فصلنامه بورس اوراق بهادار شمارهٔ ۵۵ پاییز ۱۴۰۰ سال چهاردهم ـ تاریخ دریافت: ۹۸/۱۲/۱۴تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۶/۰۲ ص۱۱۸-۱۳۷

قیمت گذاری اوراق اختیار معامله با کمک روش نیکی وورو - اووارووف

مهدی ابوالی[۱]/ مریم خلیلی عراقی [۲]/ حسن حسن‌آبادی [۳]/ احمد یعقوب‌نژاد[٤]

چکیده

اوراق اختیار معامله از ابزارهای بازارهای مالی بوده و قیمت‌گذاری این اوراق با معادله‌ی قیمت گذاری بلک‌شولز بسیار متداول است. این معادله جهت قیمت‌گذاری اختیارهای اروپائی استفاده می‌شود. با توسعه و بکارگیریِ علوم ریاضی در مباحث مالی، امکان ارائه‌ی مدل‌های جدیدترِ قیمت‌گذاری اختیار معامله فراهم شده است. در این مقاله با بکارگیریِ روش جدید حل معادله دیفرانسیل نیکی‌وورو - اووارووف، امکان ارائه‌ی مدل متفاوت و جدید قیمت‌گذاری اختیار معامله بررسی گردید. افزایش دقت قیمت‌گذاری، رفع نواقص مدل بلک‌شولز، حل منطقی با مدلی جدید و قابلیت مقایسه‌ی خروجی با حل عددی، اهمیت و نوآوری پژوهش حاضر می‌باشند. نتایج نشان داد؛ امکان ارائه‌ی مدلی جدید برای قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله با بکارگیریِ روش نیکی‌وورو – اووارووف امکان‌پذیر بوده و در سطح اطمینان ۹۵ درصد بین قیمت‌گذاری روش جدید و مدل بلک‌شولز تفاوت معنادار وجود ندارد. دقت بیشتر قیمت‌گذاری برای مبالغ بالا، امکان بکارگیریِ معادله در قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله‌های اروپایی و آمریکایی و در نهایت اعمال محدودیت‌های کمترِ اثبات معادله، مزیت‌های مدل جدید هستند. به‌منظور مقایسه‌ی مدل جدید و مدل اصلیِ بلک‌شولز از اطلاعات ۵۰ اختیار معامله زعفران در فرابورس ایران از سال ۱۳۹۶ لغایت ۱۳۹۸ استفاده و از آزمون مقایسه‌ای دو گروه مستقل ناپارامتریکِ من‌ویتنی استفاده گردید.

واژگان کلیدی: اختیار معامله، معادله قیمت‌گذاری بلک‌شولز، معادله شرودینگر گونه و روش پارامتریِ نیکی‌وورو – اووارووف

طبقه‌بندی موضوعی: G12, E37, F20

---

۱. دانشجوی دکتری، گروه مالی، واحد علوم تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۲. استادیار گروه حسابداری، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، ایران (نویسنده مسئول) m.khaliliaraghi@gmail.com

۳. استادتمام، گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

۴. دانشیار، گروه حسابداری، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۱- مقدمه

در سال ۱۹۷۳ میلادی داد و ستد اوراق اختیار معامله در بورس اختیار معامله‌ی شیکاگو آغاز شد. بعدها روش نوآورانه‌ی فیشر بلک[۵]، رابرت مرتون[۶] و میرون شولز[۷] جهت قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله ارائه گردید. روش آنها با عنوان الگوی قیمت‌گذاری بلک‌شولز مشهور است. در مدل قیمت‌گذاری بلک‌شولز عواملی نظیر قیمت توافقی، قیمت پایه دارایی، نوسان‌پذیری انتظاری، زمان تا سررسید و نرخ بهره بدون ریسک تأثیرگذار می‌باشند.

مشکلاتی همانند مفروضات مدل، عدم تطبیق با توزیع آماری داده‌های قیمت سهام، فرض بازار کامل، عدم دخالت هزینه‌ی معامله های و عدم کاربرد در قیمت‌گذاری اوراق اختیار آمریکایی بر مدل بلک‌شولز مترتب می‌باشند. با بکارگیری علوم ریاضی و فیزیک در مباحث مالی، مدل قیمت-گذاریِ اختیار معامله بلک‌شولز توسط پژوهشگران و با روش‌های مختلف تعدیل شده است. بتازگی روش‌های حل بر اساس پارامترهای وابسته به زمان و بدون وقفه‌ی بازپرداخت، پیشنهاد شده است (کومار و سینگ، ۲۰۱۴، صص ۱۷۷-۱۸۳). تجزیه و تحلیل قیمت اختیار معامله را می‌توان در طول زمان با یک معادله دیفرانسیل جزئی توصیف کرد. توسعه‌ی مدل بر اساس تطبیق معکوس عددی با تبدیل لاپلاس و روش اختلاف محدود و یا تحولات متغیر بر اساس تغییر ملین و روش‌های حل تقریبی برای حل معادله صورت پذیرفته است. (آهن، کوون و کانگ[۸]، ۲۰۱۰، صص۲۴۷ -۲۵۵) در این مقاله معادله‌ی قیمت‌گذاری اختیار معامله بلک‌شولز را از طریق تمرکز بر روش حل مبنایی معادله‌ی بلک‌شولز یعنی معادله‌ی شرودینگر گونه‌ی اصلی و حل آن به کمک روش نیکی‌وورو – اووارووف [۹] توسعه می‌دهیم. مبنای پژوهش در این مقاله تحلیلی و کاربردی است. در حوزه‌ی تحلیلی، ارائه‌ی معادله جدید قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله بررسی و در حوزه‌ی کاربردی امکان بکارگیری و قیمت گذاری اوراق با مدل جدید، ارزیابی می‌شود. اهمیت و هدف این پژوهش، کاهش نواقص مدل قیمت‌گذاری بلک‌شولز همانند امکان قیمت‌گذاریِ هر دو نوع اوراق اروپایی و آمریکایی با مدل پیشنهادی و افزایش قابلیت آن با بکارگیریِ روش‌های جدید حل معادلات دیفرانسیل همانند روش پارمتریِ نیکی‌وورو – اووارووف است.

---

5 Fisher Black
6 Robert Merton
7 Myron Scholes
8 Ahn J, Kang S, Kwon YH
9 NikkiVoro - Ovarov

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

۲-۱- مبانی نظری

قیمت‌گذاری قرارداد اختیار به سه عامل اثرگذار تفاوت قیمت توافقی آن اختیار معامله و دارایی پایه، تعداد روزهای باقی‌مانده به انقضا و نوسان‌پذیری انتظاری آن دارایی در روزهای باقیمانده وابسته است. طرح مفاهیم انتظارات تصادفی و سنجه‌های معادل به ریاضیدانان مالی امکان داد؛ فرمول‌هایی برای قیمت‌گذاری اوراق مشتقه بیابند. این طرح در ابتدا به هنری لوبگ[10] تعلق داشت. هنری لوبگ و دیگران در آغاز قضایای درستی برای احتمالات تعریف نمودند. یکی از فرمول‌های ریاضی که امروزه بسیار مورد استفاده‌ی مهندسان مالی است؛ اصطلاحاً لِم ایتو نامیده می‌شود. این عنوان از نام ریاضیدان ژاپنی کیوشی‌ایتو گرفته شده است. وی برای مدل‌سازی فرایندهای مارکوف، معادلات دیفرانسیل تصادفی را شکل داد. لِم ایتو از معادلات ارائه شده به شکل جدیدی از معادلات دیفرانسیل تصادفی می‌رسد. عملاً ایتو پدر معادلات دیفرانسیل تصادفی شناخته می‌شود و پایه‌های حسابان تصادفی را می‌ریزد. بعدها آقایان فیشر بلک و میرن شولز و رابرت مرتون بر پایه مطالعات ایتوگام بزرگی در قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله برداشتند. در اوایل دهه ۱۶۳۰، استفاده از اختیار معامله برای خرید و فروش پیاز لاله‌های هلندی در بازار معامله های آمستردام رواج پیدا کرد. (جان هال[11]، ۱۳۸۸، صص ۱۵۲-۲۵۰) در سال ۱۹۷۳، کمیته مبادلات شیکاگو یک بورس انحصاری برای اختیار معامله های بر روی سهام تشکیل داد. بورس اختیار معامله شیکاگو در ۲۶ آوریل ۱۹۷۳، درهای خود را به‌روی معامله‌های اختیار خرید گشود و مبادله اختیار معامله روی سهام در سال ۱۹۷۵ در بورس سهام آمریکا و بورس سهام فیلادلفیا راه‌اندازی گردید. در حال حاضر، بخش اعظم این معامله‌ها در بورس‌های سازمان‌یافته صورت می‌پذیرد. (رومان و ایوانف، ۲۰۱۵، صص ۹۷۹-۹۹۳) در بازارهای مالی قیمت‌گذاری صحیح این اوراق اهمیت فراوانی دارند. طبیعی است که اختیار معامله‌های پرنوسان، گران‌تر از اختیارهای کم نوسان باشند. اولین مدل در زمینهٔ قیمت‌گذاری اختیار معامله توسط لوئیس باچلیر[12] در سال ۱۹۰۰ ارائه شده است. وی نتیجه گرفت که ارزش مورد انتظار اختیار معامله در زمان سررسید برابر معادلهٔ یک می‌باشد:

$$c = s - \emptyset\left(\frac{s-x}{\delta\sqrt{t}}\right) - x\emptyset\left(\frac{s-x}{\delta\sqrt{t}}\right) + \delta\sqrt{t} + \emptyset\left(\frac{s-x}{\delta\sqrt{t}}\right) \qquad (۱)$$

10 Henry Lobugh
11 John Hall
12 Louise Bachelier

در این فرمول S قیمت سهام عادی پایه، X قیمت توافقی قرارداد اختیار معامله، t زمان تا سررسید، δ انحراف معیار بازدهی و $Q(i)$ توزیع نرمال تجمعی استاندارد است. مدل باچلیر سپس توسط کروایزینگا[13] در سال ۱۹۵۶ میلادی مورد تعدیل قرار گرفت. اکثر پیشرفت‌های بدست‌آمده در قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله، برای بیش از نیم قرن مدل‌های اقتصادسنجی موردی[14] بوده‌اند. (الغلیص[15]، ۲۰۱۸، ص۴۴۳) معادله دو، مدل ارائه شده توسط کاسوف[16] در سال ۱۹۶۹ نمونه‌ای از این دست مدل‌ها می‌باشد.

$$c = x\{\left[\left(\frac{S}{x}\right)^{y} + 1\right]^{\frac{1}{y}} - 1], 1 \le y \le \infty \qquad (۲)$$

طبق این فرمول حد بالای قیمت اختیار خرید برابر با قیمت سهام و حد پایین قیمت اختیار برابر با ارزش ذاتی آن یعنی $\mathrm{Max(s\text{-}x,0)}$ می‌باشد. در ادامه و در دهه ۶۰ میلادی یکی از مشهورترین مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معامله تحت عنوان مدل قیمت‌گذاری بلک‌شولز ارائه گردید. این مدل با فرمولی مشخص قیمت اختیار معامله را برآورد می‌نماید. مدل بلک‌شولز مرتون، مدلی ریاضی از یک بازار مالی شامل ابزارهای سرمایه‌گذاری مشتقه است. کاربرد این مدل قیمت‌گذاری اوراق اختیار اروپایی است. معادله‌ی ۳ به فرمول بلک شولز معروف است. (جان هال، ۱۳۸۸، صص ۲۵۰-۳۸۰)

$$v_{0=} v_S N(d_1) - \frac{E}{e^{rt}} N(d_2) \qquad (۳)$$

$$d_1 = \frac{L_n\left(\frac{v_S}{E}\right) + \left[r + \frac{1}{2}(\delta^2)\right]t}{\delta\sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{L_n\left(\frac{v_S}{E}\right) + \left[r - \frac{1}{2}(\delta^2)\right]t}{\delta\sqrt{t}} = d_1 - \delta\sqrt{t}$$

در این فرمول v_0 ارزش یک اختیار خرید، v_S قیمت جاری سهام، E قیمت توافقی، r نرخ بهره مرکب سالانه، t زمان تا سررسید اختیار معامله، $\mathrm{N(d_i)}$ تابع توزیع فراوانی نرمال و δ انحراف معیار بازده سالانه سهم است. کاربرد مفاهیم فیزیک و ریاضی برای حل مسائل مالی مستلزم ایجاد ارتباط دقیق بین مفاهیم فیزیکی با مسائل و مشکلات مالی و اقتصادی دارد. اخیراً، پژوهشگران و تحلیلگران مالی با استفاده از روش‌های پیشرفتهٔ ریاضی توانسته‌اند؛ مدل‌های نوینی طراحی کنند که در مقابل تغییرات بازار از خود واکنش نشان داده و برخی از مشکلات مدل بلک‌شولز را پوشش دهد.

---

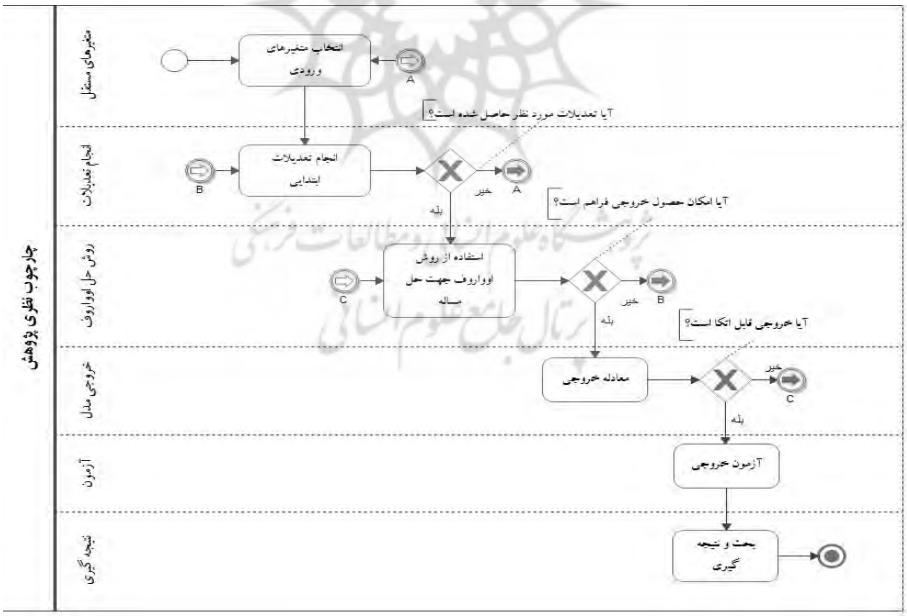
13 Kruisenga
14 Adhoc Econometric Models
15 Alghalith M
16 Kassouf

مدل‌های ریاضی همانند روش‌های شبیه‌سازی، درختی و بویژه روش‌های حل دیفرانسیلی از پیشرفته‌ترین روش‌های قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله هستند. وجود برخی از مشکلات مترتب بر مدل بلک‌شولز کاربرد گسترده‌ی آنرا با چالش مواجه کرده است. در نتیجه توسعه‌ی این مدل همواره مورد توجه پژوهش‌گران مالی قرار گرفته است.

پژوهش‌های زیادی در حوزه‌های مالی ریشه در تحقیقات فیشر بلک، مایرون شولز و مرتن دارند و بر پایه‌ی کار آنان شکل می‌گیرند. مفهوم اساسی در این تحقیقات مفهوم نیکویی[17] است. استفاده از این واژه مربوط به پایداری[18] مدل‌های مالی تحت فرضیات مختلف و پارامترهای مختلف است. چقدر سیستم‌های اقتصادی و مالی در بازارهای مختلف و شرایط مختلف بازار مؤثر و پایداری می‌باشند. در ریاضیات مالی این مفهوم نخست در شکل قیمت‌گذاری اختیار معامله نمایان شد. ما با حل معادله‌ی پایه بلک‌شولز که از لِم ایتو مستخرج و به معادله شرودینگرگونه مشهور است؛ از طریق روش حل معادله دیفرانسیل به روش نیکی‌وورو – اووارف سعی داریم مدلی جدید ارائه نموده که در دامنه وسیع‌تری از اوراق همانند قیمت‌گذاری اختیار معامله‌های اروپایی و آمریکایی کاربرد داشته باشد. این مدل می‌تواند یکی از نواقص مترتب بر مدل اصلی بلک‌شولز را مرتفع سازد. در حل بسیاری از مسائل می‌توان از توابع خاص برای ارائه‌ی جواب‌ها استفاده کرد. توابع خاص از حل معادله دیفرانسیل‌هایی معروف همانند فوق هندسی[19]، ژاکوبی[20]، لژاندر[21] و غیره بدست می‌آیند. روش نیکی وروو – اواروف مبتنی بر حل معادله دیفرانسیل بر اساس روش فروبینیوس[22] می‌باشد که منجر به توابع خاص می‌شود. از آنجاییکه ویژگی‌های توابع خاص شناخته شده هستند، می‌توان از این ویژگی‌ها برای بررسی رفتار جواب‌های بدست آمده در مسائل استفاده نمود. روش نیکی‌وورو – اووارف می‌تواند بطور مستقیم به حل معادلات دیفرانسیل پرداخته و حتی مؤثرتر و کارآمدتر از سایر روش‌های استاندارد موجود و در دستگاه‌های مختصات مختلف، حل معادلات دیفرانسیل درجه دو را نتیجه دهد. این روش با حل منطقیِ معادلات درجه دوم، مقادیر دقیق این معادلات را مشخص می‌کند. توابع نتیجه شده از حل معادلات با این روش، متعامد می‌باشند که این مصداقی بر مفید و مؤثر بودن روش بکار رفته است. این توابع برحسب شرایط در سامانه و پتانسیلِ در نظر گرفته شده به‌صورت توابع لاگر، فوق

17 Robustness
18 Sustainability
19 Geometric method
20 Jacobi Method
21 Legendre's Method
22 Frobenius method

هندسی، رودریگز و غیره ظاهر می‌شوند. حل تحلیلیِ معادلات دیفرانسیل درجه دو با روش نیکی وورو - اواروف، قابل مقایسه با حل حاصل از روش‌های عددی مختلف بوده و این حاکی از میزان دقت فوق‌العاده‌ی نتایج حاصل از این روش می‌باشد. از مزیت‌های دیگر این روش آن است که تابع بدست آمده برای اختیار خرید بر حسب چند جمله‌ای توابع لاگر بوده که توابعی دقیق و با رفتار مشخص و معینی هستند. همچنین علاوه بر مزیت دقت و سادگی، می‌توان بیان داشت که برای محاسبه‌ی فرم اختیار خرید هیچ تقریبی در نظر گرفته نشده است. جنبه‌ی نوآوری ایجاد شده در این پژوهش ماهیتی موضوعی، روشی و مفهومی دارد. موضوع استفاده شده جهت حل مسأله از طریق روش نیکی‌وورو - اواروف، کاملاً جدید بوده و معادله‌ی جدید نسبت به معادله‌ی بلک‌شولز از محدودیت‌های کمتری برخوردار می‌باشد. چارچوب نظری این پژوهش در ابتدا شامل شناسایی متغیرهای تأثیرگذار بر مدل بلک‌شولز همانند نرخ بهره بدون ریسک، قیمت توافقی، قیمت اعمال، زمان تا سررسید و نوسان‌پذیری انتظاری است. سپس با تعدیل‌هایی روی این متغیرها معادله شرودینگرگونه را به روش نیکی وورو – اواروف حل نموده و امکان ارائه مدلی جدید را بررسی می‌کنیم. در صورت تحقق این مهم، قیمت‌های خروجی حاصل از مدل جدید با قیمت‌های مستخرج از مدل بلک‌شولز مقایسه و آزمون می‌شوند. تشریح این رویه به شرح فرآیند ۱ است:



فرآیند(۱): چارچوب نظری پژوهش

۲-۲- پیشینه پژوهش

بررسی پیشینه‌ی پژوهش حاضر معطوف به مطالعه‌ی تحقیقات انجام شده در ارتباط با معادله‌ی بلک-شولز، تغییرهای صورت گرفته پیرامون آن و در نهایت استفاده از روش‌های حل متنوع جهت ارائه‌ی معادله‌ای متفاوت از معادله‌ی بک‌شولز استوار است.

ماتیواستارم، توماس هانگتینتون و داگلاس[۲۳] در مقاله‌ای با عنوان "استفاده از رویکرد مدل قیمت‌گذاری اختیارات برای ارزیابی تصمیمات استراتژیک در محیط‌های پر تلاطم" نشان دادند؛ نسخه اصلاح شده از فرمول قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ بلک شولز، به طور گسترده‌ای در مباحث مالی استفاده می‌شوند. (ماتیواستارم، توماس هانگتینتون و داگلاس، ۲۰۱۷، صص ۴۳۷ - ۴۴۹)

وی‌ال خاستکویچ[۲۴] در مقاله‌ای با عنوان "یک راه حل منحصر به فرد برای معادله دیفرانسیل بلک شولز با مشتقات جزئی نیمه خطی برای ارزیابی دارایی‌ها در اختیارات آمریکایی" یک روش برای حل مشکل مرزی قیمت‌گذاری اختیارات بر اساس معادله بلک شولز در نظریه اختیارات و براساس نمایندگی از شرایط مرزی مشخص ارائه نمودند. نتایج امکان‌پذیر بودن حل مشکل مرزی قیمت‌گذاری را اثبات می‌کند. (وی‌ال خاستکویچ، ۲۰۱۵، صص ۱۱۵۷ - ۱۱۶۴)

رومان و ایوانف[۲۵] در مقاله‌ای با عنوان " فرآیند توزیع حداکثر گامای واریانس و مسیر قیمت-گذاری اختیارات" در مورد امکان دستیابی به نتایج صریح برای فرآیند گامای واریانس بحث کردند. این مقاله یک فرآیند گاما واریانس را به عنوان تغییر زمان حرکت براونری بررسی می‌کند. (رومان و ایوانف، ۲۰۱۵، صص ۹۷۹ – ۹۹۳)

نوآوری معاویا الغلیص[۲۶] در مقاله‌ای با عنوان "قیمت‌گذاری اختیارات: فرمول بسیار ساده" اقدام به ارائه فرمول‌های ساده‌ای نمودند که رابطه مثبت بین قیمت اختیار و نوسان و زمان بلوغ را نشان می‌دهد. (معاویا الغلیص، ۲۰۱۴، صص ۷۱ - ۷۶)

همنتا و امرشی[۲۷] در مقاله‌ای با عنوان "قیمت‌گذاری اختیار کراک با کپسول"[۲۸] از این اختیار برای قیمت‌گذاری استفاده کردند. نتایج آنها نشان داد که همپوشانی و مدل‌های استاندارد، قیمت نامناسبی را ارائه می‌دهند و مدل کلیتون[۲۹] مناسب‌تر است. مدل آنها به ادبیات مشتقات انرژی با نشان

23 Matthew Starm, Thomas Hunstantin and Douglas
24 Soastkitch
25 Roman and Ivanov
26 Moawia Alghalith
27 Hemantha S. B. HerathEmail authorPranesh KumarAmin H. Amershi
28 Crack spread option pricing with copulas
29 Clayton

دادن کاربرد مدل‌های مخروطی به قیمت‌گذاری، کمک می‌کند. (همنتا و امرشی، ۲۰۱۴، صص ۱۰۰ - ۱۲۱)

استیون‌لی[۳۰] در مقاله‌ای تحت عنوان "هزینه تلویحی تعاملات توسط مدل قیمت‌گذاری اختیارات للند"[۳۱] با هدف ارائه یک روش جایگزین برای برآورد هزینه‌های معامله در بورس از طریق هزینه‌های معامله تلویحی با استفاده از مدل قیمت‌گذاری اختیار للند اقدام نمودند. نتایج پژوهش، بررسی دقت هزینه‌های معامله تلویحی معامله شده در میان اختیارات بدون مالیات و بلوغ و تغییر هزینه‌های معامله معقول در دوره بحران مالی اخیر جهانی بوده است. (استیون‌لی، ۲۰۱۲، صص ۳۳۳ - ۳۶۰)

ژان‌پییر و پی‌تاشمن[۳۲]در مقاله‌ای با عنوان "قیمت گذاری اختیارات تحت مدل استرس بتا " یک مکانیزم رژیم سوئیچینگ[۳۳] را به یک مدل قیمت‌گذاری سرمایه نسبت داده‌اند. آنها دریافتند این مدل که یکی از ویژگی‌های برجسته در بازار اختیارات آتی است؛ قادر به ایجاد چولگی نوسانی می‌باشد. (ژان‌پییر و پی‌تاشمن، ۲۰۱۲، صص ۲۰ - ۱۸۲)

لی‌منگ‌می‌وانگ[۳۴] در مقاله‌ای با عنوان "مقایسه فرمول بکل‌شولز با فرمول بلک‌شولز فرکشنال[۳۵] در بازار مشتقات بورس با تغییر نوسان " فرمول قیمت‌گذاری اختیار معامله فرکشنال را با استفاده از فرمول بلک‌شولز اختیار معامله استنتاج کردند. نتایج آنها نشان داد؛ هنگامی که نوسان‌ها کوچکتر است، خطای میانگین خطیِ تقارن بلک‌شولز بزرگتر از مدل سنتی است. (لی‌منگ‌می‌وانگ، ۲۰۱۰، صص ۹۹ - ۱۱۱)

دودو و اسکایلت[۳۶] در مقاله‌ای با عنوان "قیمت‌گذاری اختیار معامله های آمریکایی تحت نوسان تصادفی و نرخ بهره تصادفی" رویکرد جدیدی را برای قیمت گذاری اختیار معامله های آمریکایی ارائه نمودند. نتایج آنها نشان داد که اثرات حاصل از به کارگیری نرخ بهره و نوسان تصادفیِ قیمت‌ها در تعیین قیمت صحیح‌تر و واقعی‌تر اختیار معامله، بسیار حائز اهمیت است. (دودو و اسکایلت، ۲۰۱۰، صص ۷ -۲۴)

---

30 Steven Li
31 Leland option pricing model
32 -Jean-Pierre P. Tashman
33 regime-switching mechanism
34 Li MengMei Wang
35 Fractional
36 Doodo and Skylight

دی‌مادان[۳۷] در مقاله‌ای با عنوان "ترکیب فرمول‌های بلک‌شولز با حرکت براونین و اتصال محدود" برخی از روابط جالب بین فرمول بلک‌شولز و آخرین پیام‌های نمایشی براونین را کشف کردند. از نتایج این پژوهش فرمول یوری مشتق شده است. (دی‌مادان، ۲۰۰۸، صص ۹۷- ۱۱۵)

کریستوفرسن و همکاران[۳۸] در مقاله‌ای با عنوان "تعیین قیمت اختیار معامله با مولفه‌های نوسان کوتاه‌مدت و بلندمدت" مدل جدیدی برگرفته از مدل انجل و لی[۳۹] (۱۹۹۹) و هستون و نندی[۴۰] (۲۰۰۰) برای ارزش‌گذاری اختیار معامله های اروپایی ارائه نمودند. مدل پیشنهادی آنها امکان قیمت‌گذاری آسان‌تر اختیار معامله های اروپایی را ممکن ساخت. (کریستوفرسن و همکاران، ۲۰۰۸، صص ۸ – ۱۵)

ژوچنگ و ژیان‌پینگ‌وان[۴۱] در مقاله‌ای با عنوان " قیمت‌گذاری اختیارات برای تغییر مسیر نمایی لوی مدل تحت مم"[۴۲] مطالعه و ارزیابی منطقیِ قیمت اختیار اروپایی هنگامیکه فرآیند قیمت اساسی با تغییر فرآیند لوی تغییر می‌کند؛ را بررسی کردند. نتایج آنها ارائه فرمول قیمت‌گذاری اختیار اروپایی تحت اندازه‌گیریِ حداقل مارتینگال آنتروپی[۴۳] بوده است. (ژوچنگ و ژیان‌پینگ‌وان، ۲۰۰۷، صص ۶۵۱ – ۶۶۴)

خلیلی عراقی و همکاران در پژوهشی با عنوان "قیمت‌گذاری اوراق تبعی با استفاده از مدل هستون "با ورود عامل تلاطم در مدل قیمت‌گذاری با استفاده از مدل هستون، مدلی کاراتر برای قیمت-گذاری اوارق ارائه نمودند. نتایج پژوهش مؤید این نکته می‌باشد که تفاوت معناداری بین مدل هستون و مدل رایج قیمت‌گذاری اوراق در بورس اوراق بهادار وجود داشته است. (خلیلی عراقی و همکاران، ۱۳۹۵، صص ۷ – ۱۶)

جلوداری ممقانی و پیکر در مقاله‌ای تحت عنوان "محاسبه ارزش اختیار با استفاده از روش گیلز" به کاربرد همزمان روش وابسته به مسیر برای شبیه‌سازی و برآورد تابع عایدی پرداختند. نتایج نشان داد که استفاده از روش آلارگاندو[۴۴] در صورت امکان، به نتایج بهتری می‌انجامد. (جلوداری ممقانی و پیکر، ۱۳۹۱، صص ۸ – ۱۵)

---

37 D. Madan
38 Christopherson et al
39 Engle and Lee
40 Heston and Nandi
41 Zhucheng and Jian Ping Wan
42 Lévy Model Under Memm
43 Martigal Entropy
44 Alargando

خضری‌پور قرایی و ستاردباغی در مقاله‌ای با عنوان "یک روش عددی مبتنی بر تفاضلات متناهی صریح برای حل معادله غیرخطی بلک شولز" اثر بازارهای غیرنقدی در ارزش اختیار معامله را بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که برای موارد غیرخطی، یعنی ارزش‌گذاری اختیار معامله با وجود تغییر قیمت، روش عددی تفاضلات متناهی صریح، جواب عددی قابل قبولی را فراهم می‌آورد. (خضری‌پور قرایی و ستاردباغی، ۱۳۹۱، صص ۶ - ۱۷)

شاکران در مقاله‌ای تحت عنوان "روش عددی جدید برای ارزش‌گذاری اختیارمعامله های آمریکایی" از مدل تلاطم تصادفی هستون[45] استفاده نمود. آزمون‌های عددی نشان دهندهٔ صحت و دقت روش عددی جدید معرفی شده در این مقاله می‌باشد. بهبود مدل لانگ استف و شوارتز[46] با کاهش زمان محاسباتی و تورش قیمت‌گذاری، نتیجهٔ این پژوهش بوده است. (شاکران، ۱۳۹۱، صص ۳ - ۱۸)

زمانی و زرگری طی پژوهشی تحت عنوان "یک شمای تفاضل متناهی برای محاسبه قیمت اختیار در مدل تلاطم تصادفی"اشاره داشته‌اند که در مدل تلاطم تصادفی، قیمت اختیارهای اروپایی، جواب یک معادله دیفرانسیل پاره‌ای سهموی است. نتایج نشان داد که در مدل‌های تلاطم تصادفی، بازار کامل نیست و در این بازارها نمی‌توان ریسک را کاملاً پوشش داد. (زمانی و زرگری، ۱۳۸۷، صص ۷ – ۲۰)

چنانچه ملاحظه گردید؛ در تمام تحقیقات از روش بلک‌شولز استفاده شده و این مدل ضمن دارا بودن محدودیت‌های مالی، زمینه بهبود و بررسی مجدد را دارا می‌باشد. ما قصد داریم بررسی کنیم که آیا می‌شود با استفاده از معادله‌ای دیگر که محدودیت کمتری دارد، به نتیجه‌ای متفاوت دست یافت؟

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۳- فرضیه‌های پژوهش

بین خروجیِ مدل جدید ارائه شده و مدل اصلی بلک‌شولز تفاوتی وجود ندارد.

---

45 Heston Stochastic Volatility Model
46 Longstaff FA & Schwartz ES

٤- روش‌شناسی پژوهش

ما در صدد ارائه‌ی مدلی جدید برای قیمت‌گذاری اختیار معامله هستیم. از منظر هدف اجرا، این پژوهش ماهیتی بنیادی و کاربردی دارد (علی دلاور، ۱۳۷۳، صص ۱۱۰-۲۵۰). در بخش بنیادی، ارائه‌ی مدل متفاوتِ معادله‌ی بلک‌شولز بررسی شده و در حوزه‌ی کاربردی، امکان بهره‌گیری از این مدل و مقایسه آن با مدل اصلی بلک‌شولز به‌منظور استفاده در بازارهای مالی بررسی می‌گردد. جهت ارائه مدلی کاراتر، ضمن بهره‌گیری از روش نیکی‌وورو - اوواروف، امکان استفاده از این روش جدید را فراهم می‌نماییم. در ادامه با بکارگیری ابزارهایی همانند نرم افزارهای ماتیماتیکا[47] و اس‌پی‌اس‌اس[48]، امکان مقایسه‌ی نتایج فراهم می‌گردد. در حوزه‌ی نظری، متغیرهای قابل تعریف شامل ابزار مشتقه و اختیار معامله می‌باشند. اوراق مشتقه در مباحث مالی ابزاری هستند که ساختار پرداخت و ارزش آنها از ارزش دارایی پایه و شاخص‌های مربوطه نشأت می‌گیرند. اختیار معامله قراردادی قانونی است که توسط یک فروشنده به یک خریدار در ازای مبلغ معینی فروخته می‌شود. قراردادهای اختیار خرید[49] و فروش[50]، به دارندگان این حق را می‌دهند تا دارایی را در تاریخی معین و به قیمت مشخصی خریداری و یا به‌فروش برسانند. در حوزه‌ی عملیاتی مفاهیم قابل تعریف عبارتند از:

- **معادله شرودینگر:** معادله‌ای است که چگونگی تغییر حالت کوانتومی یک سامانه فیزیکی با زمان را توصیف می‌کند؛ (الغیض، ۲۰۱۸، ص ۴۴۳)
- **معادله بلک‌شولز:** برآوردی نظری از قیمت اختیارات سبک اروپایی است؛ (همنتا و امرشی[51]، ۲۰۱۳، صص ۱۰۰ - ۱۲۱)
- **روش نیکی‌وروو - اوواروف:** بر اساس حل عمومی معادله دیفرانسیل خطیِ مرتبه دوم با توابع خاص بنا شده است؛
- **چند جمله‌ای لاگر:** در ریاضیات، جواب‌های معادله دیفرانسیل خطیِ مرتبه دوم $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$ می‌باشند. (استیون‌لی، ۲۰۱۲، صص ۳۳۳ - ۳۶۰)

در خصوص گردآوری اطلاعات مربوط به ادبیات موضوع و پیشینه پژوهش از روش کتابخانه‌ای و جهت جمع‌آوری اطلاعات برای تأیید یا رد فرضیه‌های پژوهش از روش میدانی استفاده گردید.

---

47 Mathematica
48 SPSS
49 Call Option
50 Put Option
51 Hemantha, Amershi

با لحاظ محدودیت استفاده از اوراق مشتقه در بازار ایران، فرابورس به‌عنوان جامعه آماری انتخاب و اطلاعات معامله های زعفران محدود به بازه زمانی ۱۳۹۶ لغایت ۱۳۹۸ به‌عنوان نمونه آماری در این مقاله لحاظ گردید. از منظر روش آماری، پژوهش حاضر از نوع استنباطی می‌باشد. (غلامرضا خاکی، ۱۳۹۰، صص ۹۰ - ۲۱۰)

۵- تجزیه و تحلیل داده‌ها و آزمون فرضیه‌ها

سیر ارائه‌ی مطالب در این قسمت، شامل چگونگیِ اثبات و ارائه‌ی معادله‌ی جدید بلک‌شولز و سپس آزمون فرضیه‌ها و پاسخگویی به سوالات پژوهش خواهد بود. معادله‌ی دیفرانسیل جزئی و اصلی بلک شولز به شرح معادله ۴ می‌باشد. (کریستوفرسن و جاکوب[۵۲]، ۲۰۰۸، صص ۸ - ۱۵)

$$\frac{\partial p}{\partial t} + rs\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\sigma^2 s^2 \partial^2 p}{2\partial s^2} - \gamma p = 0 \qquad (۴)$$

در این معادله p قیمت اختیار خرید، r نرخ بدون ریسک، s قیمت پایه دارایی، t زمان تا سررسید و δ انحراف معیار قیمت دارایی می‌باشند. (مادان[۵۳]، ۲۰۰۸، صص ۹۷ - ۱۱۵) در ادامه‌ی حل معادله ۴ می‌توان بدین گونه رفتار کرد:

$$p = e^{(r-\gamma)(T-t)} f(s) N(d_1) - e^{-\gamma(T-t)} K N(d_2) \qquad (۵)$$

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\,\pi\delta^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}} \qquad (۶)$$

$$d_1 = \frac{\left(\ln\left(\frac{s}{k}\right) + \left(r_f + \frac{\delta^2}{2}\right)\right)t}{\delta\sqrt{(T-t)}} \qquad (۷)$$

$$d_2 = \frac{\left(\ln\left(\frac{s}{k}\right) + \left(r_f - \frac{\delta^2}{2}\right)\right)t}{\delta\sqrt{(T-t)}} = d_1 - \delta\sqrt{T-t} \qquad (۸)$$

با جایگذاری معادله ۵ در معادله ۴ ما بدست آوردیم:

$$N(d_1)e^{(T-t)(r-\gamma)}\left(2\,rf(s) - 2\,rsf'(s) - s^2\delta^2 f''(s)\right) = 0 \qquad (۹)$$

بنابراین معادله مربوط به $f(s)$ بصورت معادله ۱۰ می‌باشد:

$$f''(s) + \frac{2\,r}{\delta^2 s} f'(s) - \frac{2\,r}{s^2\delta^2} f(s) = 0 \qquad (۱۰)$$

با معرفی تبدیلی به‌شرح معادله‌ی ۱۱:

$$f(s) = s^{-\frac{r}{\delta^2}} u(s) \qquad (۱۱)$$

---

[52] Christoffersen and Jacob

[53] Madan

به‌صورت معادله ۱۲ دست یافتیم:uما به معادله‌ای بر حسب

$$u'' - \frac{b}{s^2}\, u = 0 \qquad (۱۲)$$

که در آن b برابر است با:

$$b = \frac{r^2 + r\,\delta^2}{\delta^4} \qquad (۱۳)$$

اگر معادله ۱۲ را با روش پارامتریِ نیکی‌وورو – اوواروف حل کنیم؛ u به‌صورت معادله ۱۴ خواهد شد. (پی‌نوشت الف و ب)

$$u = s^{\frac{1 \pm \sqrt{1+4\,b}}{2}} \qquad (۱۴)$$

با جایگذاری معادله ۱۴ در معادله ۱۱، حالت‌های $f_1(s)$ و $f_2(s)$ به‌صورت معادله ۱۵ و ۱۶ خواهند بود:

$$f_1(s) = s^{-\frac{r}{\delta^2}}\, u_1(s) = s^{-\frac{r}{\delta^2}}\, s^{-\frac{1+\sqrt{1+4\,(r^2+r\,\delta^2)}}{\delta^4}} = s \qquad (۱۵)$$

$$f_2(s) = s^{-\frac{r}{\delta^2}}\, u_1(s) = s^{-\frac{2\,r}{\delta^2}}\, s^{-\frac{1-\sqrt{1+4\,(r^2+r\,\delta^2)}}{\delta^4}} = s \qquad (۱۶)$$

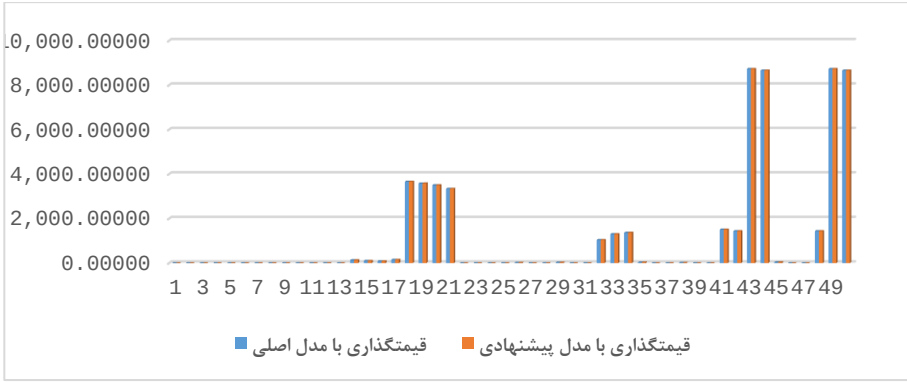
ما فرم نهایی $f(s)$ را بصورت ترکیبی خطی از $f_1(s)$ و $f_2(s)$ ارائه کردیم.

$$f(s) = c_1 s^{-\frac{2\,r}{\delta^2}} + c_2 s. \qquad (۱۷)$$

ما پیشنهاد می‌دهیم که $c_1 = c_2 = 1$ است. با جایگذاری معادله ۱۷ در معادله ۴ داریم:

$$p = e^{(r-\gamma)(T-t)}\left(s^{-\frac{r}{\delta^2}} + s\right)N(d_1) - e^{-\gamma(T-t)}KN(d_2) \qquad (۱۸)$$

در این مقاله اطلاعات آخرین ۵۰ قرارداد اختیار معامله‌ی خرید زعفران در بورس کالای ایران منتهی به سال ۱۳۹۸ مورد استفاده قرار گرفت. در این راستا ابتدا، اطلاعات ورودی: شامل قیمت‌های پایه دارایی از ۱۴۴،۲۴۵ تا ۱۳۷،۳۱۵ریال، انحراف معیار نوسان قیمت زعفران ۱۸ درصد، نرخ بازده بدون ریسک ۱۵ درصد، زمان تا سررسید ۰,۴ تا ۱ سال و قیمت اعمال از ۱۵۰،۰۰۰ تا ۱۸۰،۰۰۰ ریال در مدل جدید و مدل اصلی بلک‌شولز اعمال و سپس قیمت‌های خروجیِ حاصله، مورد مقایسه قرار گرفتند. نمودار یک تفاوت قیمت‌های محاسبه شده بر اساس مدل اصلی بلک‌شولز و مدل ارائه شده در این پژوهش را نشان می‌دهد.



نمودار۱. تفاوت قیمت‌های حاصله بر اساس مدل اصلی بلک شولز و مدل پیشنهادی

در ادامه‌ی بررسی آماری پیرامون نتایج حاصله، ابتدا آزمون نرمال بودن (کولموگروف اسمیرنوف) قیمت‌های بدست‌آمده بر اساس دو مدل انجام و به شرح جدول شماره یک ارائه می‌گردند:

Table1. One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		VAR00001
N		50
Normal Parameters[a,b]	Mean	1150.4971
	Std. Deviation	2461.30615
Most Extreme Differences	Absolute	.378
	Positive	.378
	Negative	-.320
Test Statistic		.378
Asymp. Sig. (2-tailed) .		000

نتایج بدست‌آمده در جدول شماره یک، ($sig = 0 < 0.05$) نشان‌دهنده نرمال نبودن قیمت‌های حاصل از بکارگیری معادله استاندارد بلک‌شولز دارد. در ادامه، آزمون نرمال بودن قیمت-های حاصل از بکارگیری مدل جدید اجرا و نتایج ارزیابی به شرح جدول شماره دو ارائه می‌گردند:

Table2. One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		VAR00002
N		50
Normal Parameters[a,b]	Mean	1150.5749
	Std. Deviation	2461.42909
Most Extreme Differences	Absolute	.378
	Positive	.378
	Negative	-.320
Test Statistic		.378
Asymp. Sig. (2-tailed)		.000

نتایج بدست‌آمده در جدول شماره دو، ($sig = 0 < 0.05$) نشان‌دهنده نرمال نبودن قیمت‌های حاصل از بکارگیری معادله جدید دارد. بنابراین فرض نرمال بودن نتایج حاصل از بکارگیری مدل پیشنهادی در سطح اطمینان ۹۵ درصد قابل پذیرش نیست. با توجه به عدم پذیرش فرض نرمال بودن دو گروه مورد بررسی، آزمون ناپارمتریک من‌ویتنی جهت ارزیابی دو گروه انتخاب گردید. در ادامه، آزمون برابری واریانس‌های دو گروه ارزیابی به شرح جدول شماره سه ارائه می‌گردد:

Table3. Equivalence test for variances

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	.151	1	.151	.000	1.000
Within Groups	593716394.515	98	6058330.556		
Total	593716394.666	99			

با توجه به ($sig = 1 > 0.05$) فرض برابری واریانس‌ها در سطح اطمینان ۹۵ درصد مورد پذیرش قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از ارزیابی آزمون من‌ویتنی به شرح جدول شماره چهار می‌باشد:

Table4. Test Statistics[a]

	VAR00003
Mann-Whitney U	1223.000
Wilcoxon W	2498.000
Z	-.186
Asymp. Sig. (2-tailed)	.852

با توجه به ($sig = 0.852 > 0.05$) در سطح اطمینان ۹۵ درصد فرضیه پژوهش که مبتنی بر عدم وجود اختلاف معنادار بین نتایج مدل اصلی بلک‌شولز و مدل پیشنهادی و تعمیم‌یافته است؛ مورد تأیید قرار می‌گیرد.

آزمون فرضیه‌ها

بین خروجیِ مدل جدید ارائه شده و مدل اصلی بلک‌شولز تفاوتی وجود ندارد. با استناد به نتایج حاصل از آزمون آماریِ ناپارمتریک من‌ویتنی بین مدل جدید و مدل اصلی بلک‌شولز، فرضیه این پژوهش در سطح اطمینان ۹۵ درصد مورد تأیید قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است؛ عدم معناداربودن خروجی‌های حاصله به معنیِ تشابه دو مدل نیست. بلکه ما نشان دادیم که معادله‌ی جدید ضمن اثبات با روشی نوآورانه، تفاوت از لحاظ متغیرهای موثر برآن و در نهایت شکل نهایی متفاوت با معادله اصلی بلک‌شولز، از لحاظ خروجی با معادله‌ی اصلی بلک‌شولز نزدیک است. ارائه‌ی معادله‌ای متفاوت با معادله بلک‌شولز و حصول نتایج (قیمت‌گذاری) نزدیک اما دقیق‌تر و با لحاظ محدویت تعداد نمونه‌ی استفاده شده و در سطح اطمینان ۹۵ درصد، مزیت استفاده از روش جدید می‌باشند. تشابه مدل جدید با مدل بلک‌شولز توسط مدلسازی بوت‌استرپ نیز مورد تأیید قرار گرفته و تشریح آن در این مجال پرداخته نشده است.

٦- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

استفاده از مدل جدید برای قیمت‌گذاری صحیح‌تر اختیار معامله پیشنهاد می‌گردد. تحلیل‌گران مالی بویژه ارزشگذاران اختیار معامله، فعالان بازارهای سرمایه و مشاوران مالی که بدنبال محاسبه‌ی قیمت اختیار معامله هستند؛ کاربران اصلی این مقاله می‌باشند. نتیجه‌ی حاصله مؤید آن است که ما با حل معادله‌ی شرودینگرگونه اصلی به روش نیکی وورو – اواروف، به فرمی صریح و جدید از معادله‌ی قیمت‌گذاریِ اختیار معامله دست یافتیم. در واقع مدل اصلی بلک‌شولز یکی از حالت‌های خاص مدلِ بهبود یافته پیشنهادی می‌باشد. لذا برتری استفاده از مدل پیشنهادی نسبت به مدل اصلی قابل درک می‌باشد. یافته‌ی دیگر بیانگر آن است که نتایج قیمت‌گذاری بر اساس معادله‌ی جدید به قیمت حاصله بر مبنای روش بلک‌شولز نزدیک بوده و این تفاوت در مقادیر بالای معامله‌های اختیار معامله پررنگ خواهد بود. ما با بهبود مدل قیمت‌گذاری بلک‌شولز از این طریق، امکان استفاده از معادله‌ی جدید جهت قیمت‌گذاریِ صحیح‌تر قراردادهای اختیار معامله، را فراهم کردیم. در واقع، مزیت اصلیِ ارائه‌ی این روش شامل بهره‌گیری از روشی جدید و متفاوت برای اثبات معادله‌ی بلک‌شولز، دقت بیشتر

قیمت‌گذاری برای مقادیر بالای معامله‌های اختیار، امکان بکارگیری از معادله‌ی جدید برای قیمت-گذاری انواع گوناگون اوراق اختیار معامله همانند اوراق آمریکایی و در نهایت اعمال محدودیت‌های کمتر جهت اثبات معادله استوار می‌باشد.

نتایج این پژوهش با نتایج پژوهش ماتیو استارم، توماس هانگتینتون و داگلاس (۲۰۱۷) که نشان دادند نسخه اصلاح شده از فرمول قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ بلک‌شولز، به طور گسترده‌ای در حوزه مالی قابلیت استفاده دارند؛ همخوان می‌باشد. همچنین ارائه‌ی معادله‌ی متفاوت بلک‌شولزِ صورت گرفته در این پژوهش، نتایج پژوهش وی‌ال خاستکویچ[۵۴] (۲۰۱۵) را تأیید می‌نماید. نتایج صورت پذیرفته با انتخاب و تعدیل متغیرهای ورودی واقعی‌تر و با رویکرد الغلیص (۲۰۱۸) برای قیمت‌گذاری اختیار معامله‌های آمریکایی مطابقت دارد. اگر چه نتایج این پژوهش نشان‌دهنده‌ی عدم وجود تفاوت معنادار بین خروجیِ مدل اصلی و مدل جدید می‌باشد؛ ولیکن دو نکته پیرامون آن حائز اهمیت است. اولاً، این عدم تفاوت می‌تواند نشان‌دهنده‌ی اعتبار مدل جدید باشد. همانطور که مدل اصلی بلک‌شولز دارای وجاهت علمی در بین متخصصان مالی بوده، خروجی یک معادله جدید که تفاوت معناداری با قیمت‌گذاریِ مدل اصلی استاندارد ندارد، می‌تواند به اعتبار مدل جدید کمک نماید. ثانیاً، علی‌الرغم وجود تفاوت بسیار جزئی، این تفاوت در مبالغ بالای معامله‌های اختیار بین‌المللی (برای مثال چند صد میلیون دلار و بالاتر) اهمیت بیشتری خواهد داشت. می‌توان ادعا نمود که برتری استفاده از مدل جدید در مقایسه با مدل اصلی اهمیت دو چندانی پیدا نموده و با افزوده شدن ارزش معامله‌ی پایه اختیار، اهمیت این تفاوت بیشتر خواهد بود.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

54 V. L. Khatskevich

منابع و مآخذ

۱. خلیلیِ‌عراقی مریم و همکاران. (۱۳۹۵). "قیمت‌گذاری اوراق تبعی با استفاده از مدل هستون". پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علوم تحقیقات تهران، صص ۳۰ - ۸۰.

۲. جلوداری ممقانی‌پیکر. (۱۳۹۱). "محاسبه ارزش اختیار به روش گیلز". پژوهش‌نامه اقتصادی، تهران، صص ۸-۱۵.

۳. خضری‌پور قرایی، رشید ستاردباغی، صفا و قاسمی. (۱۳۹۱). "یک مقایسه از روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو و تفاضلات متناهی در ارزش‌گذاری اختیار معاملات توأم با مانع دوتایی در حالت گسسته". سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها، تهران، صص ۱۲ – ۲۱.

۴. سرو ستانی سلیمانی. ابراهیمی. (۱۳۹۱). "روش درخت دوجمله‌ای برای قیمت‌گذاری اختیارات آسیایی در مدل پرش". سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها. تهران. صص ۸-۱۳.

۵. خاکی غلامرضا. (۱۳۹۱). "روش پژوهش با رویکردی به پایان‌نامه نویسی". تهران، انتشارات بازتاب چاپ سوم.

۶. هال جان. (۱۳۸۸). "مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک". ترجمه سجاد سیاح و علی صالح‌آبادی، تهران، چاپ دوم، شرکت کارگزاری مفید.

۷. دلاور علی. (۱۳۷۳). "روش‌های پژوهش در روان‌شناسی و علوم تربیتی". تهران، مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه پیام نور، چاپ پنجم.

8. Alghalith, M. (2018). Pricing the American options using the Black-Scholes pricing formula. Physica A, 443 -450.
9. Sturm, Matthew., Goldstein, Henry. Huntington, Thomas. (2017). Using the pricing model approach to assess strategic decisions in turbulent environments: Black Scholes and airborne changes. Climatic Change, 2, 437–449.
10. Ivanov, Roman. (2015). The maximum gamma-ray variance distribution process and the pricing path of the options. European Finance, 2, 979-993.
11. Alghalith, Moawia. (2014). Pricing options: A very simple formula. Dorsoduro, 20(2), 71-73.
12. Kumar, S., Kumar, D., & Singh, J. (2014). Numerical computation of fractional Black-Scholes equation arising in financial market. Egyptian Journal of Basic and Applied Sciences, 1(3-4), 177-183.
13. Hemantha, Amershi. (2013). Pricing the option of expanding crack with capsules". European Finance. 37(1), 100-121.
14. Kumar, Vipul. (2013). Experimental competition in pricing options. School of Management, Volume, 19(2), 129-156.
15. Li, S. (2012). The implicit cost of interactions by the pricing model of lelend's powers. Mathematical sciences, 18(4), 333-360.
16. Jean-Pierre, P., Tashman, Adam. (2012). Option pricing under the beta stress model. Semantic Scholar,183-20.

17. Meng, Li., Wang, Mei. (2010). Comparison of the Beckhelsell formula with the frequency Black-Scholes formula in the exchange derivatives market by changing the oscillation. Basic and Applied Sciences, 99–111.
18. Ahn, J., Kang, S., & Kwon, Y. H. (2010). A Laplace transform finite difference method for the Black-Scholes equation. Mathematical and Computer Modelling, volum 5, 247-255.
19. Bohner, M., & Zheng, Y. (2009). On analytical solutions of the Black-Scholes equation. Applied Mathematics Letters, 22(3), 309-313.
20. Madan, mark. (2008). Combination of Black Schulz formulas with Brownian motion and limited connections. Applied Mathematics, 15(2), 97-115.
21. Broadie, mark., Jain, Ashish. (2008). Key variables fluctuations in pricing models of transaction options and risk management. Economics and Organization, 7(4), 7-24.
22. Christoffersen, peter., Jacobs, kris., Ornthanalai, Chayawat. (2008). Option Valuation with Long-Run and Short-Run Volatility Components. Journal of Financial Economics, Vol. 90, No. 3, pp. 272-297
23. Chen, Xu., Wan, Jian-ping. (2007). Pricing options to change the route of the Levy model under the MEM. Mathematical Statistics, 23(4), 651-664.
24. Olga, Shishkina. (2007). The approximation of solutions and derivatives to the Black-Scholes equation doubles with unhealthy initial data. Engineering Sciences, 47(3), 442-462.
25. Christoffersen, Jacobs and Ornthanalai. (2008). "Determine the price of the transaction option with the short-term and long-term volatility components". A Profesional development, PP 8-15.
26. Xu Chen. Jian-ping Wan. (2007). "Pricing options to change the route of the Levy model under the MEM". Mathematical Statistics, vol 23, issue 4, pp 651 - 664.
27. S. LiG. I. ShishkinL. P. Shishkina. (2007). "The approximation of solutions and derivatives to the Black-Scholes equation doubles with unhealthy initial data". Engineering Sciences, Volume 47, Issue 3, pp 442–462.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

Option Pricing By Nikivorou-Ovarov Differential Resolution Method

Mehdi Abuvali[۵۵]

Maryam Iraqi Khalili[۵۶]

Hassan Hassanabadi[۵۷]

Ahmad Yaghubonjad[۵۸]

Abstract:
The Black-Scholes pricing theory is one of the most important ways of valuating transaction options. This equation is used to pricing a variety of European options. In this paper, a new and different method was developed to prove and improve the Black-Scholes equation by focusing on the Black-Scholes main Schrödinger equation and solving this equation using the Nikkeuro-Ovaryov method. In the following, while investigating the possibility of improving the Black-Scholes equation with this method, a new equation for the pricing of transaction options was presented and tested. Increasing the accuracy of pricing arbitrary deals by using the equation provided, especially for high-value trades, checking logical solution in a new way, comparing output with numerical solution and innovating. Final formula. Option based on Lagrange polynomial functions, the goals of doing research are present. The results showed a different positive probability for the Black-Scholes equation by solving the differential equation by the method Nikkirovo-Ovaryov is feasible and at 95% confidence level, there is no significant difference between the price of the two main black-hole groups and the new model. In order to compare the output of the new model with the Black Sholes main model, information from the 50 Saffron Deal options in Iran's Overseas Branch was limited to the 1395 to 1398 period and the Mann-Whitney independent nonparametric group was used to compare.

Keywords: Transaction Option; Black Scholes Pricing Equation; Schrödinger Equation; Method Nikki Voru - Ovarov Parameter
JEL Classification: F20, E37, G12

[55] PhD student, Financial Department, Research Science Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran
[56] Assistant Professor of Accounting Department, Faculty of Management, University of Tehran, Iran (Corresponding Author) m.khaliliaaraghi@gmail.com
[57] Professor of Physics Department, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
[58] Associate Professor of Accounting Department, Tehran Center, Islamic Azad University, Tehran, Iran