۵۲)$$

$$(P_{24} \times \lambda_{24\,53}) + (P_{32} \times \lambda_{32\,53}) = P_{53}\,(\lambda_{53\,78} + \lambda_{53\,83} + \lambda_{53\,84}) \quad (۵۳)$$

$$(P_{24} \times \lambda_{24\,54}) + (P_{25} \times \lambda_{25\,54}) + (P_{33} \times \lambda_{33\,54}) = P_{54}\,(\lambda_{54\,81} + \lambda_{54\,84} + \lambda_{54\,85}) \quad (۵۴)$$

$$P_{55} = (P_{25} \times \lambda_{25\,55}) + (P_{28} \times \lambda_{28\,55}) + (P_{37} \times \lambda_{37\,55}) \quad (۵۵)$$

$$(P_{25} \times \lambda_{25\,56}) + (P_{34} \times \lambda_{34\,56}) = P_{56}\,(\lambda_{56\,79} + \lambda_{56\,84} + \lambda_{56\,86}) \quad (۵۶)$$

$$(P_{26} \times \lambda_{26\,57}) + (P_{29} \times \lambda_{29\,57}) + (P_{38} \times \lambda_{38\,57}) = P_{57}\,(\lambda_{57\,77} + \lambda_{57\,87} + \lambda_{57\,88}) \quad (۵۷)$$

$$(P_{26} \times \lambda_{26\,58}) + (P_{27} \times \lambda_{27\,58}) + (P_{30} \times \lambda_{30\,58}) + (P_{39} \times \lambda_{39\,58}) = P_{58}\,(\lambda_{58\,80} + \lambda_{58\,87} + \lambda_{58\,89}) \quad (۵۸)$$

$$(P_{26} \times \lambda_{26\,59}) + (P_{28} \times \lambda_{28\,59}) + (P_{31} \times \lambda_{31\,59}) + (P_{40} \times \lambda_{40\,59}) = P_{59}\,(\lambda_{59\,82} + \lambda_{59\,88} + \lambda_{59\,89}) \quad (۵۹)$$

$$(P_{27} \times \lambda_{27\,60}) + (P_{32} \times \lambda_{32\,60}) + (P_{41} \times \lambda_{41\,60}) = P_{60}\,(\lambda_{60\,83} + \lambda_{60\,87} + \lambda_{60\,90}) \quad (۶۰)$$

$$(P_{27} \times \lambda_{27\,61}) + (P_{28} \times \lambda_{28\,61}) + (P_{33} \times \lambda_{33\,61}) + (P_{42} \times \lambda_{42\,61}) = P_{61}\,(\lambda_{61\,85} + \lambda_{61\,89} + \lambda_{61\,90}) \quad (۶۱)$$

$$(P_{28} \times \lambda_{28\,62}) + (P_{34} \times \lambda_{34\,62}) + (P_{43} \times \lambda_{43\,62}) = P_{62}\,(\lambda_{62\,86} + \lambda_{62\,88} + \lambda_{62\,90}) \quad (۶۲)$$

$$P_{63} = (P_{29} \times \lambda_{29\,63}) + (P_{30} \times \lambda_{30\,63}) + (P_{32} \times \lambda_{32\,63}) \quad (۶۳)$$

$$P_{64} = (P_{29} \times \lambda_{29\,64}) + (P_{31} \times \lambda_{31\,64}) + (P_{34} \times \lambda_{34\,64}) \quad (۶۴)$$

$$P_{65} = (P_{30} \times \lambda_{30\,65}) + (P_{31} \times \lambda_{31\,65}) + (P_{33} \times \lambda_{33\,65}) \quad (۶۵)$$

$$P_{66} = (P_{32} \times \lambda_{32\,66}) + (P_{33} \times \lambda_{33\,66}) + (P_{34} \times \lambda_{34\,66}) \quad (۶۶)$$

$$(P_{35} \times \lambda_{35\,67}) + (P_{38} \times \lambda_{38\,67}) = P_{67}\,(\lambda_{67\,77} + \lambda_{67\,91} + \lambda_{67\,92}) \quad (۶۷)$$

$$(P_{35} \times \lambda_{35\,68}) + (P_{36} \times \lambda_{36\,68}) + (P_{39} \times \lambda_{39\,68}) = P_{68}\,(\lambda_{68\,80} + \lambda_{68\,91} + \lambda_{68\,93}) \quad (۶۸)$$

$$(P_{35} \times \lambda_{35\,69}) + (P_{37} \times \lambda_{37\,69}) + (P_{40} \times \lambda_{40\,69}) = P_{69}\,(\lambda_{69\,82} + \lambda_{69\,92} + \lambda_{69\,93}) \quad (۶۹)$$

$$(P_{36} \times \lambda_{36\,70}) + (P_{41} \times \lambda_{41\,70}) = P_{70}\,(\lambda_{70\,83} + \lambda_{70\,91} + \lambda_{70\,94}) \quad (۷۰)$$

$$(P_{36} \times \lambda_{36\,71}) + (P_{37} \times \lambda_{37\,71}) + (P_{42} \times \lambda_{42\,71}) = P_{71}\,(\lambda_{71\,85} + \lambda_{71\,93} + \lambda_{71\,94}) \quad (۷۱)$$

$$(P_{37} \times \lambda_{37\,72}) + (P_{43} \times \lambda_{43\,72}) = P_{72}\,(\lambda_{72\,86} + \lambda_{72\,92} + \lambda_{72\,94}) \quad (۷۲)$$

$$P_{73} = (P_{38} \times \lambda_{38\,73}) + (P_{39} \times \lambda_{39\,73}) + (P_{41} \times \lambda_{41\,73}) \quad (۷۳)$$

$$P_{74} = (P_{38} \times \lambda_{38\,74}) + (P_{40} \times \lambda_{40\,74}) + (P_{43} \times \lambda_{43\,74}) \quad (۷۴)$$

$$P_{75} = (P_{39} \times \lambda_{39\,75}) + (P_{40} \times \lambda_{40\,75}) + (P_{42} \times \lambda_{42\,75}) \quad (۷۵)$$

$$P_{76} = (P_{41} \times \lambda_{41\,76}) + (P_{42} \times \lambda_{42\,76}) + (P_{43} \times \lambda_{43\,76}) \quad (۷۶)$$

$$P_{77} = (P_{49} \times \lambda_{49\,77}) + (P_{57} \times \lambda_{57\,77}) + (P_{67} \times \lambda_{67\,77}) \quad (۷۷)$$

$$P_{78} = (P_{49} \times \lambda_{49\,78}) + (P_{50} \times \lambda_{50\,78}) + (P_{53} \times \lambda_{53\,78}) \quad (۷۸)$$

$$P_{79} = (P_{49} \times \lambda_{49\,79}) + (P_{51} \times \lambda_{51\,79}) + (P_{56} \times \lambda_{56\,79}) \quad (۷۹)$$

$$P_{80} = (P_{50} \times \lambda_{50\,80}) + (P_{58} \times \lambda_{58\,80}) + (P_{68} \times \lambda_{68\,80}) \quad (۸۰)$$

$$P_{81} = (P_{50} \times \lambda_{50\,81}) + (P_{51} \times \lambda_{51\,81}) + (P_{54} \times \lambda_{54\,81}) \quad (۸۱)$$

$$P_{82} = (P_{51} \times \lambda_{51\,82}) + (P_{59} \times \lambda_{59\,82}) + (P_{69} \times \lambda_{69\,82}) \quad (۸۲)$$

$$P_{83} = (P_{53} \times \lambda_{53\,83}) + (P_{60} \times \lambda_{60\,83}) + (P_{70} \times \lambda_{70\,83}) \quad (۸۳)$$

$$P_{84} = (P_{53} \times \lambda_{53\,84}) + (P_{54} \times \lambda_{54\,84}) + (P_{56} \times \lambda_{56\,84}) \quad (۸۴)$$

$$P_{85} = (P_{54} \times \lambda_{38\,85}) + (P_{61} \times \lambda_{61\,85}) + (P_{71} \times \lambda_{71\,85}) \quad (۸۵)$$

$$P_{86} = (P_{56} \times \lambda_{56\,86}) + (P_{62} \times \lambda_{62\,86}) + (P_{72} \times \lambda_{72\,86}) \quad (۸۶)$$

$$P_{87} = (P_{57} \times \lambda_{57\,87}) + (P_{58} \times \lambda_{58\,87}) + (P_{60} \times \lambda_{60\,87}) \quad (۸۷)$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

$$P_{88} = (P_{57} \times \lambda_{57\,88}) + (P_{59} \times \lambda_{59\,88}) + (P_{62} \times \lambda_{62\,88}) \quad (۸۸)$$

$$P_{89} = (P_{58} \times \lambda_{58\,89}) + (P_{59} \times \lambda_{59\,89}) + (P_{61} \times \lambda_{61\,89}) \quad (۸۹)$$

$$P_{90} = (P_{60} \times \lambda_{60\,90}) + (P_{61} \times \lambda_{61\,90}) + (P_{62} \times \lambda_{62\,90}) \quad (۹۰)$$

$$P_{91} = (P_{67} \times \lambda_{67\,91}) + (P_{68} \times \lambda_{68\,91}) + (P_{70} \times \lambda_{70\,91}) \quad (۹۱)$$

$$P_{92} = (P_{67} \times \lambda_{67\,92}) + (P_{69} \times \lambda_{69\,92}) + (P_{72} \times \lambda_{72\,92}) \quad (۹۲)$$

$$P_{93} = (P_{68} \times \lambda_{68\,93}) + (P_{69} \times \lambda_{69\,93}) + (P_{71} \times \lambda_{71\,93}) \quad (۹۳)$$

$$P_{94} = (P_{70} \times \lambda_{70\,94}) + (P_{71} \times \lambda_{71\,94}) + (P_{72} \times \lambda_{72\,94}) \quad (۹۴)$$

$$\sum_{k=1}^{28} P_k = 1 \quad (۹۵)$$

با توجه به ساختار سیستم مذکور، از جایگزینی‌های زیر برای آهنگ انتقال بین وضعیت‌های مختلف استفاده می‌شود:

$$\boldsymbol{\lambda_{1\,2}, \lambda_{3\,8}, \lambda_{4\,9}, \lambda_{5\,10}, \lambda_{6\,11}}, \lambda_{12\,22}, \boldsymbol{\lambda_{13\,26}, \lambda_{14\,27}, \lambda_{15\,28}}, \lambda_{16\,29}, \lambda_{17\,30} \quad (۹۶)$$
$$, \boldsymbol{\lambda_{18\,31}, \lambda_{19\,32}, \lambda_{20\,33}}, \lambda_{21\,34}, \lambda_{35\,48}, \lambda_{36\,52}, \lambda_{35\,68}, \boldsymbol{\lambda_{37\,55}}, \boldsymbol{\lambda_{38\,57}}, \lambda_{39\,58}$$
$$\boldsymbol{, \lambda_{40\,59}, \lambda_{41\,60}, \lambda_{42\,61}}, \lambda_{43\,62}, \boldsymbol{\lambda_{67\,77}, \lambda_{68\,80}}, \lambda_{69\,82}, \boldsymbol{\lambda_{70\,83}}, \lambda_{71\,85}, \lambda_{72\,86} = \boldsymbol{\lambda_D}$$

$$\lambda_{1\,3}, \lambda_{2\,8}, \lambda_{4\,13}, \lambda_{5\,14}, \lambda_{6\,15}, \lambda_{7\,22}, \lambda_{9\,26}, \lambda_{10\,27}, \lambda_{11\,28}, \lambda_{16\,38}, \lambda_{17\,39}, \lambda_{18\,40} \quad (۹۷)$$
$$, \lambda_{19\,41}, \lambda_{20\,42}, \lambda_{21\,43}, \lambda_{23\,48}, \lambda_{24\,52}, \lambda_{25\,55}, \lambda_{29\,57}, \lambda_{30\,58}, \lambda_{31\,59}, \lambda_{32\,60}$$
$$, \lambda_{33\,61}, \lambda_{34\,62}, \lambda_{49\,77}, \lambda_{50\,80}, \lambda_{51\,82}, \lambda_{53\,83}, \lambda_{54\,85}, \lambda_{56\,86}, = \lambda_E$$

$$\lambda_{1\,4}, \lambda_{2\,9}, \lambda_{3\,13}, \lambda_{5\,17}, \lambda_{6\,18}, \lambda_{7\,23}, \lambda_{8\,26}, \lambda_{9\,29}, \lambda_{10\,30}, \lambda_{11\,31}, \lambda_{12\,35}, \lambda_{14\,39} \quad (۹۸)$$
$$, \lambda_{15\,40}, \lambda_{19\,44}, \lambda_{20\,46}, \lambda_{21\,45}, \lambda_{24\,50}, \lambda_{25\,51}, \lambda_{27\,58}, \lambda_{28\,59}, \lambda_{32\,63}, \lambda_{33\,65}$$
$$, \lambda_{34\,64}, \lambda_{36\,68}, \lambda_{37\,69}, \lambda_{41\,73}, \lambda_{42\,75}, \lambda_{43\,74}, \lambda_{53\,78}, \lambda_{54\,81}, \lambda_{56\,79}, \lambda_{60\,87}$$
$$, \lambda_{61\,89}, \lambda_{62\,88}, \lambda_{70\,91}, \lambda_{71\,93}, \lambda_{72\,92} = \lambda_A$$

$$\lambda_{1\,5}, \lambda_{2\,10}, \lambda_{3\,14}, \lambda_{4\,17}, \lambda_{6\,20}, \lambda_{7\,24}, \lambda_{8\,27}, \lambda_{9\,30}, \lambda_{11\,33}, \lambda_{12\,36}, \lambda_{13\,39}, \lambda_{15\,42} \quad (۹۹)$$
$$, \lambda_{16\,44}, \lambda_{18\,46}, \lambda_{21\,47}, \lambda_{23\,50}, \lambda_{25\,54}, \lambda_{26\,58}, \lambda_{28\,61}, \lambda_{29\,63}, \lambda_{31\,65}, \lambda_{34\,66}$$
$$, \lambda_{35\,68}, \lambda_{37\,71}, \lambda_{38\,73}, \lambda_{40\,75}, \lambda_{43\,76}, \lambda_{49\,78}, \lambda_{51\,81}, \lambda_{56\,84}, \lambda_{57\,87}, \lambda_{59\,89}$$
$$, \lambda_{62\,90}, \lambda_{67\,91}, \lambda_{69\,93}, \lambda_{72\,94} = \lambda_B$$

$$\lambda_{1\,6}, \lambda_{2\,11}, \lambda_{3\,15}, \lambda_{4\,18}, \lambda_{5\,20}, \lambda_{7\,25}, \lambda_{8\,28}, \lambda_{9\,31}, \lambda_{10\,33}, \lambda_{12\,37}, \lambda_{13\,40}, \lambda_{14\,42} \quad (۱۰۰)$$
$$, \lambda_{16\,45}, \lambda_{17\,46}, \lambda_{19\,47}, \lambda_{23\,51}, \lambda_{24\,54}, \lambda_{26\,59}, \lambda_{27\,61}, \lambda_{29\,64}, \lambda_{30\,65}, \lambda_{32\,66}$$
$$, \lambda_{35\,69}, \lambda_{36\,71}, \lambda_{38\,74}, \lambda_{39\,75}, \lambda_{41\,76}, \lambda_{49\,79}, \lambda_{50\,81}, \lambda_{53\,84}, \lambda_{57\,88}, \lambda_{58\,89}$$
$$, \lambda_{60\,90}, \lambda_{67\,92}, \lambda_{68\,93}, \lambda_{70\,94} = \lambda_C$$

$$\lambda_{2\,7}, \lambda_{3\,12}, \lambda_{8\,22}, \lambda_{9\,23}, \lambda_{10\,24}, \lambda_{11\,25}, \lambda_{13\,35}, \lambda_{14\,36}, \lambda_{15\,37}, \lambda_{26\,48}, \lambda_{27\,52} \quad (۱۰۱)$$
$$, \lambda_{28\,55}, \lambda_{29\,49}, \lambda_{30\,50}, \lambda_{31\,51}, \lambda_{32\,53}, \lambda_{33\,54}, \lambda_{34\,56}, \lambda_{38\,67}, \lambda_{39\,68}, \lambda_{40\,69}$$
$$, \lambda_{41\,70}, \lambda_{42\,71}, \lambda_{43\,72}, \lambda_{57\,77}, \lambda_{58\,80}, \lambda_{59\,82}, \lambda_{60\,83}, \lambda_{61\,85}, \lambda_{62\,86} = \lambda_Q$$

$$\lambda_{4\,16}, \lambda_{5\,19}, \lambda_{6\,21}, \lambda_{10\,32}, \lambda_{11\,34}, \lambda_{13\,38}, \lambda_{14\,41}, \lambda_{15\,43}, \lambda_{17\,44}, \lambda_{18\,45}, \lambda_{20\,47} \quad (۱۰۲)$$
$$, \lambda_{23\,49}, \lambda_{24\,53}, \lambda_{25\,56}, \lambda_{26\,57}, \lambda_{27\,60}, \lambda_{28\,62}, \lambda_{30\,63}, \lambda_{31\,64}, \lambda_{33\,66}, \lambda_{35\,67}$$
$$, \lambda_{36\,70}, \lambda_{37\,72}, \lambda_{39\,73}, \lambda_{40\,74}, \lambda_{42\,76}, \lambda_{50\,78}, \lambda_{51\,79}, \lambda_{54\,84}, \lambda_{58\,87}, \lambda_{59\,88}$$
$$, \lambda_{61\,90}, \lambda_{68\,91}, \lambda_{69\,92}, \lambda_{71\,94} = \lambda_R$$

با جمع‌بندی نتایج زنجیرهٔ مارکوف، احتمال قرارگرفتن وضعیت سیستم در هر یک از وضعیت‌های تمام‌بار، نیمه‌بار و یا ازکارافتاده به دست می‌آید و سپس با استفاده از ضرایب هزینه‌های خرید، نگهداری، کاهش ظرفیت و توقف سیستم هزینهٔ انتظاری کل سیستم را در دورهٔ مد نظر می‌توان محاسبه کرد. همانگونه که گفته شد، با توجه به مفروضات بیان‌شده، با استفاده از اطلاعات مذکور، مدل ریاضی به‌صورت ذیل درمی‌آید:

$$\boldsymbol{Min\ Z = C^P + C^h + C^r + C^s} \quad (۱۰۳)$$

Subjected to:

$$C^{PO} = \sum_p \sum_j \left(y_{pj}^P c_{ij}^P\right) \quad (۱۰۴)$$

$$C^{PP} = \sum_o \sum_j \left(y_{oj}^o c_{oj}^b\right) \quad (۱۰۵)$$

$$C^P = C^{PO} + C^{PP} \quad (۱۰۶)$$

$$C^H = \sum_{k=1}^{28} P_K \left(\sum_{j=1}^{10} \left(W_k^{P_1}\left(y_{1j}^P C_{1j}^H\right) + W_k^{P_2}\left(y_{2j}^P C_{2j}^H\right)\right)\right) \quad (۱۰۷)$$

$$C^R = 8760 * C^r * \left(1/r\right) * (\mathrm{P}_1^r + \mathrm{P}_2^r + \mathrm{P}_b^r) \quad (۱۰۸)$$

$$C^S = 8760 * C^s * \left(1/r\right) * P^s \quad (۱۰۹)$$

$$P^f = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_9 + P_{10} + P_{11} + P_{13} + P_{14} + P_{15} \quad (۱۱۰)$$

$$P_1^r = P_{16} + P_{17} + P_{18} + P_{19} + P_{20} + P_{21} + P_{29} + P_{30} + P_{31} + P_{32} + P_{33} + P_{34} + P_{38} + P_{39} + P_{40} + P_{41} + P_{42} + P_{43} \quad (۱۱۱)$$

$$P_2^r = P_7 + P_8 + P_{12} + P_{23} + P_{24} + P_{25} + P_{26} + P_{27} + P_{28} + P_{35} + P_{36} + P_{37} \quad (۱۱۲)$$

$$P_b^r = P_{49} + P_{50} + P_{51} + P_{53} + P_{54} + P_{56} + P_{57} + P_{58} + P_{59} + P_{60} + P_{61} + P_{62} + P_{67} + P_{68} + P_{69} + P_{70} + P_{71} + P_{72} \quad (۱۱۳)$$

$$P^s = 1 - \left(P^f + P_1^r + P_2^r + P_b^r\right) \quad (۱۱۴)$$

$$\sum_{j=1}^{10} y_{pj}^P = 1 \qquad \forall p \in (R, Q) \quad (۱۱۵)$$

$$\sum_{j=1}^{10} y_{oj}^O = 1 \qquad \forall o \in (A, B, C, E, D) \quad (۱۱۶)$$

$$y_{pj}^P, y_{oj}^O \in \{0.1\} \qquad \forall p \in (E, D), \forall o \in (A, B, C) \quad (۱۱۷)$$

$$\lambda_p = \sum_{j=1}^{10} y_{pj}^P \lambda_{pj} \qquad \forall p \in (R, Q) \quad (۱۱۸)$$

$$\lambda_o = \sum_{j=1}^{10} y_{oj}^o \lambda_{oj} \qquad \forall o \in (A, B, C, D, E) \quad (۱۱۹)$$

$$C^P \leq B^o \quad (۱۲۰)$$

$$C^H \le B^H \quad (۱۲۱)$$

$$C^R \le B^R \quad (۱۲۲)$$

$$C^S \le B^S \quad (۱۲۳)$$

$$\mathrm{P}_k \ge 0, \mathrm{P}^f \ge 0, \mathrm{P}_1^r \ge 0, \mathrm{P}_2^r \ge 0, \mathrm{P}_b^r \ge 0 \quad (۱۲۴)$$

همچنین، باید برای لحاظ‌کردن نتایج مدل زنجیرهٔ مارکوف، محدودیت‌های (۱) تا (۱۰۲) نیز به مدل مذکور افزوده شود. در مدل مذکور، رابطهٔ (۱۰۳)، تابع هدف مسئله است که کمینه‌کردن هزینهٔ کل سیستم شامل هزینهٔ خرید و هزینه نگهداری کل و مجموع هزینهٔ انتظاری کاهش ظرفیت و توقف کامل سیستم است.

محدودیت (۱۰۴) و (۱۰۵) به‌ترتیب، کل هزینهٔ انتظاری خرید تجهیزات یدکی و تجهیزات اصلی و محدودیت (۱۰۶) مجموع آنها را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۰۷)، نشان‌دهندهٔ کل هزینهٔ انتظاری نگهداری تجهیزات یدکی در انبار است که برای زیرسیستم‌های اول و دوم، حداکثر یک است.

محدودیت (۱۰۸)، نشان‌دهندهٔ کل هزینهٔ انتظاری کاهش ظرفیت و محدودیت (۱۰۹)، نشان‌دهندهٔ کل هزینهٔ انتظاری توقف سیستم، ناشی از کمبود تجهیز در زیرسیستم اول و دوم است که مناسب با زمان آنها محاسبه شده است. محدودیت (۱۱۰)، مجموع احتمالات وضعیت‌هایی را محاسبه می‌کند که سیستم با تمام توان کار می‌کند. محدودیت‌های (۱۱۱) و (۱۱۲) به‌ترتیب، مجموع احتمالات وضعیت‌هایی است که زیرسیستم اول و یا زیرسیستم دوم در حالت نیمه‌بار کار می‌کند. محدودیت (۱۱۳)، مجموع احتمالات وضعیت‌هایی است که هر دو زیرسیستم اول و دوم، به‌صورت هم‌زمان در حالت نیمه‌بار کار می‌کند. محدودیت (۱۱۴)، مجموع احتمالات وضعیت‌هایی است که سیستم متوقف شده است.

محدودیت‌های (۱۱۵) و (۱۱۶) به‌ترتیب، این موضوع را نشان می‌دهد که هر تجهیز یدکی و اصلی فقط از یک تأمین‌کننده خریداری شود. محدودیت (۱۱۷)، دامنهٔ متغیرهای صفر و ۱ را مشخص می‌کند. محدودیت‌های (۱۱۸) و (۱۱۹) به‌ترتیب، آهنگ خرابی هر تجهیز یدکی و اصلی را با توجه به تأمین‌کنندهٔ آنها مشخص می‌کند. محدودیت (۱۲۰) تا (۱۲۳) به‌ترتیب، حداکثر بودجهٔ انتظاری برای خرید تجهیزات، نگهداری تجهیزات یدکی در انبار، کاهش ظرفیت و توقف سیستم را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۲۴)، نام منفی‌بودن متغیرهای مسئله را تضمین می‌کند.

۴- مطالعهٔ کاربردی

مطالعهٔ موردی، سیستم تغذیهٔ آب بویلر بازیاب حرارتی (HRSG) در شرکت مپنا است. درادامه، برای نشان‌دادن چگونگی استفاده از روش پیشنهادی، مسئله در ابعاد کوچک و با استفاده از نرم‌افزار GAMS حل شده است. بدیهی است با توجه به NP-Hard بودن مسائل انتخاب تأمین‌کننده و بهینه‌سازی قابلیت اطمینان، حل مسائل با ابعاد بزرگ، به زمان و منابع زیادی نیاز دارد و با روش‌های دقیق امکان‌پذیر نیست و به استفاده از الگوریتم‌های هیورستیک و یا متاهیورستیک نیاز دارد. پارامترهای ورودی و مقادیر ثابت مسئله در جدول شمارهٔ ۲ آورده شده است.

جدول ۲- مقادیر پارامترهای مسئله در مطالعهٔ کاربردی

$N_2 = ۲$	$N_1 = ۳$
$r = ۰/۱$	$C_S = ۰/۲۰$
	$C_F = ۰/۴۰.$

$K_2 = ۱$	$K_1 = ۲$
$B_{3T} = ۱۰۰۰$	$B_{1T} = ۷۰۰$
$B_{4T} = ۶۰۰$	$B_{2T} = ۱۰۰$

تجهیزات اصلی در سفارش‌های کلی و در قالب قراردادهای درازمدت با تأمین‌کنندگان خریداری می‌شود. این هزینه برای هر یک از تأمین‌کنندگان می‌تواند با توجه به کیفیت تجهیزات، شرایط ویژهٔ تأمین‌کننده، فاصلهٔ تأمین‌کننده و موارد دیگر متفاوت باشد که برای مثال مذکور، مقادیر مفروض این هزینه در جدول شمارهٔ ۳ آورده شده است.

جدول ۳- هزینهٔ خرید تجهیزات اصلی از هر یک از تأمین‌کنندگان (c_{ij}^b)

تجهیز	تأمین‌کننده									
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۹۰	۹۵	۱۰۰	۸۵	۸۵	۹۰	۵۰	۱۰۰	۷۰	۷۰
۲	۸۰	۷۵	۹۰	۱۰۰	۸۵	۹۰	۶۵	۷۰	۷۵	۹۵
۳	۹۰	۷۵	۶۰	۸۰	۷۵	۹۰	۸۵	۱۰۰	۷۰	۸۰
۴	۸۵	۹۰	۱۰۰	۸۵	۹۰	۹۵	۷۰	۸۵	۷۰	۷۵
۵	۹۰	۸۵	۱۰۰	۷۰	۸۵	۹۰	۱۰۰	۹۵	۸۰	۶۰

همچنین، برای مثال مذکور، ۱۰ تأمین‌کنندهٔ متفاوت برای تجهیزات یدکی در نظر گرفته شده و مقادیر مفروض این هزینهٔ خرید برای هر یک از آنها در جدول شمارهٔ ۴ نشان داده شده است.

جدول ۴- هزینهٔ خرید هر یک از تجهیزات یدکی از هر یک از تأمین‌کنندگان (c_{ij}^a)

	تأمین‌کننده									
تجهیز	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱۰۰	۸۰	۷۵	۶۰	۶۵	۷۵	۸۰	۷۵	۶۰	۷۰
۲	۸۰	۶۰	۷۰	۶۵	۷۵	۸۰	۹۰	۱۰۰	۹۵	۸۰

با توجه به اینکه ابعاد و مقاومت تجهیزات و بسته‌بندی آنها در مقابل شرایط محیطی، متفاوت است، هزینهٔ نگهداری آنها با توجه به تأمین‌کنندگان آنها با یکدیگر تفاوت دارد که در جدول شمارهٔ ۵ نشان داده شده است.

جدول ۵- هزینهٔ نگهداری تجهیزات یدکی ارائه‌شده توسط هر یک از تأمین‌کنندگان (CH_{ij}) در یک دورهٔ زمانی

تجهیز یدکی	تأمین‌کننده									
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱۵	۲۵	۳۵	۴۵	۲۵	۳۵	۴۵	۱۵	۳۰	۴۰
۲	۲۰	۳۵	۵۰	۳۰	۲۰	۲۵	۳۵	۵۰	۴۵	۳۵

جدول شمارهٔ ۶، مقادیر مفروض آهنگ خرابی تجهیزات اصلی را برای تأمین‌کنندگان مثال نشان می‌دهد.

جدول ۶- آهنگ خرابی تجهیزات اصلی تأمین‌کنندگان (λ_{2ij})

تجهیز	تأمین‌کنندگان									
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۰/۲	۰/۱۵	۰/۳	۰/۲۵	۰/۳	۰/۲۵	۰/۳	۰/۳۵	۰/۱۵	۰/۲۵
۲	۰/۲۵	۰/۲	۰/۳	۰/۲	۰/۲۵	۰/۲	۰/۳	۰/۳۵	۰/۲	۰/۳۵
۳	۰/۳	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۴	۰/۲	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۲۵	۰/۱۵
۴	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۳	۰/۲	۰/۳	۰/۱۲۵	۰/۳	۰/۳۵	۰/۲۰	۰/۳۵
۵	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۲	۰/۳۵	۰/۳	۰/۱۵	۰/۳۵	۰/۳	۰/۲۵	۰/۲۵

جدول شمارهٔ ۷ نیز همین مقادیر را برای تجهیزات یدکی نشان می‌دهد.

جدول ۷- آهنگ خرابی تجهیزات یدکی ارائه‌شده توسط هر یک از تأمین‌کنندگان (λ_{1ij})

تجهیز یدکی	تأمین‌کننده									
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۰/۱۵	۰/۱	۰/۲	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۲۵	۰/۳	۰/۴	۰/۲۵
۲	۰/۲	۰/۲۵	۰/۳	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۲۵	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۳

۴-۱- یافته‌ها

پس از حل مسئله با استفاده از برنامهٔ GAMS، مقادیر بهینهٔ متغیرها محاسبه و در جدول شمارهٔ ۸ آورده شده است.

جدول ۸- نتایج بهینهٔ مطالعهٔ موردی با استفاده از نرم‌افزار GAMS

Z=۱۷۶۴/۲۸۹	تخصیص تجهیزات یدکی به تأمین‌کنندگان			تخصیص تجهیزات اصلی به تأمین‌کننده					
C^P =۵۰۵									
C^H =۷۰۰/۰۲۱	تجهیز			تجهیز					
C^R =۶۸۵/۴۹۴	Q	R	تأمین‌کننده	E	D	C	B	A	تأمین‌کننده
C^S =۴۹۴/۶۸۵	4	5		10	6	2	9	9	

با حل مدل ریاضی با برنامهٔ GAMS مشخص شد، تجهیز A از تأمین‌کنندهٔ نهم، تجهیز B از تأمین‌کنندهٔ نهم، تجهیز C از تأمین‌کنندهٔ دوم، تجهیز D از تأمین‌کنندهٔ ششم و تجهیز E از تأمین‌کنندهٔ دهم خریداری شد. تجهیزات یدکی تجهیز R نیز از تأمین‌کنندهٔ پنجم و تجهیز Q از تأمین‌کنندهٔ چهارم خریداری شد.

در این مثال عددی، هزینهٔ کل برابر ۱۷۶۴/۲۸۹ واحد است. همچنین، هزینه‌های دیگر دربردارندهٔ هزینهٔ خرید برابر ۵۰۵، هزینهٔ نگهداری ۶۴/۵۸۳، هزینهٔ کاهش ظرفیت ۷۰۰/۰۲۱ و هزینهٔ توقف سیستم برابر ۴۹۴/۶۸۵ واحد است. همانگونه که مشخص است، بیشترین هزینه، هزینهٔ کاهش ظرفیت است که نشان می‌دهد در جواب بهینه، سیستم مورد بررسی، مدت زیادی در وضعیت‌های نیمه‌بار قرار خواهد داشت.

۵- بحث

از آنجا که مدل ریاضی برای سیستم پیشنهادی توسعه داده شده است، استفاده از این مدل برای سایر سیستم‌ها مستلزم ترسیم مجدد بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان سیستم و تدوین مجدد معادلات زنجیرهٔ مارکوف براساس آن است. با وجود این، گام‌های رویکرد پیشنهادی در حالت کلی برای همهٔ انواع سیستم‌ها استفاده می‌شود.

تجهیزات به‌صورت تعمیرناپذیر، ولی قابل جایگزینی در نظر گرفته شده است. همچنین، زمان حمل و جایگزینی تجهیزات یدکی از انبار، ناچیز در نظر گرفته شده است. این دو مفروض در برخی از موارد با شرایط واقعی انطباق ندارد؛ ولی در نظر گرفتن آنها نقش پایه‌ای در استفاده از رویکرد پیشنهادی دارد؛ زیرا برای استفاده از تابع پواسون برای تعداد خرابی در دوره (و تابع نمائی برای فاصلهٔ زمانی بین دو خرابی) و استفاده از مدل مارکوفی ضروری است. گفتنی است زمان حمل و جایگزینی تجهیزات یدکی از انبار فقط در صورت عیب‌یابی، تعمیر یا تعویض می‌توانند در مدل مارکوفی وارد شوند که زمان آنها نیز مانند عمر قطعات از تابع نمائی پیروی کند. درادامه، رفتار مدل ریاضی در تعیین پاسخ بهینه دربارهٔ تغییرات پارامترهای مسئله بررسی می‌شود.

۵-۱- تحلیل حساسیت

در این بخش، مقادیر هر یک از پارامترهای اصلی به نسبت مشخصی تغییر داده می‌شود. آنگاه، مدل دوباره حل و نتایج پاسخ بهینه مشخص و با مقادیر پیشین مقایسه می‌شود.

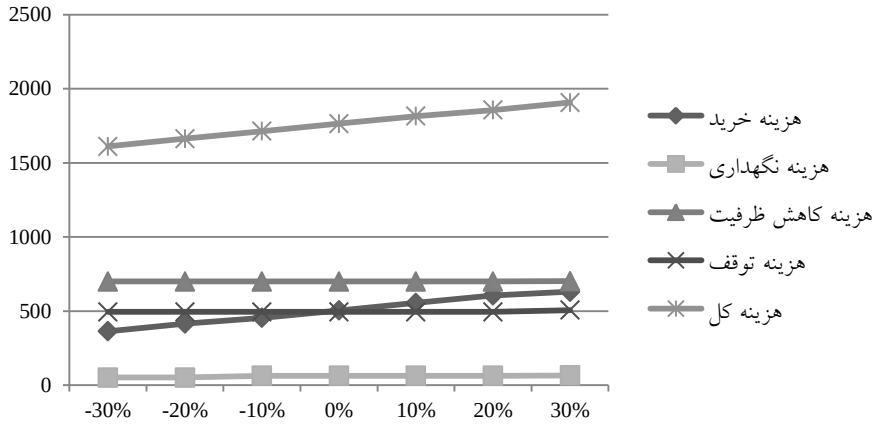
۵-۱-۱- بررسی اثر تغییر قیمت خرید تجهیزات بر پاسخ بهینه

جدول شمارهٔ ۹، نشان‌دهندهٔ نتایج حل مجدد مسئله با تغییر هزینهٔ خرید تجهیزات با نسبت‌های (درصدهای) مشخص شده است.

جدول ۹- اثر تغییر قیمت خرید تجهیزات بر پاسخ بهینه

درصد تغییر قیمت خرید	هزینهٔ خرید	هزینهٔ نگهداری	هزینهٔ کاهش ظرفیت	هزینهٔ توقف	هزینهٔ کل	درصد تغییر هزینهٔ کل
- %۳۰	۳۶۴	۵۲/۱۹۷	۷۰۰/۰۶۸	۴۹۴/۶۵۵	۱۶۱۰/۹۲۰	-%۹
- %۲۰	۴۱۶	۵۲/۲۰۵	۷۰۰/۰۱۱	۴۹۴/۶۵	۱۶۶۲/۹۰۰	-%۶
- %۱۰	۴۵۴/۵۰۰	۶۴/۵۷۷	۷۰۰/۰۶۴	۴۹۴/۶۵	۱۷۱۳/۷۹۵	-%۳
%۰	۵۰۵	۶۴/۵۸۳	۷۰۰/۰۲۱	۴۹۴/۶۵	۱۷۶۴/۲۸۹	%۰
+ %۱۰	۵۵۵/۵۰۰	۶۴/۵۷۷	۷۰۰/۰۶۵	۴۹۴/۶۵	۱۸۱۴/۷۹۸	+ %۳
+ %۲۰	۶۰۶	۶۴/۵۷۹	۷۰۰/۰۶۰	۴۹۴/۶۵	۱۸۵۶/۲۹۸	+%۶
+ %۳۰	۶۳۰/۵۰۰	۶۶/۸۱۷	۷۰۲/۵۹۶	۵۰۶/۷۷۶	۱۹۰۶/۶۸۹	+%۸

همانگونه که در شکل شمارهٔ ۲ نیز مشخص است، تغییر در قیمت خرید تجهیزات، تأثیر محدودی بر هزینه‌های دیگر سیستم دارد و با تغییر قیمت خرید تجهیزات، هزینهٔ خرید و درنتیجه، هزینهٔ کل به‌صورت خطی تغییر می‌یابد.



شکل ۲- اثر تغییر هزینهٔ خرید بر هزینهٔ کل

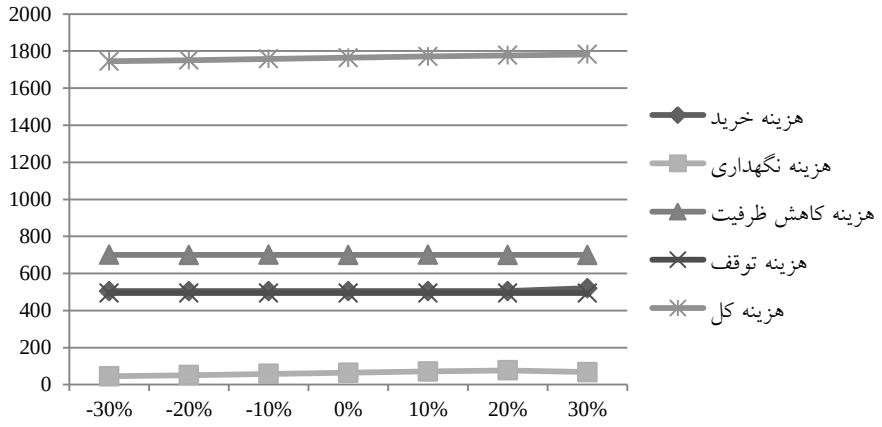
۵-۱-۲- بررسی اثر تغییر هزینهٔ نگهداری تجهیزات یدکی بر پاسخ بهینه

جدول شمارهٔ ۱۰، نشان‌دهندهٔ نتایج بازحل مسئله با تغییر هزینهٔ نگهداری تجهیزات است.

جدول ۱۰- اثر تغییر هزینهٔ نگهداری تجهیزات یدکی بر پاسخ بهینه

درصد تغییر هزینهٔ نگهداری	هزینهٔ خرید	هزینهٔ نگهداری	هزینهٔ کاهش ظرفیت	هزینهٔ توقف	هزینهٔ کل	درصد تغییر هزینهٔ کل
- %۳۰	۵۰۵	۴۵/۲۰۴	۷۰۰/۶۸۰	۴۹۴/۶۵	۱۷۴۴/۹۲۷	-%۱
- %۲۰	۵۰۵	۵۱/۶۶۲	۷۰۰/۰۶۵	۴۹۴/۶۵	۱۷۵۱/۳۸۳	-%۰/۷
- %۱۰	۵۰۵	۵۸/۱۲۱	۷۰۰/۶۱۰	۴۹۴/۶۵	۱۷۵۷/۸۴۰	-%۰/۴
%۰	۵۰۵	۶۴/۵۸۳	۷۰۰/۰۲۱	۴۹۴/۶۵	۱۷۶۴/۲۸۹	%۰
+ %۱۰	۵۰۵	۷۱/۰۶۴	۷۰۰/۶۷۰	۴۹۴/۶۵	۱۷۷۰/۷۵۶	+%۱
+ %۲۰	۵۰۵	۷۷/۴۹۳	۷۰۰/۰۶۵	۴۹۴/۶۵	۱۷۷۷/۲۱۴	+%۰/۷
+ %۳۰	۵۰۵	۶۷/۸۵۷	۷۰۰/۰۶۷	۴۹۴/۶۵	۱۷۸۲/۵۷۹	+%۰/۴

همانگونه که در شکل شمارهٔ ۳ نیز دیده می‌شود، تغییر در هزینهٔ نگهداری تجهیزات، تأثیر زیادی بر هزینه‌های دیگر سیستم ندارد و فقط باعث تغییر خطی هزینهٔ نگهداری و هزینهٔ کل می‌شود. زمانی که این هزینه به مقدار ۳۰ درصد افزایش یابد، استراتژی انتخاب تأمین‌کننده تغییر پیدا می‌کند و درحقیقت، مدل برای کمینه‌کردن هزینهٔ کل، برخی از تجهیزات را از تأمین‌کنندهٔ دیگری خریداری می‌کند و این امر سبب می‌شود هزینهٔ نگهداری کل به جای افزایش، کاهش پیدا کند.



شکل ۳- اثر تغییر هزینهٔ نگهداری بر هزینهٔ کل

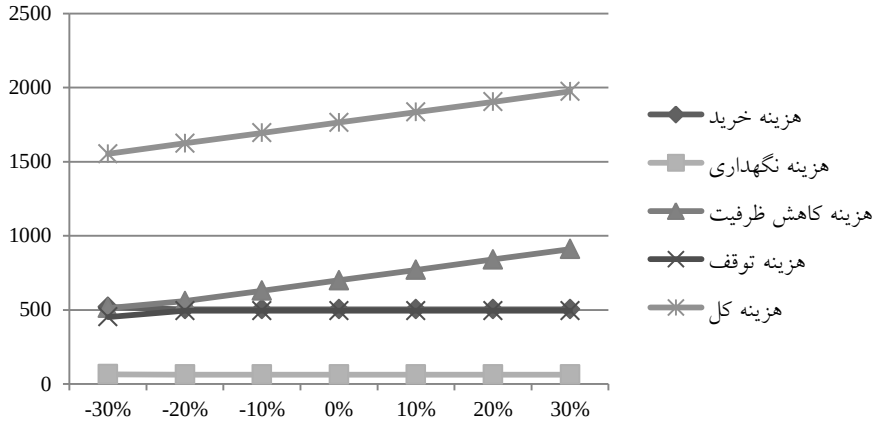
۵-۱-۳- بررسی اثر تغییر هزینهٔ هر ساعت کاهش ظرفیت سیستم بر پاسخ بهینه

جدول شمارهٔ ۱۱، نتایج بازحل مسئله را در ازای تغییر نسبی هزینهٔ هر ساعت کاهش ظرفیت سیستم نشان می‌دهد.

جدول ۱۱- اثر تغییر هزینهٔ هر ساعت کاهش ظرفیت سیستم بر پاسخ بهینه

درصد تغییر هزینهٔ کاهش ظرفیت	هزینهٔ خرید	هزینهٔ نگهداری	هزینهٔ کاهش ظرفیت	هزینهٔ توقف	هزینهٔ کل	درصد تغییر هزینهٔ کل
- %۳۰	۵۲۰	۶۶/۷۵۲	۵۱۳/۶۷۶	۴۵۲/۳۹	۱۵۵۲/۸۲۵	-%۱۲
- %۲۰	۵۰۵	۶۴/۵۷۷	۵۶۰/۰۵۴	۴۹۴/۶۵	۱۶۲۴/۲۸۶	-%۸
- %۱۰	۵۰۵	۶۴/۵۷۹	۶۳۰/۰۵۱	۴۹۴/۶۵	۱۶۹۴/۲۹۱	-%۴
%۰	۵۰۵	۶۴/۵۸۳	۷۰۰/۰۲۱	۴۹۴/۶۵	۱۷۶۴/۲۸۹	%۰
+ %۱۰	۵۰۵	۶۴/۵۸۷	۷۰۰/۰۱۵	۴۹۴/۶۵	۱۸۳۴/۲۸۶	+%۴
+ %۲۰	۵۰۵	۶۴/۵۷۷	۸۴۰/۰۸۱	۴۹۴/۶۵	۱۹۰۴/۳۱۳	+%۸
+ %۳۰	۵۰۵	۶۴/۵۷۷	۹۱۰/۰۸۸	۴۹۴/۶۵	۱۹۷۴/۳۲۰	+%۱۲

آنگونه که شکل شمارهٔ ۴ نیز نشان می‌دهد این تغییر فقط در هزینهٔ کاهش ظرفیت سیستم تأثیر می‌گذارد و بر سایر هزینه‌ها تأثیر زیادی ندارد تا زمانی که هزینهٔ هر ساعت کاهش ظرفیت، ۳۰ درصد کاهش یابد که در این حالت، در پاسخ بهینه، برخی از تجهیزات از تأمین‌کنندگان دیگری خریداری می‌شود که این امر موجب تغییر هزینه‌های دیگر مسئله نیز خواهد شد.



شکل ۴- اثر تغییر هزینهٔ هر ساعت کاهش ظرفیت سیستم بر هزینهٔ کل

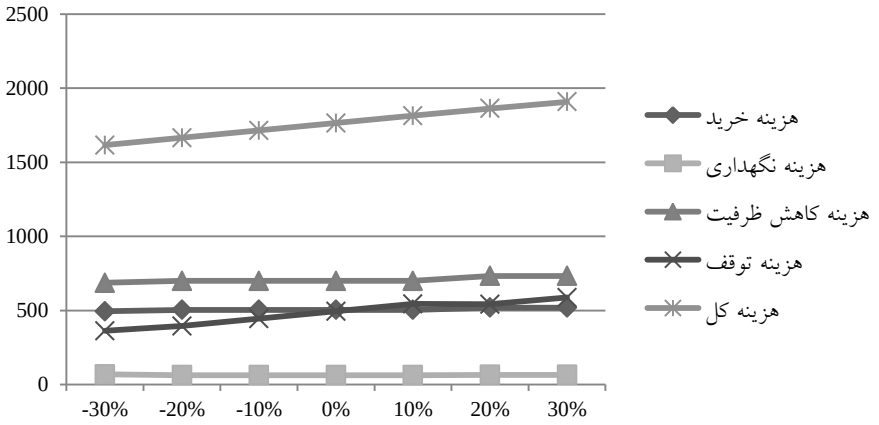
۵-۱-۴- بررسی اثر تغییر هزینهٔ هر ساعت توقف سیستم بر پاسخ بهینه

جدول شمارهٔ ۱۲، اثر تغییر هزینهٔ هر ساعت توقف سیستم را بر پاسخ بهینهٔ مسئله نشان می‌دهد.

جدول ۱۲- اثر تغییر هزینهٔ هر ساعت توقف سیستم بر پاسخ بهینه

درصد تغییر هزینهٔ توقف	هزینهٔ خرید	هزینهٔ نگهداری	هزینهٔ کاهش ظرفیت	هزینهٔ توقف	هزینهٔ کل	درصد تغییر هزینهٔ کل
- %۳۰	۴۹۵	۷۰/۱۰۲	۶۸۶/۶۴۲	۳۶۳/۶۷۲	۱۶۱۵/۴۱۶	-%۸/۴
- %۲۰	۵۰۵	۶۴/۵۷۷	۷۰۰/۰۶۸	۳۹۵/۷۲۴	۱۶۶۵/۳۶۹	-%۵/۶
- %۱۰	۵۰۵	۶۴/۵۷۸	۷۰۰/۰۶۱	۴۴۵/۱۹۲	۱۷۱۴/۸۳۲	-%۲/۸
%۰	۵۰۵	۶۴/۵۸۳	۷۰۰/۰۲۱	۴۹۴/۶۸۵	۱۷۶۴/۲۸۹	%۰
+ %۱۰	۵۰۵	۶۴/۵۷۷	۷۰۰/۰۵۹	۵۴۴/۱۲۶	۱۸۱۳/۷۶۱	+%۲/۸
+ %۲۰	۵۲۰	۶۶/۷۵۳	۷۳۳/۸۱۳	۵۴۲/۷۷۹	۱۸۶۳/۳۴۵	+%۵/۶
+ %۳۰	۵۰۵	۶۶/۷۵۳	۷۳۳/۷۹۰	۵۸۸/۱۳۹	۱۹۰۸/۶۸۲	+%۸/۲

شکل شمارهٔ ۵ نیز نشان می‌دهد تغییر در هزینهٔ هر ساعت توقف سیستم علاوه بر اینکه بر هزینهٔ توقف سیستم تأثیر می‌گذارد، بر سایر هزینه‌های دیگر نیز تأثیرگذار است و با افزایش ۲۰ درصد و ۳۰ درصد و کاهش ۲۰ درصد و ۳۰ درصد هزینهٔ هر ساعت توقف سیستم در پاسخ بهینه، برخی از تجهیزات از تأمین‌کنندگان دیگری خریداری می‌شود که این امر موجب تغییر هزینه‌های دیگر مسئله نیز می‌شود.



شکل ۵- اثر تغییر هزینهٔ هر ساعت توقف سیستم بر هزینهٔ کل

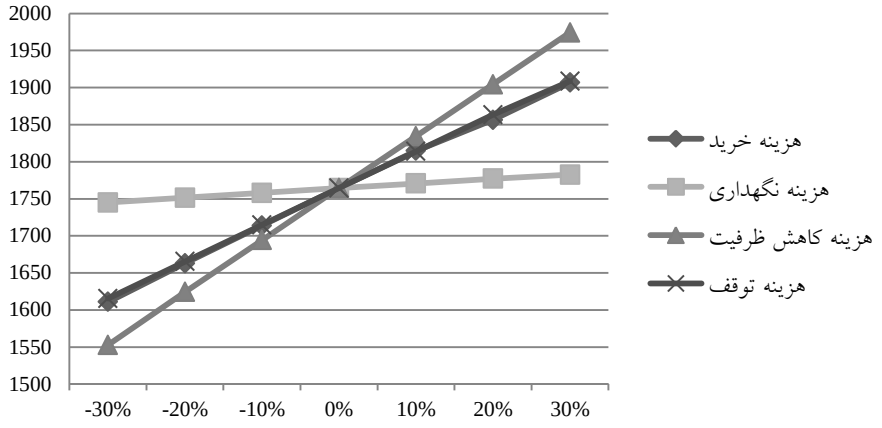
۵-۱-۵- جمع‌بندی اثر تغییر پاسخ بهینه در مقایسه با تغییر پارامترهای مسئله

خلاصهٔ اثر تغییرات پاسخ بهینهٔ مسئله نسبت به پارامترهای مسئله در جدول شمارهٔ ۱۳ آورده شده است.

جدول ۱۳- اثر تغییرات پاسخ بهینه مسئله در مقایسه با پارامترهای مسئله

درصد تغییر	مقادیر هزینه در تابع هدف بهینه و نسبت تغییر آنها							
	خرید		نگهداری		کاهش ظرفیت		توقف	
- %۳۰	۱۶۱۰/۹۲۰	-%۹	۱۷۴۴/۹۲۷	-%۱	۱۵۵۲/۸۲۵	-%۱۲	۱۶۱۵/۴۱۶	-%۸/۴
- %۲۰	۱۶۶۲/۹۰۰	-%۶	۱۷۵۱/۳۸۳	-%۰/۷	۱۶۲۴/۲۸۶	-%۸	۱۶۶۵/۳۶۹	-%۵/۶
- %۱۰	۱۷۱۳/۷۹۵	-%۳	۱۷۵۷/۸۴۰	-%۰/۴	۱۶۹۴/۲۹۱	-%۴	۱۷۱۴/۸۳۲	-%۲/۸
%۰	۱۷۶۴/۲۸۹	%۰	۱۷۶۴/۲۸۹	%۰	۱۷۶۴/۲۸۹	%۰	۱۷۶۴/۲۸۹	%۰
+ %۱۰	۱۸۱۴/۷۹۸	+ %۳	۱۷۷۰/۷۵۶	+%۱	۱۸۳۴/۲۸۶	+%۴	۱۸۱۳/۷۶۱	+%۲/۸
+ %۲۰	۱۸۵۶/۲۹۸	+%۶	۱۷۷۷/۲۱۴	+%۰/۷	۱۹۰۴/۳۱۳	+%۸	۱۸۶۳/۳۴۵	+%۵/۶
+ %۳۰	۱۹۰۶/۶۸۹	+%۸	۱۷۸۲/۵۷۹	+%۰/۴	۱۹۷۴/۳۲۰	+%۱۲	۱۹۰۸/۶۸۲	+%۸/۲

همچنین، اثر تغییر نسبی پارامترهای مذکور بر پاسخ بهینه به‌صورت نمودار عنکبوتی در شکل شمارهٔ ۶ نمایش داده شده است. محور افقی در این شکل، درصد تغییر پارامتر مد نظر و محور عمودی، میزان هزینهٔ کل را نشان می‌دهد.



شکل ۶- نمودار عنکبوتی پاسخ بهینهٔ مسئله در مقایسه با پارامترهای مسئله

این نمودار نشان می‌دهد در این مثال، تغییر همهٔ پارامترها اثر مستقیم بر مقدار بهینهٔ تابع هدف دارد؛ ولی تغییر پارامتر هزینهٔ ساعتی کاهش ظرفیت، بیشتر از سایر پارامترها بر هزینهٔ کل مؤثر است و بنابراین، پیشنهاد می‌شود تمهیدات مدیریتی و فنی در این زمینه اندیشیده شود.

۶- نتیجه‌گیری

این پژوهش به انتخاب تجهیزات اصلی و یدکی سیستم تغذیهٔ آب بویلر بازیاب حرارتی توجه کرد. در نتایج پژوهش، ضمن انتخاب تأمین‌کنندگان بهینه برای تجهیزات اصلی، افزونه و موجود در انبار، مقادیر بهینهٔ هزینهٔ کل و هزینه‌های خرید و نگهداری تجهیزات یدکی، هزینهٔ کاهش ظرفیت و هزینهٔ توقف کامل سیستم نیز مشخص شد. در این میان، سهم هزینه‌های نگهداری قطعات یدکی، ۴۰ درصد؛ کاهش ظرفیت، ۳۹ درصد؛ خرید تجهیزات یدکی و اصلی، ۲۹ درصد و توقف، ۲۸ درصد است. مقدار زیاد سهم هزینهٔ نگهداری قطعات یدکی ناشی از ارزش زیاد تجهیزات نگهداری‌شده است که در صورت تسهیل دسترسی به تجهیزات توسط تأمین‌کنندگان و رفع تحریم‌ها ممکن است ضرورت آنها از بین برود. همچنین، نسبت بالای هزینهٔ کاهش ظرفیت، نشان‌دهندهٔ احتمال و هزینهٔ زیاد رخداد حالت کاهش ظرفیت است که توجه به بهبود طراحی طرح را ایجاب می‌کند.

برای پژوهش‌های آینده می‌توان با در نظر گرفتن تعمیرپذیری تجهیزات و عدم قطعیت و تغییر آهنگ خرابی، در طی زمان، مدل حاصل را هرچه بیشتر به شرایط واقعی نزدیک‌تر کرد. استفاده از اعداد فازی، گزینهٔ مناسبی برای هنگامی است که عدد مشخصی برای آهنگ خرابی مشخص نشده است. همچنین، در نظر گرفتن محدودیت‌های عملی مربوط به زمان نصب تجهیزات، مسئله را به دنیای واقعی نزدیک‌تر می‌کند. هزینهٔ سفارش برای همهٔ تأمین‌کنندگان، مستقل از تأمین‌کننده و میزان سفارش فرض شده است؛ بنابراین، در مدل منظور نشده است. در نظر گرفتن این تفاوت‌ها نیز بر اعتبار مدل می‌افزاید.

References

Afonso, L.D., Mariani, V.C., and dos Santos Coelho, L. (2013). "Modified imperialist competitive algorithm based on attraction and repulsion concepts for reliability-redundancy optimization". *Expert Systems with Applications*, 40(9): 3794-3802.

Bakhtiati Tavana, A., Rabieh, M., and Esmaeili, M. (2020). "A Stochastic Programming Model of Sustainable-Resilient Supplier Selection and Order Allocation under Disruption Risks –The Case of Iran-Khodro Supply Chain". *Production and Operations Management*, 11(1): 111-132. (in Persian)

De Paula, C.P., Visnadi, L.B. and De Castro, H.F. (2019). "Multi-objective optimization in redundant system considering load sharing". *Reliability Engineering and System Safety*. 181: 17-27.

De Smidt-Destombes, K.S., van der Heijden, M.C., and van Harten, A. (2006). "On the interaction between maintenance, spare part inventories and repair capacity for a k-out-of-N-system with wear-out". *European journal of operational research*, 174(1): 19.

Elegbede, A.C., Chu, C., Adjallah, K.H., and Yalaoui, F. (2003). "Reliability allocation through cost minimization". *IEEE Transactions on reliability*, 52(1): 106-111.

Karbasian, M., and Ameli, M. (2013). "Proposing a Model for Reliability Strategic Planing of High-Tech New Products Development". *Production and Operations Management*, 4(2): 73-94. (in Persian)

Karimmian, Z., Ghodsypour, S.H. and Gheidar Kheljani, J. (2018). "Supplier Selection Problem Considering Relationship Between Suppliers and Supply Disruption Risk in Comlex Products". *Producion and OPERATION Management*, 8(2): 135-150. (in Persian)

Peiravi, A., Ardakan, M.A., and Zio, E. (2020). "A new Markov-based model for reliability optimization problems with mixed redundancy strategy". *Reliability Engineering and System Safety*, 201: 106987.

Rani, M., Sharma, S., and Garg, H. (2011). "Availability redundancy allocation of washing unit in a paper mill utilizing uncertain data". *Elixir Mechanical Engineering*, 39: 4627-4631.

Sahebi, Z., Mottaghi, H., and Shojaee, M. (2015). "Utilizing Integrated Fuzzy-QFD and TOPSIS Approach in Supplier Selection". *Journal of Production and Operations Management*, 6(2): 21-40. (in Persian)

Seifbarghy, M., and Naseri, F. (2018). "Modeling Multi-Objective, Multi-Product and Multi-Period Supplier Selection Problem Considering Stochastic Demand". *Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 49(1-4): 379-392. (in Persian)

Shahrokhi, M., and sobhani, Z. (2018). "Optimization of availability the systems with redundant considering the half-stat, deals and repair rate´s change". *Journal of Modeling in Engineering*, 16(54): 267-281. (in Persian)

Sharifi, M. (2020). "Solving a Joint Availability-Redundancy Optimization Model with Multi-State Components with Meta-Heuristic". *International Journal of Industrial Mathematics*, 12(1): 59-70. (in Persian)

Tian, Z., Levitin, G., and Zuo, M.J. (2009). "A joint reliability–redundancy optimization approach for multi-state series–parallel systems". *Reliability Engineering and System Safety*, 94(10): 1568-1576.

Valian, E., and Valian, E. (2013). "A cuckoo search algorithm by Lévy flights for solving reliability redundancy allocation problems". *Engineering Optimization*, 45(11): 1273-1286.

Wang, W., Lin, M., Fu, Y., Luo, X., and Chen, H. (2020). "Multi-objective optimization of reliability-redundancy allocation problem for multi-type production systems considering redundancy strategies". *Reliability Engineering and System Safety*, 193: 106681.

Xiahou, T., Liu, Y., and Zhang, Q. (2020). "Multi-Objective Redundancy Allocation for Multi-State

System Design Under Epistemic Uncertainty of Component States". *Journal of Mechanical Design*, 142(11).

Ye, Y., Grossmann, I.E., Pinto, J.M., and Ramaswamy, S. (2019). "Modeling for reliability optimization of system design and maintenance based on Markov chain theory". *Computers and Chemical Engineering*, 124: 381-404.

Zaretalab, A., Hajipour, V., and Tavana, M. (2020). "Redundancy allocation problem with multi-state component systems and reliable supplier selection". *Reliability Engineering and System Safety*, 193: 106629.

Zoulfaghari, H., Hamadani, A., and Ardakan, M. (2015). "Multi-objective availability-redundancy allocation problem for a system with repairable and non-repairable components". *Decision Science Letters*, 4(3): 289-302. (in Persian)

[1]. Heat Recovery Steam Generator
[2]. Elegbede
[3]. Adjallah
[4]. Genetic Algorithm
[5]. De Smidt-Destombes, van der Heijden and van Harten
[6]. Tian
[7]. Levitin
[8]. Zuo
[9]. Rani
[10]. Sharma
[11]. Garg
[12]. Artificial bee colony algorithm
[13]. Valian and Valian
[14]. Cuckoo search
[15]. Ameli
[16]. Karbasian
[17]. Afonso
[18]. Mariani
[19]. Coelho
[20]. Zoulfaghari
[21]. Hamadani
[22]. Ardakan
[23]. Sahebi
[24]. Mottaghi
[25]. Shojaee
[26]. Shahrokhi
[27]. Sobhani
[28]. Karmmian
[29]. Ghodsypour
[30]. Gheidar-Kheljani
[31]. Seifbarghy
[32]. Naseri
[33]. De Paula
[34]. Visnadi
[35]. De Castro
[36]. Ye et al
[37]. Sharifi
[38]. Peiravi
[39]. Ardakan
[40]. Zio
[41]. Wang, Lin, Fu, et al
[42]. Xiahou
[43]. Liu
[44]. Zhang
[45]. Zaretalab
[46]. Hajipour
[47]. Tavana
[48]. Bakhtiari Tavana
[49]. Rabieh
[50]. Esmaeili
[51]. Feed water system

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی