تحقیقات مالی
Journal of Financial Research

دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
دورهٔ ۱۸، شمارهٔ ۴
زمستان ۱۳۹۵
صص. ۶۱۲- ۵۹۱

# انتخاب پرتفوی بهینه با استفاده از برنامه‌ریزی فرا آرمانی و برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته

محمدرضا تقی‌زاده یزدی[۱]، سعید فلاح‌پور[۲]، محمد احمدی مقدم[۳]

**چکیده:** پس از انتشار مقالهٔ مارکویتز در سال ۱۹۵۲، یافتن بهترین راه برای بهینه‌سازی پرتفوی بین فعالان صنعت مدیریت سرمایه‌گذاری اهمیت مضاعف پیدا کرد و به همین منظور روش‌های زیادی برای انتخاب سبد سهام معرفی شدند. این مقاله به انتخاب پرتفوی بهینهٔ سهام با استفاده از تکنیک‌های نوین برنامه‌ریزی آرمانی، یعنی دو تکنیک برنامه‌ریزی فرا آرمانی (Meta-GP) و برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته (ELGP) پرداخته است. هر دو مدل به دنبال حداکثرسازی بازدهی و نقدشوندگی و همچنین به حداقل رساندن بتا و ریسک سهام شرکت‌ها برای تشکیل پرتفوی بهینه‌اند. در نهایت دو پرتفوی به‌دست آمده با مقدار بازدهی هر یک مقایسه شد. این پژوهش در بازار بورس اوراق بهادار تهران اجرا شده است. بازدهی کل پرتفوی در مدل برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته ۲۱/۶۷۸ درصد و در برنامه‌ریزی فرا آرمانی ۲۰/۱۷۲ درصد است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

***واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی آرمانی توسعه‌یافته، برنامه‌ریزی فرا آرمانی، بهینه‌سازی پرتفوی.***

۱. دانشیار مدیریت صنعتی، دانشکدهٔ مدیریت و دانشگاه تهران، تهران، ایران
۲. استادیار مدیریت مالی، دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران
۳. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشکدهٔ مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

**تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۵/۳۰**
**تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۱۳**
**نویسندهٔ مسئول مقاله: محمدرضا تقی‌زاده یزدی**
**E-mail: mrtaghizadeh@ut.ac.ir**

## مقدمه

اولین دغدغهٔ مدیران هر مجموعهٔ سرمایه‌گذاری، تبدیل مناسب و بهینهٔ منابع سرمایه‌ای موجود به حداکثر درآمد ممکن از طریق سرمایه‌گذاری در زمان و مکان مناسب است. بنابراین در وضعیت اقتصادی امروز، چگونگی و محل سرمایه‌گذاری کار پیچیده و مخاطره‌آمیزی است

بیش از سه دههٔ پیش، تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM)[1] به‌عنوان یک رشتهٔ اصلی در حوزهٔ تحقیق در عملیات، مطرح شد. توسعهٔ این رشته بر این اصل ساده استوار است که در مسائل تصمیم جهان واقعی، به ندرت از یک معیار، هدف یا دیدگاه استفاده می‌شود (زپونیدیس و دومپس، ۲۰۰۲). مسائل MCDM خود به دو گروه کلی مسائل تصمیم‌گیری چند هدفه (MODM)[2] و تصمیم‌گیری چند شاخصه (MADM)[3] دسته‌بندی می‌شوند (مؤمنی، ۱۳۹۲). در مسائل MODM با بیش از یک هدف که گاهی ممکن است با یکدیگر متضاد باشند، سروکار داریم. برای حل مسائل MODM، تکنیک‌های بسیاری معرفی شده است که یکی از معروف‌ترین این تکنیک‌ها، برنامه‌ریزی آرمانی (GP)[4] است. دلیل اصلی شهرت این تکنیک، انعطاف‌پذیری ذاتی آن است؛ به‌طوری که به تصمیم‌گیر اجازه می‌دهد مسائل MODM را که شامل چندین معیار، متغیرهای تصمیم، محدودیت‌های منابع و اطلاعات ناقص می‌شوند، فرموله کند (چانگ، ۲۰۱۱). برنامه‌ریزی آرمانی رویکرد متفاوتی از برنامه‌ریزی خطی ارائه می‌کند؛ به‌طوری که در آن می‌توان چند هدف متضاد را مد نظر قرار داد (مؤمنی، ۱۳۸۷).

به‌طور معمول سرمایه‌گذار در انتخاب پرتفوی همزمان ترجیحات و اهداف متعارضی مثل بازدهی، ریسک و نقدشوندگی را دنبال می‌کند (اسلامی بیگدلی و سارنج، ۱۳۸۷).

دههٔ ۱۹۵۰ با معرفی نظریهٔ پورتفولیوی مارکوویتز، استفادهٔ وسیع از ریاضیات و تحقیق در عملیات در حوزهٔ مالی طی آغاز شد (مارکوویتز، ۱۹۵۲ و ۱۹۵۹). از آن زمان تا به حال، از تحقیق در عملیات برای چندین نوع از مسائل تصمیم‌گیری مالی از جمله مدیریت و انتخاب پرتفوی، سرمایه‌گذاری سرمایهٔ مخاطره‌آمیز، پیش‌بینی ورشکستگی، برنامه‌ریزی مالی، مالکیت و ادغام بنگاه، ارزیابی ریسک کشور و...، استفاده شده است (زپونیدیس و دومپس، ۲۰۰۲). در این میان، از مدل GP به‌طور گسترده برای انتخاب پرتفوی مالی بر مبنای چندین معیار، استفاده شده است. این مدل چندین هدف را در نظر می‌گیرد و در جست‌وجوی پرتفویی است که در آن، انحرافات بین سطوح انتظار و تحقق معیارها، حداقل شده‌اند (اونی، کلاپینتو، لاتوره، ۲۰۱۴).

---

1. Multi Criteria Decision Making
2. Multi Objective Decision Making
3. Multi Attribute Decision Making
4. Goal Programming

یک مسئلهٔ کلاسیک در حوزه تحقیق در عملیات و مالی، انتخاب پرتفوی سهام، شرکت‌های سرمایه‌گذاری، یا محصولات مالی است. مجموعهٔ سهام‌های انتخابی و درصدشان در پرتفوی کلی، متغیرهای تصمیم این مدل هستند. در حوزهٔ تحقیق در عملیات، بهینه‌سازی فرایندی است که به وسیلهٔ آن، مطلوب‌ترین توازن بین علایق متضاد با توجه به محدودیت‌های پیش رو در هر فرایند تصمیم‌گیری، تعیین می‌شود. در زمینهٔ مدیریت پرتفوی، علایق متضاد میان سایر علایق، افزایش بازده و کاهش ریسک است (کریزیمن، ۲۰۰۳).

در این تحقیق از مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته و برنامه‌ریزی فرا آرمانی، به‌منظور تعیین پرتفوی بهینه استفاده می‌شود و هدف آن شناسایی مدل پرتفوی بهینه با توجه به این دو مدل است.

در ادامهٔ مقاله به مروری بر مبانی نظری و پیشینهٔ تحقیق پرداخته می‌شود، سپس مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته و برنامه‌ریزی فرا آرمانی تشریح می‌گردد. بخش بعدی به تعیین ضرایب اهمیت معیارها و سطوح آرمانی و فرا آرمانی اختصاص دارد، در پایان نیز دو مدل حل شده و نتایج آنها با یکدیگر مقایسه خواهد شد.

## پیشینهٔ نظری پژوهش

سرمایه‌گذاران همواره به دنبال راه حلی برای ایجاد سرمایه‌گذاری مطمئن و متناسب با ریسک‌پذیری خود هستند (تهرانی، ۱۳۸۷). نگاهی به تکنیک‌های برنامه‌ریزی ریاضی در حوزهٔ مالی نشان می‌دهد آنان با در نظر گرفتن تابع هدف مسئله، میزان و ترکیب بهینه‌ای از سرمایه‌گذاری‌ها را در اختیار ما قرار می‌دهند. بنابراین، به نظر می‌رسد که ادغام تکنیک‌های برنامه‌ریزی خطی و مدیریت مالی، بتواند ما را در جهت ساخت مدلی ریاضی به‌منظور حل مشکل یاد شده، یاری دهد.

### برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته

رومرو در سال ۲۰۰۱ با هدف فراهم آوردن چارچوب عمومی‌ای که برنامه‌ریزی آرمانی مختلف را با یکدیگر ترکیب کند، برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته (ELGP) را معرفی کرد. این برنامه تکنیک‌های مختلفی تصمیم‌گیری چند معیاره را دربرمی‌گیرد. مدل ELGP به فرم جبری زیر نوشته می‌شود:

رابطهٔ ۱)
$$\text{Min a} = \begin{cases} \left(\alpha_1\lambda_1 + (1 - a_1)\left\{\sum_{i=1}^{q}(u_i^1 n_i^1 + v_i^1 p_i^1)\right\}\right), \dots, \\ \left(\alpha_l\lambda_l + (1 - a_l)\left\{\sum_{i=1}^{q}(u_i^l n_i^l + v_i^l p_i^l)\right\}\right), \dots, \\ \left(\alpha_L\lambda_L + (1 - a_L)\left\{\sum_{i=1}^{q}(u_i^L n_i^L + v_i^L p_i^L)\right\}\right) \end{cases}$$

Subject to

$$a_1(u_i n_i + v_i p_i) \le \lambda_1 \quad , \quad \text{I} = 1, \dots, \text{L}$$
$$f_i(x) + n_i - p_i = b_i \quad , \quad i = 1, \dots, q$$
$$n_i, p_i \ge 0 \quad , \quad i = 1, \dots, q$$

که بر اساس اهداف برنامه‌ریزی، در تابع هدف انحرافات ناخواسته دارای وزن مثبت و انحرافاتی که نمی‌خواهیم حداقل شوند، دارای وزن صفر هستند.

فرمول ELGP، کلیهٔ مفاهیم به‌کار رفته در مدل‌های مختلف برنامه‌ریزی آرمانی را با یکدیگر ترکیب می‌کند. ویژگی ترکیبی بودن روش ترتیبی با ساختار اولویت‌دهی تابع هدف مشخص شده است. این ویژگی در مجموعهٔ اهداف وجود دارد. خاصیت بهینه‌سازی با کاربرد کارایی پارتو و تنظیم مقادیر بالای هدف برای آرمان‌ها به‌دست می‌آید. ویژگی توازن با ورود عبارت انحراف حداکثر ($\lambda_1$) در سطح اولویت به‌دست آمده است. علاوه بر این، توازن بین بهینه‌سازی (کارایی) و توازن با ورود پارامتر $\alpha_1$ در هر سطح اولویت قابل کنترل است. مقدار پارامتر $\alpha_1$ تأکید کامل بر بهینه‌سازی ($\alpha = 0$) و تأکید کامل بر توازن ($\alpha=1$) متغیر است. چارچوب ELGP ابزار پیچیده‌ای برای شامل شدن انواع ویژگی‌های مدنظر در برنامه‌ریزی آرمانی است (جونز، تمیز، ۲۰۱۰).

## برنامه‌ریزی فرا آرمانی

برنامه‌ریزی فرا آرمانی (Meta-GP) یکی از مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره است. در این برنامه‌ریزی تصمیم‌گیری‌هایی انعطاف‌پذیرتر از سایر برنامه‌های آرمانی برای تصمیم‌گیرندگان فراهم می‌شود و به آنان این امکان را می‌دهد تا دانسته‌ها و ترجیحات خود را در مورد وضعیت مسئله به راحتی اعمال کنند (جونز، تمیز، ۲۰۱۰). چنانچه تصمیم‌گیرنده سطوح آرمانی معینی را برای مقادیر نهایی توابع دستیابی به حداقل انحرافات در نظر بگیرد، آرمان‌هایی ایجاد می‌شود که در برخی موارد، جزئی از آرمان‌های اصلی است و به همین دلیل این نوع آرمان‌ها را فرا آرمان می‌گویند. سه نوع فرا آرمان وجود دارد که به‌صورت زیر بیان می‌شود:

**فرا آرمان نوع اول:** مجموع مقادیر وزنی متغیرهای انحرافی ناخواستهٔ نرمال‌سازی شده، نباید از حد بحرانی $Q_1$ بیشتر شود. این فرا آرمان به‌صورت رابطهٔ ۲ اعمال می‌شود.

$$\sum_{e=1}^{q} w_e \frac{n_e}{r_e} \leq Q_1$$ رابطهٔ ۲)

**فرا آرمان نوع دوم:** مقادیر حداکثر انحرافات وزنی متغیرهای نامطلوب نرمال‌سازی شده، نباید از حد بحرانی $Q_2$ بیشتر شود.

$$Max\left\{w_e \frac{n_e}{r_e}\right\} \leq Q_2 \Rightarrow \begin{cases} w_e \frac{n_e}{r_e} - D \leq 0 \,, e = 1, \dots, q \\ D \leq Q_2 \end{cases}$$ رابطهٔ ۳)

در رابطهٔ ۳، D حداکثر درصد انحرافات وزنی است.

به جز این دو نوع فرا آرمان، به موارد دیگری نیز می‌توان اشاره کرد که به‌طور مستقیم بر محاسبهٔ توابع دستیابی حداقل انحرافات نامطلوب تأثیرگذار نیستند و نوع سوم فرا آرمان را تشکیل می‌دهند.

**فرا آرمان نوع سوم:** مجموع مقادیر آرمان‌هایی که تأمین نشده‌اند، نباید از حد بحرانی $Q_3$ بیشتر شود.

$$n_e - M_e y_e \leq 0$$ رابطهٔ ۴)

$$\frac{\sum_{e=1}^{q} y_e}{q} \leq Q_3$$ رابطهٔ ۵)

در این رابطه، $y_e$ متغیرهای دوتایی و $M_e$ یک عدد بزرگ اختیاری است که معمولاً برابر با هدف آرمان در نظر گرفته می‌شوند. در نتیجه ارزش $\sum_{e=1}^{q} y_e$ در جواب بهینه، تعداد آرمان‌هایی را که به هدف خود نرسیده‌اند، بیان می‌کند.

در نهایت در تابع هدف به دنبال حداقل کردن انحرافات نامطلوب فرا آرمان‌ها با نرمال‌سازی درصدی در مدل هستیم.

## پیشینهٔ تجربی پژوهش

در دههٔ ۱۹۷۰، برای نخستین‌بار از برنامه‌ریزی آرمانی به‌منظور مدیریت پرتفوی استفاده شد (اونی و همکاران، ۲۰۱۴) و لی (۱۹۷۲) نخستین فرمول مدل LGP برای مسئلهٔ انتخاب پرتفوی را ارائه کرد. بعد از آن، لی و لیرو (۱۹۷۳) به‌منظور رفع مشکلات روش‌هایی که قبلاً در انتخاب پرتفوی بیان شده بود، مدل GP را پیشنهاد دادند. لی و چسر (۱۹۸۰) مدل GP جامع‌تری را در

این زمینه ارائه دادند. تاپو و فینستین (۱۹۹۳) با تبدیل مدل خطی کونو و یامازاکی به مدل GP، گام مؤثری در انتخاب پرتفوی بهینه برداشتند. از آن زمان تا کنون، محققان از گونه‌های مختلف GP، همچون برنامه‌ریزی آرمانی لکسیکوگراف، موزون، فازی، چبیشف، احتمالی و غیره، برای مدیریت پرتفوی استفاده کردند، اما با وجود این، اغلب مقالات پژوهشی مرتبط با انتخاب پرتفوی تا قبل از سال ۲۰۰۰، از مدل‌های LGP یا WGP استفاده می‌کردند. این روند از سال ۲۰۰۰ به بعد، به سمت مدل GP فازی تغییر یافته است (عظمی، تمیز، ۲۰۱۰).

از پژوهش‌های دیگر در حوزهٔ انتخاب پرتفوی تصمیم‌گیری چند هدفه با روش برنامه‌ریزی آرمانی، می‌توان به تحقیقی که مسری (۲۰۱۵) انجام داد، اشاره کرد. او در مطالعهٔ خود که در بازار بورس اوراق بهادار بحرین در محدودهٔ زمانی ۲۰۰۹ تا ۲۰۱۳ انجام داد با اهداف میانگین، انحراف استاندارد بازده‌های هفتگی، ضریب بتا و حد بالای سرمایه‌گذاری، از رویکرد اجباری احتمالی برای نشان‌دادن حداقل نرخ بازده قابل قبول احتمالی و از رویکرد مرجع برای سروکار داشتن با نرخ بازده ایده‌آل سرمایه‌گذاران و نوعی رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی احتمالی چندگانه استفاده کرد.

همچنین در خصوص تحقیقاتی که در داخل کشور انجام شده است می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

کریمیان و عابدزاده (۱۳۹۱) در پژوهشی با اهداف بازده و DPS به انتخاب پرتفوی با استفاده از روش MINMAX GP و برنامه‌ریزی تصادفی مقید اقدام کردند.

نبوی چاشمی و یوسفی کرچنگی (۱۳۹۰) با اهداف بازده، ریسک (انحراف معیار)، درصد مالکیت و DPS به انتخاب پرتفوی با استفاده از مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی و همچنین استفاده از روش‌های تکی، جمعی و زوجی به‌منظور محاسبه وزن شاخص‌ها، اقدام کردند.

با بررسی تحقیقات گذشته در خصوص استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی در حوزهٔ بهینه‌سازی پرتفوی، به این نتیجه رسیدیم که این تحقیقات عمدتاً به‌کمک نوعی روش برنامه‌ریزی آرمانی به بهینه‌سازی پرتفوی پرداخته‌اند که هر یک از این روش‌ها مزایا و معایب خود را دارند. در این تحقیق از روش برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته که ترکیبی از سه روش عمده در برنامه‌ریزی آرمانی (برنامه‌ریزی آرمانی لکسیکوگراف، وزنی و چبیشف) است و همچنین از روش برنامه‌ریزی فرا آرمانی که روش نسبتاً جدیدی در حوزه تصمیم‌گیری چند هدفه به‌شمار می‌رود، برای تشکیل پرتفوی بهینه، استفاده شده است.

## روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر گردآوری داده‌ها توصیفی است. با توجه به این که در این پژوهش به مدل‌سازی ریاضی پرداخته می‌شود، از نوع تحلیلی است و در دستهٔ پژوهش‌های توصیفی ـ تحلیلی قرار می‌گیرد. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها نیز از دو روش برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته و برنامه‌ریزی فرا آرمانی بهره برده شده است.

جامعهٔ آماری پژوهش ۵۰ شرکت برتر در ۳ ماههٔ اول سال ۱۳۹۴ و محدودهٔ زمانی یک سال از تاریخ ۹۳/۶/۳۱ تا ۹۴/۶/۳۱ است.

در این پژوهش با بررسی تحقیقات گذشته و نظر کارشناسان، معیارهای بازدهی، ریسک، نقدشوندگی و بتا، به‌عنوان معیارهای اصلی برای بهینه‌سازی پرتفوی انتخاب شده‌اند، بنابراین ابتدا این معیارها تشریح می‌شوند.

**بازده:** بازده سرمایه‌گذاری سهام عادی در یک دورهٔ معین با توجه به قیمت اول و آخر دوره و منافع حاصل از مالکیت به‌دست می‌آید.

رابطهٔ ۶)
$$b = \frac{D_t + P_t(1+\alpha+\beta) - (P_{t-1}+c\alpha)}{P_{t-1}+c\alpha}$$

در این رابطه، $P_t$ معرف قیمت سهام در پایان دورهٔ t، $P_{t-1}$ نشان‌دهندهٔ قیمت سهام در ابتدای دورهٔ t، $D_t$ سود نقدی پرداختی در زمان t، $\alpha$ درصد افزایش سرمایه از محل مطالبات و آوردهٔ نقدی، $\beta$ درصد افزایش سرمایه از محل اندوخته‌ها، $c$ مبلغ اسمی پرداخت شده توسط سهامداران بابت افزایش سرمایه از محل مطالبات و آوردهٔ نقدی است (راعی، ۱۳۸۳: ۱۵).

**ریسک:** انحراف معیار بازده، ریسک کلی اوراق بهادار یک پرتفوی را اندازه‌گیری می‌کند (جونز، تمیز، ۲۰۱۰).

رابطهٔ ۷)
$$r = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(r_t - r_A)^2}{n-1}}$$

در این رابطه، $r_t$ معرف بازده سهام در دورهٔ t، $r_A$ میانگین بازده سهام در دورهٔ t = ۱ تا t =n، $r$ انحراف معیار بازده سهام در دورهٔ t = ۱ تا t =n است.

**ریسک سیستماتیک (بتا):** ریسک سیستماتیک اصلی‌ترین عامل تعیین‌کنندهٔ بازده مورد انتظار به‌شمار می‌رود. ضریب بتا معیاری است برای سنجش ریسک سیستماتیک که با حرف یونانی β نمایش داده می‌شود. ضریب بتا نشان‌دهندهٔ مقدار ریسک سیستماتیک یک دارایی نسبت به یک

پرتفوی مبناست. بنا به تعریف محققان، بتای دارایی مبنا نسبت به خود دارایی برابر با ۱ است. بنابراین، ریسک سیستماتیک یک دارایی با بتای ۰/۵، نصف ریسک سیستماتیک پرتفوی مبناست (فیرر، راس، وسترفیلد، جردن، ۲۰۱۲).

رابطهٔ ۸) $$\text{ضریب بتا} = \frac{COV(\text{بازدهی بازار , بازدهی سهم})}{Var(\text{بازدهی بازار})}$$

**نقدشوندگی:** تعداد روزهایی که سهام شرکت در بازار داد و ستد می‌شود، میزان نقدشوندگی سهم را نشان می‌دهد (عبدالعزیر، اونی، فایده، ۲۰۰۷).

رابطهٔ ۹) $$\text{(نقدشوندگی)} \quad \mathrm{L} = \frac{N_j}{N_m}$$

در این رابطه، $N_j$ : تعداد روزهایی است که سهام شرکت j در بازار معامله می‌شود و $N_m$ تعداد روزهایی که بازار بورس اوراق بهادار باز است.

## مدل‌های برنامه‌ریزی فرا آرمانی و برنامه‌ریزی ترتیبی توسعه‌یافته

شایان ذکر است که متغیرهای تصمیم، محدودیت‌های سیستمی و آرمانی دو مدل یکسان است، اما توابع هدف آنها متفاوت هستند.

**متغیرهای تصمیم:** در پژوهش حاضر، متغیر تصمیم عبارت است از نسبت سرمایه‌گذاری در هر یک از سهام‌ها (۵۰ شرکت برترِ ۳ ماههٔ اول سال ۱۳۹۴ در بورس اوراق بهادار تهران). از این رو، پژوهش حاضر با ۵۰ متغیر تصمیم سروکار دارد و در پی تعیین مقادیر مشخصی برای آنهاست. متغیر تصمیم که در این پژوهش با علامت $x_{\mathrm{i}}$ ($\mathrm{i} = ۱, \ldots, ۵۰$) مشخص شده است، به معنای نسبت سرمایه‌گذاری در سهام $i$ام است. در این پژوهش از متغیرهای انحرافی نیز استفاده می‌شود. این متغیرها، میزان انحرافات مثبت و منفی از سطوح مورد انتظار آرمان‌ها را نشان می‌دهند و با علامت $d_j^+$ و $d_j^-$ مشخص شده‌اند.

**محدودیت‌های سیستمی دو مدل:** در این پژوهش، سه محدودیت سیستمی به شرح زیر در نظر گرفته شده است؛ محدودیت اول و دوم با توجه به نظر کارشناسان سرمایه‌گذاری لحاظ شده و سومی محدودیت آشکار سرمایه‌گذاری است.

۱. نسبت سرمایه‌گذاری در هیچ یک از شرکت‌ها بیشتر از ۱۰ درصد نباشد (بیشتر از ۱۰درصد سرمایهٔ شرکت به سهام یک شرکت خاص اختصاص داده نشود).

رابطهٔ ۱۰) $x_i \leq 0.1 \ , \ i = 1, 2, \ldots, 50$

۲. مجموع نسبت‌های سرمایه‌گذاری در هیچ‌یک از شرکت‌هایی که در یک صنعت قرار دارنـد، نباید بیشتر از ۳۰ درصد باشد.

رابطهٔ ۱۱) $$\sum_{i=1}^{9} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۱۲) $$\sum_{i=10}^{17} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۱۳) $$\sum_{i=18}^{23} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۱۴) $$\sum_{i=24}^{28} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۱۵) $$\sum_{i=29}^{32} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۱۶) $$\sum_{i=33}^{36} x_i \leq 0.3$$

۳. مجموع نسبت‌های سرمایه‌گذاری برابر ۱ است.

رابطهٔ ۱۷) $$\sum_{i=1}^{50} x_i = 1$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

**محدودیت‌های آرمانی دو مدل:** با تعیین سطوح انتظار برای اهداف، آرمان‌ها شکل می‌گیـرد و می‌توان محدودیت‌های آرمانی را به ترتیب جدول ۱ بیان کرد. در این جدول سطوح مورد انتظـار هر آرمان نیز با نظر کارشناسان مشخص شده است.

**جدول ۱. محدودیت آرمانی و سطح انتظار هر آرمان**

| آرمان | محدودیت آرمانی |
|---|---|
| بازده | $0/000309x_1 + 0/000786x_2 + 0/000014x_3 - 0/00270\ x_4 + 0/001600x_5 - 0/002523x_6 - 0/000236x_7 + 0/000576x_8 - 0/002058x_9 - 0/000848x_{10} - 0/000548x_{11} - 0/001382x_{12} + 0/001018x_{13} + 0/000007x_{14} - 0/001014x_{15} - 0/001173x_{16} - 0/001196x_{17} - 0/000614x_{18} + 0/002145x_{19} - 0/000577x_{20} + 0/002522x_{21} + 0/000585x_{22} + 0/001312x_{23} - 0/005716x_{24} - 0/000668x_{25} - 0/000234x_{26} - 0/000210x_{27} - 0/006056x_{28} - 0/001603x_{29} - 0/000970x_{30} - 0/000133x_{31} + 0/000410x_{32} - 0/002501x_{33} - 0/002022x_{34} - 0/003480x_{35} - 0/001753x_{36} - 0/003070x_{37} - 0/001556x_{38} - 0/002741x_{39} + 0/000445x_{40} + 0/000148x_{41} + 0/000839x_{42} + 0/002223x_{43} + 0/003692x_{44} + 0/003939x_{45} + 0/001257x_{46} + 0/001900x_{47} + 0/002110x_{48} + 0/001970x_{49} + 0/000825x_{50} + d_1^- - d_1^+$ |
| ریسک | $0/018748x_1 + 0/020703x_2 + 0/015150x_3 + 0/022191x_4 + 0/020537x_5 + 0/012575x_6 + 0/011805x_7 + 0/022166x_8 + 0/013559x_9 + 0/010026x_{10} + 0/014734x_{11} + 0/014648x_{12} + 0/009942x_{13} + 0/015483x_{14} + 0/010072x_{15} + 0/011480x_{16} + 0/012191x_{17} + 0/022622x_{18} + 0/024344x_{19} + 0/022414x_{20} + 0/041600x_{21} + 0/027904x_{22} + 0/030327x_{23} + 0/060294x_{24} + 0/064308x_{25} + 0/026372x_{26} + 0/015219x_{27} + 0/043179x_{28} + 0/012883x_{29} + 0/006752x_{30} + 0/011630x_{31} + 0/014201x_{32} + 0/013278x_{33} + 0/017771x_{34} + 0/021588x_{35} + 0/009923x_{36} + 0/008248x_{37} + 0/013239x_{38} + 0/017192x_{39} + 0/008174x_{40} + 0/011258x_{41} + 0/017709x_{42} + 0/016262x_{43} + 0/020010x_{44} + 0/021308x_{45} + 0/023317x_{46} + 0/023318x_{47} + 0/012691x_{48} + 0/026580x_{49} + 0/021742x_{50} + d_2^- - d_2^+$ |
| نقدشوندگی | $0/8926x_1 + 0/9711x_2 + 0/8099x_3 + 0/9256x_4 + 0/9669x_5 + 0/6198x_6 + 0/9628x_7 + 0/9050x_8 + 0/9752x_9 + 0/9463x_{10} + 0/9256x_{11} + 0/9132x_{12} + 0/8967x_{13} + 0/9752x_{14} + 0/9463x_{15} + 0/8223x_{16} + 0/9793x_{17} + 0/9587x_{18} + 0/9669x_{19} + 0/9752x_{20} + 0/7438x_{21} + 0/9793x_{22} + 0/9463x_{23} + 0/3471x_{24} + 0/4380x_{25} + 0/9256x_{26} + 0/9380x_{27} + 0/4008x_{28} + 0/8926x_{29} + 0/9421x_{30} + 0/9793x_{31} + 0/9339x_{32} + 0/8388x_{33} + 0/8388x_{34} + 0/7479x_{35} + 0/4587x_{36} + 0/7603x_{37} + 0/7521x_{38} + 0/7149x_{39} + 0/9876x_{40} + 0/9380x_{41} + 0/9215x_{42} + 0/3967x_{43} + 0/7355x_{44} + 0/9215x_{45} + 0/8636x_{46} + 0/9256x_{47} + 0/9752x_{48} + 0/9339x_{49} + 0/9669x_{50} + d_3^- - d_3^+$ |
| نقد | $1/65x_1 + 1/86x_2 + 1/19x_3 + 1/86x_4 + 1/61x_5 + 1/05x_6 + 0/66x_7 + 1/29x_8 + 0/43x_9 + 0/53x_{10} + 1/33x_{11} + 1/19x_{12} + 0/32x_{13} + 0/77x_{14} + 0/44x_{15} + 0/66x_{16} + 0/38x_{17} + 1/83x_{18} + 1/95x_{19} + 1/94x_{20} + 2/81x_{21} + 1/95x_{22} + 1/81x_{23} + 4/13x_{24} + 4/26x_{25} + 1/59x_{26} + 0/52x_{27} + 2/62x_{28} + 1/2x_{29} + 0/2x_{30} + 0/53x_{31} + 0/98x_{32} + 0/83x_{33} + 0/97x_{34} + 0/59x_{35} + 0/05x_{36} + 0/36x_{37} + 0/6x_{38} + 1/06x_{39} + 0/51x_{40} + 0/84x_{41} + 1/89x_{42} + 1/17x_{43} + 1/26x_{44} + 0/31x_{45} + 1/53x_{46} + 1/61x_{47} - 0/09x_{48} + 1/71x_{49} + 2/01x_{50} + d_4^- - d_4^+$ |

**توابع هدف:** تابع هدف در مدل‌های GP به‌گونه‌ای است که انحرافات نامطلوب را حداقل می‌کند. هر نوع تابع هدف به گونهٔ متفاوتی از مدل GP منجر می‌شود. در ادامه، توابع هدف مدل‌های برنامه‌ریزی فرا آرمانی و برنامه‌ریزی ترتیبی توسعه یافته ارائه می‌شود.

## تابع هدف مدل برنامه‌ریزی ترتیبی توسعه یافته

در این تابع هدف، ابتدا متغیرها اولویت‌بندی می‌شوند. در داخل هر اولویت، ترکیبی از دو روش چبیشف و وزنی با نسبت‌های مشخص که با α به نمایش درآمده، استفاده شده است.

رابطهٔ ۱۸)
$$minZ = \left(\alpha_1\lambda_1 + (1-\alpha_1)\left(w_1\frac{n_1}{b_p} + w_2\frac{p_2}{r_p}\right)\right), \left(\alpha_2\lambda_2 + (1-\alpha_2)\left(\frac{n_3}{l_p}\right)\right), \left(\alpha_3\lambda_3 + (1-\alpha_3)\left(\frac{p_4}{beta_4}\right)\right)$$

## تابع هدف برنامه‌ریزی فرا آرمانی

با توجه به آرمان‌ها، اکنون به تعیین سه فرا آرمان $\beta_1$، $\beta_2$ و $\beta_3$ پرداخته می‌شود. در تابع هدف، از طریق نرمال‌سازی درصدی به‌دنبال حداقل کردن این سه فرا آرمان هستیم.

رابطهٔ ۱۹)
$$minZ = \left(\frac{\beta_1}{\mathrm{Q1}} + \frac{\beta_2}{\mathrm{Q2}} + \frac{\beta_3}{\mathrm{Q3}}\right)$$

بنابراین دو مدل برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته و مدل برنامه‌ریزی فرا آرمانی به‌دست آمد که در ادامه به توضیح هر یک پرداخته می‌شود.

## مدل برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه یافته

روابط ۲۱ تا ۲۴ اهداف مدل یا به‌ترتیب بازدهی، ریسک، نقدشوندگی و بتا را نشان می‌دهند که برای هر یک از آنها یک مقدار آرمانی و انحرافات مثبت و منفی در نظر گرفته شده است. برای بازدهی و نقدشوندگی انحراف منفی و برای ریسک و بتا انحراف مثبت، نامطلوب است.

در رابطهٔ ۲۰ که تابع هدف مدل است، قصد داریم انحرافات نامطلوب آرمان‌ها را با ترکیبی از روش‌های برنامه‌ریزی آرمانی اولویت‌دار، وزنی و چبیشف به حداقل برسانیم. با توجه به نظر کارشناسان سرمایه‌گذاری، بازدهی و ریسک نسبت به نقدشوندگی و بتا در اولویت‌اند و در سطح ۱ قرار می‌گیرند، در سطح ۲ نقدشوندگی و در سطح ۳ نیز بتا قرار دارد. در داخل سطح ۱ ترکیبی از دو روش وزنی و چبیشف استفاده شده است و به هر یک وزنی به مقدار $\alpha_1$ اختصاص داده می‌شود که این وزن اهمیت هر یک از این دو روش را از نظر تصمیم‌گیرنده مشخص می‌کند.

برای روش چبیشف، دو انحراف نامطلوب بازدهی و ریسک (نرمال‌سازی شده با نرمال‌سازی درصدی) همراه با وزنی که تصمیم‌گیرنده تعیین کرده است را در محدودیت‌های نشان‌داده شده در رابطهٔ ۳۳، کوچک‌تر مساوی مقدار ثابت $\lambda_1$ قرار می‌دهیم و در قسمت اول تابع هدف سطح ۱ تلاش می‌کنیم انحرافات یا $\lambda_1$ را به حداقل برسانیم. برای روش وزنی در قسمت دوم تابع هدف سطح ۱، به هر یک از این دو انحراف با نظر تصمیم‌گیرنده وزنی که نشان‌دهندهٔ اهمیت هر یک از دو هدف بازدهی و ریسک باشد، تعلق گرفت و در داخل سطح ۲ و ۳ نیز به همین صورت برای نقدشوندگی و بتا از ترکیب دو روش مذکور استفاده شد. محدودیت رابطهٔ ۲۵ نشان‌دهندهٔ آن است که نسبت سرمایه‌گذاری در هیچ یک از شرکت‌ها بیشتر از ۱۰ درصد نباشد، در روابط ۲۶ تا ۳۱ مجموع نسبت‌های سرمایه‌گذاری در هیچ یک از شرکت‌هایی که در یک صنعت قرار دارند، نباید بیشتر از ۳۰ درصد باشد. همچنین در رابطهٔ ۳۲ مجموع نسبت‌های سرمایه‌گذاری برابر ۱ است. بدین ترتیب مدل نهایی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

رابطهٔ ۲۰)
$$minZ = \left(\alpha_1\lambda_1 + (1-\alpha_1)\left(w_1\frac{n_1}{b_p} + w_2\frac{p_2}{r_p}\right)\right), \left(\alpha_2\lambda_2 + (1-\alpha_2)\left(\frac{n_3}{l_p}\right)\right), \left(\alpha_3\lambda_3 + (1-\alpha_3)\left(\frac{p_4}{beta_4}\right)\right)$$

S. t

رابطهٔ ۲۱)
$$\sum_{i=1}^{50} b_i x_i + d_1^- - d_1^+ = b_p$$

رابطهٔ ۲۲)
$$\sum_{i=1}^{50} r_i x_i + d_2^- - d_2^+ = r_p$$

رابطهٔ ۲۳)
$$\sum_{i=1}^{50} l_i x_i + d_3^- - d_3^+ = l_p$$

رابطهٔ ۲۴)
$$\sum_{i=1}^{50} beta_i x_i + d_4^- - d_4^+ = beta_p$$

رابطهٔ ۲۵)
$$x_t \le 0.1 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, 50$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

رابطهٔ ۲۶) $$\sum_{i=1}^{9} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۲۷) $$\sum_{i=10}^{17} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۲۸) $$\sum_{i=18}^{23} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۲۹) $$\sum_{i=24}^{28} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۳۰) $$\sum_{i=29}^{32} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۳۱) $$\sum_{i=33}^{36} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۳۲) $$\sum_{i=1}^{50} x_i = 1$$

رابطهٔ ۳۳) $$\alpha_1 \left( w_1 \frac{n_1}{b_p} \right) \leq \lambda_1$$

رابطهٔ ۳۴) $$\alpha_1 \left( w_2 \frac{p_2}{r_p} \right) \leq \lambda_1$$

رابطهٔ ۳۵) $$\alpha_2 \left( w_3 \frac{n_3}{l_p} \right) \leq \lambda_2$$

رابطهٔ ۳۶) $$\alpha_3 \left( w_4 \frac{p_4}{Beta_p} \right) \leq \lambda_3$$

$$x_i \leq 0 \ , \ i = 1, 2, \dots, 50 \ ; \ n_i \ , p_i \geq 0 \ , i = 1, 2, 3 \ ; \ \lambda \geq 0$$

## مدل برنامه‌ریزی فرا آرمانی

روابط ۳۸ تا ۴۱ اهداف مدل یا به‌ترتیب بازدهی، ریسک، نقدشوندگی و بتا را نشان می‌دهند. برای هر یک از آنها یک مقدار آرمانی و انحرافات مثبت و منفی در نظر گرفته شده است. برای بازدهی و نقدشوندگی انحراف منفی، انحراف نامطلوب است و برای ریسک و بتا انحراف مثبت، انحراف نامطلوبی محسوب می‌شود.

با استفاده از این آرمان‌ها به تعیین سه فرا آرمان که در رابطه‌های ۵۰ تا ۵۲ نشان داده شده است، پرداخته می‌شود. در فرا آرمان اول، مجموع مقادیر وزنی متغیرهای انحرافی ناخواستهٔ نرمال‌سازی شده نباید از حد بحرانی Q1 بیشتر شود. همچنین در فرا آرمان دوم، مقادیر حداکثر انحرافات وزنی متغیرهای نامطلوب نرمال‌سازی شده که با λ نمایش داده می‌شود، نباید از حد بحرانی Q2 بیشتر شود.

در روابط ۵۷ تا ۶۰، انحرافات نامطلوب آرمان‌ها (نرمال‌سازی شده با نرمال‌سازی درصدی) همراه با وزنی که تصمیم‌گیرنده تعیین کرده است را کوچک‌تر مساوی مقدار ثابت λ قرار می‌دهیم.

در فرا آرمان نوع سوم، مجموع مقادیر آرمان‌هایی که تأمین نشده‌اند (با نماد Y نمایش داده می‌شود که دو مقدار ۰ و ۱ را می‌پذیرد و زمانی که مقدار Y برابر ۱ شود، آرمان مد نظر تأمین نشده است)، نباید از حد بحرانی Q3 بیشتر شوند.

در روابط ۵۳ تا ۵۶ نیز، انحرافات نامطلوب را کمتر و مساوی مقادیر Y قرار می‌دهیم تا در صورتی که مقدار آرمان تأمین شود (Y = ۰)، مقدار انحراف نیز برابر صفر شده و چنانچه مقدار آرمان تأمین نشود (Y = ۱)، مقدار انحراف بزرگ‌تر از صفر شود. مقدار بزرگ M را نیز برای اتخاذ هر مقدار برای انحراف تأمین نشده در مقدار Y ضرب می‌کنیم.

برای هر یک از فرا آرمان‌ها، α را انحراف مثبت و β را انحراف منفی و نامطلوب در نظر می‌گیریم.

در نهایت در رابطهٔ ۳۷ که تابع هدف مدل است، به‌منظور حداقل‌سازی هر سه فرا آرمان، مقادیر انحرافات منفی (β) را با نرمال‌سازی درصدی به حداقل می‌رسانیم. سپس مدل را در نرم‌افزارهای لینگو و اکسل حل می‌کنیم. مدل نهایی به‌صورت زیر است:

رابطهٔ ۳۷)
$$minZ = \left(\frac{\beta_1}{\mathrm{Q1}} + \frac{\beta_2}{\mathrm{Q2}} + \frac{\beta_3}{\mathrm{Q3}}\right)$$

S. t

رابطهٔ ۳۸)
$$\sum_{i=1}^{50} b_i x_i + d_1^- - d_1^+ = b_p$$

رابطهٔ ۳۹)
$$\sum_{i=1}^{50} r_i x_i + d_2^- - d_2^+ = r_p$$

رابطهٔ ۴۰) $$\sum_{i=1}^{50} l_i x_i + d_3^- - d_3^+ = l_p$$

رابطهٔ ۴۱) $$\sum_{i=1}^{50} beta_i x_i + d_4^- - d_4^+ = beta_p$$

رابطهٔ ۴۲) $$x_i \leq 0.1 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, 50$$

رابطهٔ ۴۳) $$\sum_{i=1}^{9} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۴۴) $$\sum_{i=10}^{17} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۴۵) $$\sum_{i=18}^{23} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۴۶) $$\sum_{i=24}^{28} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۴۷) $$\sum_{i=29}^{32} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۴۸) $$\sum_{i=33}^{36} x_i \leq 0.3$$

رابطهٔ ۴۹) $$\sum_{i=1}^{50} x_i = 1$$

رابطهٔ ۵۰) $$w_1 \frac{n_1}{b_p} + w_2 \frac{p_2}{r_p} + w_3 \frac{n_3}{l_p} + w_4 \frac{p_4}{Beta_p} + \alpha_1 - \beta_1 = Q_1$$

رابطهٔ ۵۱) $$\lambda + \alpha_2 - \beta_2 = Q_2$$

رابطهٔ ۵۲) $$\sum_{j=1}^{4} Y_j + \alpha_3 - \beta_3 = Q_3$$

رابطهٔ ۵۳) $$n_1 \leq MY_1$$

رابطهٔ ۵۴) $$P_2 \leq MY_2$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

رابطهٔ ۵۵) $n_3 \leq MY_3$

رابطهٔ ۵۶) $P_4 \leq MY_4$

رابطهٔ ۵۷) $w_1 \frac{n_1}{b_p} \leq \lambda$

رابطهٔ ۵۸) $w_2 \frac{p_1}{r_p} \leq \lambda$

رابطهٔ ۵۹) $w_3 \frac{n_3}{l_p} \leq \lambda$

رابطهٔ ۶۰) $w_4 \frac{p_4}{Beta_p} \leq \lambda$

$x_i \geq 0 \ , \qquad i = 1, 2, \dots, 50$

$n_i \ , p_i \geq 0 \ , \quad i = 1, 2, 3, 4$

$Y_i = 0 \ or \ 1 \ , \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad ; \quad \lambda \geq 0$

## یافته‌های پژوهش

### نتایج به‌کارگیری مدل ELGP برای بهینه‌سازی پرتفوی

آرمان‌های این مدل بازدهی، ریسک، نقدشوندگی و بتا است که برای بازدهی و نقدشوندگی انحراف منفی و برای ریسک و بتا انحراف مثبت، انحرافات نامطلوبی محسوب می‌شود.

گام‌های حل مدل به این صورت است که با بهره‌مندی از نظر خبرگان، ابتدا مقادیر آرمانی برای بازده، ریسک، نقدشوندگی و بتا به‌ترتیب ۰/۰۰۲، ۰/۰۲، ۰/۸۵ و ۰/۸ به‌دست آمد. در گام دوم برای تعیین اولویت، بازده و ریسک رتبهٔ اول، نقدشوندگی رتبهٔ دوم و بتا در رتبهٔ سوم قرار گرفتند. با توجه به این که بازده و ریسک از لحاظ اولویت در یک سطح بودند، به هر یک از آنها وزنی معادل ۰/۵ اختصاص داده شد. در گام سوم به دو مدل CGP و WGP به ترتیب وزن‌های ۰/۴ و ۰/۶ اختصاص یافت؛ سپس به حل کردن مدل در نرم‌افزارهای لینگو و اکسل اقدام شد. نتایج مقایسهٔ پرتفوی انتخابی مدل برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته با اطلاعات واقعی شش‌ماههٔ دوم سال ۱۳۹۴ که در جدول ۱ آورده شده، در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲ میزان تفاوت در نسبت سرمایه‌گذاری در هر یک از سهام (پرتفوی تشکیل شده) را با توجه به روش برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته نشان می‌دهد. بازده این سبد سرمایه‌گذاری ۲۱/۶۷۸ درصد است و همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، به نظر می‌رسد

به‌دلیل محدودیت ۳۰ درصدی در خرید سهام شرکت‌های حاضر در یک صنعت، سهام‌های ابتدای این جدول که اغلب متعلق به یک صنعت خاص هستند، مقدار کمتری را از کل پرتفوی به خود اختصاص داده‌اند؛ همچنین سهام‌های انتهایی همچون شرکت‌های کشتیرانی جمهوری اسلامی ایران و ایران ترانسفو به‌ترتیب با بازدهی‌های روزانهٔ ۰/۳۹۴ و ۰/۳۶۹ درصد و شرکت‌های خدمات انفورماتیک و صنایع آب آذر با نقدشوندگی‌های به‌ترتیب با ۹۷ و ۹۳ درصد، سهم بیشتری از پرتفوی را از آن خود کرده‌اند.

**جدول ۲. نسبت تخصیص سرمایه به هر سهم (ELGP) و مقایسه نتایج با اطلاعات واقعی شش‌ماههٔ دوم سال ١٣٩٤**

| سهام | نسبت تخصیص سرمایه به هر سهم در مدل ELGP | بازده پرتفوی ELGP | سهام | نسبت تخصیص سرمایه به هر سهم در مدل ELGP | بازده پرتفوی ELGP | سهام | نسبت تخصیص سرمایه به هر سهم در مدل ELGP | بازده پرتفوی ELGP |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X1 | ۰ | ۰ | X18 | ۰ | ۰ | X35 | ۰ | ۰ |
| X2 | ۰ | ۰ | X19 | ۰ | ۰ | X36 | ٪۸/۹۰ | ۰/۰۷۳۸۷ |
| X3 | ۰ | ۰ | X20 | ۰ | ۰ | X37 | ۰ | ۰ |
| X4 | ۰ | ۰ | X21 | ٪۹/۵۰ | ۰/۰۸۸۵۸ | X38 | ۰ | ۰ |
| X5 | ۰ | ۰ | X22 | ۰ | ۰ | X39 | ۰ | ۰ |
| X6 | ۰ | ۰ | X23 | ۰ | ۰ | X40 | ۰ | ۰ |
| X7 | ۰ | ۰ | X24 | ۰ | ۰ | X41 | ۰ | ۰ |
| X8 | ۰ | ۰ | X25 | ۰ | ۰ | X42 | ۰ | ۰ |
| X9 | ٪۱۰/۰۰ | -۰/۰۱۴۴۸ | X26 | ۰ | ۰ | X43 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۲۰۸۶ |
| X10 | ۰ | ۰ | X27 | ۰ | ۰ | X44 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۱۲۳۲ |
| X11 | ۰ | ۰ | X28 | ۰ | ۰ | X45 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۰۰۰۵ |
| X12 | ۰ | ۰ | X29 | ۰ | ۰ | X46 | ٪۴/۹۰ | ۰/۰۰۰۰۵ |
| X13 | ٪۶/۷۰ | ۰/۰۱۲۲۸ | X30 | ۰ | ۰ | X47 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۳۱۴۱ |
| X14 | ۰ | ۰ | X31 | ۰ | ۰ | X48 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۱۹۸۷ |
| X15 | ۰ | ۰ | X32 | ۰ | ۰ | X49 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۵۸۱۰ |
| X16 | ۰ | ۰ | X33 | ۰ | ۰ | X50 | ۰ | ۰ |
| X17 | ۰ | ۰ | X34 | ۰ | ۰ | | | |
| جمع بازده پرتفوی | | | | | ٪۲۱/۶۷۸ | | | |

## نتایج به‌کارگیری مدل Meta-GP برای بهینه‌سازی پرتفوی

آرمان‌های این مدل بازدهی، ریسک، نقدشوندگی و بتا است که برای بازدهی و نقدشوندگی انحراف منفی و برای ریسک و بتا انحراف مثبت، انحرافات نامطلوبی محسوب می‌شود.

گام‌های حل مدل به این صورت است. با بهره‌مندی از نظر خبرگان، ابتدا مقادیر آرمانی برای بازده، ریسک، نقدشوندگی و بتا به‌ترتیب ۰/۰۰۲، ۰/۰۲، ۰/۸۵ و ۰/۸ به‌دست آمد. در گام دوم به بازده، ریسک، نقدشوندگی و بتا به‌ترتیب وزن‌هایی معادل ۰/۳۵، ۰/۳۵، ۰/۲ و ۰/۱ تعلق گرفت و در گام سوم مقادیر فرا آرمان‌ها را که به صورت زیر بیان می‌شود، تعیین کردیم:

فرا آرمان نوع اول: مجموع مقادیر وزنی متغیرهای انحرافی ناخواستهٔ نرمال‌سازی شده، نباید از حد بحرانی ۰/۰۶ بیشتر شود.

فرا آرمان نوع دوم: مقادیر حداکثر انحرافات وزنی متغیرهای نامطلوب نرمال‌سازی شده که با $\lambda$ نمایش داده می‌شود، نباید از حد بحرانی ۰/۰۲ بیشتر شود.

فرا آرمان نوع سوم: مجموع مقادیر آرمان‌هایی که تأمین نشده‌اند (با نماد $Y$ نمایش داده می‌شود و دو مقدار ۰ و ۱ را می‌پذیرد؛ زمانی که مقدار $Y$ برابر ۱ شود، آرمان مد نظر تأمین نشده است) نباید از حد بحرانی ۲ بیشتر شود.

در محدودیت‌ها نیز انحرافات نامطلوب را کمتر و مساوی مقادیر $Y$ قرار دادیم تا چنانچه مقدار آرمان تأمین شد ($Y=0$)، مقدار انحراف نیز برابر صفر شود و در صورتی که مقدار آرمان تأمین نشد ($Y=1$)، مقدار انحراف بزرگ‌تر از صفر شود. مقدار بزرگ $M$ را نیز برای اتخاذ هر مقدار برای انحراف تأمین نشده در مقدار $Y$ ضرب کردیم.

در نهایت از آنجا که به دنبال حداقل‌سازی هر سه فرا آرمان بودیم، در تابع هدف اصلی، مقادیر انحرافات منفی ($\beta$) را با نرمال‌سازی درصدی به حداقل رساندیم، سپس مدل را با استفاده از نرم افزارهای لینگو و اکسل حل کردیم.

نتیجهٔ مقایسه پرتفوی انتخابی مدل برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته با اطلاعات واقعی شش‌ماههٔ دوم سال ۱۳۹۴ که در جدول ۱ آورده شده، در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳ میزان تفاوت در نسبت سرمایه‌گذاری در هر یک از سهام را با توجه به روش برنامه‌ریزی فر ا آرمانی نشان می‌دهد. بازده این سبد سرمایه‌گذاری ۲۰/۱۷۲ درصد است و همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود و در حل مدل برنامه‌ریزی آرمانی ترتیبی توسعه‌یافته به آن اشاره کردیم، به نظر می‌رسد در این مدل نیز، به دلیل محدودیت ۳۰ درصدی در خرید سهام شرکت‌های حاضر در یک صنعت، سهام قرارگرفته در ابتدای این جدول که اغلب متعلق به صنعت خاصی هستند، مقدار کمتری از کل پرتفوی را به خود اختصاص داده‌اند. همچنین سهام

شرکت‌های انتهایی این جدول به علت بازدهی و نقدشوندگی زیاد، سهم بیشتری از پرتفوی را از آن خود کرده‌اند.

**جدول ۳. نسبت تخصیص سرمایه به هر سهم (META-GP) و مقایسهٔ نتایج با اطلاعات واقعی شش‌ماههٔ دوم سال ۱۳۹٤**

| سهام | نسبت تخصیص سرمایه به هر سهام در مدل META-GP | بازده پرتفوی META-GP | سهام | نسبت تخصیص سرمایه به هر سهام در مدل META-GP | بازده پرتفوی META-GP | سهام | نسبت تخصیص سرمایه به هر سهام در مدل META-GP | بازده پرتفوی META-GP |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X1 | ۰ | ۰ | X18 | ۰ | ۰ | X35 | ۰ | ۰ |
| X2 | ۰ | ۰ | X19 | ۰ | ۰ | X36 | ٪۸/۴۰ | ۰/۰۶۹۷۲ |
| X3 | ۰ | ۰ | X20 | ۰ | ۰ | X37 | ۰ | ۰ |
| X4 | ۰ | ۰ | X21 | ٪۸۰/۹ | ۰/۰۹۱۳۸ | X38 | ۰ | ۰ |
| X5 | ۰ | ۰ | X22 | ۰ | ۰ | X39 | ۰ | ۰ |
| X6 | ۰ | ۰ | X23 | ۰ | ۰ | X40 | ۰ | ۰ |
| X7 | ۰ | ۰ | X24 | ۰ | ۰ | X41 | ۰ | ۰ |
| X8 | ۰ | ۰ | X25 | ٪۰/۸۰ | ۰/۰۰۲۲۸ | X42 | ۰ | ۰ |
| X9 | ٪۱۰/۰۰ | −۰/۰۱۴۴۸ | X26 | ۰ | ۰ | X43 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۲۰۸۶ |
| X10 | ۰ | ۰ | X27 | ۰ | ۰ | X44 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۱۲۳۲ |
| X11 | ۰ | ۰ | X28 | ۰ | ۰ | X45 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۴۶۳۸ |
| X12 | ۰ | ۰ | X29 | ۰ | ۰ | X46 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۰۰۰۵ |
| X13 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۱۸۳۳ | X30 | ۰ | ۰ | X47 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۳۱۴۱ |
| X14 | ۰ | ۰ | X31 | ۰ | ۰ | X48 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۱۹۸۷ |
| X15 | ۰ | ۰ | X32 | ۰ | ۰ | X49 | ٪۱۰/۰۰ | ۰/۰۵۸۱۰ |
| X16 | ۰ | ۰ | X33 | ۰ | ۰ | X50 | ۰ | ۰ |
| X17 | ۰ | ۰ | X34 | ۰ | ۰ | | | |
| جمع بازده پرتفوی | | | | | ٪۲۰/۱۷۲ | | | |

## نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش با استفاده از دو مدل ELGP و Meta-GP به بهینه‌سازی پرتفوی پرداخته شد و برای هر یک از این دو مدل، یک پرتفوی بهینه با بهره‌مندی از نظر کارشناسان برای تعیین حدود آرمانی و فرا آرمانی، اولویت‌بندی و وزن‌دهی به شاخص‌ها و همچنین محدودیت‌های مختلف، شکل گرفت. پس از حل این دو مدل مشاهده شد که همهٔ آرمان‌ها و فرا آرمان‌ها کاملاً ارضا شده‌اند. در پرتفوی به‌دست آمده برای هر یک از این دو مدل، میزان سرمایه‌گذاری برای سهم‌های بانک کارآفرین، پتروشیمی مبین، کشتیرانی جمهوری اسلامی ایران، ایران ترانسفو، لیزینگ رایان سایپا، خدمات انفورماتیک و صنایع آب آذر، ۱۰ درصد به‌دست آمد و میزان سرمایه‌گذاری برای سهم‌های پتروشیمی پردیس، پارس خودرو، فولاد خراسان و تراکتورسازی ایران برای هر یک از این دو مدل تفاوت داشت. در این میان، پالایش نفت اصفهان تنها سهامی بود که در پرتفوی تشکیل شده برای مدل Meta-GP وجود داشت، اما برای مدل ELGP موجود نبود. در نهایت مقدار بازدهی پرتفوی محاسبه‌شده از بازدهی‌های واقعی شش‌ماههٔ دوم سال ۹۴ برای ۵۰ شرکت برتر سه‌ماههٔ اول سال ۹۴، برای مدل ELGP مقدار ۲۱/۶۸ درصد و برای مدل Meta-GP مقدار ۲۰/۱۷ درصد به‌دست آمد.

در پایان برای تحقیقات آتی پیشنهادهایی ارائه شده است:

۱. هرچند بازار بورس کشور به‌نسبت جوان است، مقررات جامع و مانع ندارد و اطلاعات شرکت‌های مندرج در فهرست بورس اوراق بهادار کشور به‌طور یکسان و به‌موقع در اختیار همگان قرار نمی‌گیرد؛ در همین وضعیت نیز کاربرد مدل‌های مختلف در حوزه‌های متعدد در بازار سرمایه که دو تا از آنها در این پژوهش استفاده شده است، مفید به نظر می‌رسد. یادآوری می‌شود که پیش از هر اقدام باید با اشخاص صاحب نظر و خبره در این حوزه مشورت کرد و از تکیهٔ صرف به اعداد و ارقام و استفادهٔ مکانیکی از مدل‌ها پرهیز شود.

۲. افزودن معیارهای جدید از قبیل سود هر سهم، سود تقسیمی هر سهم، درصد مالکیت و سایر نسبت‌های مالی با در نظر گرفتن وزن و اولویت آنها، کارآمدی مدل را می‌تواند افزایش دهد.

۳. استفاده از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه برای وزن‌دهی به معیارها و مقایسهٔ نتیجهٔ آن با نظر کارشناسان، می‌تواند دقت وزن‌ها را افزایش دهد.

## *References*


Abdelaziz, F. B., Aouni, B. & El Fayedh, R. (2007). Multi-objective stochastic programming for portfolio selection. *European Journal of Operational Research*, 177(3), 1811-1823.

Aouni, B., Colapinto, C. & La Torre, D. (2014). Financial portfolio management through the goal programming model: Current state-of-the-art. European Journal of Operational Research, 234(2), 536-545.

Aouni, B., Colapinto, C. & La Torre, D. (2014). Financial portfolio management through the goal programming model: Current state-of-the-art. *European Journal of Operational Research*, 234(2), 536-545.

Azmi, R. & Tamiz, M. (2010). *A review of goal programming for portfolio selection.* In New Developments in Multiple Objective and Goal Programming (pp. 15-33). Springer, Berlin, Heidelberg.

Chang, C. T. (2011). Multi-choice goal programming with utility functions. *European Journal of Operational Research*, 215(2), 439-445.

Eslami Bigdeli, GH. & Saranj, A. (2008). Portfolio selection by mean of three criteria, average return, return variance and liquidity in exchange market. *Analyze of accountant and auditor*, 15(53), 3-16. (*in Persian*)

Firer, C., Ross, S. A., Westerfield, R., & Jordan, B. D. (2012). *Fundamentals of corporate finance.* McGraw-Hill Higher Education.

Jones, D., & Tamiz, M. (2010). *Practical goal programming* (Vol. 141, No. 141). New York: Springer.

Karimian, N. & Abedzadeh, M. (2009). *Portfolio selection by mean of* Min-max goal programming. *Financial engineering and security management*, 3(12), 1-15. (*in Persian*)

Kritzman, M. (2003). *The portable financial analyst: what practitioners need to know*, 2nd edn, New York: Wiley.

Markowitz Harry, M. (1959). *Portfolio Selection Efficient Diversification of Investment*. New York: John Wiley.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.

Momeni, M. (2013). *New topics in Operation Research*. Tehran: Ganje Shayegan. (*in Persian*)

Nabavi Chashmi, A. & Yusofi Karchangi, R. (2011). Portfolio selection by means of fuzzy goal programming. *Financial engineering and security management*, 2(9), 107-134. (*in Persian*)

Raei, R. & Talangi, A. (2004). *Advanced investment management*. Tehran, Samt. (*in Persian*)

Romero, C. (2001). Extended lexicographic goal programming: a unifying approach. *Omega*, 29(1), 63-71.

Tehrani, R. & Nournakhsh, A. (2008). *Advanced investment management*. Tehran: Negahe Danesh. (*in Persian*)

Zopounidis, C., & Doumpos, M. (2002). Multi-criteria decision aid in financial decision making: methodologies and literature review. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 11(4-5), 167-186.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی