Hybrid Rule-Based Decision Support System to the EOQ Problem in the Form of Posynomial Geometric Programming Formulation with Linear Constraints

Amir Yousefli
*Corresponding author, Assistant Prof. of Industrial Management, Social Science Department, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran. E-mail: yousefli@soc.ikiu.ac.ir

Abstract

Objective: The main objective of this paper is to solve the economic order quantity problem, which is formulated as a hybrid posynomial geometric programming, using a rule-based decision support system. Avoiding the complexities of the optimization process problems and using the optimum knowledge to build an inference system, which is easier to understand for the decision makers, are the main features of this article.

Methods: The main approach taken in this paper is to use uncertain decision variables, extracting the optimal knowledge through the hybrid optimization problem and applying this knowledge to design a hybrid inference system.

Results: The developed hybrid inference system was applied to 100 random problems and inferred values of the objective function as well as decision variables were compared to the obtained optimum values. Alike decision variables, more than 97% of the deviations between inferred and optimum values for objective function are less than 2%. These results indicated that the developed hybrid inference system is highly efficient to be implemented as an optimized decision support system and its results are quite reliable.

Conclusion: Unlike other works in the literature, in this paper, the optimization problem is not replaced with a rule-base which is presented by group of experts. But, an approach is provided to build the optimal rule-based decision support system in which the optimum knowledge is obtained through an optimization problem. This approach will provide decision makers with all optimal decisions that may be needed in the future by replacing the optimal deterministic values for decision variables with the optimal hybrid distribution.

Keywords: Economic order quantity, Hybrid geometric programming, Rule- based inference system, Uncertain decision variable, Hybrid rule base.

Citation: Yousefli, A. (2018). A Hybrid Rule-Based Decision Support System to the EOQ Problem in the Form of Posynomial Geometric Programming Formulation with Linear Constraints. *Industrial Management Journal*, 10(1), 139-160. (*in Persian*)

Industrial Management Journal, 2018, Vol. 10, No.1, pp. 139- 160
DOI: 10.22059/imj.2018.245233.1007339
Received: July 5, 2017; Accepted: January 5, 2018
© Faculty of Management, University of Tehran

ارائه سیستم پشتیبان تصمیم قاعده پایه هیبریدی برای مسئله EOQ به فرم برنامه‌ریزی هندسی پوزینمیال با محدودیت خطی

امیر یوسفلی

* نویسنده مسئول، استادیار گروه مدیریت صنعتی، دانشکده علوم اجتماعی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران.

رایانامه: yousefli@soc.ikiu.ac.ir

چکیده

هدف: حل مسئله تعیین اندازه اقتصادی سفارش با فرم برنامه‌ریزی هندسی در فضای هیبریدی به کمک یک سیستم پشتیبان تصمیم قاعده پایه، هدف اصلی این مقاله است. دوری از پیچیدگی‌های اجرای مسائل بهینه‌سازی و استفاده از دانش بهینه برای ساخت یک سیستم استنتاج که درک آن برای تصمیم‌گیرنده راحت‌تر است، از ویژگی‌های اصلی این مقاله محسوب می‌شود.

روش: استفاده از متغیرهای تصمیم غیر قطعی، استخراج دانش بهینه از مسئله بهینه‌سازی هیبریدی و به کار بردن این دانش در طراحی سیستم استنتاج هیبریدی رویکرد اصلی این مقاله است.

یافته‌ها: سیستم استنتاج هیبریدی توسعه داده شده در ۱۰۰ مسئله تصادفی استفاده شد و نتایج آن با مقادیر بهینه به دست آمده از حل مسئله برنامه‌ریزی هندسی مقایسه گردید. افزون بر ۹۷ درصدِ انحرافات مقدار تابع هدف از جواب بهینه، کمتر از ۲ درصد بود. این موضوع در خصوص متغیرهای تصمیم نیز صدق می‌کند. این نتایج نشان می‌دهد که سیستم استنتاج هیبریدی برای به کارگیری به عنوان یک سیستم پشتیبان تصمیم بهینه‌گرا، کارایی بالایی دارد و به نتایج آن می‌توان اعتماد کرد.

نتیجه‌گیری: مهم‌ترین ویژگی مدل ارائه شده این است که بر خلاف سایر مقالات در ادبیات موضوع، مسئله بهینه‌سازی را با یک پایگاه قواعدِ گرفته شده از خبرگان جایگزین نمی‌کند، بلکه رویکردی برای ساختن پایگاه قواعد بهینه از مدل بهینه‌سازی ارائه می‌دهد. در این رویکرد با جایگزینی توزیع هیبریدی بهینه به جای مقدار قطعی بهینه برای متغیرهای تصمیم، تمام تصمیمات بهینه‌ای که ممکن است در آینده لازم باشد را به تصمیم‌گیرندگان ارائه می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: اندازه اقتصادی سفارش، برنامه‌ریزی هندسی هیبریدی، سیستم استنتاج قاعده پایه، متغیر تصمیم غیر قطعی، پایگاه قواعد هیبریدی.

استناد: یوسفلی، امیر (۱۳۹۷). ارائه سیستم پشتیبان تصمیم قاعده پایه هیبریدی برای مسئله EOQ به فرم برنامه‌ریزی هندسی پوزینمیال با محدودیت خطی. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۱۰(۱)، ۱۳۹- ۱۶۰

فصلنامه مدیریت صنعتی، ۱۳۹۷، دوره ۱۰، شماره ۱، صص. ۱۳۹- ۱۶۰

DOI: 10.22059/imj.2018.245233.1007339

دریافت: ۱۳۹۶/۰۴/۱۴، پذیرش: ۱۳۹۶/۱۰/۱۵

© دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

مقدمه

امروزه در شرایط متغیر کسب‌وکارها، مدیران برنامه‌ریزی و انبار شرکت‌های تولیدی به دنبال سیستم‌هایی هستند که بتوانند هزینه‌های انبارداری را حداقل کرده و در عین حال، پاسخگویی به تقاضای متغیر مشتریان را تا بالاترین سطح برسانند (بهشتی، ۲۰۱۰). در بسیاری از شرکت‌های تولیدی، انبارها بیش از ۵۰ درصد سرمایه‌های فیزیکی سازمان را به خود اختصاص می‌دهند (رندر، استیر و هانا، ۲۰۰۹) و وجود سیستم مناسب برای کنترل موجودی‌ها و تعیین اندازه اقتصادی سفارش متناسب با شرایط متغیر محیطی، می‌تواند بهره‌وری سرمایه را افزایش داده و هزینه‌های مرتبط با فعالیت‌های مدیریت موجودی را کاهش دهد. مدل‌های بسیاری برای تعیین اندازه اقتصادی سفارش در ادبیات وجود دارد که رویکرد مشترک بسیاری از آن‌ها، تعیین میزان سفارش به گونه‌ای است که بین هزینه‌های نگهداری موجودی و هزینه‌های سفارش‌دهی، توازن ایجاد شود و هزینه‌های تحمیل شده به شرکت برای مدیریت موجودی به حداقل برسد. این مدل‌ها بیشتر در قالب مسائل برنامه‌ریزی ریاضی غیرخطی فرموله می‌شوند که درک آن‌ها برای مدیران بسیار دشوار است، از این رو استفاده از آن‌ها با محدودیت مواجه می‌شود. این مسئله به ویژه هنگامی که مسائل تعیین اندازه سفارش در فضای غیرقطعی فرموله می‌شوند، بیشتر دیده می‌شود. مدل‌سازی مسائل در فضاهای غیرقطعی فازی، احتمالی یا هیبریدی، نیازمند این است که مدیر علاوه بر علم مدیریت و کنترل موجودی‌ها، دانش لازم درباره فضاهای غیرقطعی را نیز داشته باشد؛ به همین دلیل، میزان کارایی این مدل‌ها عموماً کاهش می‌یابد.

بیان مسئله

در این مقاله، به دنبال توسعه مدل EOQ در فضای هیبریدی هستیم. مدلی که در اینجا ارائه خواهد شد، یک مدل برنامه‌ریزی هندسی است که در آن هزینه انبارداری، هزینه ثابت سفارش‌دهی و فضای انبار در قالب اعداد هیبریدی نوع سوم (لیو، ۲۰۰۸) برآورد شده‌اند. تمایز این مقاله با سایر مدل‌های هیبریدی ارائه شده در ادبیات EOQ این است که در مقاله پیش رو، متغیرهای تصمیم به صورت غیرقطعی محاسبه می‌شوند و به جای تعیین مقدار بهینه قطعی برای هر یک از متغیرهای تصمیم، توزیع هیبریدی بهینه برای آن‌ها به دست می‌آید. این توزیع‌های بهینه، شرایطی را که ممکن است بر اساس تغییر پارامترها در آینده رخ دهد، به تصمیم‌گیرنده نشان می‌دهند و تصمیم‌های بهینه ممکن در آینده را به وی ارائه می‌کنند. از سوی دیگر، توزیع‌های بهینه متغیرهای تصمیم برای توسعه یک سیستم استنتاج قاعده پایه به کار گرفته شده‌اند. این پایگاه قواعد، بر اساس توزیع هیبریدی پارامترهای ورودی و توزیع هیبریدی بهینه متغیرهای تصمیم، ساخته شده و جایگزین روش‌های حل کلاسیک مسئله برنامه‌ریزی هندسی مدل EOQ می‌شود. به بیان دیگر، هرگاه پارامترهای مسئله EOQ محقق شدند (مقادیر قطعی آن‌ها مشخص شد)، بدون حل مجدد مسئله و با وارد کردن این مقادیر در پایگاه قواعد هیبریدی، می‌توان جواب‌های نزدیک به بهینه را استخراج کرد. این کار از دو جنبه دارای مزیت است: جنبه مدل‌سازی و جنبه مدیریتی. آنچه از دیدگاه مدل‌سازی اهمیت دارد، توسعه یک پایگاه قواعد و سیستم استنتاج در فضای هیبریدی است که تا کنون در ادبیات موضوع چنین ابزاری توسعه داده نشده است. از سوی دیگر، رویکرد جدیدی برای حل مسائل EOQ نیز ارائه شده که بر مبنای مدل‌های تحلیلی نیست، بلکه با استفاده از روش مکاشفه‌ای است که کارایی آن در مقاله به اثبات می‌رسد.

از دیدگاه مدیریتی نیز این مسئله اهمیت بسزایی دارد که یک مسئله برنامه‌ریزی هندسی بسیار پیچیده که معمولاً درک مدل‌سازی و حل آن برای مدیران اجرایی بسیار دشوار است با یک پایگاه قواعد اگر- آنگاه جایگزین می‌شود. یکی از مزیت‌های اصلی سیستم استنتاج اگر- آنگاه، تطابق آن با ساختار استنتاج مغز انسان است، از این رو درک فرایند تحلیل پایگاه‌های قواعد اگر- آنگاه برای مدیران ساده‌تر خواهد بود. همین مزیت، امکان استفاده و پیاده‌سازی مدل توسعه داده شده در شرکت‌های تولیدی را افزایش داده و قابلیت استفاده از آن را به عنوان یک سیستم استنتاج برای کنترل موجودی انبارهای انواع شرکت‌های تولیدی بالا می‌برد.

پیشینه پژوهش

آنچه در مدل‌های مدیریت موجودی اهمیت بسزایی دارد، رویکرد مدل در تخمین پارامترهای تأثیرگذار بر اندازه سفارش است. برخی محققان در مدل‌هایی که ارائه کرده‌اند، این پارامترها را قطعی در نظر گرفته و به مدل‌سازی مسئله در فضای قطعی پرداخته‌اند. این مدل‌ها را می‌توان در پژوهش‌های پنتیکو و دارک (۲۰۱۱)، خان، جابر، گایفریدا و ذوالفقاری (۲۰۱۱)، بوشیو، گایفریدا، جابر و خان (۲۰۱۵)، پریبرا و کوستا (۲۰۱۵)، مشاهده کرد. اما در بسیاری از مسائل دنیای واقعی، شرط قطعیت پارامترها صادق نبوده و عدم قطعیت محیطی باعث می‌شود که برآورد دقیق مقدار پارامترهای مدل امکان‌پذیر نباشد. در این موقعیت، فضاهای مدل‌سازی غیرقطعی مانند منطق فازی یا سنجه‌های عدم قطعیت[1] مانند تئوری احتمالات، تئوری امکان[2]، تئوری الزام[3]، تئوری اعتبار[4] و ...، می‌توانند روش‌هایی برای فرموله کردن واقعی‌تر مسئله باشند. بر این اساس، مدل‌های غیرقطعی ارائه شده برای مسئله EOQ را می‌توان در سه دسته مدل‌های فازی، مدل‌های احتمالی و مدل‌های هیبریدی دسته‌بندی کرد. در زمینه مدل‌های احتمالی و فازی ادبیات غنی‌ای وجود دارد و برخی محققان نیز به توسعه مدل‌های EOQ در فضای هیبریدی پرداخته‌اند.

در دسته مدل‌های احتمالی، یو (۱۹۹۷) با غیرقطعی در نظر گرفتن میزان تقاضا، هزینه سفارش‌دهی و مقدار هزینه نگهداری، یک مدل بهینه‌سازی استوار برای مواجهه با عدم قطعیت پارامترها ارائه کرد. عمرانی و کشاورز (۲۰۱۴) ضرایب توابع هزینه و تقاضا را به صورت غیرقطعی در نظر گرفته و برای فرموله کردن این عدم قطعیت، از اعداد بازه‌ای[5] استفاده کردند. در این مدل مقدار بهینه قیمت، هزینه‌های بازاریابی و اندازه سفارش به منظور حداکثر کردن سود، محاسبه می‌شوند. ویژگی اصلی این مقاله در تصمیم‌گیری غیرقطعی آن است؛ به این معنا که مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم و همچنین تابع هدف، به صورت غیرقطعی و در قالب اعداد بازه‌ای محاسبه می‌شوند. علامه، اسمعیلی و تجویدی (۱۳۹۳) مسئله تعیین اندازه اقتصادی سفارش و قیمت‌گذاری محصولات را در زنجیره تأمین حلقه بسته مد نظر قرار دادند و با دخیل کردن عامل ریسک، به فرموله کردن و حل مسئله با استفاده از نظریه بازی‌ها پرداختند. همچنین جعفرنژاد، آذر و ابراهیمی (۱۳۹۵) با استفاده از بهینه‌سازی استوار، مدلی برای مدیریت سفارش‌ها در زنجیره تأمین ارائه دادند. آلینووی،

1. Uncertainty Measure
2. Possibility Measure
3. Necessity Measure
4. Credibility Measure
5. Interval Number

النورا و روبرتو (۲۰۱۲) یک مدل کنترل موجودی بر مبنای مدل احتمالی EOQ ارائه کردند که به منظور جلوگیری از کمبود، اندازه اقتصادی سفارش را برای خرید یا تولید تعیین می‌کند. اینان و کروپ (۲۰۰۷) یک مدل کنترل موجودی با سیاست مرور دوره‌ای ارائه دادند که در آن تقاضا احتمالی و مقدار هزینه کمبود نیز متغیر در نظر گرفته شده است. فریدمن (۱۹۸۴) مدل کلاسیک EOQ با مقدار جایگزینی محدود را تحت شرایطی که زمان انتظار دریافت کالا احتمالی باشد، توسعه داد. هایا، هاریسون و چاتفیلد (۲۰۰۹) نیز، تقاضا و زمان انتظار دریافت سفارش را تصادفی در نظر گرفتند و مدلی برای بهینه‌کردن مقدار سفارش و همچنین زمان سفارش مجدد ارائه دادند. در پژوهشی دیگر، سانا (۲۰۱۱) یک مدل EOQ احتمالی در افق زمانی برنامه‌ریزی محدود ارائه کرد که در آن تقاضای مشتریان به صورت تصادفی با تابع توزیع احتمال از پیش تعیین شده بود. در این مدل، دوره جایگزینی به مقدار قیمت کالا بستگی داشت و قیمت فروش نیز، متغیری تصادفی با تابع توزیع از پیش تعیین شده در نظر گرفته شده بود.

موریبانا (۲۰۱۶) یک مدل برنامه‌ریزی تصادفی برای اقلام فاسد شدنی ارائه داد و در آن هزینه‌های کمبود و فاسد شدن اقلام را در نظر گرفت. در این مدل تغییرات تقاضا با در نظر گرفتن توزیع احتمالی نرمال فرموله شده است. وانگ (۲۰۱۰) راه حل جدیدی برای به دست آوردن مقدار بهینه سفارش و همچنین زمان سفارش مجدد ارائه کرد که در آن ظرفیت تأمین‌کننده و همچنین مقدار تقاضا در مدت زمان انتظار برای دریافت سفارش، دارای توزیع احتمالی بودند. مداح و نویهد (۲۰۱۷) تقاضای متغیر برای کالاها را مد نظر قرار داده و به جای آنکه تقاضا را به عنوان پارامتر تصادفی معرفی کنند، میزان تقاضا در هر بار سفارش را ثابت فرض کرده و فاصله زمانی بین هر دو تقاضا را به عنوان متغیر احتمالی در نظر گرفتند و در انتها ثابت کردند در این حالت، جواب بهینه که ارزش انتظاری هزینه‌های انبارداری را حداقل می‌کند با جواب روش معمولی EOQ یکسان است. دی و گوسوامی (۲۰۰۹) یک مدل انبارداری احتمالی برای اقلام فسادپذیری که میزان فساد آن‌ها ثابت است، ارائه دادند. آن‌ها در مقاله خود تقاضا را احتمالی در نظر گرفته بودند. در پژوهشی دیگر، لی و وُو (۲۰۰۲) مدل EOQ را برای اقلام فسادپذیر تحت این فرضیه فرموله کردند که در آن مقدار فاسد شدن اقلام از توزیع وایبول پیروی کند.

بخش دیگری از پژوهش‌ها در ادبیات EOQ غیرقطعی با مدل‌های توسعه داده شده در فضای فازی مرتبط است. فارسیجانی و عبدوس (۱۳۹۰) در سیستم مرور دوره‌ای، پارامترهای هزینه ثابت سفارش‌دهی، هزینه ثابت کمبود، هزینه سفارش از دست‌رفته و هزینه نگهداری را به صورت فازی در نظر گرفته و مدلی برای تعیین اندازه اقتصادی سفارش و نقطه سفارش مجدد ارائه دادند. دی و سانا (۲۰۱۵) یک مدل چند معیاره برای تعیین اندازه اقتصادی سفارش در فضای فازی ارائه دادند که در آن از مجموعه فازی غیرقطعی (HFS)[1] برای فرموله‌کردن عدم قطعیت پارامترها استفاده شده است. پارک (۱۹۸۷) مدلی ارائه داد که در آن هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی اعداد فازی ذوزنقه‌ای بودند. وی برای حل مدل غیرقطعی خود، از تبدیل اعداد فازی به قطعی استفاده کرد. سامانتا و ال ـ ارمی (۲۰۰۱) یک مدل مرور دوره‌ای در فضای فازی ارائه کردند که در آن مقدار سفارش متغیر در نظر گرفته شده است. آن‌ها از ترکیب منطق فازی و

1. Hesitant Fuzzy Set

کنترلرهای PID[1]، یک سیستم پشتیبان تصمیم ارائه دادند که با توجه به عدم قطعیت‌های موجود در تقاضا و سیستم تولید، سطح موجودی مطلوب را ارائه می‌کرد. روی و مایتی (۱۹۹۷) یک مدل EOQ فازی با محدودیت در فضای انبار ارائه کردند که در آن تابع هدف و فضای انبار غیرقطعی در نظر گرفته شده بود. در این مدل تقاضا و قیمت کالا تابعی از هم بودند و هزینه راه‌اندازی نیز تابعی از مقدار خرید یا تولید بود. در پژوهشی دیگر، ماندال و مایتی (۲۰۰۳) یک مدل EOQ چند کالایی در فضای فازی ارائه دادند که در آن تابع هدف و محدودیت‌های فضای انبار و تعداد تولید غیرقطعی در نظر گرفته شده بودند. آن‌ها برای حل این مدل، از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند. سجادی، غضنفری و یوسفلی (۲۰۱۰)، یک مدل برنامه‌ریزی هندسی فازی برای مدل‌سازی مسئله EOQ ارائه دادند که در آن، تقاضا تابعی از قیمت و هزینه‌های تبلیغات در نظر گرفته شده و هزینه خرید کالا، تابعی از مقدار سفارش است. آن‌ها در این مقاله مقادیر متغیرهای تصمیم را به صورت فازی استخراج کردند و یک سیستم پشتیبان تصمیم با استفاده از پایگاه قواعد فازی ارائه دادند که بدون حل مستقیم مسئله، جواب‌های نزدیک به بهینه را ارائه می‌کرد.

دسته سوم از مدل‌های EOQ در فضای غیرقطعی، مدل‌هایی هستند که در فضای هیبریدی توسعه داده شده‌اند. برای مثال پاندا، کار و مایتی (۲۰۰۸) یک مدل EOQ چند کالایی ارائه دادند که در آن منابع و پارامترهای هزینه‌ای به صورت اعداد فازی و هیبریدی برآورد شده بود. آن‌ها با در نظر گرفتن این موضوع که هزینه تابعی از تقاضا است، مدل خود را در قالب یک مسئله برنامه‌ریزی هندسی فرموله کردند. والیو و همانت (۲۰۱۶) یک مدل چند کالایی با هدف حداکثرسازی سود در فضای هیبریدی ارائه دادند که در آن تقاضا به صورت تصادفیِ احتمالی و فضای انبار در دسترس به صورت فازی در نظر گرفته شده است. وانگ، تانگ و ژائو (۲۰۰۷) یک مدل برای مسئله EOQ با اقلام معیوب ارائه دادند که در آن مقدار اقلام معیوب یک عدد هیبریدی بود. آن‌ها همچنین هزینه ثابت سفارش‌دهی، هزینه نگهداری اقلام و هزینه بازرسی را اعداد فازی در نظر گرفتند. داتا، چاکرابورتی و روی (۲۰۰۵) یک مدل کنترل موجودی در فضای فازی ـ احتمالی توسعه دادند که در آن تقاضا با استفاده از اعداد هیبریدی برآورد می‌شد. در مقاله‌ای دیگر، داتا، چاکرابورتی و روی (۲۰۰۷) یک سیستم مرور پیوسته در فضای هیبریدی ارائه کردند که در آن تقاضا به صورت هیبریدی در نظر گرفته شده و مقدار سفارش و زمان سفارش مجدد، متغیرهای تصمیم مسئله بودند.

همان‌طور که در بخش بیان مسئله نیز اشاره شد، در این مقاله به مسئله تعیین اندازه اقتصادی سفارش در محیط هیبریدی توجه شده و با در نظر گرفتن مفهوم تصمیم‌گیری غیرقطعی در فضای غیرقطعی، به تعیین توزیع هیبریدی بهینه برای متغیرهای تصمیم و همچنین تابع هدف اقدام می‌شود. در ادامه و به منظور بهره‌برداری از دانش بهینه ایجاد شده (در قالب توزیع هیبریدی بهینه متغیرهای تصمیم)، یک کنترلر هیبریدی برای استنتاج جواب‌های مسئله EOQ ارائه خواهد شد که بدون حل تحلیلی مسئله، مقادیر بهینه یا نزدیک به بهینه متغیرهای تصمیم و تابع هدف را ارائه می‌کند. البته پیش‌تر نیز در ادبیات موضوع، پژوهشگرانی به حل مسائل بهینه‌سازی با سیستم‌های استنتاج اگر ــ آنگاه پرداخته بودند که تمام این مقاله‌ها در فضاهای فازی یا احتمالی است. برای نمونه، کارلسون و فولر (۲۰۰۰)، یک کنترلر فازی برای مواجهه با مدل‌های برنامه‌ریزی چندهدفه ارائه دادند که در آن مقادیر زبانی متغیرهای تصمیم در قسمت مقدم و

1. Proportional- Integral- Derivative

مقادیر توابع هدف در قسمت تالی قرار دارد. در این مدل، قوانین پایگاه قواعد بر اساس دانش خبرگان تعیین می‌شود. کارلسون و فولر (۱۹۹۴ الف و ب؛ ۱۹۹۸ الف و ب) در مقاله‌های دیگری نیز این رویکرد استفاده کرده‌اند. مشکل اصلی این مدل‌ها، کنار گذاشتن کامل مسئله بهینه‌سازی و بهره‌مندی از نظر خبرگان برای تعیین جواب‌های راضی‌کننده است که چشم‌پوشی کامل از مفهوم بهینگی را نشان می‌دهد. برای رفع این نقص، سجادی و همکاران (۲۰۱۰) یک کنترلر فازی برای استنتاج جواب‌های نزدیک به بهینه در مدل برنامه‌ریزی هندسیِ مسئله قیمت‌گذاری و بازاریابی، پیشنهاد دادند. آن‌ها پارامترهای غیرقطعی مدل را در قسمت مقدم و توزیع امکان بهینه متغیرهای تصمیم را در قسمت تالی یک کنترلر ممدانی قرار دادند و پایگاه قواعدی با ۲۷ قاعده ایجاد کردند. همچنین کلانتری، یوسفلی، غضنفری و شاهنگی (۲۰۱۴) نیز از رویکرد مشابهی برای حل مسائل مکان‌یابی استفاده کردند. آن‌ها نیز یک کنترلر ممدانی بهینه که بهبودی در سیستم استنتاج آن داده شده بود را جایگزین یک مدل مکان‌یابی کردند و به مقایسه جواب‌های به دست آمده با نتایج مدل بهینه‌سازی پرداختند. همچنین یوسفلی، غضنفری و عبیری (۲۰۱۴) مفاهیم تصمیم‌گیری فازی در محیط فازی را به عنوان یک سیستم تصمیم‌یار ارائه کرده و از سیستم استنتاج ممدانی برای مدل‌سازی بهینه یک مسئله EOQ استفاده کردند. در مقاله دیگری، یوسفلی، کلانتری و غضنفری (۲۰۱۸) مسئله مکان‌یابی نقطه انتقال در محیط احتمالی را در نظر گرفته و یک سیستم استنتاج احتمالی برای آن توسعه دادند.

مجموعه مقالات بررسی شده در ادبیات موضوع در جدول ۱ دسته‌بندی شده‌اند. در این جدول، مقاله‌ها بر اساس نوع پارامترها، نوع متغیرهای تصمیم و اینکه برای فرموله‌کردن و حل مسئله بهینه‌سازی از کنترلرها (اعم از فازی یا احتمالی) استفاده کرده‌اند یا خیر، دسته‌بندی شده‌اند.

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، استفاده از اعداد هیبریدی، موجب نزدیک‌تر شدن مدل‌سازی به شرایط دنیای واقعی می‌شود، اما در ادبیات موضوع، مدل‌سازی فازی و احتمالی کمتر مد نظر پژوهشگران قرار گرفته است. تنها در پنج مقاله متغیر تصمیم به صورت غیرقطعی در نظر گرفته شده است و از این تعداد، در چهار مقاله متغیرهای تصمیم غیرقطعی در قالب سیستم‌های پشتیبان تصمیم‌گیری استفاده شده است که هیچ‌یک از آن‌ها در فضای هیبریدی نیست. بر این اساس در مقاله حاضر یک سیستم استنتاج قاعده پایه هیبریدی برای حل مسئله تعیین اندازه اقتصادی سفارش ارائه می‌شود که در آن از قواعد فازی ـ احتمالی برای ساخت سیستم استنتاج استفاده می‌شود. در این قواعد هیبریدی، قسمت مقدم پارامترهای هیبریدی مسئله EOQ هستند و تالی متغیرهای تصمیم یا تابع هدف است. نحوه استنتاج در این پایگاه قواعد نیز در قالب یک الگوریتم پنج مرحله‌ای توسعه داده شده است. نوآوری‌های ارائه شده در این مقاله شامل موارد زیر است:

- مدل‌سازی مسئله EOQ در فضای هیبریدی با در نظر گرفتن عدم قطعیت در هزینه انبارداری، هزینه ثابت سفارش‌دهی و فضای انبار به صورت همزمان؛
- طراحی کنترلر و سیستم استنتاج هیبریدی؛
- جایگزینی مسئله برنامه‌ریزی هندسی EOQ با کنترلر هیبریدی.

جدول ۱. دسته‌بندی ادبیات موضوع

نویسنده	سال	پارامتر				متغیر تصمیم		استفاده از کنترلرها
		قطعی	غیرقطعی			قطعی	غیرقطعی	
			احتمالی	فازی	هیبریدی			
پنتیکو و دارک	۲۰۱۱	*				*		
خان گایفریدا و ذوالفقاری	۲۰۱۱	*				*		
بوشیو و همکاران	۲۰۱۵	*				*		
پریبرا و کوستا	۲۰۱۵	*				*		
جعفرنژاد و همکاران	۱۳۹۵	*				*		
یو	۱۹۹۷		*			*		
عمرانی و کشاورز	۲۰۱۴		*				*	
آلینووی و همکاران	۲۰۱۲		*			*		
فریدمن	۱۹۸۴		*			*		
هایا و همکاران	۲۰۰۹		*			*		
سانا	۲۰۱۱		*			*		
موریانا	۲۰۱۶		*			*		
وانگ	۲۰۱۰		*			*		
مداح و نویهد	۲۰۱۷		*			*		
فارسیجانی و عبدوس	۱۳۹۰		*			*		
دی و گوسوامی	۲۰۰۹		*			*		
لی و وُو	۲۰۰۲		*			*		
دی و سانا	۲۰۱۵			*		*		
پارک	۱۹۸۷			*		*		
سامانتا و ال ـ ارمی	۲۰۰۱			*		*		*
روی و مایتی	۱۹۹۷			*		*		
ماندال و مایتی	۲۰۰۳			*			*	
سجادی و همکاران	۲۰۱۰			*			*	*
پاندا و همکاران	۲۰۰۸				*	*		
والیو و همانت	۲۰۱۶				*	*		
وانگ و همکاران	۲۰۰۷				*	*		
داتا و همکاران	۲۰۰۵				*	*		
داتا و همکاران	۲۰۰۷				*	*		
کارلسون و فولر	۲۰۰۰	*						*
کارلسون و فولر	۱۹۹۴	*						*
کارلسون و فولر	۱۹۹۸	*						*
کلانتری و همکاران	۲۰۱۴			*			*	*
یوسفلی و همکاران	۲۰۱۴			*			*	*
یوسفلی و همکاران	۲۰۱۸		*				*	*

سازمان‌دهی این مقاله بدین صورت است که در بخش بعد، مدل تعیین اندازه اقتصادی سفارش در محیط هیبریدی توسعه داده می‌شود. در ادامه، ساختار سیستم پشتیبان تصمیم قاعده پایه هیبریدی[1] معرفی شده و بعد از آن الگوریتم استخراج توزیع هیبریدی بهینه متغیرهای تصمیم ارائه می‌شود. در بخش بعد، ضمن توسعه پایگاه قواعد اگر ــ آنگاه و سیستم استنتاج هیبریدی (HIS)[2]، کارایی این سیستم استنتاج در قالب مثال عددی سنجیده خواهد شد. نتیجه‌گیری همراه با پیشنهادهایی برای تحقیقات آینده نیز در آخرین بخش مقاله ارائه شده است.

مدل هیبریدی تعیین اندازه اقتصادی سفارش

در این بخش مدل اندازه اقتصادی سفارش تحت شرایطی که پارامترها دارای توزیع هیبریدی هستند، ارائه می‌شود. در این مدل قیمت واحد محصول وابسته به میزان تقاضا بوده و فضای انبار نیز با محدودیت مواجه است. مدل EOQ هیبریدی بر پایه مفروضاتی توسعه داده شده است که عبارت‌اند از:

- هزینه انبارداری ($\tilde{C}$)، هزینه ثابت سفارش‌دهی ($\tilde{A}$) و فضای انبار ($\tilde{I}$) پارامترهای غیرقطعی مدل هستند که برآورد آن‌ها در قالب اعداد غیرقطعی فازی ـ احتمالی به صورت زیر انجام می‌شود.

رابطه ۱) $\tilde{C} \sim f_h(c);\quad h = 1,2,...,n_c$ با درجه قطعیت π_{ch}

رابطه ۲) $\tilde{A} \sim f_j(a);\quad j = 1,2,...,n_a$ با درجه قطعیت π_{aj}

رابطه ۳) $\tilde{I} \sim f_t(i);\quad t = 1,2,...,n_i$ با درجه قطعیت π_{it}

به طوری که $\bigvee_{\alpha=1}^{n_\lambda} \pi_{\alpha\lambda} = 1;\ \lambda = \mathrm{c, a, i}$. در روابط بالا $f_\alpha(\lambda);\ \alpha = 1,2,...,n_\lambda;\ \lambda = c, a, i$ توابع چگالی احتمال هستند که هر یک با امکان $\pi_{\alpha\lambda};\ \lambda = \mathrm{c, a, i};\quad \alpha = 1, 2, ..., \mathrm{n}_\lambda$ می‌توانند تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی مربوطه باشند.

- هزینه ثابت سفارش تابعی است از مقدار سفارش (Q) و بر اساس رابطه زیر تغییر می‌کند:

رابطه ۴) هزینه ثابت سفارش $= \tilde{\mathrm{A}} \times Q^{\gamma}\ ;\ 0 < \gamma < 1$

به طوری که γ ضریب کشش هزینه ثابت سفارش‌دهی نسبت به مقدار سفارش است.

- هزینه تولید (P) تابعی از میزان تقاضا در واحد زمان (D) است که مطابق با رابطه ۵ تغییر می‌کند.

رابطه ۵) $P = KD^{-\beta}\quad ;\quad \beta > 1$

به طوری که K ضریب ثابت و β ضریب کشش قیمت نسبت به تقاضاست.

در ادامه، سایر پارامترهای مدل توسعه داده شده معرفی می‌شوند.

بر اساس مفروضات بالا، مدل تعیین اندازه اقتصادی سفارش تحت محدودیت فضای انبار به صورت زیر خواهد بود:

1. Hybrid Rule-Based Decision Support System
2. Hybrid Inference System

رابطه ۶)

$$\min \quad Z = \frac{\tilde{A}D}{Q} + PD + \tilde{C}\frac{Q}{2}$$

$$S.t.$$

$$SQ \le \tilde{I}$$

$$D, Q \ge 0$$

در این رابطه، S فضای انبار مورد نیاز برای یک محصول است.

نخستین بخش از تابع هدف مدل ۶ معرف مجموع هزینه‌های ثابت سفارش‌دهی، بخش دوم نشان‌دهنده هزینه‌های تولید و سومین بخش نیز هزینه‌های نگهداری است. همچنین فضای انبار نیز در محدودیت مدل ۶ نشان داده شده است. با جایگذاری $\tilde{A}$ و P از رابطه‌های ۴ و ۵ در مدل ۶، مدل ۷ به دست می‌آید.

رابطه ۷)

$$\min \quad Z = \tilde{A} \times Q^{\gamma\ 1} D + KD^{1\ \beta} + \frac{Q}{2}\tilde{C}$$

$$S.t.$$

$$SQ \le \tilde{I}$$

$$D, Q \ge 0$$

مدل ۷ یک مدل برنامه‌ریزی هندسی با پارامترهای فازی ـ احتمالی است که با روش‌های مرسوم حل مسائل هیبریدی، مانند روش ارزش انتظاری[1] یا روش برنامه‌ریزی با شانس محدود[2] (لیو، ۲۰۰۸) حل می‌شود. سایر روش‌های حل مسائل بهینه‌سازی هیبریدی در کتاب لیو (۲۰۰۸) ارائه شده است. تمام این روش‌ها با تبدیل مدل ۷ به معادل قطعی آن، مقادیر قطعی برای متغیرهای تصمیم ارائه می‌دهند که به معنای اخذ تصمیم‌های قطعی برای مواجهه با شرایط کاملاً غیرقطعی در فضای هیبریدی است و موجب افزایش امکان خطا در تصمیم‌گیری‌ها می‌شود؛ چرا که تصمیم حاصل شده در این روش‌ها، بر اساس یک حالت خاص از مسئله غیرقطعی محاسبه می‌شود، در حالی که ممکن است در آینده، پارامترهای غیرقطعی مسئله در مقادیر در نظر گرفته شده در آن حالت خاص، محقق نشوند. این در حالی است که غیرقطعی بودن پارامترها و به تبع آن غیرقطعی بودن فضای جواب، موجب می‌شود به ازای هر امکان از فضای شدنی، جوابی بهینه برای متغیرهای تصمیم و تابع هدف وجود داشته باشد. به بیان دیگر، به ازای هر ترکیب از پارامترهای ورودی، یک مقدار بهینه برای متغیرهای تصمیم وجود خواهد داشت. بدین ترتیب هدف از حل مدل ۷ باید استخراج توزیع‌های هیبریدی بهینه متغیرهای تصمیم و تابع هدف باشد تا محاسبه مقادیر قطعی برای آن‌ها. به این منظور الگوریتمی توسعه داده شده است که برای معرفی آن، ابتدا باید حالت تصادفی[3] و حالت قطعی[4] مسئله تعریف شود.

تعریف ۱. یک حالت تصادفی از مسئله غیرقطعی (مدل ۷)، مدلی با بردار پارامترهای تصادفی $(\hat{c}, \hat{a}, \hat{i})$ است که یک سناریو از بردار متغیرهای هیبریدی $(\tilde{C}.\tilde{A}, \tilde{I})$ محسوب می‌شود. یک حالت تصادفی از مدل ۷ به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

1. Expected Value Method
2. Chance Constrained Programming (CCP)
3. Stochastic State
4. Deterministic State

رابطه ۸)

$$min \quad Z = \hat{a} \times Q^{\gamma-1} D + KD^{1-\beta} + \frac{Q}{2}\hat{c}$$

$$S.t.$$

$$SQ \le \hat{i}$$

$$D, Q \ge 0$$

اگر $(\tilde{C}.\tilde{A}, \tilde{I})$ بردار پارامترهای هیبریدی و $S = (\hat{c}, \hat{a}, \hat{i})$ یک حالت تصادفی از مسئله فوق باشد، آنگاه این حالت تصادفی از مسئله دارای درجه امکان زیر برای وقوع است.

رابطه ۹)

$$\pi(S) = \min\{\pi(f(\hat{c})), \pi(f(\hat{a})), \pi(f(\hat{i}))\}$$

تعریف ۲. یک حالت قطعی از مسئله بهینه‌سازی احتمالی (مدل ۸) مدلی با پارامترهای قطعی (c, a, i) است، به طوری که c، a و i اعداد تصادفی هستند که به ترتیب با توجه به توزیع چگالی احتمال $f(\hat{c})$ ، $f(\hat{a})$ و $f(\hat{i})$ تولید شده‌اند.

با استفاده از تعاریف ارائه شده و با ترکیب روش‌های شبیه‌سازی و بهینه‌سازی الگوریتم زیر برای استخراج توزیع هیبریدی متغیرهای تصادفی ارائه می‌شود.

- گام ۱: یک حالت تصادفی از پارامترهای هیبریدی مسئله (مدل ۷) انتخاب کرده و آن را S بنامید. درجه امکان S یعنی $\pi(S)$ را از رابطه ۹ محاسبه کنید.
- گام ۲: بر اساس توزیع احتمالی انتخاب شده در گام ۱، یک حالت قطعی از پارامترها تولید کرده و مسئله برنامه‌ریزی هیبریدی (مدل ۷) را به مسئله قطعی (رابطه ۱۰) تبدیل کنید.

رابطه ۱۰)

$$min \quad Z = a \times Q^{\gamma-1} D + KD^{1-\beta} + \frac{Q}{2}c$$

$$S.t.$$

$$SQ \le i$$

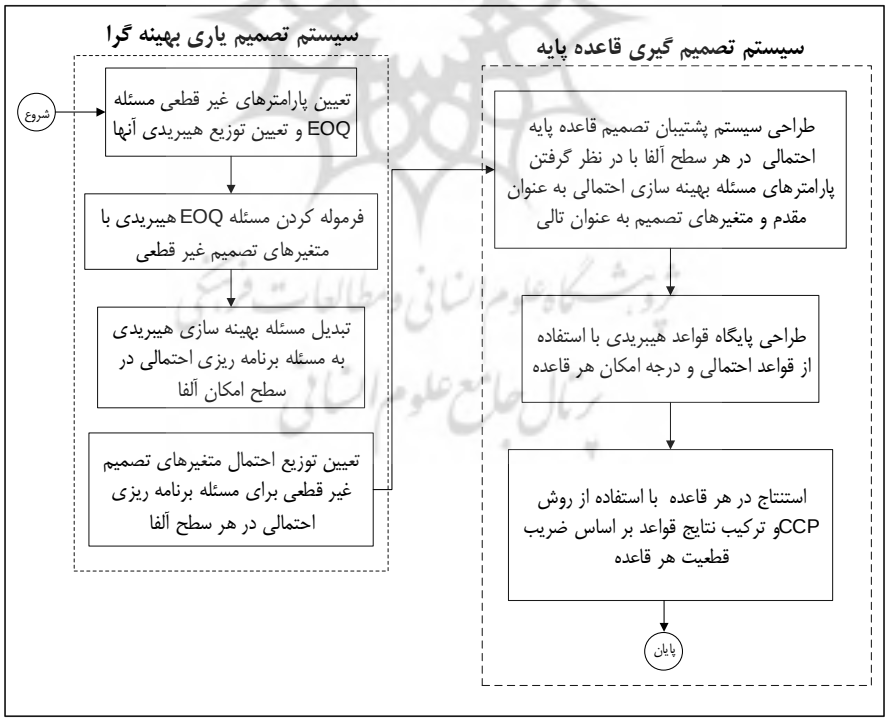
$$D, Q \ge 0$$

- گام ۳: مدل برنامه‌ریزی هندسی (رابطه ۱۰) را با استفاده از روش‌های مرسوم برنامه‌ریزی هندسی حل کنید و جواب‌های بهینه را به دست آورید.
- گام ۴: گام‌های ۲ و ۳ را به تعداد N مرتبه ـ که N به اندازه کافی بزرگ است ـ تکرار کنید.
- گام ۵: توزیع احتمالی متغیرهای تصمیم را با توجه به مقادیر مختلف به دست آمده در حلقه گام‌های ۲ تا ۴ برآورد کنید.
- گام ۶: امکان متناظر با توزیع امکان به دست آمده با هر متغیر تصمیم را برابر π_S قرار دهید.
- گام ۷: گام‌های ۱ تا ۶ را تا جایی ادامه دهید که تمام ترکیب‌های مختلف توزیع‌های احتمالی متغیرهای هیبریدی در نظر گرفته شوند.

با استفاده از الگوریتم یاد شده، توزیع هیبریدی هر یک از متغیرهای تصمیم مدل ۷ استخراج می‌شود.

سیستم استنتاج قاعده پایه هیبریدی

سیستم استنتاج قاعده پایه هیبریدی که در این مقاله ارائه شده است، از دو بخش سیستم تصمیم‌یاری بهینه‌گرا (OODAS)[1] و سیستم تصمیم‌گیری قاعده پایه (RBDMS)[2] تشکیل شده است. در بخش اول یعنی OODAS، مسئله بهینه‌سازی هیبریدی در یک سطح مشخص آلفا به مسئله برنامه‌ریزی ریاضی احتمالی کاهش پیدا می‌کند. در ادامه و با استفاده از الگوریتم حل غیرقطعیِ مسئله بهینه‌سازی احتمالی، توزیع احتمالی بهینه متغیرهای تصمیم و تابع هدف استخراج می‌شود. این کار در سطوح مختلف امکان انجام شده و در نهایت توزیع هیبریدی هر یک از متغیرهای تصمیم و تابع هدف تعیین می‌شود. در ادامه و در بخش RBDMS، خروجی هر مسئله بهینه‌سازی احتمالی به یک قاعده احتمالی با درجه‌ای از امکان برای قطعیت قاعده تبدیل می‌شود که از کنار هم قرار دادن این قواعد فازی ـ احتمالی، پایگاه قواعد هیبریدی شکل می‌گیرد. این پایگاه قواعد هیبریدی در واقع سیستم استنتاجی است که از حل مسئله بهینه‌سازی هیبریدی استخراج شده است. به همین دلیل، سیستم استنتاج قاعده پایه هیبریدی بهینه‌گرا خوانده می‌شود. به منظور تعیین خروجی این پایگاه قواعد هیبریدی بر اساس ورودی‌های مشخص، یک تابع استنتاج هیبریدی توسعه داده شده است. طبق این تابع استنتاج، در هر قاعده از روش استنتاج مبتنی بر ضریب همبستگی (CCI)[3] استفاده می‌شود و در نهایت خروجی‌های قواعد مختلف با استفاده از ضریب قطعیت هر قاعده در هم ادغام شده و خروجی کل پایگاه قواعد مشخص می‌شود. مراحل مختلف طراحی سیستم استنتاج قاعده پایه هیبریدی در شکل ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱. مراحل مختلف طراحی سیستم استنتاج قاعده پایه هیبریدی

1. Optimization Oriented Decision Aid System
2. Rule-Based Decision Making System
3. Correlation Coefficient based Implication

سیستم استنتاج قاعده پایه هیبریدی

همان‌طور که در بخش قبل بیان شد، استفاده از سیستم‌های استنتاج قاعده پایه، یکی از روش‌های مؤثر و کارا برای کمک به مدیران هنگام تصمیم‌گیری است. در این بخش تلاش می‌شود با استفاده از توزیع‌های هیبریدی بهینه که الگوریتم استخراج آن در بخش قبل ارائه شد، یک سیستم قاعده پایه هیبریدی برای استنتاج جواب‌های نزدیک به بهینه برای مدل ۷ ارائه شود. در این پایگاه قواعد، قسمت مقدم و تالی قواعد، به ترتیب توزیع احتمالی پارامترها و متغیرهای تصمیم است و هر قاعده درجه‌ای از امکان برای صحت دارد. این پایگاه قواعد، سیستم استنتاج هیبریدی (HIS) نامیده می‌شود که گام‌های طراحی آن به صورت زیر است:

- **گام ۱: پارامترهای ورودی (قسمت مقدم قواعد).** توزیع هیبریدی پارامترهای ورودی را تعیین کنید. در مدل تعیین اندازه اقتصادی سفارش، توزیع هیبریدی پارامترهای غیرقطعی $\tilde{C}$، $\tilde{A}$ و $\tilde{I}$ باید همانند مدل‌های کلی ارائه شده در رابطه‌های ۱ تا ۳ تعیین شوند.
- **گام ۲: پارامترهای خروجی (بخش تالی قواعد).** بر اساس الگوریتم ارائه شده در بخش قبل، به ازای هر ترکیب از توزیع‌های احتمال پارامترهای هیبریدی $\tilde{C}$، $\tilde{A}$ و $\tilde{I}$، توزیع احتمال متغیرهای تصمیم D و Q و تابع هدف F را تعیین کنید. درجه امکان این متغیرهای تصمیم و تابع هدف را نیز از رابطه ۹ به دست آورید.
- **گام ۳: قواعد.** به ازای ترکیب‌های مختلف توزیع‌های احتمالی پارامترهای ورودی و توزیع‌های احتمالی متغیرهای تصمیم متناظر، قواعدی به صورت زیر تدوین کنید:

رابطه ۱۱)
$$CF = min\{\pi_{f_h(c)}, \pi_{f_j(a)}, \pi_{f_t(i)}\},$$
$$if\ \hat{c} \sim f_h(c)\ and\ \hat{a} \sim f_j(a)\ and\ \hat{i} \sim f_t(i)\ then\ Q^* \sim f^*(q)$$

رابطه ۱۲)
$$CF = min\{\pi_{f_h(c)}, \pi_{f_j(a)}, \pi_{f_t(i)}\},$$
$$if\ \hat{c} \sim f_h(c)\ and\ \hat{a} \sim f_j(a)\ and\ \hat{i} \sim f_t(i)\ then\ D^* \sim f^*(d)$$

رابطه ۱۳)
$$CF = min\{\pi_{f_h(c)}, \pi_{f_j(a)}, \pi_{f_t(i)}\},$$
$$if\ \hat{c} \sim f_h(c)\ and\ \hat{a} \sim f_j(a)\ and\ \hat{i} \sim f_t(i)\ then\ F^* \sim f^*(F)$$

در قواعد بالا، CF درجه قطعیت قاعده و برابر با حداقل درجات امکان توزیع‌های احتمالی پارامترهای بخش مقدم است.

- **گام ٤: تابع استنتاج.** تابع استنتاج استفاده شده در اینجا، یک تابع دو مرحله‌ای است. در مرحله اول، احتمال وقوع پارامترهای ورودی محاسبه می‌شود و مرحله دوم، نحوه اثرگذاری پارامترها در خروجی سیستم را با استفاده از ضریب همبستگی بررسی می‌کند. گام‌های این تابع استنتاج که به نام «تابع استنتاج بر مبنای ضریب همبستگی» (CCI) نامیده می‌شود به صورت زیر است:

۱. ضریب همبستگی بین هر یک از پارامترهای مقدم ($\hat{C}$، $\hat{A}$ و $\hat{I}$) و متغیر تصمیم تالی در قاعده

$j; j = 1,2,...,k$ ام را محاسبه کنید. برای مثال، ضرایب ρ^j_{AQ}، ρ^j_{CQ} و ρ^j_{IQ} به ترتیب نشان‌دهنده ضریب همبستگی بین پارامترهای غیرقطعی $\hat{C}$، $\hat{A}$ و $\hat{I}$ با متغیرتصمیم Q در قاعده j ام هستند.

۲. در قاعده $j; j = 1,2,...,k$ ام پارامتری که بیشترین قدر مطلق ضریب همبستگی را با متغیرتصمیم خروجی دارد، تعیین کنید. این پارامتر را در پایگاه قواعدی که تالی قواعد آن Q است φ^j_Q، در پایگاه قواعدی که تالی قواعد آن D است φ^j_D و در پایگاه قواعدی که تالی قواعد آن مقدار تابع هدف (F) است φ^j_F بنامید. همچنین قدر مطلق ضریب همبستگی متناظر با آن‌ها را ρ^j_Q، ρ^j_D و ρ^j_F نامگذاری کنید.

رابطه ۱۴)
$$\rho^j_Q = \max\{|\rho^j_{AQ}|,|\rho^j_{CQ}|,|\rho^j_{IQ}|\}$$

$$\rho^j_D = \max\{|\rho^j_{AD}|,|\rho^j_{CD}|,|\rho^j_{ID}|\}$$

$$\rho^j_F = \max\{|\rho^j_{AF}|,|\rho^j_{CF}|,|\rho^j_{IF}|\}$$

۳. احتمال حالت[1] (P_s) را محاسبه کنید. در هر قاعده، اگر x^j_0 ورودی متغیرکاندید φ^j_Q باشد، P_s را از رابطه زیر به دست آورید:

رابطه ۱۵)
$$P_s = F_{\varphi^j_Q}(x^j_0) = P(\varphi^j_Q \le x^j_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(\varphi^j_Q)\, d\varphi^j_Q$$

در رابطه بالا، $f(.)$ تابع چگالی احتمال پارامتر مربوطه در قسمت مقدم است.

۴. بر اساس علامت ضریب همبستگی (مثبت یا منفی) بین پارامترهای مقدم (φ^j_Q، φ^j_D یا φ^j_F) و تالی و مقدار P_s مقدار خروجی قاعده j ام (Q^*_j) را با استفاده از رابطه ۱۶ تعیین کنید.

رابطه ۱۶)
$$Q^*_j = \begin{cases} F^{-1}_{Q_j}(P_s); & \text{اگر } \rho(\varphi^j_Q, Q) > 0 \\ F^{-1}_{Q_j}(1-P_s); & \text{اگر } \rho(\varphi^j_Q, Q) < 0 \end{cases}$$

برای تعیین D^*_j و F^*_j نیز همانند Q^*_j باید عمل شود. مقدار D^*_j و F^*_j به ترتیب از رابطه‌های ۱۷ و ۱۸ محاسبه می‌شود.

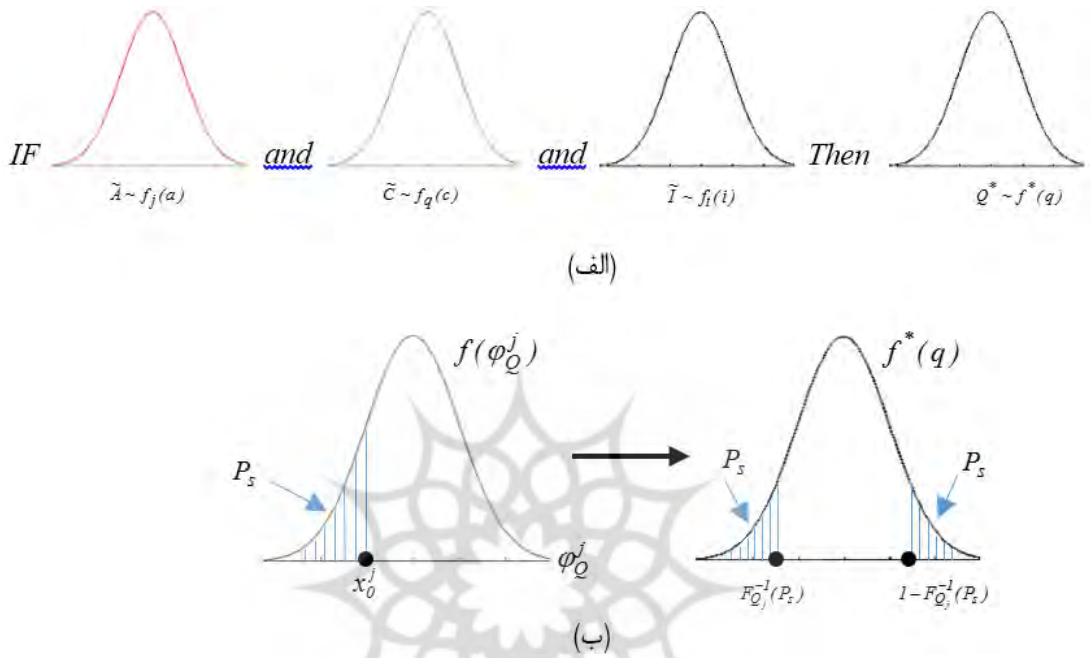
رابطه ۱۷)
$$D^*_j = \begin{cases} F^{-1}_{D_j}(P_s); & \text{اگر } \rho(\varphi^j_D, D) > 0 \\ F^{-1}_{D_j}(1-P_s); & \text{اگر } \rho(\varphi^j_D, D) < 0 \end{cases}$$

1. State Probability

رابطه ۱۸)

$$F_j^* = \begin{cases} F_{F_j}^{-1}(P_s); & \text{اگر } \rho(\varphi_F^j, F) > 0 \\ F_{F_j}^{-1}(1-P_s); & \text{اگر } \rho(\varphi_F^j, F) < 0 \end{cases}$$

شکل ۲ نحوه استنتاج از روش CCI را نشان می‌دهد:



شکل ۲. الف) نمونه‌ای از یک قاعده احتمالی از پایگاه قواعد هیبریدی. ب) سیستم استنتاج CCI

- **گام ۵: تابع ادغام:** در مرحله ادغام، خروجی‌های قواعد مختلف باید با هم ترکیب شوند. برای این منظور از روش میانگین وزنی به صورت زیر استفاده می‌شود:

رابطه ۱۹)

$$Q^* = \frac{\sum_{j=1}^{k} CF_j Q_j^*}{\sum_{j=1}^{k} CF_j}; \quad D^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} CF_j D_j^*}{\sum_{j=1}^{n} CF_j}; \quad F^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} CF_j F_j^*}{\sum_{j=1}^{n} CF_j}$$

به طوری که Q_j^*، D_j^* و F_j^* به ترتیب خروجی قاعده j ام از پایگاه قواعد استنتاج Q، D و F هستند و CF_j درجه قطعیت قاعده j ام است.

در بخش بعد با ارائه مثال عددی، کارایی سیستم استنتاج هیبریدی در تعیین جواب‌های نزدیک به بهینه بررسی می‌شود.

یافته‌های پژوهش

در این بخش به منظور تبیین چگونگی به کارگیری مدل و سیستم استنتاج توسعه داده شده، یک مثال عددی ارائه شده

است و در ادامه، کارایی سیستم استنتاج با تولید ۱۰۰ مسئله تصادفی و مقایسه نتایج با جواب‌های بهینه، ارزیابی می‌شود. برای انجام محاسبات از نسخه ۲۰۰۸ نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است.

فرض کنید که برای یک کالای جدید، به دنبال تعیین مقدار اندازه اقتصادی سفارش هستیم. پارامترهای قطعی و غیرقطعی مدل به صورت زیر است:

$$K = 80, \quad \gamma = 0.6, \quad \beta = 1.3, \quad ,S = 5$$

$$\tilde{C} \sim \begin{cases} N(0.4,0.08) & \text{با درجه قطعیت ۱} \\ N(0.5,0.1) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \end{cases}$$

$$\tilde{A} \sim \begin{cases} N(6,1.2) & \text{با درجه قطعیت ۱} \\ N(4,1) & \text{با درجه قطعیت ۰/۶} \end{cases}$$

$$\tilde{I} \sim \begin{cases} N(100,4) & \text{با درجه قطعیت ۱} \\ N(120,6) & \text{با درجه قطعیت ۰/۷} \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، پارامترهای $\tilde{C}$، $\tilde{A}$ و $\tilde{I}$ دارای توزیع‌های هیبریدی هستند که هر یک ممکن است از دو توزیع احتمالی با درجات امکان مختلف پیروی کنند. مدل هیبریدی تعیین اندازه اقتصادی سفارش در این مسئله به صورت زیر خواهد بود:

رابطه ۲۰)

$$\min \quad Z = \tilde{A} \times Q^{0.4} D + 80D^{0.3} + \frac{Q}{2}\tilde{C}$$

$$S.t.$$

$$5Q \leq \tilde{I}$$

$$D,Q \geq 0$$

به ازای هر ترکیب از توزیع‌های احتمالی متغیرهای هیبریدی، مسئله فازی ـ احتمالی فوق به یک مدل برنامه‌ریزی هندسی احتمالی تبدیل می‌شود که با استفاده از الگوریتم تشریح شده در انتهای بخشِ «مدل هیبریدی تعیین اندازه اقتصادی سفارش»، توزیع احتمالی بهینه متغیرهای تصمیم و همچنین تابع هدف تعیین خواهد شد. همچنین درجه اعتبار توزیع‌های احتمالی استخراج شده نیز با استفاده از رابطه ۹ به دست می‌آید. برای مثال با در نظر گرفتن $\tilde{C} \sim N(0.5,0.1)$، $\tilde{A} \sim N(6,1.2)$ و $\tilde{I} \sim N(120,6)$ مسئله ۲۰ به یک مسئله برنامه‌ریزی هندسی احتمالی تبدیل می‌شود که با پیمودن گام‌هایی که در الگوریتم مد نظر بیان شد و با در نظر گرفتن N = ۵۰۰، توزیع احتمالی هر یک از متغیرهای تصمیم و همچنین تابع هدف به صورت زیر استخراج می‌شود:

$$\tilde{Q} \sim G(20.3, 0.39)$$

$$\tilde{D} \sim G(19.9, 0.11)$$

$$\tilde{f} \sim G(2116, 0.03)$$

به طوری که $G(\theta_1, \theta_2)$ نشان‌دهنده توزیع گاما با پارامترهای θ_1 و θ_2 است. با در نظر گرفتن سایر ترکیبات توزیع‌های احتمالی پارامترهای ورودی، توزیع هیبریدی متغیرهای تصمیم و تابع هدف به صورت زیر خواهد بود. در اینجا برای برآورد تابع چگالی احتمال متغیرهای تصمیم و تابع هدف، از توزیع گاما استفاده شده است؛ به این دلیل که توزیع گاما توزیع منعطفی بوده و قابلیت تخمین رنج گسترده‌ای از توزیع‌های با دامنه مثبت را دارد. توزیع هیبریدی پارامترهای غیرقطعی مسئله، حالات مختلفی که ممکن است مسئله اندازه اقتصادی سفارش در آینده به خود بگیرد (پارامترهای غیرقطعی در آن مقادیر محقق شوند) را نشان می‌دهد و توابع هیبریدی متغیرهای تصمیم، تمام جواب‌های بهینه را به همراه شانس وقوع هر یک، به تصمیم‌گیرنده ارائه می‌کنند. این موضوع به تصمیم‌گیرنده برای اتخاذ تصمیم کمک شایانی می‌کند. استفاده از مدل ۷ با رویکرد استخراج توزیع هیبریدی به جای تعیین مقدار قطعی برای هر یک از متغیرهای تصمیم، می‌تواند به افزایش دانش تصمیم‌گیرنده برای اتخاذ تصمیم کمک کند، اما به طور کلی مواجهه با مسائل بهینه‌سازی، به ویژه مدل‌های غیرخطی، برای افراد اجرایی مانند مدیران بسیار سخت و خسته‌کننده است. این افراد بیشتر ترجیح می‌دهند از روش‌های ساده‌تری که برای آن‌ها قابل فهم بوده و کارایی بالایی نیز در انتخاب تصمیم مناسب داشته باشد، استفاده کنند. سیستم‌های پشتیبان تصمیم قاعده پایه (RBDSS)[1] یکی از این ابزارهاست که در عین سادگی، کارایی بسیار زیادی برای ارائه پیشنهادهای مناسب به تصمیم‌گیرندگان دارد.

$$\tilde{D} \sim \begin{cases} G(38.5, 0.06) & \text{با درجه قطعیت ۱} \\ G(21.4, 0.11) & \text{با درجه قطعیت ۰/۷} \\ G(33.8, 0.06) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \\ G(19.9, 0.11) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \\ G(21.8, 0.14) & \text{با درجه قطعیت ۰/۶} \\ G(14.9, 0.22) & \text{با درجه قطعیت ۰/۶} \\ G(15.4, 0.20) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \\ G(16.9, 0.18) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \end{cases}$$

$$\tilde{Q} \sim \begin{cases} G(29.9, 0.33) & \text{با درجه قطعیت ۱} \\ G(25.5, 0.39) & \text{با درجه قطعیت ۰/۷} \\ G(29.3, 0.27) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \\ G(20.3, 0.39) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \\ G(19.1, 0.49) & \text{با درجه قطعیت ۰/۶} \\ G(21.8, 0.45) & \text{با درجه قطعیت ۰/۶} \\ G(13.1, 0.63) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \\ G(20.6, 0.40) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \end{cases}$$

$$\tilde{F} \sim \begin{cases} G(3856, 0.02) & \text{با درجه قطعیت ۱} \\ G(2305, 0.03) & \text{با درجه قطعیت ۰/۷} \\ G(3438, 0.02) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \\ G(2116, 0.03) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \\ G(2198, 0.03) & \text{با درجه قطعیت ۰/۶} \\ G(1564, 0.04) & \text{با درجه قطعیت ۰/۶} \\ G(1707, 0.04) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \\ G(1741, 0.04) & \text{با درجه قطعیت ۰/۳} \end{cases}$$

برای ایجاد پایگاه قواعد هیبریدی برای این مثال، ابتدا بر اساس گام سوم از الگوریتم ارائه شده در بخش «سیستم استنتاج قاعده پایه هیبریدی»، به ازای هر ترکیب از توزیع‌های احتمالی پارامترهای هیبریدی، یک قاعده اگر ـ آنگاه احتمالی ساخته می‌شود که با کنار هم قرار دادن این قواعد می‌توان سه پایگاه قواعد برای استنتاج مقادیر نزدیک به بهینه

1. Rule Based Decision Support Systems

Q، D و F ایجاد کرد که هر یک هشت قاعده را دربرمی‌گیرد. این پایگاه‌های قواعد در جدول ۲ مشاهده می‌شوند. در این جدول، $N(\mu,\sigma)$ نشان‌دهنده توزیع احتمال نرمال و $G(\theta_1,\theta_2)$ نشان دهنده توزیع گاما با پارامترهای θ_1 و θ_2 است.

جدول ۲. پایگاه‌های قواعد هیبریدی برای استنتاج مقادیر نزدیک به بهینه Q، D و F

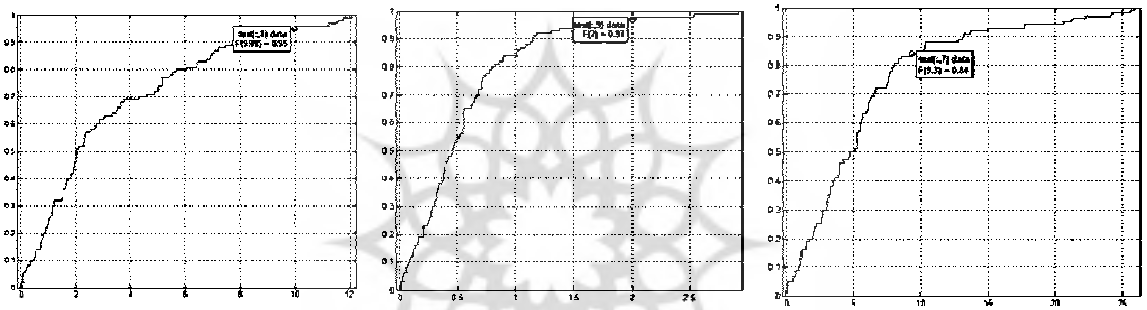
فاکتور قطعیت	مقدم قواعد (مشترک در هر سه پایگاه قواعد)	تالی قواعد استنتاج f	تالی قواعد استنتاج D	تالی قواعد استنتاج Q
$CF=1$	$If\ \tilde{A}\sim N(6,1.2)\ and\ \tilde{C}\sim N(0.4,0.08)\ and\ \tilde{I}\sim N(100,4)\ Then$	$\tilde{f}\sim G(3856.5,0.02)$	$\tilde{D}\sim G(38.5,0.06)$	$\tilde{Q}\sim G(29.9,0.33)$
$CF=0.7$	$If\ \tilde{A}\sim N(6,1.2)\ and\ \tilde{C}\sim N(0.4,0.08)\ and\ \tilde{I}\sim N(120,6)\ Then$	$\tilde{f}\sim G(2305.1,0.03)$	$\tilde{D}\sim G(21.4,0.11)$	$\tilde{Q}\sim G(25.5,0.39)$
$CF=0.3$	$If\ \tilde{A}\sim N(6,1.2)\ and\ \tilde{C}\sim N(0.5,0.1)\ and\ \tilde{I}\sim N(100,4)\ Then$	$\tilde{f}\sim G(3437.8,0.02)$	$\tilde{D}\sim G(33.8,0.06)$	$\tilde{Q}\sim G(29.3,0.27)$
$CF=0.3$	$If\ \tilde{A}\sim N(6,1.2)\ and\ \tilde{C}\sim N(0.5,0.1)\ and\ \tilde{I}\sim N(120,6)\ Then$	$\tilde{f}\sim G(2116.4,0.03)$	$\tilde{D}\sim G(19.9,0.11)$	$\tilde{Q}\sim G(20.3,0.39)$
$CF=0.6$	$If\ \tilde{A}\sim N(4,1)\ and\ \tilde{C}\sim N(0.4,0.08)\ and\ \tilde{I}\sim N(100,4)\ Then$	$\tilde{f}\sim G(2197.9,0.03)$	$\tilde{D}\sim G(21.8,0.14)$	$\tilde{Q}\sim G(19.1,0.49)$
$CF=0.6$	$If\ \tilde{A}\sim N(4,1)\ and\ \tilde{C}\sim N(0.4,0.08)\ and\ \tilde{I}\sim N(120,6)\ Then$	$\tilde{f}\sim G(1564.4,0.04)$	$\tilde{D}\sim G(14.9,0.22)$	$\tilde{Q}\sim G(21.8,0.45)$
$CF=0.3$	$If\ \tilde{A}\sim N(4,1)\ and\ \tilde{C}\sim N(0.5,0.1)\ and\ \tilde{I}\sim N(100,4)\ Then$	$\tilde{f}\sim G(1706.9,0.04)$	$\tilde{D}\sim G(15.4,0.2)$	$\tilde{Q}\sim G(13.1,0.63)$
$CF=0.3$	$If\ \tilde{A}\sim N(4,1)\ and\ \tilde{C}\sim N(0.5,0.1)\ and\ \tilde{I}\sim N(120,6)\ Then$	$\tilde{f}\sim G(1740.9,0.04)$	$\tilde{D}\sim G(16.9,0.18)$	$\tilde{Q}\sim G(20.6,0.40)$

ستون اول از جدول ۲، درجه قطعیت هر قاعده را نشان می‌دهد و در ستون دوم، قسمت مقدم قواعد که برای قواعدِ هر سه پایگاه قاعده مشترک است، مشاهده می‌شود. ستون سوم، تالی پایگاه قواعد استنتاج متغیر تصمیم Q را به نمایش گذاشته و قسمت تالی قواعد سیستم استنتاج D در ستون چهارم درج شده است. ستون پنجم نیز تالی پایگاه قواعد استنتاج مقدار تابع هدف را نشان می‌دهد. برای نشان دادن میزان کارایی سیستم استنتاج ارائه شده، ۱۰۰ مسئله تصادفی تولید شد و نتایج سیستم استنتاج با مقادیر بهینه مقایسه شدند (جدول ۳).

جدول ۳. مقایسه نتایج سیستم استنتاج هیبریدی و جواب‌های بهینه

	D	Q	f
کمترین انحراف از جواب بهینه (٪)	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۰۳
میانگین انحرافات از جواب بهینه (٪)	۶/۰۱	۳/۳۳	۰/۵۷
حداکثر انحراف از جواب بهینه (٪)	۲۵/۸۶	۱۲/۰۹	۲/۹

همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج سیستم استنتاج هیبریدی ارائه شده، به مقادیر بهینه بسیار نزدیک‌اند. برای بررسی دقیق‌تر این موضوع، در شکل ۳ تابع توزیع تجمعی انحرافات نتایج سیستم استنتاج هیبریدی از جواب‌های بهینه ارائه شده است. شکل ۳ به طور واضح کارایی بالای سیستم استنتاج پیشنهاد شده را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزون بر ۹۷ درصدِ انحرافات مقدار تابع هدف از جواب بهینه کمتر از ۲ درصد است. با نظر به اینکه مدل برنامه‌ریزی هندسی تعیین مقدار بهینه سفارش به طور تحلیلی حل نشده و مقدار تابع هدف از طریق یک پایگاه قواعد استنتاج شده است، می‌توان گفت سیستم استنتاج توسعه داده شده اهداف مد نظر را برآورده کرده و کارایی بسیار مناسبی دارد. این موضوع در خصوص متغیرهای تصمیم نیز صدق می‌کند؛ به طوری که افزون بر ۹۵ درصد انحرافات از مقدار بهینه Q کمتر از ۱۰ درصد است و در مورد D نیز بیش از ۸۵ درصد انحرافات کمتر از ۹/۵ درصد است. این نتایج نشان می‌دهد که سیستم استنتاج هیبریدی برای به کارگیری به عنوان یک سیستم پشتیبان تصمیم بهینه‌گرا، پتانسیل زیادی دارد و نتایج آن کاملاً قابل اعتماد است.



(*Q*) (*F*) (*D*)

شکل ۳. توزیع تجمعی انحرافات نتایج سیستم استنتاج هیبریدی از جواب‌های بهینه

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

تصمیم‌گیری یکی از مهم‌ترین و در عین حال پیچیده‌ترین وظایف مدیریت است که با افزایش عدم قطعیت در محیط، بر میزان پیچیدگی آن افزوده می‌شود. از سوی دیگر، اگرچه مدل‌های تصمیم‌گیری بهینه‌گرا بهترین جواب را به تصمیم‌گیرندگان ارائه می‌کنند، به علت پیچیدگی محاسباتی زیاد و محدودیت‌های تئوریک، به راحتی برای مدیران اجرایی قابل درک نیستند. این در حالی است که پیچیدگی این مدل‌ها در شرایط غیرقطعی احتمالی، فازی و به ویژه هیبریدی، به‌طور فزاینده‌ای افزایش می‌یابد و درک فرایند تصمیم‌گیری را برای مدیر سخت می‌کند. توسعه ابزارهایی که علاوه بر منطق ساده، از ویژگی‌های بهینگی نیز بهره‌مند باشد، می‌تواند به عنوان یک سیستم پشتیبان تصمیم‌گیری در کانون توجه تصمیم‌گیرندگان قرار گیرد. در این مقاله یک سیستم تصمیم‌یاری بهینه‌گرا ارائه شد که حالات مختلف جواب‌های بهینه را به ازای مقادیر مختلف پارامترهای غیرقطعی در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهد. این رویکرد با جایگزینی توزیع هیبریدی بهینه به جای مقدار قطعی بهینه برای متغیرهای تصمیم، تمام تصمیمات بهینه‌ای که ممکن است در آینده لازم باشد را به تصمیم‌گیرندگان ارائه می‌دهد. با استفاده از نتایج این مدل تصمیم‌یار، یک سیستم استنتاج قاعده پایه هیبریدی نیز توسعه داده شد که با قواعد اگر ـ آنگاه (که درک آن برای مدیران بسیار ساده و شفاف است)

احتمالی ـ فازی، به استنتاج متغیرهای تصمیم و مقدار تابع هدف می‌پردازد. اهمیت مدل ارائه شده در این است که بر خلاف سایر مقالات در ادبیات موضوع، مسئله بهینه‌سازی را با یک پایگاه قواعدِ گرفته شده از خبرگان جایگزین نمی‌کند، بلکه رویکردی برای ساختن پایگاه قواعد بهینه از مدل بهینه‌سازی ارائه می‌دهد. استفاده از این کنترلر هیبریدی در سایر مسائل بهینه‌سازی غیرخطی می‌تواند موضوعی برای تحقیقات آینده محققان باشد. اجرای پژوهش‌هایی برای ارتقای مدل استنتاج پیشنهادی به منظور کاهش سطح انحرافات از جواب‌های بهینه نیز، یکی دیگر از زمینه‌هایی است که می‌تواند به توسعه این سیستم کمک کند.

منابع

علامه، غزاله؛ اسمعیلی، مریم؛ تجویدی، ترانه (۱۳۹۳). توسعه چندین مدل قیمت‌گذاری در زنجیره تأمین سبز تحت ریسک با رویکرد نظریه بازی‌ها. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۶ (۴)، ۷۶۷-۷۸۹.

فارسیجانی، حسن؛ عبدوس، محمدرضا (۱۳۹۰). استفاده از مدل‌های فازی در سیستم‌های سفارش‌دهی کنترل موجودی. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۶ (۱۴)، ۹۹-۱۱۲.

جعفرنژاد، احمد؛ آذر، عادل؛ ابراهیمی، سید عباس (۱۳۹۵). طراحی مدل ریاضی مدیریت سفارشات زنجیرهٔ تأمین با تکیه بر رویکرد بهینه‌سازی استوار و ساختار هزینه‌یابی بر مبنای فعالیت. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۸ (۳)، ۳۳۳-۳۵۸.

References

Alinovi, A., Eleonora B., Roberto, M. (2012). Reverse Logistics: a stochastic EOQ-based inventory control model for mixed manufacturing/remanufacturing systems with return policies. *International Journal of Production Research*, 50 (5), 1243-1264.

Allameh, G., Esmaeili, M., Tajvidi, T. (2014). Developing several pricing models in green supply chain under risk by Game Theory Approach. *Journal of Industrial Management*, 6 (4), 767-789. (*in Persian*)

Beheshti, H. M. (2010). A decision support system for improving performance of inventory management in a supply chain network. *International Journal of Productivity and Performance Management*, 59(5), 452-467.

Bushuev, M. A., Guiffrida, A., Jaber, M. Y., Khan, M. (2015). A review of inventory lot sizing review papers. *Management Research Review*, 38(3), 283-298.

Carlsson, C., Fuller, R. (1994a). Fuzzy if-then rules for modeling interdependencies in FMOP problems, *in: Proceedings of EUFIT'94 Conference,* Aachen, Germany, Verlag der Augustinus Buchhandlung, 1504-1508.

Carlsson, C., Fuller, R. (1994b). Fuzzy reasoning for solving fuzzy multiple objective linear programs, *in: R. Trappl ed., Cybernetics and Systems '94, Proceedings of the Twelfth European Meeting on Cybernetics and Systems Research*, World Scientific Publisher, London, 1: 295-301.

Carlsson, C., Fuller, R. (1998a). Multiobjective optimization with linguistic variables, *in: Proceedings of the Sixth European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing (EUFIT'98)*, Aachen, Verlag Mainz, Aachen, 2, 1038-1042.

Carlsson, C., Fuller, R. (1998b). Optimization with linguistic values. *TUCS Technical Reports, Turku Centre for Computer Science*. Available in: http://uni-obuda.hu/users/fuller.robert/TR157.pdf.

Carlsson, C., Fuller, R. (2000). Multi objective linguistic optimization, *Fuzzy sets and systems*, 115, 5-10.

De, L. N., Goswami, A. (2009). Probabilistic EOQ model for deteriorating items under trade credit financing. *International Journal of Systems Science*, 40(4), 335–346.

De, S. K., Sana, S. S. (2015). Multi-criterion multi-attribute decision-making for an EOQ model in a hesitant fuzzy environment. *Pacific Science Review A: Natural Science and Engineering*, 17(2), 61-68.

Dutta, P., Chakraborty, D., Roy, A. R. (2005). A single-period inventory model with fuzzy random variable demand. *Mathematical and Computer Modelling*, 41 (8-9), 915–922.

Dutta, P., Chakraborty, D., Roy, A. R. (2007). Continuous review inventory model in mixed fuzzy and stochastic environment. *Applied Mathematics and Computation*, 188 (1), 970–980.

Eynan, A., Kropp, D.H. (2007). Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review systems. *European Journal of Operational Research*, 180(3), 1135-1143.

Farsijani, F., Abdoos, M.R. (2011), Using the Fuzzy Models for Ordering System in Inventory Control, *Journal of Industrial Management*, 3 (6), 99-112. (*in Persian*)

Friedman, M. F. (1984). On a stochastic extension of the EOQ formula. *European Journal of Operational Research*, 17 (1), 125–127.

Hayya, J. C., Harrison, T. P., Chatfield, D. C. (2009). A solution for the intractable inventory model when both demand and lead time are stochastic. *International Journal of Production Economics*, 122 (2), 595–605.

Jafanejad, A., Azar, A., Ebrahimi, S.A. (2016). Mathematical Model of Supply Chain Order Management Relying on Robust Optimization and Activity-Based Costing. *Journal of Industrial Management*, 8 (3), 333-358. (*in Persian*)

Kalantari, H., Yousefli, A., Ghazanfari, M., Shahanaghi, K. (2014). Fuzzy transfer point location problem: a possibilistic unconstrained nonlinear programming approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 70 (5-8), 1043-1051.

Khan, M., Jaber, M. Y., Guiffrida, A. L., Zolfaghari, S. (2011). A review of the extensions of a modified EOQ model for imperfect quality items. *International Journal of Production Economics*, 132 (1), 1–12.

Lee, W. C., Wu, J. W. (2002). An EOQ model for items with Weibull distributed deterioration, shortages and power demand pattern, *International Journal of Information and Management Sciences*, 13 (2), 19–34.

Liu, B. (2008). *Theory and practice of uncertain programming* (second edition). Springer-Verlag.

Maddah, B., & Noueihed, N. (2017). EOQ holds under stochastic demand, a technical note. Applied Mathematical Modelling, 45, 205-208.

Mondal, S., Maiti, M. (2003), Multi-item fuzzy EOQ models using genetic algorithm. *Computers and Industrial Engineering*, 44 (1), 105–117.

Muriana, C. (2016). An EOQ model for perishable products with fixed shelf life under stochastic demand conditions. *European Journal of Operational Research*, 255(2), 388-396.

Omrani, H., Keshavarz, M. (2014). An interval programming approach for developing economic order quantity model with imprecise exponents and coefficients. *Applied Mathematical Modelling*, 38(15), 3917-3928.

Panda, D., Kar, S., Maiti, M. (2008). Multi-item EOQ model with hybrid cost parameters under fuzzy/fuzzy-stochastic resource constraints: a geometric programming approach. *Computers and Mathematics with Applications*, 56 (11), 2970–2985.

Park, K. S. (1987). Fuzzy-set theoretic interpretation of economic order quantity, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 17 (6), 1082–1084.

Pentico, D. W., Drake, M. J. (2011). A survey of deterministic models for the EOQ and EPQ with partial backordering. *European Journal of Operational Research*, 214 (2), 179–198.

Pereira, V., Costa, H. G. (2015). A literature review on lot size with quantity discounts: 1995-2013. *Journal of Modelling in Management*, 10 (3), 341-359.

Render, B., Stair Jr, R. M., & Hanna, M. E. (2009). *Quantitative Analysis for management* (10th ed.). Pearson Education, Upper Saddle River, NJ.

Roy, T. K., Maiti, M. (1997). A fuzzy EOQ model with demand dependent unit cost under limited storage capacity. *European Journal of Operational Research*, 99 (2), 425–432.

Sadjadi, S. J., Ghazanfari, M, Yousefli, A. (2010). Fuzzy pricing and marketing planning model: A possibility geometric programming approach. *Expert Systems with Applications*, 37 (4), 3392-3397.

Samanta, B., Al-Araimi, S. A. (2001). An inventory control model using fuzzy logic, *International Journal of Production Economics*, 73 (3), 217–226.

Sana, S. S. (2011). The stochastic EOQ model with random sales price, *Applied Mathematics and Computation*, 218 (2), 239–248.

Waliv, R. H., Hemant, P. U. (2016). Fuzzy stochastic inventory model for deteriorating item. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 27(1), 91-97.

Wang, C. H. (2010). Some remarks on an optimal order quantity and reorder point when supply and demand are uncertain. *Computers and Industrial Engineering*, 58 (4), 809– 813.

Wang, X., Tang, W., Zhao, R. (2007). Random fuzzy EOQ model with imperfect quality items. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 6 (2), 139–153.

Yousefli, A., Ghazanfari, M., & Abiri, M. B. (2014). An Integrated Model for Optimization Oriented Decision Aiding and Rule Based Decision Making in Fuzzy Environment. *Journal of Fuzzy Set Valued Analysis*, 2014, 1-13.

Yousefli, A., Kalantari, H., & Ghazanfari, M. (2018). Stochastic transfer point location problem: A probabilistic rule-based approach. *Uncertain Supply Chain Management*, 6(1), 65-74.

Yu, G. (1997). Robust economic order quantity models. *European Journal of Operational Research*, 100 (3), 482-493.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی