تاریخ دریافت مقاله: ۹۰/۱/۲۹
تاریخ پذیرش مقاله: ۹۰/۵/۱۵

بکارگیری مثلث‌های هنجار در محاسبات ریاضی و پیاده سازی هندسه در ساخت و اجرای معماری سنتی ایران

فاطمه مهدی زاده سراج* فرهاد تهرانی** نیما ولی بیگ***

چکیده

برای ساختن یک بنا از نخستین گام‌ها تا مراحل پایانی، هماره نیازمند دانش هندسه هستیم. امروزه استفاده از ابزارهای بسیار دقیق که خود بر پایه دانش ریاضیات و هندسه ساخته شده است، در تمامی امور ساختمانی رواج دارد. یکی از پرسش‌های متداول در معماری گذشته، چگونگی اجرای تناسبات و تقسیم بندی‌ها در معماری سنتی، بدون داشتن ابزار امروزی است. در گذشته، پیاده سازی فرم و اندازه‌های ساختمان با استفاده از دانش هندسه انجام می‌گرفت که خود بنیان کنترل ساختمان از لحاظ زیبایی و ایستایی را بر عهده داشت. بکارگیری مثلث هنجار با استفاده از ابزار ساده و در دسترس معماران، ساختاری بود که کاربردهای گوناگونی داشت؛ مانند جذر گرفتن یا مجذور کردن اعداد و تقسیم بندی خطوط، که از ارکان هندسه عملی است. از آغاز پیاده سازی نقشه‌ها، تا ترسیم گره چینی‌های هندسی، معمار همواره با تقسیم بندی خطوط سروکار دارد. دانش مثلث هنجار، بر پایه مفاهیم ساده هندسی قابل درک برای معماران و هنرمندان بنیاد گذاشته شده است و ساختار آن به گونه‌ای است که با ابزار معماری و در ابعاد ساختمانی با دقت تمام قابل اجرا است. با تسلط معماران بر این روش، کلیه تقسیم بندی‌ها در ابعاد کوچک در تزیینات وابسته به معماری و در ابعاد بزرگ در تقسیم بندی‌های زمین بنا و پیاده سازی قوس‌های تاق‌ها و تویزه ها به سادگی و با دقت قابل انجام خواهد بود. روش‌های دیگری نیز برای تقسیم بندی وجود دارد که یا دقت لازم را نداشته یا در ابعاد و اندازه‌های معماری و با وسایل ساده معماری پاسخ گو نیستند. به کار گیری مثلث هنجار در انجام اعمال هندسی بالا در این مقاله برای نخستین بار معرفی می‌شود. بدین گونه، افزون بر روشن شدن ضرورت شناخت هندسه برای معماران، گوشه‌ای از توانمندی معماران ایرانی در دانش هندسه آشکار می‌گردد.

کلید واژه‌ها: هندسه عملی و نظری، مثلث هنجار، تقسیم بندی خطوط، تناسبات

---

* استادیار دانشگاه علم و صنعت تهران.

** دانشیار دانشگاه شهید بهشتی تهران.

*** دانشجوی دکترای مرمت بنا و بافت‌های تاریخی، دانشگاه هنر اصفهان. n.valibeig@aui.ac.ir & nima876@yahoo.com

مقدمه

در زمان‌های گذشته که هنوز معماری بر پایه دانش آکادمیک بنیاد نهاده نشده بود، پایداری ساختمان، فرم تزیینات، ابعاد و اندازه‌های ساختمان و تناسب بین فرم و زیبایی بنا، بر اساس هندسه‌ای بود که از نسلی به نسل دیگر انتقال می‌یافت؛ این هندسه همواره از زبانی ساده و درخور فهم بهره می‌برد. هندسه‌ای که بسیار دقیق و دارای بنیان ریاضی استواری بود. یکی از این ساختارهای هندسی، مثلث‌های هنجار است. این ساختار، موارد کاربرد گسترده‌ای از ترسیم و اجرای پلان ساختمان، تا ترسیم و اجرای تزییناتی همچون گره چینی و کار بندی دارد. شگفتی آنجا است که نگارندگان با تلاش‌های بسیاری به دنبال یافتن منابعی به زبان فارسی یا دیگر زبان‌ها بودند که در این باره نوشته شده باشد، اما پس از جستجوی فراوان در منابع متعدد و گفتگو با استادان رشته ریاضیات و معماران برجسته سنتی بدین نتیجه رسیدند که به رغم کاربرد فراوان این روش در طی چندین سده، امروزه در هیچ منبع نوشتاری یافت نشده و نیز استادکاران سنتی هم این روش را فراموش کرده‌اند. از آنجا که پژوهش‌های پیشین عمدتاً به تحلیل زیبایی شناسی تناسبات و اندازه‌ها پرداخته‌اند، توانایی روش مثلث‌های هنجار در حل مسایل ریاضی مبتنی بر هندسه و همچنین مسایل عملی معماری امروز، آشکار نشده است. در این مقاله پس از معرفی هندسه و انواع آن، به اهمیت تناسبات در معماری پرداخته و ضرورت تقسیم بندی‌ها ارائه خواهد شد. سپس با معرفی ساختار مثلث هنجار، به روش استفاده از آن پرداخته شده و با بررسی دقیق ساختار مثلث‌های هنجار، تناسبات و اندازه گیری‌ها را از دیدگاه علم هندسه و ریاضیات مورد تحلیل قرار داده، و به کاربردهای عملی آن در معماری می‌پردازد. برای پاسخ به پرسش‌های مطرح شده، روش پژوهش بدین گونه بوده است که افزون بر گفتگو با استاد کاران سنتی، بررسی‌های میدانی و مطالعه متون، به ویژه درس نامه‌های باقی‌مانده از زنده یاد استاد پیرنیا نیز مورد بررسی قرار گیرد. پس از اطلاعات بدست آمده که بسیار ناقص نیز بود، نگارندگان به تکمیل روش مثلث هنجار با اطلاعات ریاضی و هندسی پرداختند و سپس اقدام به تکمیل روابط کرده و سعی در اثبات فرمول‌ها به کمک قواعد هندسی و ریاضی کردند. شیوه عملی کار (هندسه عملی) نیازمند بررسی‌های بیشتری بود که با ترسیم‌های بسیار توسط نگارندگان و بدست آوردن روابط موجود بین خطوط، برطرف شد. لازم به یادآوری است که این بخش از کار نیز مانند سایر بخش‌ها در هیچ منبع فارسی یا لاتین نیامده است.

پرسش‌های مطرح شده در مقاله که در پی پاسخ دادن به آنها بوده‌ایم، از این قرار است:

۱- هنر هندسه در نزد معماران و هنرمندان چه جایگاهی دارد؟

۲- چگونه هندسه عملی می‌تواند رابطه بین ابزار کار معماران و هنرمندان را با روابط دقیق ریاضی برقرار کند؟

۳- روابط موجود در مثلث هنجار، بر چه پایه و اساسی نهاده شده است؟

۴- شیوه استفاده عملی از مثلث هنجار چگونه است؟

۵- مزایا و کاربردهای مثلث هنجار در معماری و هنرهای وابسته چیست؟

هندسه و اندازه‌گیری در معماری ایرانی

واژه هندسه از ریشه اندازه، و هندسه معرب آن است (فره وشی،۱۳۵۲: ۷۵). خوارزمی نیز این واژه را معرب اندازه می‌داند (آرین،۱۳۸۴: ۹۳). المنجد هم این واژه را دارای ریشه فارسی می‌داند و آورده است که دانش آن از ایران به عربستان رفته است. وی همچنین ریشه کلمه مهندس را هنداز فارسی آورده است (ابوالقاسمی، ۱۳۶۶: ۳۶۴). فره وشی این واژه را در زبان پهلوی هنداچک[1] می‌داند (فره‌وشی،۱۳۵۲: ۷۵). ریشه نخستین این واژه زامیگ پیمانه[2] بوده است، که واژه نخستین برابر نهاده زمین و واژه دوم برابر با اندازه است (مکنزی، ۱۳۸۸: ۱۶۹). در فرهنگ‌های دیگر نیز این واژه برابر با اندازه و شکل آمده است (خلف تبریزی،۱۳۶۱: ۷۰۲؛ دهخدا ۱۳۷۷: ۲۳۵۵۹؛ معین ۱۳۶۰: ۳۲۵۸).

آرمان ریاضیدانان، شناخت دانشی است که در کتاب مجسطی بطلمیوس آمده و او نیز مبنای برهان‌های خود را بر پایه هندسه و شکل گذاشته است (بوزجانی، ۱۳۶۹: ۲۰ و ۲۱). جایگاه هندسه آنچنان پر اهمیت بود که تنها معماران برجسته و مقنی‌های دانشمند را مهندس می‌خواندند (ابوالقاسمی ۱۳۸۵: ۳۵۹). کاربرد هندسه در ساخت پوشش‌های معماری آشکارتر می‌شود، آنچنان که برای پیاده کردن قالب تویزه ها نیاز به ریسمان و اندازه گذاری است که آن هم مستلزم آگاهی از دانش هندسه است (حلی،۱۳۶۵: ۵۳). آثار شاخص معماری نیز مگر به یاری دانش هندسه پدید نیامده‌اند (شفایی،۱۳۸۰: ۲).

طراحی معماری نیز در قالب هندسه نمود می یابد (عمومی،۱۳۸۷: ۱۵).

جایگاه تناسبات و اندازه‌گیری در شکل‌گیری طرح نهایی معماری

از نخستین روزهای پیدایش فلسفه یونان، اندیشمندان کوشیده‌اند در هنر یک قانون هندسی بیابند (رید،۱۳۵۴: ۱۴۳). برای نمونه تناسب طلایی، کلیدی برای اسرار هنر در نظر گرفته می‌شده است و این ساختار نه تنها در تناسب طلایی، که در دیگر نسبت‌های هندسی نیز، پیوند ناگسستنی دانش هندسه و تناسبات را با هنر بیان می‌کرد (رید ،۱۳۵۴: ۹-۱۱). شناخت تناسبات به گذشته‌های بسیار دور، حتی پیش از تاریخ می‌رسد (سعید،۱۳۶۳: ۳۸).

اندازه گیری در هزاره‌ی چهارم پیش از میلاد در آرامگاه‌های سومری دیده می‌شود. در ساخت اهرام نیز اندازه‌گیری و روابط هندسی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار بوده است. در ادوار بعد نیز نقوش دارای ضوابط منطقی هستند که از هندسه برگرفته شده است(رجبی اصل،۱۳۸۶ :۱۱۳). اهمیت تقسیم بندی و تناسبات را در بسیاری از بناها می‌توان دید، که از جمله، هاردی درباره آتشکده نیاسر بدان اشاره کرده است (گدار، ۱۳۷۵: ۱۵۳-۱۵۶).

در شهرسازی نیز می‌توان اهمیت بی‌مانندی را برای تقسیم بندی برشمرد، چنانکه دیتریش هوف، تناسبات هندسی بسیار دقیقی را در شهر اردشیر خوره از دوره ساسانیان آورده است (کیانی، ۱۳۶۵: ۱۷۶-۲۰۴). جایگاه تناسبات تا اندازه‌ای است که لئون باتیستی آن را یکی از سه رکن زیبایی برمی‌شمارد (توسلی،۱۳۸۳: ۷۸). در تقسیم یک خط به نسبت‌های طلایی، جایگاه هندسه خودنمایی می‌کند (شرف الدین،۱۳۵۳: ۱۳). نه تنها تقسیم طلایی، که سایر نسبت‌های دیگر که هماهنگی‌های ریتمیک و زیبا در شکل‌ها پدید می‌آورند، همگی بر دانش هندسه استوارند (رید،۱۳۵۴: ۱۱). بر مبنای دانش سنتی تناسبات ، زیبایی به ذوق و سلیقه فردی بستگی ندارد و در برابر دیدگاه دانش تناسبات، شیوه‌های بی شمار و قواعد بسیار گسترده است (سعید،۱۳۷۷: ۵۲). از سوی دیگر، می‌توان گفت مهم‌ترین وظیفه معمار، شناخت و تجسم نیروها در کالبد باربر ساختمان‌ها است که با اشراف به آن تناسبات و ابعاد، قسمت‌های پر و خالی را دقیقاً مشخص می‌کردند. هندسه راهنمای معمار در تامین تناسبات و هماهنگی‌های اصولی بوده است (ابوالقاسمی، ۱۳۸۵: ۳۶۱).به کمک دانش کافی از هندسه در تناسبات، اعداد ویژه‌ای در طراحی بسیاری بناها بکار برده شده است، برای نمونه، جذر عدد ۲ را در طرح اندازی یک آرامگاه سامانی در قرن چهارم هجری می‌توان مثال زد که این نسبت به آسانی با یک روش هندسی و دانستن تناسبات، قابل پیاده کردن بوده است (هیلن براند ۱۳۸۵: ۱۴).

در هم آمیختگی هندسه و معماری

جایگاه دانش هندسه از دیر زمان در معماری کهن بدان اندازه بوده است که ابوالوفاء بوزجانی (۳۳۰-۳۸۰ ه. ق) در بغداد جلسات و کارگاه‌های عملی برگزار می‌کرد که نیمی از شرکت کنندگان آن، معمار و نیمی دیگر ریاضی دانان بودند. او در این جلسات بر ایجاد ارتباط بین هنر و ریاضی از راه به چالش کشیدن هنرمندان و ریاضی دانان با طرح مسایل مشترک تلاش می‌کرده است (بروک ۱۳۸۷: ۸). بررسی‌های برنارد اوکین (۱۳۸۴: ۷۹-۸۴) آشکار می‌کند که در طراحی ساختمان‌ها و پیاده کردن آن‌ها از دانش هندسه و سیستم‌های مقیاس شناسی و شبکه‌ها بهره می‌جستند. از سوی دیگر آنچنان این آمیختگی زیاد است که رساله‌ها و کتاب‌های گوناگونی نیز در این زمینه نوشته شده است، که از آن بین می‌توان به کتاب مفتاح الحساب از غیاث الدین جمشید کاشانی اشاره کرد که درباره اندازه گیری ابعاد و سطح و حجم در معماری است (کاشانی ۱۳۶۳: ۱۸). در تمامی مراحل تکوین اثر معماری، رابطه تنگاتنگی بین هندسه و نیارش دیده می‌شود (ابوالقاسمی ۱۳۸۵: ۳۶۶) یکی از مسایل بسیار متداول در معماری ، کف سازی بنا یا کاشی کاری سطح بدنه می‌باشد که رابطه تنگاتنگی با هندسه دارد، به ویژه که بسیاری از آجرهای بناهای تاریخی ابعاد مربعی دارند. این همان مسئله مطرح در هندسه است که می‌گوید چگونه می‌توان یک مربع یا مستطیل را به تعدادی مربع کوچک‌تر تقسیم‌بندی کرد. بوزجانی نیز با روشی منحصر به فرد به حل این مسئله پرداخته است (قربانی، ۱۳۷۰: ۱۰۶). در پیاده سازی تاق‌ها و همچنین گوشه سازی‌ها نیز تأثیر اعداد و هندسه آشکار است (اوکین،۱۳۸۴: ۷۱).

کاربرد هندسه در تزئینات وابسته به معماری

برنارد اوکین، تزیینات وابسته به معماری را چهار دسته کرده است که یکی از آنها تزیینات هندسی است (اوکین،۱۳۸۴: ۱۵۰). البته نه تنها در تزیینات هندسی، که در سایر تزیینات نیز، جایگاه هندسه کاملاً آشکار است. در هنرهای تزیینی هم کاربرد هندسه آشکار است،

چنانچه گره چینی را نیز هنر تقسیم بندی هندسی فضا می‌دانند (حصوری، ۱۳۸۵: ۱۳۳). رسم کار بندی نیز نیازمند تقسیم بندی‌های هندسی است (بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۱۲). نه تنها در معماری، که در هنرهای وابسته به معماری، مانند گچبری، آینه کاری و غیره، هنرمندان با بهره‌گیری از دانش هندسه آثار ارزنده‌ای را پدید آورده‌اند (شفایی،۱۳۸۰: ۲). طرح‌های گره چینی نیز از اشکال هندسی مانند مثلث، لوزی و غیره استفاده می‌کنند که در همگی آن‌ها، قطعات سنگ، آجر، کاشی یا آینه را به صورت‌های هندسی می‌برند یا می‌تراشند (شفایی،۱۳۸۰: ۵). در نیارش (استراکچر) بنا نیز اندازه‌ها با بهره گیری از تجاربی بدست آمده که طی سده‌ها از همیاری هندسه و تناسبات ممکن شده است (ابوالقاسمی،۱۳۸۵: ۳۶۹).

هندسه نظری و عملی

بوزجانی دانش حساب را به دو بخش نظری و عملی دسته بندی کرده است. حساب نظری آن است که بر کاغذ از محاسبات آید و حساب عملی در محاسبه مالیات و صرافی‌ها و معاملات بکار می‌رود (قربانی و دیگران، ۱۳۷۱: ۲۰۳).

به همین شیوه نیز، فارابی در احصاء العلوم، دانش ریاضی را به بخش‌های گوناگون تقسیم کرده است (تهرانی،۱۳۷۲: ۲). آنچه به نام هندسه شناخته می‌شود، دو بخش است، هندسه نظری و هندسه عملی. هندسه نظری درباره‌ی خطوط و سطوح و احجام سخن می‌گوید، پس همان دانش هندسه بر روی کاغذ است. هندسه عملی درباره دانش هندسه روی چوب و فلز و آجر و دیگر محسوسات است (فارابی،۱۳۸۱:۷۷). از سوی دیگر، علم حیل، راه کاری است که هندسه نظری را بر محسوسات متکی می‌کند (فارابی، ۱۳۸۱: ۸۹).

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های شناخت آثار تاریخی، پژوهش در هندسه و اشکال و دیگری هم چگونگی در انداختن این اشکال بر مصالح است (شماعی و دیگران،۱۳۸۴ : ۷۳) که باید قابل اندازه‌گیری باشند. از جمله بنیان‌های هر ساختاری، هندسه‌ی آن است که اندازه گیری را به دنبال خواهد داشت (فلامکی،۱۳۸۷: ۱۵).نخستین بخش حیل هندسی، دانش معماری است (خدیو جم،۱۳۸۷: ۸۹). آگاهی از الگوهای هندسی می‌تواند به شناخت بیشتر ما از معماری کمک برساند (تهرانی،۱۳۷۲: ۱۵). باید میان آنچه از دانش هندسه در ذهن معمار شکل می‌گیرد (هندسه نظری) و آنچه‌که باید بر مصالح پیاده کرد (هندسه عملی) هماهنگی پدید آورد (علم حیل) به گفته، دیگر، باید این رشته گسسته را بار دیگر پیوند زد (پیرنیا، ۱۳۶۹: ۷۶). در کاربرد عملی هندسه، گاه لازم می‌شود از برخی وسایل معمولی هندسه صرف‌نظر کرد. این وضع در هندسه نظری تأثیر گذاشته و موجب شده است کتاب‌های بسیار در این زمینه نوشته شود[۳]. این پدیده نزد ایرانیان کهن بسیار پیش آمده است زیرا دارای معماری بسیار پیشرفته، مکانیک عملی و هنر ساختن ابزارهای نجومی بوده‌اند. یکی از روش‌های عملی کردن هندسه نظری، مسایلی است که در کتاب بوزجانی با نام ترسیم‌ها با یک بار گشایش پرگار آمده است. ویژگی آن‌ها سادگی و کوتاه بودن است (قربانی،۱۳۷۰: ۱۰۰-۱۰۲).

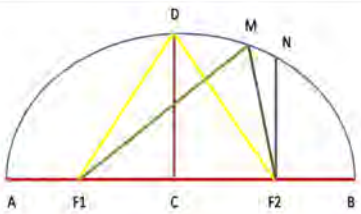
ابزار کار معماران

استفاده از طناب یا ریسمان بجای پرگار، کهن‌ترین روش است که در مصر باستان برای پیاده کردن تناسبات و ترسیم‌ها معماری بکار می‌رفته است (سعید،۱۳۷۷: ۱۲۹). طراحان به اصول هندسی کاملاً آشنا بودند. نقوشی که می‌آفریدند، از ترسیم‌ها هندسی اشکالی مانند دایره و مستطیل بدست می‌آمد و نه با محاسبات پیچیده (بروک ۱۳۸۷: ۸). تنها ابزاری که پیشینیان در دسترس داشتند، ستاره (خط کش بدون اندازه) و پرگار بود که معماران در بسیاری جاها بجای آن، از ریسمان استفاده می‌کردند. ریسمان را رزه می‌نامیدند و گره خوردن و بریدن آن را بد می‌دانستند (پیرنیا،۱۳۷۲: ۴۳). عموماً یک سر ریسمان به نقطه‌ای ثابت بود و سر دیگر آن به تکه چوبی وصل می‌شد. همان گونه که برای مقیاس‌های کوچک از ستاره و پرگار بهره‌می‌بردند، در مقیاس‌های بزرگ هم از ریسمان کمک می‌گرفتند (بروک،۱۳۸۷: ۱۰ و ۱۱). بنایان ترجیح می‌دادند از پرگاری استفاده کنند که گشودگی آن ثابت باشد تا دقت نیز بیشتر شود.

مثلث‌های هنجار

هنجار به معنی روش و شیوه انجام کار می‌باشد که از فعل هنجیدن به معنای طرز کار و کشیدن آمده است و در لغت‌نامه‌ها به معنای راه و روش (خلف تبریزی،۱۳۶۱: ۶۵۹)، جاده و راه (معین،۱۳۶۰: ۳۲۴۱)، شیوه و قاعده (دهخدا،۱۳۷۷: ۲۳۳۸۱) آمده است. واژه کهن هنجیدن که برابر با هیختن است، از زبان پهلوی برگرفته شده است که به معنای کشیدن آب بوده است (مکنزی، ۱۳۸۸: ۸۸). در لغت‌نامه دهخدا نیز معنی برکشیدن برای آن آمده است.

جدول ۱- معرفی بخش های محتلف در سیستم هنجار

نام بخش	نشانه	نام بخش	نشانه	شکل
پایه (کانون)	F1,F2	راسته (هج)	F2n	
دوال	AB	دیرک	CD	
پادیر	F1N	میان کش	F1F2	
هنجار	MF1+MF2	ماهار (دوبند)	F1D=F2D	
پیمانه	AF1=F2B			

در معماری کهن ایران، به همه کارهایی که به تقسیم خط می‌انجامیده، هنجار می‌گفته‌اند (پیرنیا،۱۳۶۴: ۱۲۵).

دیده شد که طراحی پلان ساختمان، تا ساخت و پیاده کردن تزیینات بنا، همواره نیازمند دانش هندسه عملی است. معماران همواره در کار خود نیازمند به کار بردن روش‌های ساده‌ای بودند که با ابزار در دسترس و اولیه، قابل اجرا باشد. یکی از مهم‌ترین کاربردهای هندسه، تناسبات است: بسیاری از شیوه‌های تقسیم خط، تقریبی یا بسیار پیچیده هستند و قابلیت اجرای با ابزار معماری را ندارند. روش‌هایی هم وجود دارد که تنها می‌تواند یک خط را به سه یا چهار قسمت تقسیم کند.

مزایای استفاده از شیوه مثلث هنجار

- این شیوه منحصر به تقسیم بندی خاصی نیست.
- با ابزار ساده قابل انجام است
- در این روش تقریب و تخمین وجود ندارد.
- این ساختار، هم تقسیم بندی‌های زوج و هم تقسیم‌بندی‌های فرد را را انجام می‌دهد
- این روش که تا پایان عصر قاجار نیز توسط معماران بسیار برجسته بکار می‌رفت، تنها در ایران رایج بوده است[۴] (پیرنیا، ۱۳۶۴: ۱۲۶).
- ابزار مثلث هنجار، افزون بر تقسیم خط، برای مجذور کردن، جذر گرفتن و نیز کارهای دیگر ریاضی،که جز با روش‌های دشوار ریاضی، راه حل دیگری ندارند، به آسانی توسط یک معمار بکار گرفته می‌شده است.

این شیوه را می‌توان تحولی در هندسه و ریاضیات شرق، در زمینه عملی کردن هندسه نظری دانست که تا کنون در هیچ منبع نوشتاری، چه به فارسی و چه به لاتین، نیامده است.

ساختار مثلث هنجار

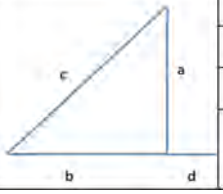
مثلث‌های هنجار، مثلث‌های قائم الزاویه ای هستند که بین اجزای آن‌ها روابط ویژه‌ای برقرار بوده و در بسیاری از کارهای معماری و هنرهای وابسته بدان بکار می‌رفته است. اجزای گوناگون این مثلث‌ها که عمدتاً در نیم بیضی ترسیم می‌شده اند، نام‌های خاصی دارند که در (جدول۱) بدان‌ها اشاره شده است. کلیه نام‌ها از درس‌های استاد پیرنیا استفاده شده است.

روابط موجود در مثلث‌های هنجار[۵]

برای پی گیری بخش‌های بعدی مقاله، جدول ۲ به گونه‌ای مختصرتر به معرفی اجزای مثلث هنجار می‌پردازد

در این مثلث‌ها افزون بر روابط معمول در مثلث قائم الزاویه، روابط ویژه‌ی دیگری نیز برقرار است. برای آشنا شدن با ساختار هنجار و شیوه کار کرد آن در آغاز، روابط هندسی بکار رفته در آن به همراه اثبات آن آورده شده است.

جدول ۲- معرفی اجزای مثلث هنجار

نام بخش	نشانه	شکل
راسته (هج)	a	
خفته (میان کش)	b	
چپی (پادیر)	c	
پیمانه	d	

رابطه اول، همان رابطه معروف فیثاغورث که در تمامی مثلث‌های قائم الزاویه برقرار است.

رابطه	فرمول	نمونه	اعداد	کنترل
اول	$a^2+b^2=c^2$	نخست	a=2,b=1.5,c=2.5	4+2.25=6.25
اول	$a^2+b^2=c^2$	دوم	a=5,b=12,c=13	25+144=169

رابطه دوم، که همواره مجموع وتر و ضلع بزرگ‌تر مثلث برابر است با توان دوم ضلع کوچکتر.

رابطه	فرمول	نمونه	اعداد	کنترل
دوم	$a^2=b+c$	نخست	a=2,b=1.5,c=2.5	4=1.5+2.5
دوم	$a^2=b+c$	دوم	a=5,b=12,c=13	25=12+13

رابطه سوم، برای بدست آوردن پیمانه (d) می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

رابطه	فرمول	نمونه	اعداد	محاسبه
سوم	d=(a+c-b)/2	نخست	a=2,b=1.5,c=2.5	d=(2+2.5-1.5) /2=1.5
سوم	d=(a+c-b)/2	دوم	a=5,b=12,c=13	d=(5+13-12) /2=3

رابطه چهارم، پیمانه (d)، به تعداد یک واحد کمتر از راسته (a) در درون میان کش (b) جای می‌گیرد.
برای کنترل این رابطه ابتدا باید اندازه d را از رابطه سوم بدست آورد.

رابطه	فرمول	نمونه	اعداد	کنترل
چهارم	b=(a-1) d	نخست	a=2,b=1.5,d=1.5	2.5=(2-1) 1.5
چهارم	b=(a-1) d	دوم	a=5,b=12,d=3	12=(5-1) 3

رابطه پنجم، با افزودن یک واحد به میان کش (b)، پادیر (c) بدست می‌آید.

رابطه	فرمول	نمونه	اعداد	کنترل
پنجم	c=b+1	نخست	b=1.5,c=2.5	2.5=1.5+1
پنجم	c=b+1	دوم	b=12,c=13	13=12+1

رابطه ششم، تفاضل مربعات پادیر (c) و میان کش (b)، همواره یک عدد صحیح است.

رابطه	فرمول	نمونه	اعداد	کنترل
ششم	$c^2-b^2=(n)^2$	نخست	b=1.5,c=2.5	$6.25-2.25=(2)^2$
ششم	$c^2-b^2=(n)^2$	دوم	b=12,c=13	$169-144=(5)^2$

رابطه هفتم، مجذور پیمانه (d) برابر است با نصف مجموع راسته (a) و پادیر (c).

رابطه	فرمول	نمونه	اعداد	کنترل
هفتم	$d^2=(a+c)/2$	نخست	a=2,c=2.5,d=1.5	2.25=(2+2.5) /2
هفتم	$d^2=(a+c)/2$	دوم	a=5,c=13,d=3	9=(5+13) /2

اثبات روابط مثلث‌های هنجار

روابطی که در مثلث‌های هنجار برقرار است، از دو رابطه اول و پنجم بدست می آید. رابطه اول، همان قضیهٔ فیثاغورث است و در تمامی مثلث‌های قائم الزاویه برقرار است، رابطه پنجم هم فرضی است که بر اساس آن مثلث‌های هنجار تعریف می‌شود، و در تمامی آن‌ها برقرار است. رابطه چهارم و ششم نیز از ویژگی های اصلی مثلث هنجار می باشد که در تمامی مثلث ها بر قرار است. به گفته دیگر، سایر فرمول ها با استفاده از فرضیات مثلث هنجار و رابطه فیثاغورث ثابت می‌شوند. روابط دیگر به شکل زیر اثبات می‌شوند:

پیش از اثبات رابطه‌ها، اندازه b و c با داشتن a بدست می‌آید. با در نظر گرفتن رابطه اول و پنجم، رابطه هشتم بدست خواهد آمد:

رابطه هشتم

$a^2+b^2=c^2$, $C=b+1$

$a^2+b^2=(b+1)^2$

$b=(a^2-1)/2$

سپس برای c هم بدست خواهد آمد:

رابطه نهم

$c=(a2+1)/2$ $c=b+1$, $b=(a^2-1)/2$

با توجه به رابطه چهارم، در هر مثلث هنجار، پیمانه باید به اندازه یک واحد کمتر از راسته در میان کش جا شود و همچنین با توجه به رابطه هشتم، رابطه زیر میان راسته و پیمانه بدست می‌آید:

رابطه دهم

$d=(a+1)/2$ رابطه ۴ و رابطه ۸

همچنین از رابطه سوم که برای پیمانه برقرار است، برای تقسیم خط به اندازه های مساوی استفاده می‌کنند. این رابطه نشان می‌دهد که اگر در ریسمان به اندازه‌ی a+c جدا، و سپس مقدار b از آن کم شود، اندازهٔ بدست آمده دو برابر پیمانه خواهد شد. کافی است ریسمان را دولا کرد تا اندازه‌ی دقیق پیمانه بدست آید.

برای اثبات رابطه سوم، با قرار دادن مقادیر c و b از رابطه هشتم و نهم، دو سوی معادله برابر می‌شود.

$d=(c+a-b)/2$, $c=(a^2+1)/2$, $b=(a^2-1)/2$

$d=((a^2+1)/2)+a-(a^2-1)/2)/2$

$d=(a^2+1+2a-a^2+1)/4$ $d=(a+1)/2$

که این همان رابطه دهم است که در بخش قبلی بدان اشاره شد.برای اثبات رابطه هفتم، با قرار دادن مقادیر c, d از رابطه نهم، و دهم، دو سوی معادله برابر می‌شود:

$d^2=(a+c)/2$, $c=(a^2+1)/2$, $d=(a+1)/2$

$((a+1)/2)^2=(a+((a^2+1)/2))/2$

$(a^2+1+2a)/4=(2a+a^2+1)/4$

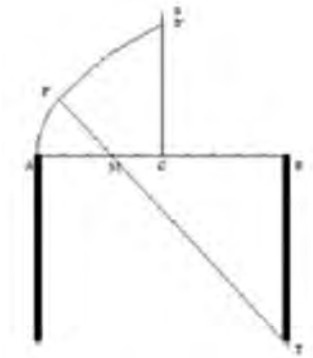
کاربردهای مثلث‌های هنجار

- تقسیم خط به چند بخش مساوی
- ترسیم چند ضلعی‌های منتظم

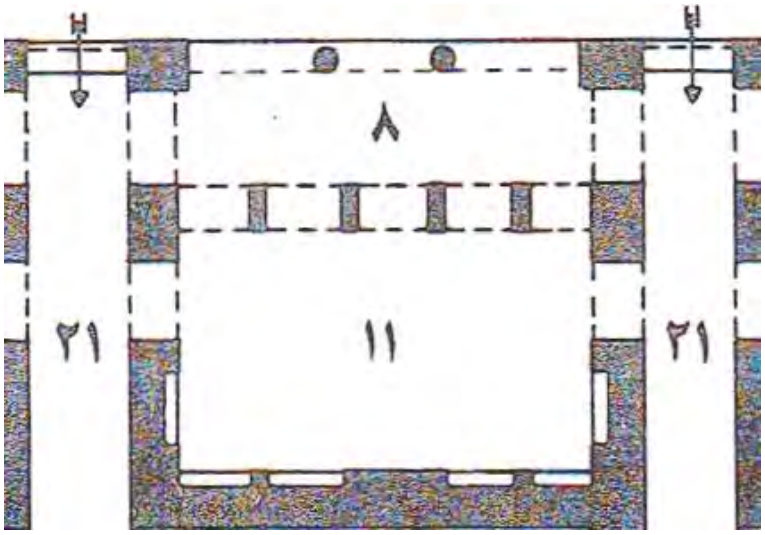
کاربردهای گفته شده در بالا، تنها بخشی از این دانش کهن است که امروزه بدست ما رسیده است. از بین این کاربردها ، روش ترسیم چند ضلعی‌های منتظم و مجذور کردن امروزه باقی نمانده و باید تلاش کرد در گام‌های بعدی به این راز فراموش شده نیز پی برد. در مطالعات میدانی انجام شده و گفتگو با استاد کاران سنتی، تنها چند تن از برجسته‌ترین آن‌ها، درباره روش‌های تقسیم بندی که از قول پدرانشان شنیده بودند، آگاهی کمی داشتند. زنده یاد استاد پیرنیا نیز این روش را در کودکی از استاد ملا محمد علی اردکانی -یکی از استادان برجسته معماری سنتی یزد- فرا گرفته و یادآوری می‌کند که تا زمان قاجار بسیاری از معماران از این شیوه برای تقسیم بندی خطوط استفاده می‌کرده اند (پیرنیا، ۱۳۶۴: ۱۲۷).

کاربرد تقسیم خطوط

یکی از کاربردی‌ترین استفاده‌های مثلث‌های هنجار، تقسیم بندی خطوط است. در گذشته در معماری، برای تقسیم یک خط، روش‌های ویژه‌ای را دنبال می‌کردند که توان اجرایی با ابزار ساده معماری را داشته باشد. تقسیم بندی خطوط، هم در معماری و هم در هنرهای وابسته بدان، جایگاه پر اهمیتی دارد، برای نمونه در معماری در ترسیم قوس‌های بکار رفته در تاق‌ها و تویزه ها و گنبدها، همواره باید دهانه تاق را به اندازه مشخصی تقسیم کرد ؛ مانند ۳ واحد یا ۵ واحد (تصویر۱).



تصویر۱. ترسیم چفد پنج و هفت پرگاری



تصویر۲. پلان یک اتاق پنج دری با راهروهای کناری

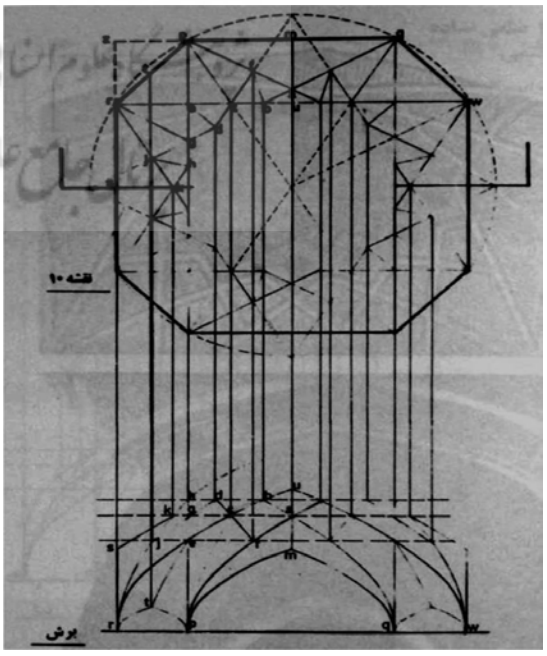
در این تقسیم بندی باید از ابزاری مانند ریسمان استفاده کرد که در دهانه‌ی ۴ یا ۵ متری تاق توان پیاده سازی داشته باشد.

کاربرد دیگر استفاده از تقسیم بندی خطوط را می‌توان در پیاده کردن ابعاد اتاق‌ها برای نمونه در سه دری‌ها و پنج دری‌ها دانست که باید طول یا عرض اتاق به یک اندازه مشخص تقسیم می شده است (تصویر۲).

کاربرد دیگر مثلث‌های هنجار در تقسیم بندی‌هایی است که در هنرهای وابسته به معماری بکار می‌رود. نمونه این تقسیم بندی‌ها در گره چینی‌ها و همچنین در کار بندی‌ها دیده می‌شود (تصویر ۳ و ۴)

شیوه‌های تقسیم خط

تقسیم یک خط به دو یا چهار یا هشت قسمت کار ساده‌ای بود؛ ریسمانی را به اندازه خط مورد نظر باز کرده، آنگاه آن را دولا، چهار لا یا هشت لا می‌کردند و به آسانی یک دوم یا یک چهارم یا یک هشتم خط مورد نظر را



تصویر ۳ و ۴. کاربرد تقسیم بندی خطوط و تناسبات در کار بندی و گره چینی (در هر دو شکل اضلاع به نسبت‌های مشخصی تقسیم و سپس بقیه خطوط با استفاده از این تقسیم بندی‌های بدست آمده ترسیم و به یکدیگر متصل می‌شده اند).

بدست می‌آوردند. اما کار برای تقسیم بندی به سه یا پنج یا هفت و نه، نیازمند مهارت بوده است. اگر می‌توانستند خط را به سه یا پنج قسمت تقسیم کنند، دیگر به آسانی می‌شد با دولا کردن ریسمان، شش یا ده قسمت را هم به سادگی بدست آورند. از دیگر مزیت‌های روش مثلث هنجار این است که برای تقسیم یک خط به دو، چهار یا هشت قسمت و یا به اعداد فرد و یا به اعدادی مانند شش یا ده قسمت، تنها با یک بار تقسیم کردن خط به اندازه مورد نظر، کار انجام می‌گرفت. برای اعداد بیش از ده قسمت هم این روش پاسخ می‌دهد، ولی در معماری و هنرهای وابسته کمتر نیاز به تقسیم یک خط به تعداد بیش از ده قسمت پیش می‌آید.

روش علمی کار با مثلث هنجار (هندسه نظری)

برای اینکه یک خط به n قسمت تقسیم شود، مراحل زیر باید پیموده شود:

ابتدا a برابر n (تعداد تقسیم بعدی‌ها) انتخاب می‌شود و سپس b, c , d با روابط ۸ و ۹ و ۱۰ بدست می‌آید. کافی است مثلثی به ابعاد b ,c,d ترسیم شود تا پیمانه با رابطه دهم بدست آید. اگر اندازه دو برابر پیمانه از راسته کم شود، یک واحد از تقسیم بندی مورد نظر بدست می‌آید. یعنی a/۱ از a بدست می‌آید که همان مقدار مطلوب است. یعنی خط به اندازه‌های مورد نظر تقسیم شده است.

شیوه عملی کار برای معماران و هنرمندان (هندسه عملی)

راهکار عملی ساده برای پیاده کردن هندسه نظری مورد نظر در تقسیم بندی را هندسه عملی گویند و روش اجرای آن، همان علم حیل است . چگونگی تقسیم خط به اندازه مورد نظر، توسط معماران بدین‌گونه است که اگر می‌خواستند خطی را به n قسمت تقسیم کنند، در آغاز ریسمانی به اندازه‌ی آن خط جدا می‌کردند دو میخ روی زمین به اندازه ریسمان کوبیده می‌شد و ریسمان را بدان می‌بستند. فرض می‌کردند این خط n قسمت است. این خط را راسته می‌نامند. سپس b, c را با رابطه ۸ و ۹ بدست می‌آورد و یا آن را از لیست جدول‌های مثلث هنجار (جدول۳) می‌یافتند. لازم به ذکر است که این جدول را اکثر معماران به دلیل کثرت استفاده از بر هستند. به هر روی استفاده از هر دو روش بسیار ساده است .

یکی از نکات بسیار مهم ، چگونگی بدست آوردن b, c با ریسمان است. برای این کار نیز به هندسه روی می آوردند و چون معماران خط کش در دسترس نداشتند و اگر داشتند مستقیم می‌توانستند همان خط اولیه را تقسیم بندی کنند، پس در اینجا نیز با شگردی جالب این مشکل را نیز حل کردند کافی است به رابطه زیر نگاه کرد:

$c= (a^2 +1) /2, b= (a^2 -1) /2 \; b+c= a^2$

پس کافی بود معمار، اندازه a^2 را داشته باشد. برای این کار معمار ریسمان دیگری بر می‌داشت و به تعداد n بار روی ریسمان اولیه (راسته) می‌کشید. مثلاً اگر ریسمان اولیه را 3 واحد در نظر گرفته بود، کافی بود 3 بار روی آن جدا کند تا اندازه ۹ یا همان اندازه a^2 بدست می‌آید و دیگر نیازی به اندازه b , c نبود، زیرا با ریسمانی به اندازه a^2 می‌توانست b + c را داشته باشد. با ریسمان مورد نظر و ریسمانی که قبلاً بین دو میخ روی زمین بسته شده بود، مثلثی قایم الزاویه ساخته می شد (پدید آوردن مثلث قایم الزاویه و کنترل زاویه قائمه آن نیز، با یک ریسمان دیگر که ۳ و ۴ و ۵ را با آن اندازه می گرفت، انجام می‌شد)، اکنون هر سه ضلع را داشت و خود به خود a ,b ,c را بدست می‌آورد.

گام دوم کار هم، روایت عملی شدهٔ همان هندسه نظری است. اگر یک ریسمان پیوسته در نظر گرفته شود که به نسبتهای a, b, c به میخ‌هایی که بر روی زمین کوبانده شده، بسته شده باشد، کافی است میخ بالا از زمین درآید (میخ B) و سپس ریسمان به سمت راست کشیده شود. اندازه بخشی از ریسمان که باز است، برابر با a + c است. اگر روی قاعده خوابانده شود (قرار گیرد) و به راست کشیده شود، به اندازه b ریسمان روی هم می‌افتد و ادامه آن دولا روی سمت راست میان کش روی زمین می‌افتد. این یعنی ۲d را جدا می‌کند (رابطه۳). کافی است اندازه ۲d بر روی یک ریسمان دیگر جدا شود.

سپس سر ریسمان ۲d روی نقطه پایین راسته گذاشته،

جدول ۳- معرفی اضلاع مثلث‌های هنجار مورد استفاده در معماری و هنرهای وابسته به آن

a	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
b	1.5	4	7.5	12	17.5	24	31.5	40	49.5	60
c	2.5	5	8.5	13	18.5	25	32.5	41	50.5	61

و به بالا کشیده می‌شود. با توجه به رابطه ۱۰ خواهیم داشت:

$$2d=a+1$$

یعنی ریسمان به اندازه a+۱ است. به عبارت دیگر ریسمان به اندازه ۱ واحد از راسته بلندتر است. کافی است این اندازه روی ریسمان علامت گذاشته شود. چون در آغاز فرض شد ریسمان به اندازه n واحد است، پس اکنون یک واحد از آن، یعنی همان n/۱ بدست آمده است. با این اندازه می‌توان راسته را که به اندازه a واحد است ، به بخش‌هایی به اندازهٔ a/۱ تقسیم کرد.

بسیار بندرت پیش می‌آید لازم شود یک خط را به اندازه‌های نامساوی تقسیم کنند، ولی برای این کار باید برای هر تقسیم بندی، برای نمونه n/۱ و m/۱ ، یک‌بار خط را به n قسمت و یک‌بار هم به m قسمت تقسیم کرد. معماران به دلیل از بر بودن (جدول ۳)، این کار را در زمان کوتاهی انجام می‌دادند.

نمونه عملی تقسیم بندی خط

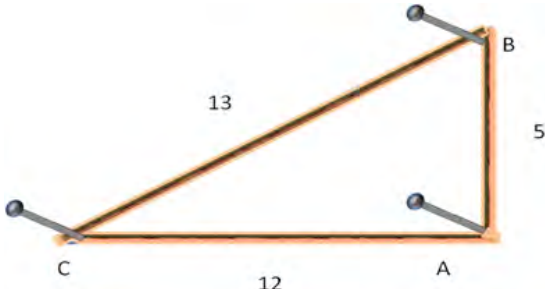
در اینجا برای مثالی عملی، روند تقسیم یک خط به ۵ قسمت، به گونه‌ای که معماران و هنرمندان انجام می‌دادند و به شیوه کاملاً عملی آورده می‌شود.

ابتدا ریسمانی به اندازه خطی که قرار است پنج قسمت شود، علامت گذاری می‌گردد (خط AB). سپس ادامه ریسمان، پنج برابر خط مورد نظر جدا می‌گردد (۲۵ واحد) که همان ۱۳+۱۲ است (ریسمان پنج بار روی خط مفروض اولیه کشیده می‌شود). سپس با این قطعه ریسمان و بخش AB یک مثلث قایم الزاویه ساخته شده و دو سر ریسمان در نقطه B گره زده می‌شود (تصویر۵).

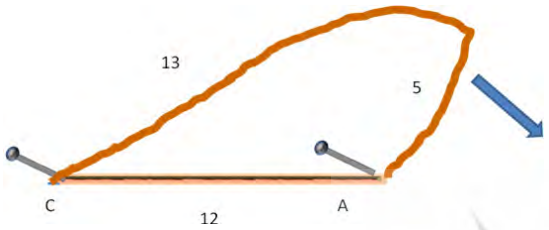
سپس میخ B بیرون آورده شده و ریسمان به سمت پایین و راست کشیده می‌شود (تصویر۶).

طول آزاد ریسمان ۱۳+۵ یا ۱۸ واحد است که وقتی به سمت پایین و راست خوابانده می‌شود، ۱۲ واحد آن روی AC جای گرفته و ادامه‌ی ریسمان ۱۸-۱۲) واحد) که برابر با ۶ واحد است روی ریسمان علامت گذاری می‌شود (تصویر۷). اکنون ریسمان اندازه گذاری شده به اندازه ۶ واحد را کنار خط اولیه AB گذاشته و روی خط علامتی هم پایه B گذاشته می‌شود تا یک واحد بالای آن جدا شود، که در واقع پاسخ مسئله می‌باشد (تصویر ۸).

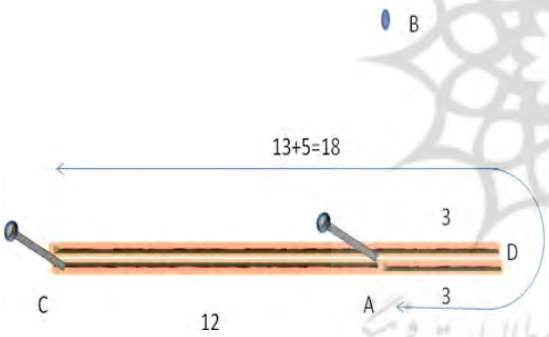
به گفتهٔ دیگر، این ۵/۱ خطی است که ۵ واحد در نظر گرفته شده بود. به همین روش تمام تقسیم بندی‌های دیگر نیز قابل انجام خواهند بود.



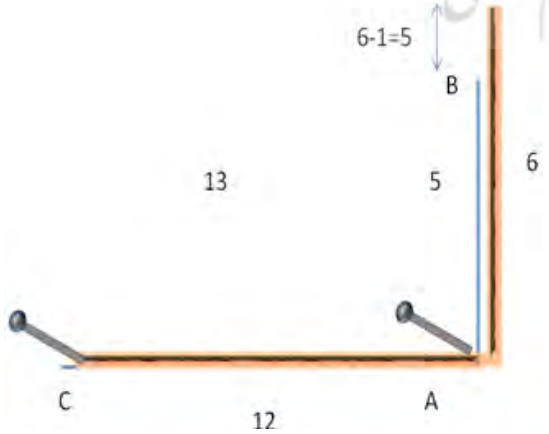
تصویر۵ . با ریسمان خط اولیه (خط AB) و سپس مثلث هنجار بر پایه آن بر سه میخ بسته می‌شود.



تصویر۶ . میخ در B بیرون کشیده می‌شود و ریسمان به سمت راست و پایین کشیده می‌شود.



تصویر۷ . ریسمان کاملاً روی خط افقی جای می‌گیرد



تصویر ۸ .بخش علامت گذاری شده را از میخ A به سمت بالا می‌کشیم

نتیجه‌گیری

از مهم‌ترین مسایل معماری در مراحل طراحی و اجرا، تقسیم‌بندی خطوط است. تقسیم بندی خطوط از مراحل نخستین شکل‌گیری پلان ، تا تزیینات بکار رفته در ساختمان مورد استفاده می‌باشد. روش‌های بسیاری برای تقسیم بندی خطوط وجود دارد که بیشتر آن‌ها تقریبی ، یا روش‌هایی هستند که به ابزار دقیق نیاز دارند، ابزارهایی که در همه شرایط در دسترس معمار یا هنرمند نیست. برخی روش‌ها نیز، نیازمند کارهای پیچیده ریاضی‌اند. در ضمن روش‌هایی هم وجود دارند که تنها یک خط را برای نمونه به ۳ قسمت تقسیم می‌کنند و برای تقسیم کردن آن به ۷ قسمت، باید از روش دیگری استفاده کرد. روش مثلث هنجار برای تمامی تقسیم بندی‌های زوج و فرد پاسخ گو است و به ابزار بسیار ساده‌ای همچون ریسمان و میخ نیاز دارد که در دسترس همه بوده و بسیاری کاربردهای دیگر هم دارد ؛ مانند به توان رساندن اعداد یا جذر گرفتن و کاربردهای بسیار دیگر که نیازمند جستار دیگری است. روش مثلث هنجار، بر مبنای هندسه عملی و کارا برای معماران، درودگران و سایر هنرمندان است که به خوبی کاربرد و تطبیق دانش هندسه را با ابزار هنرمند، بدون تقریب و خطا بیان می‌کند. در این مقاله جایگاه هندسه در نزد معماران و هنرمندان بررسی و ثابت شد که معماران گذشته، با آشنایی با دانش هندسه و نیز توانمندی در عملی کردن روابط هندسی، در پی هم خوان کردن روش‌های هندسه نظری با ابزار خود بودند.

پی نوشت

1. Handachak
2. Zamig-peymaneh

۳- لازم به یاد آوری است برای نمونه، در کتب هندسی قدیمی، موارد بسیاری مطرح شده است که مسایل هندسی را تنها با خط کش حل می‌کردند و یا از پرگاری استفاده می‌شده است که دهانه آن غیر قابل تغییر- برای جلوگیری از پدید آمدن خطا در هندسه عملی در ترسیمات- بوده است. در برخی مسائل نیز از نقاله بعنوان یک وسیله هندسی معمول، استفاده نمی شده است، زیرا ساخت و کاربرد آن در هندسه عملی به سادگی امکان پذیر نبوده است.

۴- در سایر کشورها همچون یونان که معماری شاخص و برجسته دارند، برای تقسیم بندی خطوط، بجای بکار بردن دانش هندسه، بیشتر از ریاضیات استفاده می کردند، بدین گونه که طول خط را اندازه گرفته و عدد بدست آمده را به اندازه ی مشخص تقسیم می‌کردند. برای مطالعه بیشتر می توان به منابعی از جملهGEOMETRY OF CONSTRUCTION کار بسیار ارزشمند NICHOLLS اشاره کرد که از سال ۱۹۵۶ تا ۲۰۰۹ توسط انتشارات DONHEAD چندین بار به چاپ رسیده است. فصل نخست کتاب درباره تقسیم بندی ها و همچنین ترسیم چند ضلعی ها است.

۵ - فرمول بندی و مباحث ریاضی کل مقاله، توسط نگارندگان برای نخستین بار انجام شده است. این فرمول ها بر پایه ی روش کارهای عملی مطرح شده از سوی استادکاران و بویژه نظرات زنده یاد استاد پیرنیا بنیان گذاشته شده است.

منابع

- آرین، منوچهر، (۱۳۸۴)، *نگاهی دیگر به برج‌ها*، میراث فرهنگی، تهران.
- ابوالقاسمی، لطیف، (۱۳۸۵)، *هنجار شکل یابی در معماری اسلامی ایران*، به کوشش محمد یوسف کیانی، سمت، تهران.
- بوزجانی، ابوالوفاء محمد بن محمد، (۱۳۶۹)، *هندسه ایرانی*، برگردان سید علیرضا جذبی، سروش، تهران.
- سعید، عصام و پرمان، آیشه، (۱۳۷۷)، *نقش‌های هندسی در هنر اسلامی*، برگردان مسعود رجب نیا، سروش، تهران.
- اوکین، برنارد، (۱۳۸۴)، *معماری تیموری در خراسان*، ترجمه علی آخشینی، بنیاد پژوهش‌های اسلامی، تهران.
- بروک، اریک، (۱۳۸۷)، *نقوش هندسی در هنر سلامی*، ترجمه بهروز ذبیحیان، مازیار، تهران.
- بزرگمهری، زهره و محمد کریم پیرنیا، (۱۳۸۵)، *هندسه در معماری*، سبحان نور، تهران.
- پیرنیا، محمد کریم، (۱۳۶۰)، *کار بندی، هندسه در معماری ایران*، به کوشش زهره بزرگمهری، مجله اثر ش ۶، تهران.

- پیرنیا،محمد کریم، (۱۳۶۴)، *معماری ایرانی*، درس های سازمان حفاظت آثار باستانی، به کوشش مهندس امیر حسین رآیتی مقدم.
- پیرنیا، محمد کریم، (۱۳۶۹)، *درس نامه معماری اسلامی ۱*، دانشگاه تهران، تهران.
- پیرنیا، محمد کریم، (۱۳۷۰)، *درس نامه معماری اسلامی ۲*، دانشگاه تهران، تهران.
- توسلی، محمود، (۱۳۸۳)، *هنر هندسه*، پویایی اشکال و احجام، پیام، تهران.
- تهرانی، فرهاد، (۱۳۷۲)، *درس نامه شناخت اهداف معمار اسلامی در بیان جمال*، دانشکده معماری و شهرسازی بهشتی، تهران.
- تهرانی، فرهاد، (۱۳۷۱)، *ورای هندسه تاغ و گنبد* ، مجله صفه، دانشگاه شهید بهشتی، شماره ۶-۸، پاییز و زمستان.
-حصوری، علی، (۱۳۸۵)، *مبانی طراحی سنتی در ایران*، چشمه، تهران.
- حلی، اکبر، (۱۳۶۵)، *گره‌ها و قوس‌ها در معماری ایران*، بی نا، بی جا.
- خلف تبریزی، محمد حسین، (۱۳۶۱)، *برهان قاطع*، امیرکبیر، تهران.
- دهخدا، علی اکبر، (۱۳۷۷)، *لغت نامه*، دانشگاه تهران، تهران.
- رجبی الاصل، موسی، (۱۳۸۱)، *نقش و رنگ در بقعه شیخ صفی الدین اردبیلی*، میراث فرهنگی، تهران.
- رید، هربرت، (۱۳۵۴)، معنی هنر، ترجمه نجف دریا بندری، شرکت سهامی کتاب‌های جیبی، تهران.
- شرف الدین، احمد، (۱۳۵۳)، *چند مسئله مشهور هندسه*، کتاب‌های سیمرغ، تهران.
- شفایی، جواد، (۱۳۸۰)، *هنر گره سازی در معماری و درودگری*، انجمن آثار و مفاخر، تهران.
- شماعی، علی، پور احمد، احمد، (۱۳۸۴)، *بهسازی و نوسازی شهری از دیدگاه علم جغرافیا*، دانشگاه تهران، تهران.
- عمومی، محمد، (۱۳۸۷)، *معماری الگو نظم*، خاک، تهران.
- فارابی، ابوالنصرمحمد، (۱۳۸۱)، *احصاء العلوم*، برگردان حسین خدیو جم، علمی و فرهنگی، تهران.
- فره وشی، بهرام، (۱۳۵۲)، *فرهنگ پهلوی*، دانشگاه تهران، تهران.
- فلامکی، منصور، (۱۳۸۷)، *تکنولوژی مرمت معماری*، فضا، تهران.
- قربانی، ابوالقاسم، (۱۳۷۰)، *نسوی نامه*، موسسه مطالعات و تحقیقات فرهنگی، تهران.
- قربانی، ابوالقاسم، شیخان، محمد علی، (۱۳۷۱)، *بوزجانی نامه*، علمی و فرهنگی، تهران.
- کیانی، محمد یوسف، (۱۳۶۵)، *نظری اجمالی به شهرسازی و شهرنشینی در ایران*، میراث فرهنگی، تهران.
- گدار، آندره، سیرو، ماکسیم، گدار، یدا، (۱۳۷۵)، *آثار ایران، ترجمه ابوالحسن سروقد مقدم*، آستان قدس رضوی، تهران.
- معین، محمد، (۱۳۶۰)، *فرهنگ فارسی*، امیرکبیر، تهران.
- مکنزی، دیوید نیل، (۱۳۸۸)، *فرهنگ کوچک زبان پهلوی*، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، تهران.
- هیلن براند، روبرت، (۱۳۸۵)، *معماری اسلامی پیروزی شکل و رنگ*، ترجمه باقر آیت الله زاده شیرازی، روزنه، تهران.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

Applying the 'Hanjar' Triangles in the Mathematical Calculation, Implementation and Enforcement of Traditional Iranian Architecture

Fatemeh Mehdizadeh* **Farhad Tehrani**** **Nima Valibeig*****

Abstract

The knowledge of geometry is essential in all stages of constructing buildings. Nowadays the use of accurate instruments which are structurally based on mathematics and geometry is very common in all construction. Operations one of the hitherto unknown facts about the architects in the past is their method for dividing various measures without having contemporary tools. Traditional architects were using geometry for shaping the form of buildings so as to control their aesthetical and statistical features. The specific triangles called "Hanjar triangles" were applied for calculating square roots, exponents and various divisions of lines as the basis of 'practical geometry'. These triangles were founded based on simple geometrical concepts applicable in the construction of all structural and ornamental members of buildings including the implementation of arches, ribs and vaults. Amongst all measurement methods 'Hanjar triangles' are the most accurate and simple which will be introduced in detail in this paper for the first time in a written manner. This could also help to reveal a part of forgotten traditional knowledge of construction as an Iranian intangible heritage.

Keywords: theoretical and practical geometry, the Hanjar triangles, division, traditional construction knowledge

---

* Assistant Professor, Iran University of Science and Technology.

** Associate Professor, Shahid Beheshti University.

***PhD Student in Conservation, Art University of Isfahan.