Industrial Management Journal

Print ISSN: 2008-5885

Online ISSN: 2423-5369

Designing a New Efficiency Ranking Method in Data Envelopment Analysis Using Fuzzy Inference System

Mohammad Hossien Karimi Govareshaki*

*Corresponding Author, Assistant Prof., Department of Industrial Engineering, Faculty of Managment and Industrial Engineering, Malek Ashtar University, Tehran, Iran. E-mail: mh_karimi@mut.ac.ir

Saeed Roshandel

Ph.D. Candidate, Department of Industrial Engineering, Faculty of Managment and Industrial Engineering, Malek Ashtar University, Tehran, Iran. E-mail: roshandel.saeed@mut.ac.ir

Abstract

Objective: Data envelopment analysis is a well-known method based on mathematical programming to measure the efficiency of decision-making units. This approach identifies some units as efficient units set. According to these units, it constitutes an efficient frontier. In this case, discernment between efficient decision-making units are is impossible because several decision-makers have the same efficiency score**.**

Methods: This study presents a new method for ranking efficient units in fuzzy data envelopment analysis. In this study, using a fuzzy inference system for ranking efficient units is proposed as a new method. In the proposed method, the efficient and inefficient units are first separated from each other using data envelopment analysis. Then, the concepts of fuzzy inference system are used to rank efficient units.

Results: The information of inefficient units is in a way which the fuzzy data envelopment analysis fails to assign an equivalent value of one to these unit's efficiency. According to this concept, in the proposed method, each of these inefficient units is considered as a rule, and the amount of these rules are fired by the efficient units, has used as an indicator for their ranking.

Conclusion: Finally, a numerical example is performed to check the accuracy of the model's performance. In this example, the data used in one of the basic articles in this field were used and it was found that the results obtained from the proposed method are quite similar to the results of the mentioned research.

Keywords: Fuzzy Data Envelopment Analysis, Fuzzy Inference System, Efficiency Ranking Method.

Citation: Karimi Govareshaki, Mohammad Hossien & Roshandel, Saeed (2020). Designing a New Efficiency Ranking Method in Data Envelopment Analysis Using Fuzzy Inference System. *Industrial Management Journal*, 12(3), 440-461. (*in Persian*)

Industrial Management Journal, 2020, Vol. 12, No.3, pp. 440-461

DOI: 10.22059/imj.2020.298643.1007722

Received: March 01, 2020; Accepted: January 26, 2021

© Faculty of Management, University of Tehran

مدیریت صنعتی
شاپا چاپی: ۵۸۸۵-۲۰۰۸
شاپا الکترونیکی: ۵۳۶۹-۲۴۲۳

طراحی یک روش جدید به منظور رتبه بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده کارا در تحلیل پوششی داده‌ها با استفاده از سیستم استنتاج فازی

محمدحسین کریمی گوارشکی*

* نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی صنایع، مجتمع مدیریت و مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران.
رایانامه: mh_karimi@mut.ac.ir

سعید روشندل

دانشجو دکتری، گروه مهندسی صنایع، مجتمع مدیریت و مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران. رایانامه: roshandel.saeed@mut.ac.ir

چکیده

هدف: تحلیل پوششی داده‌ها یک روش شناخته شده مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده است. این روش از مجموعه واحدهای تصمیم‌گیرنده، تعدادی را به عنوان کارا معرفی می‌نماید و به کمک آنها مرز کارائی را تشکیل می‌دهد. در این حالت چندین واحد تصمیم‌گیرنده کارا ارزیابی شده و نمی‌توان تمایز مناسبی میان این واحدهای تصمیم‌گیرنده ایجاد نمود چرا که چندین واحد تصمیم‌گیرنده نمره کارایی یکسانی برابر یک دارند.

روش: این پژوهش به منظور ارائه یک مدل جدید برای رتبه‌بندی واحدهای کارا در تحلیل پوششی داده‌های فازی ارائه شده است. در این پژوهش استفاده از سیستم استنتاج فازی به منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا به عنوان روشی جدید پیشنهاد شده است. در روش پیشنهادی ابتدا واحدهای کارا و ناکارا با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها از یکدیگر تمیز داده می‌شوند. سپس از مفاهیم سیستم استنتاج فازی برای رتبه‌بندی واحدهای کارا استفاده می‌شود.

یافته‌ها: اطلاعات واحدهای ناکارا به گونه‌ای است که سبب شده تحلیل پوششی داده‌های فازی نتواند مقدار کارایی برابر یک را به این واحدها تخصیص دهد. با توجه به این مفهوم در روش پیشنهادی هر کدام از این واحدهای ناکارا به صورت یک قاعده در نظر گفته شده و میزانی از این قواعد که توسط واحدهای کارا فعال می‌شوند به عنوان شاخصی برای رتبه‌بندی آن‌ها قرار داده می‌شود.

نتیجه‌گیری: در انتها یک مثال عددی برای بررسی صحت کارکرد مدل انجام شده است. در این مثال از داده‌های موجود در یکی از مقالات پایه‌ای این حوزه استفاده گردید و مشاهده شد نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی این پژوهش با نتایج پژوهش مذکور کاملا یکسان می‌باشد.

کلیدواژه‌ها: تحلیل پوششی داده‌های فازی، سیستم استنتاج فازی، رتبه‌بندی واحدهای کارا.

استناد: کریمی گوارشکی ، محمدحسین؛ روشندل، سعید (۱۳۹۹). طراحی یک روش جدید به منظور رتبه بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده کارا در تحلیل پوششی داده‌ها با استفاده از سیستم استنتاج فازی. *مدیریت صنعتی*، ۱۲(۳)، ۴۴۰- ۴۶۱.

مدیریت صنعتی، ۱۳۹۹، دوره ۱۲، شماره ۳، صص. ۴۴۰- ۴۶۱
DOI: 10.22059/imj.2020.298643.1007722
دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۱۱، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۹/۱۸
© دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA[1]) ، یک روش شناخته شده برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده ($DMUs$[2]) است که بیش از ۴۰ سال پیش توسط چارنز، کوپر و رادز[3] (۱۹۷۸) معرفی شد. این تکنیک یک روش غیر پارامتریک برای تجزیه و تحلیل کارایی جهت مقایسه گزینه‌ها (واحدها) نسبت به بهترین واحد موجود (مرز کارآمد) است. از لحاظ ریاضی، DEA یک روش مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی برای ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری با چند ورودی و چند خروجی است. تابع هدف مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها ماکزیمم‌سازی کارایی هر واحد با در نظر گرفتن محدودیت عدم تجاوز مقدار کارایی تمامی واحدها از مقدار واحد می‌باشد. این مدل در ذیل قابل مشاهده است.

$$max \ \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io}}$$ رابطه ۱)

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \leq 1 \qquad \forall j$$ رابطه ۲)

$$u_r, v_i \geq 0 \qquad \forall r, i$$ رابطه ۳)

در روابط فوق مقدار کسر $\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io}}$ معادل کارایی واحد o می‌باشد. s تعداد خروجی‌ها، m تعداد ورودی‌ها، u_r متغیر نشان‌دهنده وزن معیار خروجی rام، y_{ro} مقدار معیار خروجی rام برای واحد o، v_i متغیر نشان‌دهنده وزن معیار ورودی iام و x_{io} مقدار معیار ورودی rام برای واحد o است. مدل فوق به منظور خطی‌سازی به صورت ذیل بازنویسی می‌گردد:

$$max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro}$$ رابطه ۴)

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1$$ رابطه ۵)

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \leq \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \qquad \forall j$$ رابطه ۶)

این روش به سادگی در محاسبه و ارزیابی و عدم محدودیت در انتخاب عوامل امکان پرداختن به مسائل پیچیده‌تر موجود در حوزه‌های مدیریتی و سیاست‌گذاری را فراهم می‌سازد. به علاوه تئوری قوی برنامه‌ریزی ریاضی امکان تحلیل

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

[1] Data Envelopment analysis
[2] Decision making units
[3] Charnes, Cooper & Rhodes

و تفسیر بهتر را ایجاد می‌کند. قابل توجه است که قسمت عمده‌ی نیازهای محاسباتی این روش تاکنون در کاربردهای اولیه DEA بسط و گسترش داده شده است (کوپر، سیفورد و تن، ۱۳۹۲).

تحلیل پوششی داده‌ها از مجموعه واحدهای تصمیم‌گیرنده، تعدادی را به عنوان کارا معرفی می‌نماید و به کمک آنها مرز کارائی را تشکیل می‌دهد. آنگاه این مرز را ملاک ارزیابی واحدهای دیگر قرار می‌دهد. در این ارزیابی واحدهای ناکارا به دلیل مقایسه با یک سطح استاندارد از قبل تعیین شده، با شکل تابعی معلوم ارزیابی نمی‌شوند؛ بلکه ملاک ارزیابی آنها واحدهای تصمیم‌گیرنده دیگری بوده است که در شرایط یکسانی فعالیت می‌کنند. رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری یکی از مهم‌ترین موضوعات در ارزیابی کارآیی است. نتایج محاسبه از تحلیل پوششی داده‌ها با شرایطی روبرو می‌شود که چندین DMU کارا ارزیابی می‌شوند و در این صورت این روش نمی‌تواند تمایز مناسبی میان این DMUها ایجاد نماید (سی و ما[1]، ۲۰۱۹). در مواردی که چندین DMU نمره کارایی یکسانی برابر ۱ دارند، رویکرد استاندارد DEA قادر به تمیز دادن و تفکیک میان آن‌ها نخواهد بود. در این مواقع DMUها برای رتبه‌بندی به رویکردهای دیگری نیاز خواهند داشت (مصطفی و امروزی‌نژاد[2]، ۲۰۱۰). این مشکل توسط پژوهشگران مورد بررسی قرار گرفته است و بدین منظور روش‌های رتبه‌بندی بر اساس تکنیک‌های مختلف معرفی شده‌اند. برای دستیابی به یک رتبه نهایی بهتر، می‌توان در نظر داشت که بیشتر این روش‌ها پس از حل مدل‌های استاندارد DEA، روشی برای رتبه‌بندی واحدهای کارا مشخص می‌کنند. با این حال، زیر مجموعه‌ای از مقالات تحقیقاتی بر توسعه روش‌های رتبه‌بندی به طور خاص برای DEA متمرکز شده است (آلدماک و ذوالفقاری[3]، ۲۰۱۷). این پژوهش در نظر دارد یک روش جدید برای رتبه‌بندی واحدهای کارا در تحلیل پوششی داده‌ها ارائه نماید. روش این پژوهش مبتنی بر منطق فازی بوده و با استفاده از مفاهیم سیستم‌های استنتاج فازی قادر خواهد بود واحدهای کارا را رتبه‌بندی نماید. در بخش بعدی به مرور پژوهش‌های پیشین پرداخته خواهدشد و به وسیله آن شکاف تحقیقاتی موجود شناسایی شده و بر آن مبنا نوآوری موجود در این پژوهش نیز معرفی می‌گردد. بخش بعدی روش تحقیق را معرفی خواهد نمود و در بخش پس از آن یک مثال عددی به منظور بررسی صحت عملکرد مدل ارائه می‌گردد. در بخش نهایی جمع‌بندی و ارائه پیشنهاد به منظور تحقیقات آتی انجام گرفته است.

پیشینه پژوهش

پژوهشگران پیشین تاکنون روش‌های متفاوتی به منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا در تحلیل پوششی داده‌ها ارائه کرده‌اندکه چند جنبه قابل طبقه‌بندی می‌باشند. برخی از این روش‌ها به دنبال افزایش قدرت تفکیک‌پذیری مدل می‌باشند. در ساده‌ترین این روش‌ها محدوده متغیرهای مدل را بزرگ‌تر از یک مقدار بسیار کوچک (ε) قرار می‌دهند. همچنین در روش‌هایی مانند دوسانتوس، دیملو و مزا[4] (۲۰۱۷)، با تبدیل مدل پایه‌ای به صورت چند هدفه و استفاده تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی، تفکیک‌پذیری بیشتری میان واحدهای تصمیم‌گیرنده در خروجی مدل به وجود آورده‌اند. دسته بعدی روش‌ها که متدلوژی این پژوهش نیز مشمول آن می‌گردد، روش‌هایی هستند که از نتایج حل مدل پایه‌ای استفاده

[1] Si & Ma
[2] Mustafa & Emrouznejad
[3] Aldamak & Zolfaghari
[4] Dos Santos, de Mello and Meza

نموده و رتبه‌بندی واحدهای کارا را با استفاده از آن نتایج انجام می‌دهند. در ادامه مروری بر این مقالات در دو بخش ارائه شده است. در بخش اول مقالاتی مرور شده‌اند که با استفاده از روش‌های مختلف به رتبه‌بندی واحدهای کارا پرداخته‌اند. پس از آن در بخش بعدی پژوهش‌هایی مورد تاکید قرار گرفته‌اند که رتبه‌بندی واحدهای کارا را در تحلیل پوششی داده‌های فازی انجام داده‌اند.

در میان روش‌هایی که برای رتبه‌بند واحدهای کارا وجود دارند، یکی از ابتدایی‌ترین این روش‌ها مدل رتبه‌بندی کارایی متقابل نام دارد. این روش در سال ۱۹۸۶ توسط سکستون، سیلکمن و هوگان [۱] ارائه گردید. در این روش با استفاده از وزن‌های بهینه بدست آمده از حل مدل به ازای هر DMU، با فرض آنکه n واحد تصمیم‌گیرنده برای ارزیابی وجود داشته باشد، یک ماتریس مربعی $n \times n$ ایجاد می‌شود. درایه‌های این ماتریس مقدار کسر کارایی هر DMU به ازای وزن‌های بهینه همان مرتبه از اجرای مدل هستند. برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده، از میانگین امتیازات به دست آمده برای هر واحد در کلیه دفعات حل مدل استفاده شده است. دویل و گرین [۲] (۱۹۹۴) توسعه‌ای بر این مدل ارائه نمودند. آن‌ها پیشنهاد نمودند که از شاخصی جدید برای مقایسه واحدهای تصمیم‌گیرنده استفاده شود. شاخص پیشنهادی ایشان ترکیبی از امتیاز حاصل از خودارزیابی و ارزیابی نسبت به سایر واحدها می‌باشد. در سال ۲۰۱۱ جهان‌شاه‌لو، خدابخشی، لطفی و گودرزی [۳] روش دیگری مبتنی بر روش کارایی متقابل ارائه نمودند که در آن روش برای محاسبه نمره کارایی نهایی از میزان شباهت به واحد ایده‌آل (مشابه روش $TOPSIS$) استفاده می‌شود، ایشان یک الگوریتم شش مرحله‌ای برای تعیین رتبه‌نهایی هر DMU معرفی نمودند. انگیز، مصطفی و کمالی [۴] (۲۰۱۳) با مقایسه رتبه‌بندی هر DMU در هر مرتبه از اجرا بر اساس ماتریس کارایی متقابل، به طور مستقیم رتبه نهایی واحد تصمیم‌گیرنده را ارائه نمودند. روش ارائه شده توسط ایشان یکی از روش‌های رتبه‌بندی ترکیبی است. لیو [۵] (۲۰۱۸) نمونه‌ای دیگر از استفاده روش کارایی متقابل برای رتبه‌بندی واحدهای کارا می‌باشد. از جدیدترین تحقیقات انجام گرفته در این حوزه، استفاده از روش کارایی متقابل در پژوهش انجام شده توسط سی و ما [۶] (۲۰۱۹) است که با استفاده از درجه همبستگی خاکستری و آنتروپی نسبی، رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده را بر مبنای خروجی DEA انجام دادند.

روش محبوب دیگری برای رتبه‌بندی واحدهای کارا وجود دارد که به روش ابرکارایی [۷] شناخته می‌شود. این روش در سال ۱۹۹۳ توسط اندرسون و پیترسون [۸] ارائه گردید. بر اساس ابتدای نام ارائه‌کنندگان آن، این روش با نام AP نیز در ادبیات موضوع مشهور است. در این روش مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها به گونه‌ای نوشته می‌شود که در آن واحد تصمیم‌گیرنده‌ای که مدل برای آن واحد اجرا می‌شود، امکان اخذ کارایی بیشتر از مقدار عددی ۱ نیز مهیا باشد. نحوه نگارش مدل با استفاده از رویکرد AP به صورت زیر است:

---

[1] Sexton, Silkman & Hogan
[2] Doyle & Green
[3] Jahanshahloo, Khodabakhshi, Lotfi & Goudarzi
[4] Angiz, Mustafa & Kamali
[5] Liu
[6] Si & Ma
[7] Super efficiency
[8] Andersen & Petersen

$$max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro}$$ رابطه ۴)

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1$$ رابطه ۵)

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \leq \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \qquad \forall j \neq o$$ رابطه ۶)

مدل کارایی فوق‌العاده در هر مرتبه از اجرا فاصله بین DMU و مرز کارایی را بدون در نظر گرفتن همان واحد اندازه‌گیری می‌کند، به این معنی که کارآمدترین واحد واحدی است که می تواند خروجی‌های خود را بدون آنکه ناکارا ارزیابی شود، کاهش دهد. وجود این قابلیت که مقدار کارایی بیشتر از عدد یک باشد در مدل AP کاستی مدل پایه‌ای CCR در عدم توانایی رتبه بندی واحدهای کارا را کاهش می‌دهد.

روش دیگری که به منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا توسط پژوهشگران استفاده می‌شود، روش $benchmarking$ نام دارد. این روش برای اولین بار توسط توگرسن، فورساند و کیتلسن[1] (۱۹۹۶) ارائه شد. در این روش رتبه‌بندی واحدهای کارا در مقایسه با واحدهای ناکارا انجام. می‌شود. به عبارت دیگر، میزان استفاده از هر واحد کارا به عنوان نقطه مرجع واحدهای ناکارآمد، رتبه آن واحد را مشخص می‌نماید. جهان‌شاه‌لو، جونیرو، لطفی و اکبریان[2] در سال ۲۰۰۷ روشی جدید با رویکرد $benchmarking$ برای رتبه‌بندی واحدهای کارا پیشنهاد نمودند. در روش ایشان با حذف واحد کارا و محاسبه مجدد مرز کارایی، تغییرات نمرات واحدهای ناکارا را به عنوان معیار در نظر گرفته و بر مبنای آن رتبه‌بندی واحدهای کارا را بدست آورده‌اند. در روش دیگری که در سال ۲۰۰۹ با استفاده از همین رویکرد توسط لو و لو[3] ارائه گردید، با ثابت در نظر گرفتن هر واحد کارا و مقایسه زوجی واحدهای ناکارا با آن واحد، میزان فاصله از نقطه مرجع را برای سایر واحدها محاسبه نموده و بر این مبنا رتبه‌بندی واحدهای کارا را بدست آورده‌اند.

بدست آورد یک بردار وزنی مشترک برای رتبه‌بندی واحدهای کارا از جمله مواردی است که پژوهشگران علاقه‌مندی زیادی به بررسی آن داشته‌اند. این موضوع برای اولین بار توسط فریدمن و سیناونی[4] (۱۹۹۷) مورد بحث قرار گرفت. همین پژوهشگران در سال ۱۹۹۸ یک روش چند مرحله‌ای به منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا ارائه نمودند که برمبنای آن ابتدا واحدهای تصمیم‌گیرنده به دو دسته واحدهای کارا و ناکارا تقسیم‌بندی می‌شدند. سپس در مراحل بعدی با بررسی تفکیک‌پذیری واحدهای ارزیابی، وزن مشترکی برای معیارهای ورودی و خروجی تعیین می‌گردید. استفاده از وزن‌های مشترک برای رتبه‌بندی واحدهای کارا در پژوهش‌های صورت گرفته توسط هاشیموتو و وو[5] (۲۰۰۴)، کاو و

[1] Torgersen, Førsund & Kittelsen
[2] Jahanshahloo, Junior, Lotfi & Akbarian
[3] Lu & Lo
[4] Friedman & Sinuany
[5] Hashimoto & Wu

هوانگ[1] (۲۰۰۵)، لیو و پنگ[2] (۲۰۰۸)، ساعتی، حاتمی، اگرل و توانا[3] (۲۰۱۲) و حاتمی، توانا، اگرل، لطفی و بیگی[4] (۲۰۱۵) نیز دیده می‌شود.

دسته دیگری از پژوهش‌های موجود در حوزه رتبه‌بندی واحدهای کارا، تحقیقاتی می‌باشند که از روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره ($MCDM$) بدین منظور استفاده کرده‌اند. سیناونی و مهراز و حداد[5] (۲۰۰۰) با استفاده از ترکیب دو روش تحلیل سلسله مراتبی (AHP) و DEA رتبه‌بندی واحدهای کارا را انجام دادند. روش آن‌ها در سال ۲۰۰۷ توسط جابلونسکی[6] مورد بازنگری قرار گرفت. همچنین آن، منگ و ژانگ[7] (۲۰۱۸) با ارائه یک روش ترکیبی AHP/DEA رتبه‌بندی کاملی از واحدهای تصمیم‌گیرنده را ارائه نمودند. در ادامه مقالاتی مرور شده‌اند که رتبه‌بندی واحدهای کارا را در تحلیل پوششی داده‌های فازی انجام داده‌اند.

با این که از مفهوم فازی در DEA برای مواجه با تغییرات داده‌ها و روابط آن استفاده شده است، اجرای آن در رتبه‌بندی واحدهای کارا به دلیل عدم توانایی در برخورد با داده‌های دقیق با محدودیت مواجه بوده است (کواه، وانگ و بهروزی[8]، ۲۰۱۰). در مواردی که مقادیر معیارهای ورودی و خروجی دارای عدم قطعیت بوده و با اعداد فازی بیان می‌شوند، نیاز است تا روش‌های رتبه‌بندی واحدهای کارا نیز از مفاهیم منطق فازی پیروی کنند. البته برخی از تحقیقات انجام شده در این حوزه از مفهوم منطق فازی برای مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های قطعی نیز استفاده نموده‌اند. مفهوم فازی به ندرت خارج از دایره $MCDM$ در تحلیل پوششی داده‌ها استفاده می‌شود. در سال ۲۰۰۹ یکی از تحقیقات شاخص این حوزه توسط وو[9] ارائه گردید. در این پژوهش یک روش تعیین ارجحیت واحدهای تصمیم‌گیرنده بر مبنای منطق فازی پس از حل مدل پایه‌ای DEA ارائه گردید. انگیز، مصطفی و کمالی (۲۰۱۳) پیشنهاد نمودند تا وزن‌های خروجی مدل تبدیل به اعداد فازی شوند تا به‌وسیله آن رتبه‌بندی کلیه واحدهای تصمیم‌گیرنده قابل انجام باشد. حاتمی، ساعتی و توانا[10] (۲۰۱۰) روشی چارچوبی پیشنهاد نمودند که بر اساس آن DMU ایده‌آل و ضدایده‌آل در محیط فازی تعریف شده و به عنوان نقاط مرجع در رتبه‌بندی مورد استفاده قرار می‌گیرند. همچنین لیو[11] (۲۰۱۴) یک روش فازی دو مرحله‌ای ارائه نمود که در آن یک مدل ریاضی غیرخطی قادر خواهد بود کارایی و رتبه واحدهای تصمیم‌گیرنده را مشخص نماید. مدل دیگری که توسط ون، یو و کانگ[12] (۲۰۱۰) ارائه شده با ترکیب رویکرد شبیه‌سازی و الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی DMUهای را در محیط فازی انجام می‌دهد. حاتمی، اگل، توانا و خوشنویس[13] (۲۰۱۷) روشی توسعه دادند که در آن از منطق فازی در روش کارایی متقابل استفاده شده است. استفاده از روش کارایی متقابل برای رتبه‌بندی

[1] Kao & Hung
[2] Liu & Peng
[3] Saati, Hatami, Agrell, & Tavana
[4] Hatami, Tavana, Agrell, Lotfi & Beigi
[5] Sinuany, Mehrez & Hadad
[6] Jablonsky
[7] An, Meng & Xiong
[8] Kuah, Wong & Behrouzi
[9] Wu
[10] Hatami, Saati & Tavana
[11] Liu
[12] Wen, You & Kang
[13] Hatami, Agrell, Tavana, & Khoshnevis

واحدهای کارا در محیط فازی، توسط لیو و لی[1] (۲۰۱۹) نیز انجام گرفت. در این پژوهش روشی متشکل از دو مدل ریاضی طراحی شد که بر اساس یک سطح مشخص از عدم قطعیت ($\alpha - cut$) کران‌های بالا و پایین را برای نمره کارایی فازی محاسبه نموده و پس از آن از این ناحیه برای رتبه‌بندی واحدهای کارا استفاده می‌کند. پژوهش انجام شده توسط دوتولی، اپیکوکو و فالاگاریو[2] (۲۰۱۵) نمونه دیگری برای استفاده از روش کارایی متقابل برای رتبه‌بندی واحدهای کارا در تحلیل پوششی داده‌های فازی می‌باشد. در این پژوهش با پیاده‌سازی روش کارایی متقابل، یک عدد فازی مثلثی به هر واحد کارا اختصاص داده می‌شود. در مرحله بعدی، رتبه‌بندی این اعداد فازی، رتبه نهایی واحد را مشخص می‌کند.

ون، ژانگ، کانگ و یانگ[3] (۲۰۱۷) در پژوهش خود سه مدل ریاضی مختلف مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌های فازی انتخاب نمودند. سپس برای رتبه‌بندی واحدهای کارا در تحلیل پوششی داده‌های فازی سه معیار معرفی کردند که با مدل‌های استفاده شده مطابق داشته است. این سه معیار رتبه‌بندی انتظاری[4]، رتبه‌بندی خوشبینانه[5] و رتبه‌بندی با بیشترین شانس[6] نامگذاری شده‌اند. لازم به توضیح است این معیارهای صرفا برای مدل‌های تحلیل پوششی متناظر کاربرد داشته و قابلیت تعمیم به همه مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های فازی را ندارند. لیو[7] (۲۰۱۲) در پژوهش خود برای روشی برای رتبه‌بندی واحدهای کارا در تحلیل پوششی داده‌های فازی دو مرحله‌ای ارائه نمودند. این روش بر مبنای رتبه‌بندی اعداد فازی بوده است.

در میان پژوهش‌هایی که به رتبه‌بندی واحدهای کارا در تحلیل پوششی داده‌های فازی پرداخته‌اند، بخشی از پژوهش‌ها از روش ابرکارایی استفاده نموده‌اند. بزرگ‌ترین محدودیت این روش، غیرموجه بودن آن برای حالاتی است که داده‌ها قطعی باشند. در همین راستا ژو[8] (۱۹۹۶) در پژوهشی به این نتیجه دست یافت که با فرض بازده به مقیاس ثابت، زمانی که یکی از ورودی‌های واحدهای کارا صفر باشد، غیرموجه خواهد بود. با توجه به این نکته لول و راس[9] (۲۰۰۳) روشی را پیشنهاد نمودند که در حالت بازده به مقیاس متغیر، با استفاده از رویکرد ابرکارایی، جواب موجه ارائه نموده است. لذا استفاده از رویکرد ابرکارایی در رتبه‌بندی واحدهای کارا برای تحلیل پوششی داده‌ها، با محدودیت‌های مواجه است. برای مرور مقالات و روش‌های قدیمی‌تر نیز می‌توان به مقاله مروری ون و لی[10] (۲۰۰۹) مراجعه نمود.

پژوهش پیش رو در نظر دارد یک روش جدید برای رتبه‌بندی واحدهای کارا در تحلیل پوششی داده‌ها ارائه نماید. این روش برای حالاتی کاربرد دارد که با عدم قطعیت (داده‌های فازی) در معیارهای ورودی و خروجی مواجه باشیم. روش این پژوهش استفاده از سیستم استنتاج فازی به منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا است که طبق مطالعات انجام شده بر روی مقالات پیشین، برای اولین بار پیشنهاد گردیده است و از این حیث دارای نوآوری می‌باشد.

---

[1] Liu & Lee
[2] Dotoli, Epicoco & Falagario
[3] Wen, Zhang, Kang & Yang
[4] The Expected Ranking
[5] The Optimistic Ranking
[6] The Maximal Chance Ranking
[7] Liu
[8] Zhu
[9] Lovell & Rouse
[10] Wen & Li

روش‌شناسی پژوهش

در این بخش از پژوهش به ارائه روش تحقیق پرداخته خواهد شد. بدین منظور ابتدا روش تحلیل پوششی داده‌ها فازی که در روش این پژوهش استفاده می‌گردد شرح داده خواهد شد. سپس نحوه بکارگیری سیستم استنتاج فازی به منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا تشریح خواهد گردید.

تحلیل پوششی داده‌ها فازی

فرض می‌کنیم n واحد تصمیم‌گیرنده برای ارزیابی وجود دارند. هر واحد دارای m ورودی به منظور ایجاد s خروجی است. مقدار این معیارهای ورودی و خروجی برای DMU شماره j به ترتیب عبارتست از $\tilde{x}_{ji}$ و $\tilde{y}_{ji}$ که در آن $i = 1,2,3,\dots,m$ و $r = 1,2,3,\dots,s$ بوده و $\tilde{x}_{ji}$یک عدد فازی مثلثی به صورت $(x_{ji}^l, x_{ji}^m, x_{ji}^u)$ و $\tilde{y}_{jr}$ نیز یک عدد فازی مثلثی به شکل $(y_{jr}^l, y_{jr}^m, y_{jr}^u)$ است. بر اساس این تعاریف مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها به صورتی که در ادامه آورده شده بازنویسی می‌شود.

رابطه ۷) $$max \sum_{r=1}^{s} u_r \tilde{y}_{or}$$

رابطه ۸) $$\sum_{i=1}^{m} v_i \tilde{x}_{oi} = \tilde{1}$$

رابطه ۹) $$\sum_{r=1}^{s} u_r \tilde{y}_{jr} \le \sum_{i=1}^{m} v_i \tilde{x}_{ji} \qquad \forall j$$

رابطه ۱۰) $$u_r, v_i \ge 0 \qquad \forall r, i$$

گیو و تاناکا[1] (۲۰۰۱) برای اولین بار یک روش حل برای مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی ارائه نمودند. روش آن‌ها قادر بود علاوه بر داده‌های فازی، روابط فازی میان متغیرهای فازی را نیز در نظر بگیرد. ضعف روش ارائه شده توسط ایشان در عدم توانایی مواجه با اعداد فازی غیر متقارن بود. ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو[2] (۲۰۰۲) روش ارائه شده توسط گیو و تاناکا (۲۰۰۱) را بهبود بخشیده و پیشنهادی به منظور انطباق مدل با داده‌های غیر متقارن ارائه نمودند. روش آن‌ها استفاده از مفهوم برش آلفا در اعداد و مجموعه‌های فازی بود. این روش مبنایی برای سایر پژوهشگران به منظور طراحی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها فازی قرار گرفت. مدل ارائه شده توسط ایشان در ادامه تشریح شده است. در اولین گام اعداد فازی در مدل بازنویسی می‌گردند.

رابطه ۱۱) $$max \sum_{r=1}^{s} u_r (y_{or}^l, y_{or}^m, y_{or}^u)$$

رابطه ۱۲) $$\sum_{i=1}^{m} v_i (x_{oi}^l, x_{oi}^m, x_{oi}^u) = (1^l, 1, 1^u)$$

رابطه ۱۳) $$\sum_{r=1}^{s} u_r (y_{jr}^l, y_{jr}^m, y_{jr}^u) \le \sum_{i=1}^{m} v_i (x_{ji}^l, x_{ji}^m, x_{ji}^u) \qquad \forall j$$

رابطه ۱۴) $$u_r, v_i \ge 0 \qquad \forall r, i$$

[1] Guo & Tanaka
[2] Saati, Memariani & Jahanshahloo

در گام بعد با پیاده‌سازی مفهوم برش آلفا، تابع هدف و محدودیت‌های مدل به شکل زیر تبدیل می‌شوند.

رابطه ۱۵) $$max \sum_{r=1}^{s} u_r[\alpha y_{or}^m + (1-\alpha)y_{or}^l, y_{or}^m + (1-\alpha)y_{or}^u]$$

رابطه ۱۶) $$\sum_{i=1}^{m} v_i[\alpha x_{oi}^m + (1-\alpha)x_{oi}^l, \alpha x_{oi}^m + (1-\alpha)x_{oi}^u] = [\alpha + (1-\alpha)1^l, \alpha + (1-\alpha)1^u]$$

رابطه ۱۷) $$\sum_{r=1}^{s} u_r \left[\alpha y_{jr}^m + (1-\alpha)y_{jr}^l, y_{jr}^m + (1-\alpha)y_{jr}^u\right] \leq [\alpha x_{ji}^m + (1-\alpha)x_{ji}^l, \alpha x_{ji}^m + (1-\alpha)x_{ji}^u] \quad \forall j$$

رابطه ۱۸) $$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall r, i$$

همانطور که مشاهده می‌شود در مدل بازه‌هایی قرار گرفته که بر اساس برش آلفا می‌توان با درجه عضویت α از وجود پارامترهای مدل در آن بازه‌ها اطمینان حاصل نمود. با توجه به بازه‌های تشکیل شده، متغیرهای واسطه جدیدی تعریف می‌شوند:

رابطه ۱۹) $$\hat{x}_{ji} \in [\alpha x_{ji}^m + (1-\alpha)x_{ji}^l, \alpha x_{ji}^m + (1-\alpha)x_{ji}^u], \quad \hat{y}_{jr} \in [\alpha y_{jr}^m + (1-\alpha)y_{jr}^l, \alpha y_{jr}^m + (1-\alpha)y_{jr}^u]$$
$$L \in [\alpha + (1-\alpha)1^l, \alpha + (1-\alpha)1^u]$$

با توجه به تعریف این متغیرهای واسطه جدید مدل را بازنویسی می‌کنیم. اعمال تغییرات سبب شده تا مدل از حالت خطی خارج شود.

رابطه ۰۰) $$max \sum_{r=1}^{s} u_r \hat{y}_{or}$$

رابطه ۲۱) $$\sum_{i=1}^{m} v_i \hat{x}_{oi} = L$$

رابطه ۲۲) $$\sum_{r=1}^{s} u_r \hat{y}_{jr} \leq \sum_{i=1}^{m} v_i \hat{x}_{ji} \quad \forall j$$

رابطه ۳۳) $$\alpha x_{ji}^m + (1-\alpha)x_{ji}^l \leq \hat{x}_{ji} \leq \alpha x_{ji}^m + (1-\alpha)x_{ji}^u \quad \forall i, j$$

رابطه ۴۴) $$\alpha y_{jr}^m + (1-\alpha)y_{jr}^l \leq \hat{y}_{jr} \leq \alpha y_{jr}^m + (1-\alpha)y_{jr}^u \quad \forall i, j$$

رابطه ۵۵) $$\alpha + (1-\alpha)1^l \leq L \leq \alpha + (1-\alpha)1^u$$

رابطه ۶۶) $$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall r, i$$

به منظور خطی‌سازی مدل تعاریف زیر را برای متغیرهای تصمیم ارائه می‌نماییم.

$$\bar{x}_{ji} = v_i \hat{x}_{ji} \ , \quad \bar{y}_{jr} = u_r \hat{y}_{jr}$$

با توجه به این تعاریف مدل نهایی تحلیل پوششی داده‌های فازی به شکل زیر ارائه شده است.

رابطه ۲۷) $$max \sum_{r=1}^{s} \bar{y}_{or}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \bar{x}_{oi} = L$$ رابطه ۲۸)

$$\sum_{r=1}^{s} \bar{y}_{jr} \le \sum_{i=1}^{m} \bar{x}_{ji} \quad \forall j$$ رابطه ۲۹)

$$v_i\left(\alpha x_{ji}^{m} + (1-\alpha)x_{ji}^{l}\right) \le \bar{x}_{ji} \le v_i\left(\alpha x_{ji}^{m} + (1-\alpha)x_{ji}^{u}\right) \quad \forall i,j$$ رابطه ۰۰)

$$u_r\left(\alpha y_{jr}^{m} + (1-\alpha)y_{jr}^{l}\right) \le \bar{y}_{jr} \le u_r\left(\alpha y_{jr}^{m} + (1-\alpha)y_{jr}^{u}\right) \quad \forall i,j$$ رابطه ۳۱)

$$\alpha + (1-\alpha)1^{l} \le L \le \alpha + (1-\alpha)1^{u}$$ رابطه ۲۲)

$$u_r, v_i \ge 0 \quad \forall r, i$$ رابطه ۳۳)

لازم به توضیح است در روش این پژوهش می‌توان از مدل پایه‌ای ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو (۲۰۰۲) و یا هر یک از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های فازی که پس از آن ارائه شده است، استفاده نمود.

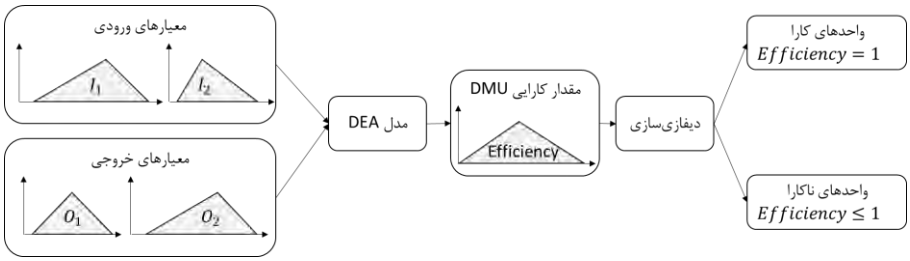
سیستم استنتاج فازی

استنتاج فازی، فرآیند مدلسازی نگاشت از یک ورودی به یک خروجی با استفاده از منطق فازی و سیستم استنتاج فازی مبتنی بر دانش یا قواعد است. قسمت اصلی این سیستم یک پایگاه دانش است که از قواعد اگر-آنگاه فازی تشکیل شده است. در این سیستم‌ها اطلاعات ورودی اغلب مقادیر پیچیده‌اند و این اعداد به مجموعه‌های فازی تبدیل می‌گردند. مدل‌ها بر اساس منطق فازی شامل قوانین اگر-آنگاه تفسیر می‌گردند (رضایی، حسینی و مزینانی، ۱۳۹۸).

شکل ۱: معماری سیستم استنتاج فازی

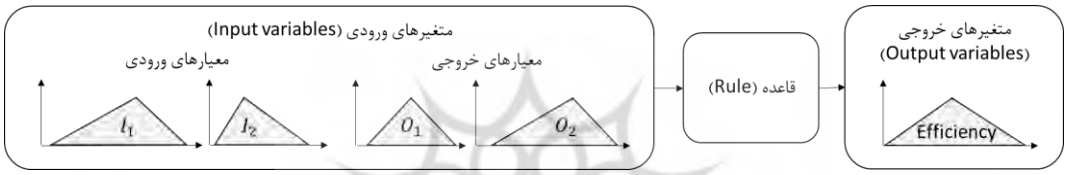
در سیستم فازی می‌بایست ورودی‌های سیستم، خروجی مطلوب، قواعد، عملگرها، توابع عضویت و سایر اجزا مشخص گردد. که در ادامه روش پیشنهادی تحقیق به آن پرداخته خواهد شد.

اولین مرحله معطوف به حل مدل تحلیلی پوششی داده‌ها فازی می‌باشد. همانطور که در بخش‌های قبل نیز مطرح گردید می‌توان از مدل پایه‌ای ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو (۲۰۰۲) و یا هر یک از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های فازی که پس از آن ارائه شده است، استفاده نمود. در این مدل داده‌های ورودی اعداد مثلثی فازی می‌باشند که لزوما متقارن نبوده و به دسته معیارهای ورودی و خروجی تقسیم‌بندی می‌شوند. نتایج حل مدل تحلیل پوششی داده‌ها وزن هر کدام از این معیارهای ورودی و خروجی را مشخص نموده و در نهایت مقدار کارایی هر واحد تصمیم‌گیرنده را محاسبه می‌نماید. خروجی مدل DEA واحدهای تصمیم‌گیرنده را به دو دسته واحدهای کارا و واحدهای ناکارا تقسیم خواهد نمود به طوری که اگر مقدار کارایی یکی واحد تصمیم‌گیرنده برابر ۱ باشد، آن واحد کارا ارزیابی شده و اگر همین مقدار کمتر از یک باشد، آن واحد در دسته واحدهای ناکارا قرار می‌گیرد. شکل زیر به صورت بصری این موضوع را نشان می‌دهد.



شکل ۲: تعیین واحدهای کارا و ناکارا به وسیله DEA فازی

مقدار کارایی هر کدام از واحدهای تصمیم‌گیرنده که با استفاده از DEA محاسبه شده، از این پس به عنوان برچسب[1] آن واحد محسوب خواهد گردید و سیستم فازی در دست طراحی به عنوان متغیر خروجی مد نظر خواهد بود. متغیرهای ورودی در این سیستم مجموعه معیارهای ورودی و خروجی مدل DEA هستند. شکل بعدی نشان‌دهنده این موضوع می‌باشد.



شکل ۳: تعیین متغیرهای ورودی و خروجی سیستم استنتاج فازی

همانگونه که مشاهده می‌شود متغیرهای ورودی و خروجی سیستم استنتاج فازی، اعداد فازی می‌باشند. قابلیت بسیار مهمی که در سیستم‌های استنتاجی فازی وجود دارد، امکان پاسخ‌دهی سیستم به مقادیر متغیرهای ورودی می‌باشد که ممکن است مقادیر آن در در قواعد سیستم از قبل وجود نداشته باشند. به بیان دیگر اگر مجموعه قواعد یک سیستم استنتاج فازی به صورت $\tilde{P} \to \tilde{Q}$ باشد، این سیستم قادر است به ازای متغیر ورودی $\tilde{P}'$ نیز پاسخ‌دهی داشته باشد. اگر پاسخ سیستم به متغیر ورودی $\tilde{P}'$ را $\tilde{Q}'$ بنامیم، بر اساس قاعده قیاس تعمیم یافته خواهیم داشت (زیمرمن[2]، ۲۰۱۱):

$$\left.\begin{matrix}\tilde{P} \to \tilde{Q} \\ \tilde{P}' \to \tilde{Q}'\end{matrix}\right\} \Rightarrow \tilde{Q}' = \tilde{P}' o \tilde{R}(x,y) \qquad \text{رابطه ۳۴)}$$

در رابطه فوق $\tilde{R}(x,y)$ عبارتست از رابطه موجود میان $\tilde{P}$ و $\tilde{Q}$ که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{R}(x,y) = (\tilde{P} \times \tilde{Q}) \cup (\bar{\tilde{P}} \times U) \qquad \text{رابطه ۳۵)}$$

در این رابطه $\tilde{P} \times \tilde{Q}$ نشان‌دهنده ضرب دکارتی دو مجموعه فازی $\tilde{P}$ و $\tilde{Q}$، $\bar{\tilde{P}}$ متمم مجموعه فازی $\tilde{P}$ و U مجموعه مرجع می‌باشد. بر اساس عملگر بیشینه–کمینه زاده مقدار درجه عضویت این رابطه به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

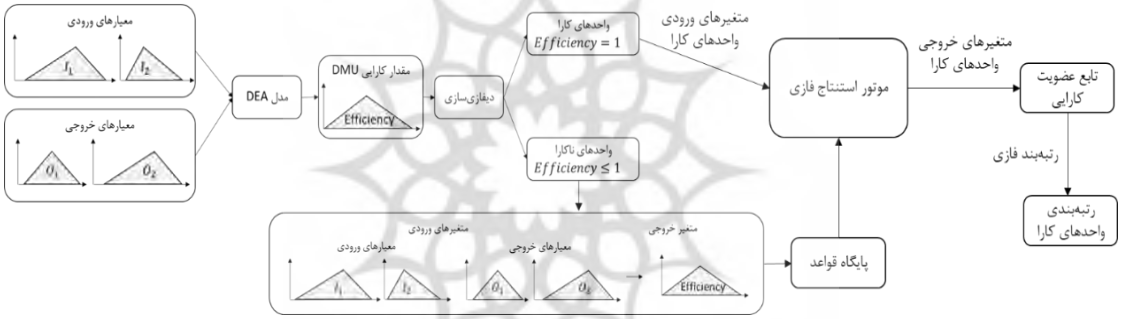
$$\mu_{\tilde{R}}(x,y) = \left(\mu_{\tilde{P}}(x) \wedge \mu_{\tilde{Q}}(y)\right) \vee \left(1 - \mu_{\bar{\tilde{P}}}(x)\right) = \max\left(min\left(\mu_{\tilde{P}}(x), \mu_{\tilde{Q}}(y)\right), 1 - \mu_{\bar{\tilde{P}}}(x)\right) \qquad \text{رابطه ۳۶)}$$

عبارت $\tilde{P}' o \tilde{R}(x,y)$ نیز ترکیب دو رابطه فازی $\tilde{P}'$ و $\tilde{R}(x,y)$ می‌باشد. با استفاده از عملگر بیشینه–کمینه، درجه عضویت ترکیب این دو رابطه به شکل زیر تعریف می‌شود.

[1] label
[2] Zimmermann

$$\tilde{P}'(x)o\tilde{R}(x,y) = \{(y, \max_x(\min(\mu_{\tilde{P}'}(x), \mu_{\tilde{R}}(x,y)))), x \in X, y \in Y\}$$ رابطه ۳۷)

در نتیجه به ازای مقدار ورودی $\tilde{P}'(x)$ به هر یک از قواعد سیستم استنتاج فازی، مجموعه فازی $\tilde{P}'(x)o\tilde{R}(x,y)$ براساس روابط فوق حاصل خواهد شد. در روش پیشنهادی این پژوهش قوانین سیستم با استفاده از واحدهای تصمیم‌گیرنده ناکارا بدست خواهند آمد. واحدهای ناکارا اطلاعاتی را شامل می‌شوند که بر اساس آن مدل تحلیل پوششی داده‌ها یک مقدار به عنوان کارایی برای هر کدام محاسبه کرده است. از این اطلاعات به منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا استفاده خواهد شد. به بیان دیگر اطلاعات هر کدام واحدهای تصمیم‌گیرنده ناکارا به عنوان یک قانون در سیستم استنتاج فازی تعریف می‌شود. متغیرهای ورودی عبارتند از معیارهای ورودی و خروجی مدل و متغیر خروجی کارایی هر واحد است که با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها محاسبه شده است. سپس میزانی که هر کدام از واحدهای کارا از این مجموعه قوانین فعال می‌کنند، تابع عضویت آن واحد در متغیر کارایی را نشان خواهد داد. شکل زیر نشان‌دهنده نحوه عملکرد روش پیشنهادی است.



شکل ٤: نحوه کارکرد مدل پیشنهادی

پس از آن که معیارهای ورودی و خروجی هر یک از واحدهای کارا به عنوان متغیرهای ورودی به موتور استنتاج فازی وارد شوند و میزان فعال‌سازی هر کدام از قواعد تعیین شده محاسبه شود، میزان فعال‌شده از تابع عضویت متغیر خروجی هر یک از قواعد با اشتراک‌گیری از توابع عضویت متغیرهای ورودی محاسبه می‌گردد. سپس با اجتماع گرفتن از توابع عضویت متغیرهای خروجی فعال شده، تابع عضویت کارایی واحد مربوطه محاسبه می‌گردد. در گام آخر با استفاده از روش‌های رتبه‌بندی فازی مانند دیفازی کردن توابع عضویت می‌توان استفاده نمود.

مثال عددی

به منظور نمایش نحوه کارکرد روش پیشنهادی و اطمینان از عملکرد آن به ارائه یک مثال عددی در این بخش پرداخته شده است. برای این کار از داده‌های ارائه شده در مقاله ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو (۲۰۰۲) استفاده شده است. در این مثال ۱۰ واحد تصمیم‌گیرنده برای رتبه‌بندی وجود دارند که هر کدام دارای ۲ معیار ورودی و خروجی فازی می‌باشند. این مقادیر به صورت اعداد فازی مثلثی غیرمتقارن بیان شده‌اند. مقادیر پارامترهای مسأله در جدول بعدی قابل مشاهده است.

جدول ۱: پارامترهای مدل تحلیل پوششی داده‌ها

شماره واحد	معیار ورودی ۱	معیار ورودی ۲	معیار خروجی ۱	معیار خروجی ۲
۱	(۶،۷،۸)	(۲۹ ۳۰ ۳۲)	(۵۵/۵ ،۳۸ ،۴۱)	(۴۰۹ ۴۱۱ ۴۱۶)
۲	(۵/۵، ۶، ۶/۵)	(۳۳ ۳۵ ۳۶ ۵)	(۳۹ ۴۰ ۴۳)	(۴۷۸ ۴۸۰ ۴۸۴)
۳	(۷/۵ ، ۹، ۱۰/۵)	(۴۳ ۴۵ ۴۸)	(۳۲ ۳۵ ۳۸)	(۲۹۷ ۲۹۹ ۳۰۱)
۴	(۷ ،۸ ،۱۰)	(۳۷ ۵ ۳۹ ۴۲)	(۲۸ ۳۱ ۳۱)	(۳۴۷ ۳۵۲ ۳۶۰)
۵	(۹ ،۱۱ ،۱۲)	(۴۳ ۴۴ ۴۵)	(۳۳ ۳۵ ۳۸)	(۴۰۶ ۴۱۱ ۴۱۵)
۶	(۱۰ ،۱۰ ،۱۰)	(۳۳ ،۵۵ ،۵/۵۷)	(۳۶ ۳۸ ۴۰)	(۲۸۲ ۲۸۶ ۲۸۹)
۷	(۱۰ ،۱۲ ،۱۴)	(۱۰۷ ۱۱۰ ۱۱۳)	(۴۴/۵ ،۶۶ ،۳۸)	(۳۹۶ ۴۰۰ ۴۰۵)
۸	(۹ ،۱۳ ،۱۶)	(۹۵ ۱۰۰ ۱۰۱)	(۳۷ ۴۱ ۴۶)	(۳۸۷ ۳۹۳ ۴۰۲)
۹	(۱۲ ،۱۴ ،۱۵)	(۱۲۰ ۱۲۵ ۱۳۱)	(۲۴ ۲۷ ۲۸)	(۴۰۰ ۴۰۴ ۴۰۶)
۱۰	(۵ ،۸ ،۱۰)	(۳۵ ۳۸ ۳۹)	(۴۸ ۵۰ ۵۱)	(۴۷۰ ۴۷۰ ۴۷۰)

حل مدل با استفاده از روش تحلیل پوشش داده‌های ارائه شده در بخش‌های قبلی پژوهش منجر به محاسبه مقادیر کارایی هر یک از واحدهای تصمیم‌گیرنده به ازای مقادیر مختلف α شده است. نتایج این محاسبات در جدول بعدی قابل مشاهده است.

جدول ۲: خروجی مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی

α	۰	۰/۲	۰/٤	۰/٦	۰/۸	۱	ارزیابی
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	کارا
۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	کارا
۳	۰/۸۴	۰/۷۹	۰/۸۷	۰/۷۱	۰/۶۶	۰/۶۱	ناکارا
۴	۰/۷۶	۰/۷۴	۰/۷۱	۰/۷	۰/۶۸	۰/۶۶	ناکارا
۵	۰/۷۸	۰/۷۵	۰/۷۳	۰/۷۱	۰/۶۹	۰/۶۸	ناکارا
۶	۰/۶۹	۰/۶۷	۰/۶۵	۰/۶۳	۰/۶	۰/۵۸	ناکارا
۷	۰/۶۳	۰/۵۹	۰/۵۵	۰/۵۱	۰/۴۸	۰/۴۵	ناکارا
۸	۰/۸۵	۰/۷۵	۰/۶۶	۰/۵۹	۰/۵۳	۰/۴۷	ناکارا
۹	۰/۴۶	۰/۴۴	۰/۴۲	۰/۴	۰/۳۸	۰/۳۶	ناکارا
۱۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	کارا

همانگونه که در جدول مشخص است، واحدهای تصمیم‌گیرنده ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ به عنوان واحدهای ناکارا و واحدهای ۱، ۲ و ۱۰ به عنوان واحدهای کارا شناسایی شده‌اند. این مدل قادر نبوده است تا رتبه‌بندی میان واحدهای ۱، ۲ و ۱۰ را مشخص نماید.

با توجه به روش پیشنهادی این مقاله، قواعد سیستم همان واحدهای ناکارا می‌باشند. در جدول زیر این موضوع نشان داده شده است. برای اینکه مقدار کارایی (متغیر خروجی) به شکل یک مجموعه فازی باشد، از نتایج جدول ۲ استفاده شده است. در این جدول برای هر واحد تصمیم‌گیرنده نقطه‌ای که در $\alpha = 1$ قرار دارد، محلی است که مقدار کارایی بیشترین درجه عضویت را در آن داشته و نقطه‌ای که در $\alpha = 0$ قرار می‌گیرد، نقطه‌ای است که دارای کمترین درجه می‌باشد. با این فرض یک عدد فازی مثلثی برای متغیر خروجی قابل تعریف است.

جدول ۳: پایگاه قواعد سیستم استنتاج فازی

شماره Rule	شماره واحد	متغیر ورودی ۱	متغیر ورودی ۲	متغیر ورودی ۳	متغیر ورودی ٤	متغیر خروجی
		معیار ورودی ۱	معیار ورودی ۲	معیار خروجی ۱	معیار خروجی ۲	کارایی
۱	۳	(۷/۵ ،۹، ۱۰/۵)	(۴۳،۴۵،۴۸)	(۳۲،۳۵،۳۸)	(۲۹۷،۲۹۹،۳۰۱)	(۰/۳۸، ۰/۶۱، ۰/۸۴)
۲	۴	(۷ ،۸ ،۱۰)	(۳۷،۵،۳۹،۴۲)	(۲۸،۳۱،۳۱)	(۳۴۷،۳۵۲،۳۶۰)	(۰/۵۶، ۰/۶۶، ۰/۷۶)
۳	۵	(۹ ،۱۱ ،۱۲)	(۴۳،۴۴،۴۵)	(۳۳،۳۵،۳۸)	(۴۰۶،۴۱۱،۴۱۵)	(۰/۵۸، ۰/۶۸، ۰/۷۸)
۴	۶	(۱۰ ،۱۰ ،۱۰)	(۵۳ ،۵۵ ،۵/۵۷)	(۳۶،۳۸،۴۰)	(۲۸۲،۲۸۶،۲۸۹)	(۰/۴۷، ۰/۵۸، ۰/۶۹)
۵	۷	(۱۰ ،۱۲ ،۱۴)	(۱۰۷،۱۱۰،۱۱۳)	(۳۴/۵ ،۳۶ ،۳۸)	(۳۹۶،۴۰۰،۴۰۵)	(۰/۲۷ ،۰/۴۵، ۰/۶۳)
۶	۸	(۹ ،۱۳ ،۱۶)	(۹۵،۱۰۰،۱۰۱)	(۳۷،۴۱،۴۶)	(۳۸۷،۳۹۳،۴۰۲)	(۰/۰۹، ۰/۴۷، ۰/۸۵)
۷	۹	(۱۲ ،۱۴ ،۱۵)	(۱۲۰،۱۲۵،۱۳۱)	(۲۴،۲۷،۲۸)	(۴۰۰،۴۰۴،۴۰۶)	(۰/۲۶ ،۰/۳۶، ۰/۴۶)

حال برای محاسبه تابع عضویت کارایی هر یک از واحدهای کارا می‌بایست متغیرهای ورودی آن واحد را به سیستم استنتاج فازی وارد کرد. به طور مثال برای محاسبه میزانی از Rule شماره ۱ که توسط واحد کارای شماره ۱۰ فعال می‌شود به شکل زیر عمل شده است.

قانون شماره ۱ به صورت زیر بیان می‌شود: $\tilde{P} \to \tilde{Q}$

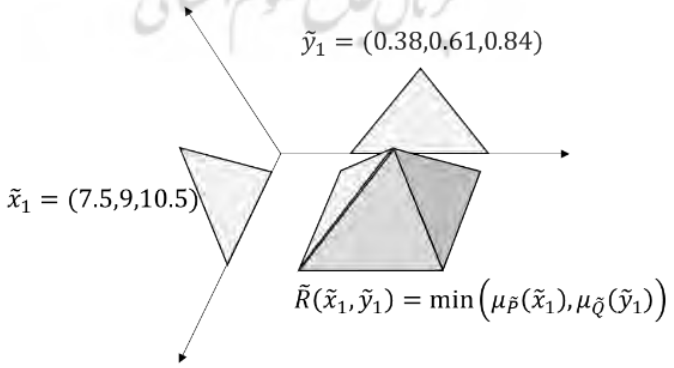
$$\tilde{P}: \tilde{x}_1 = (7/5,9,10/5) \wedge \tilde{x}_2 = (43,45,48) \wedge \tilde{x}_3 = (32,35,38) \wedge \tilde{x}_4 = (279,299,301) \to \tilde{Q}: \tilde{y}_1 = (0/38,\cdot/61,\cdot/84)$$ رابطه ۳۸)

قصد داریم بدانیم اگر در رابطه فوق به جای $\tilde{P}$ عبارت $\tilde{P}'$ معادل آنچه در پایین آمده قرار گیرد، $\tilde{Q}'$ چگونه خواهد بود. بر اساس روابطی که در بخش‌های قبلی مقاله ارائه گردید به صورتی که در ادامه آمده است عمل می‌کنیم.

$$\tilde{P}': \tilde{x}_1 = (5,8,10) \wedge \tilde{x}_2 = (35,38,39) \wedge \tilde{x}_3 = (48,50,51) \wedge \tilde{x}_4 = (470,470,470)$$ رابطه ۳۹)

در گام اول رابطه $\tilde{R}(x,y)$ را برای هر یک از متغیرهای ورودی محاسبه می‌کنیم. به منظور کاهش پیچیدگی محاسبات به جای عملگر بیشینه–کمینه زاده از عملگر کمینه ممدانی استفاده می‌کنیم. خروجی این بخش یک رابطه میان هر یک از متغیرهای ورودی با متغیر خروجی می‌باشد که با توجه به پیوسته بودن توابع عضویت، به صورت یک رویه نمایش داده می‌شود.

$$\tilde{R}(x,y) = \min\left(\mu_{\tilde{P}}(x), \mu_{\tilde{Q}}(y)\right)$$ رابطه ۴۰)



شکل ۵: نمایش رابطه میان $\tilde{x}_1$ و $\tilde{y}_1$

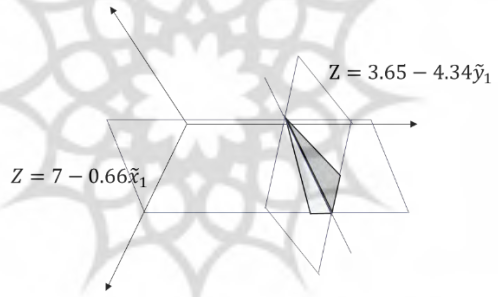
رابطه فوق به صورت ریاضی به شکل زیر است:

$$\mu(\tilde{x}_1)=\begin{cases}0 & ; \quad \tilde{x}_1 \le 7/5\\ \frac{\tilde{x}_1-7/5}{9-7/5} & ; \ 7/5 \le \tilde{x}_1 < 9\\ \frac{10/5-\tilde{x}_1}{10/5-9} & ; \ 9 \le \tilde{x}_1 < 10/5\\ 0 & ; \quad 10/5 \le \tilde{x}_1\end{cases}=\begin{cases}0 & ; \quad \tilde{x}_1 \le 7/5\\ 0/66\tilde{x}_1-5 & ; \ 7/5 \le \tilde{x}_1 < 9\\ 7-0/66\tilde{x}_1 & ; \ 9 \le \tilde{x}_1 < 10/5\\ 0 & ; \quad 10/5 \le \tilde{x}_1\end{cases} \qquad \text{رابطه ۴۱)}$$

$$\mu(\tilde{y}_1)=\begin{cases}0 & ; \quad \tilde{y}_1 \le 0/38\\ \frac{\tilde{y}_1-0/38}{0/61-0/38} & ; \ 0/38 \le \tilde{y}_1 < 0/61\\ \frac{0/84-\tilde{y}_1}{0/84-0/61} & ; \ 0/61 \le \tilde{y}_1 < 0/84\\ 0 & ; \quad 0/84 \le \tilde{y}_1\end{cases}=\begin{cases}0 & ; \quad \tilde{y}_1 \le 0/38\\ 4/34\tilde{y}_1-1/65 & ; \ 0/38 \le \tilde{y}_1 < 0/61\\ 3/65-4/34\tilde{y}_1 & ; \ 0/61 \le \tilde{y}_1 < 0/84\\ 0 & ; \quad 0/84 \le \tilde{y}_1\end{cases} \qquad \text{رابطه ۴۲)}$$

$$\mu_{\tilde{R}(\tilde{x}_1,\tilde{y}_1)}=\begin{cases}\min(0/66\tilde{x}_1-5,4/34\tilde{y}_1-1/65) & ; \quad 7/5 \le \tilde{x}_1 < 9 \ , 0/38 \le \tilde{y}_1 < 0/61\\ \min(0/66\tilde{x}_1-5,3/65-4/34\tilde{y}_1) & ; \quad 7/5 \le \tilde{x}_1 < 9 \ , 0/61 \le \tilde{y}_1 < 0/84\\ \min(7-0/66\tilde{x}_1,4/34\tilde{y}_1-1/65) & ; \quad 9 \le \tilde{x}_1 < 10/5 \ , 0/38 \le \tilde{y}_1 < 0/61\\ \min(7-0/66\tilde{x}_1,3/65-4/34\tilde{y}_1) & ; \quad 9 \le \tilde{x}_1 < 10/5 \ , 0/61 \le \tilde{y}_1 < 0/84\\ 0 & ; \quad otherwise\end{cases} \qquad \text{رابطه ۴۳)}$$

به طور مثال در رابطه بالا عبارت $\min(7-0/66\tilde{x}_1, 3/65-4/34\tilde{y}_1)$ عبارتست از یک رویه در دو طرف خط حاصل از محل برخورد دو صفحه $z=7-0/66\tilde{x}_1$ و $z=3/65-4/34\tilde{y}_1$ در فضای سه بعدی که در شکل زیر نمایش داده شده است.

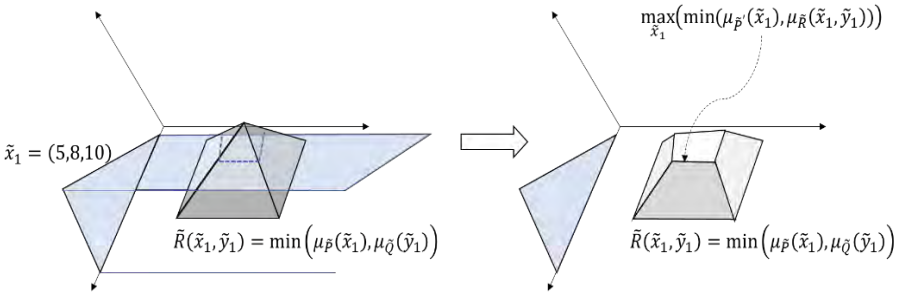


شکل ٦: نمایش بخش از نحوه محاسبه رابطه

در گام بعد برای محاسبه تابع عضویت $\tilde{P}'(\tilde{x}_1)o\tilde{R}(\tilde{x}_1,\tilde{y}_1)$ از عملگر بیشینه–کمینه استفاده می‌کنیم.

$$\mu_{\tilde{P}'(\tilde{x}_1)o\tilde{R}(\tilde{x}_1,\tilde{y}_1)}=\max_{\tilde{x}_1}(\min(\mu_{\tilde{P}'}(\tilde{x}_1),\mu_{\tilde{R}}(\tilde{x}_1,\tilde{y}_1))) \qquad \text{رابطه ۴۴)}$$

با در نظر گرفتن $\tilde{P}':\tilde{x}_1=(5,8,10)$ مقدار $\min(\mu_{\tilde{P}'}(\tilde{x}_1),\mu_{\tilde{R}}(\tilde{x}_1,\tilde{y}_1))$ به صورت شکل زیر بدست می‌آید.



شکل ۷: نمایش بصری نحوه محاسبه میزان فعال‌سازی رابطه

با توجه به توصیف صورت گرفته نقطه ماکزیمم تابع عضویت مورد نظر محاسبه می‌شود. برای مثال در دست بررسی نقطه ماکزیمم در $\tilde{x}_1 = 8/57$ اتفاق می‌افتد و مقدار ماکزیمم برابر با ۰,۷۱ است.

$$\mathrm{Max}_{\tilde{x}_1}(\min(\mu_{\tilde{P}'}(\tilde{x}_1), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1))) = ۰/71$$ رابطه ۴۵)

به طور مشابه سایر این درجات عضویت محاسبه می‌گردد:

$$\max_{\tilde{x}_3}\left(\min\left(\mu_{\tilde{P}'}(\tilde{x}_3), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{x}_3, \tilde{y}_1)\right)\right) = 0 \qquad \max_{\tilde{x}_2}\left(\min\left(\mu_{\tilde{P}'}(\tilde{x}_2), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{x}_2, \tilde{y}_1)\right)\right) = 0$$
$$\max_{\tilde{x}_4}(\min(\mu_{\tilde{P}'}(\tilde{x}_4), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{x}_4, \tilde{y}_1))) = 0$$ رابطه ۴۶)

در نتیجه متغیر خروجی این $Rule$ با استفاده از عملگر min تعیین می‌شود.

$$\min_i \mu_{\tilde{P}'(\tilde{x}_i) o \tilde{R}(\tilde{x}_i, \tilde{y}_1)} = \min(0.71,0,0,0) = 0$$ رابطه ۴۷)

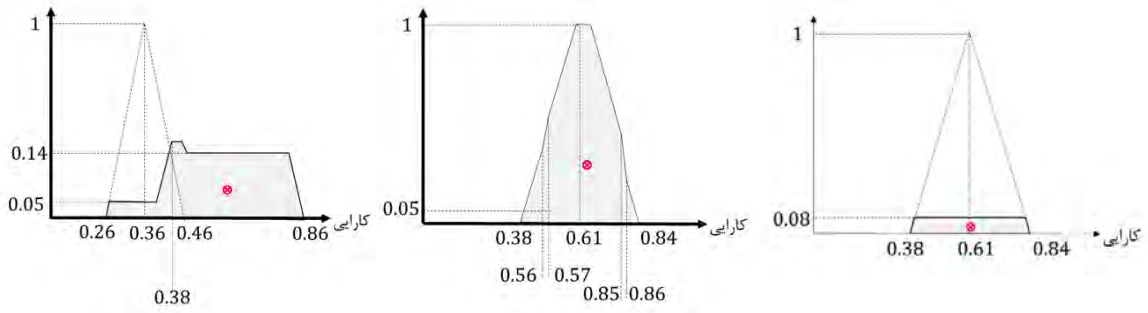
در گام بعد می‌بایست مقادیر فعال شده از قواعد سیستم با یکدیگر تجمیع[1] شوند. بدین منظور از عملگر جمع کرانـدار استفاده شده است. استفاده از این عملگر موجب می‌شود تا رفتار ادغامی کمتر در نتایج تجمیع مشاهده شده و از اطلاعات در دسترس استفاده کامل‌تری صورت گیرد. رابطه شماره ۴۴ برای تک تک واحدهای کارا به ازای تمامی قوانین محاسـبه شده و نتایج آن در ادامه قابل مشاهده است. به بیان دیگر با استفاده از رابطه شماره ۴۴ می‌توان به این نتیجه دست یافت که هر کدام از واحدهای کارا قوانین را به چه میزانی فعال می‌کنند.

جدول ٤: مقداری که هر واحد کارا از هر *Rule* فعال می‌کند

شماره *Rule*	شماره واحد کارا		
	۱	۲	۰۰
۱	۰/۰۸	۱	۰/۱۴
۲	۰	۰/۵۵	۰
۳	۰	۰	۰
۴	۰	۰	۰
۵	۰	۰	۰
۶	۰	۰	۰
۷	۰	۰	۰/۵۵

نحوه استنتاج این جدول بدین صورت بوده است که برای هر یک از سه واحدی که در مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی به عنوان واحد کارا معرفی شده‌اند، با استفاده از رابطه شماره ۴۴ مقداری از هر Rule که فعال شده است، محاسبه شده است. به طور مثال همانگونه که در این جدول مشاهده می‌شود واحد کارا شماره ۱ از Rule شماره ۱ به میزان ۰/۰۸ درصد را فعال نموده و از سایر قوانین هیچ مقداری را فعال نکرده است. به بیان دیگر از مجموعه فازی (۰/۸۴، ۰/۶۱، ۰/۳۸) به میزان ۰/۰۸ درصد فعال شده است. در نمودار سمت راست شکل شماره ۸ این موضوع نشان داده شده است. همچنین واحد کارا شماره Rule اول را به طور کامل فعال نموده و از Rule دوم به میزان ۰/۰۵ فعال نموده است. به بیان دیگر مجموعه فازی (۰/۸۴، ۰/۶۱، ۰/۳۸) را به طور کامل فعال نموده و از مجموعه فازی (۰/۷۶، ۰/۶۶، ۰/۵۶) به میزان ۰/۰۵ را فعال نموده است. تجمیع این دو مجموعه فازی جدید با استفاده از عملگر جمع کراندار منجر به تشکیل مجموعه‌ای مطابق نمودار وسط شکل شماره ۸ می‌گردد.

[1] Aggregate



شکل ۸: تجمیع تمامی قواعد برای واحد کارا شماره ۱ (سمت راست)، شماره ۲ (وسط) و شماره ۱۰ (سمت چپ)

در گام پایانی می‌بایست برای محاسبه میزان کارایی نهایی هر یک واحدهای کارا، مجموعه فازی بدست آمده برای واحد را دیفازی‌سازی نموده و نمره نهایی هر واحد را بدست آوریم. دیفازی‌سازی با استفاده از روش مرکز ثقل انجام شده است. جدول زیر نشان‌دهنده نتایج این گام می‌باشد. این نتایج مقدار دیفازی‌سازی شده مجموعه‌هایی است که در شکل شماره ۸ نشان داده شده‌اند. در این اشکال نیز مرکز ثقل مجموعه‌های فازی با نقطه پررنگ نمایش داده شده است.

جدول ٥: محاسبه مقادیر دیفازی‌سازی شده

شماره واحد کارا	مقدار کارایی حاصل از دیفازی‌سازی
۱	۰/۶۱
۲	۰/۳۳
۱۰	۰/۶۹

همانگونه مشاهده می‌شود بر اساس نتایج جدول فوق، واحد کارا ۲ دارای رتبه اول، واحد کارا شماره ۱ دارای رتبه دوم و واحد کارای شماره ۱۰ دارای رتبه سوم خواهد بود. برای بدست آوردن رتبه‌بندی نهایی تمامی واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌توان نمره نهایی هر واحد را با جمع مقادیر دیفازی‌سازی شده و کارایی محاسبه شده در روش DEA، بدست آورد. جدول بعدی رتبه‌بندی نهایی واحدهای تصمیم‌گیرنده را مشخص می‌نماید.

جدول ٦: رتبه‌بندی نهایی واحدهای تصمیم‌گیری

شماره واحد	کارایی محاسبه شده با DEA	کارایی محاسبه شده با FIS	نمره نهایی واحد	رتبه‌بندی با روش پیشنهادی	متوسط نمره نهایی ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو (۲۰۰۲)	رتبه‌بندی روش ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو (۲۰۰۲)
۱	۱	۰/۶۱	۱/۶۱	۲	۱/۱۱	۲
۲	۱	۰/۳۳	۱/۳۳	۳	۱/۱۵	۳
۳	۰/۶۱	-	۰/۶۱	۶	۰/۷۳	۶
۴	۰/۶۶	-	۰/۶۶	۵	۰/۷۱	۵
۵	۰/۶۸	-	۰/۶۸	۴	۰/۷۲	۴
۶	۰/۵۸	-	۰/۵۸	۷	۰/۴۴	۷
۷	۰/۵۵	-	۰/۵۵	۹	۰/۴۴	۹
۸	۰/۴۷	-	۰/۴۷	۸	۰/۴۴	۸
۹	۰/۶۶	-	۰/۶۶	۱۰	۰/۴۱	۱۰
۱۰	۱	۰/۶۹	۱/۶۹	۱	۱/۰۰	۱

همانطور که در جدول فوق مشاهده می‌شود روش پیشنهادی توانسته است تمامی واحدهای تصمیم‌گیرنده را رتبه‌بندی نماید. در پژوهش انجام شده توسط ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو (۲۰۰۲)، مدل رتبه‌بندی به ازای مقادیر مختلف α اجرا شده بود. این مقادیر در جدول بعدی قابل مشاهده است. مزیت این روش در مقایسه با روش ارائه شده توسط ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو (۲۰۰۲) در حالتی است در خروجی مدل ارائه شده توسط این پژوهشگران باز هم واحدهایی وجود داشته باشند که مقدار کارایی آن‌ها برابر شود. در این حالت روش پیشین عملکرد خوبی نخواهد داشت.این حالت زمانی که با واحدهای متعدد رو به رو باشیم، محتمل است. روش این پژوهش دچار این محدودیت نبوده و در چنین حالتی باز هم می‌تواند رتبه‌بندی میان واحدهای کارا را انجام دهد.

جدول ۷: مقدار نمره نهایی محاسبه شده در روش ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو به ازای مقادیر مختلف α *(ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو، ۲۰۰۲)*

α	شماره واحد									
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۰	۱/۲۵	۱/۳	۰/۸۴	۰/۷۶	۰/۷۸	۰/۶۹	۰/۶۳	۰/۸۵	۰/۴۶	۱/۷
۰/۲	۱/۱۹	۱/۲۴	۰/۷۹	۰/۷۴	۰/۷۵	۰/۶۷	۰/۵۹	۰/۷۵	۰/۴۴	۱/۴۸
۰/۴	۱/۱۲	۱/۱۷	۰/۷۵	۰/۷۲	۰/۷۳	۰/۶۵	۰/۵۵	۰/۶۶	۰/۴۲	۱/۳
۰/۶	۱/۰۸	۱/۱۱	۰/۷۱	۰/۷	۰/۷۱	۰/۶۳	۰/۵۱	۰/۵۹	۰/۴	۱/۲
۰/۸	۱/۰۴	۱/۰۵	۰/۶۶	۰/۶۸	۰/۶۹	۰/۶	۰/۴۸	۰/۵۳	۰/۳۸	۱/۱
۱	۱	۱	۰/۶۱	۰/۶۶	۰/۶۸	۰/۵۸	۰/۴۵	۰/۴۷	۰/۳۶	۱

متوسط نمره نهایی واحدهای تصمیم‌گیرنده در نتایج مدل ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو (۲۰۰۲) محاسبه گردید و در جدول ۶ گزارش شده است. با مقایسه نتایج این پژوهش و نتایج ارائه شده توسط ایشان مشاهده می‌شود رتبه‌بندی نهایی بدست آمده در روش این پژوهش مشابه نتایج حاصل در مقاله ساعتی، معماریانی و جهانشاهلو (۲۰۰۲) می‌باشد که بیان‌گر صحت نتایج روش پیشنهادی این پژوهش است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

تحلیل پوششی داده‌ها، یک روش شناخته شده برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده است. این روش از مجموعه واحدهای تصمیم‌گیرنده، تعدادی را به عنوان کارا معرفی می‌نماید و به کمک آنها مرز کارائی را تشکیل می‌دهد. در این حالت چندین واحد تصمیم‌گیرنده کارا ارزیابی شده و نمی‌توان تمایز مناسبی میان این واحدهای تصمیم‌گیرنده ایجاد نمود چرا که چندین واحد تصمیم‌گیرنده نمره کارایی یکسانی برابر یک دارند. این پژوهش به منظور ارائه یک مدل جدید برای رتبه‌بندی واحدهای کارا در تحلیل پوششی داده‌های فازی ارائه شده است. در این پژوهش پس از بیان مقدمه و بیان مسأله پژوهش، به مرور ادبیات و بررسی پژوهش‌های پیشین پرداخته شد. در نتیجه این بررسی‌ها مشخص شد که استفاده از سیستم استنتاج فازی به منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا روشی است که تاکنون مورد توجه پژوهشگران پیشین قرار نگرفته است. روش این پژوهش استفاده از مفاهیم موجود در سیستم استنتاج فازی است. در این روش ابتدا واحدهای کارا و ناکارا با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها از یکدیگر جدا می‌شوند. اطلاعات موجود در واحدهای ناکارا به گونه‌ای

بوده‌اند که سبب شده تحلیل پوششی داده‌ها نتواند مقدار کارایی برابر یک را به این واحدها تخصیص دهد. با توجه به این نکته در روش پیشنهادی هر کدام از این واحدهای ناکارا را به صورت یک قاعده در نظر گفته و میزانی از این قواعد که توسط واحدهای کارا فعال می‌شود را به عنوان شاخصی برای رتبه‌بندی آن‌ها قرار داده‌ایم. ذکر این نکته لازم است که واحدهای ناکارا معیاری برای تعیین کارایی (عملکرد) واحدهای ارزیابی نیستند. در واقع مسأله این پژوهش تعیین کارایی نیست و این چالش توسط تحلیل پوششی داده‌های فازی مرتفع شده است. بلکه مسأله ایجاد تفکیک‌پذیری به منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا می‌باشد. به بیان دیگر با اجرای تحلیل پوششی داده‌های فازی مشخص می‌شود کدام واحدها کارا و کدام واحدهای ناکارا ارزیابی شده‌اند و تنها نیاز است تا واحدهای کارا رتبه‌بندی شوند. برای دستیابی به این هدف به این نکته توجه شده است که ویژگی‌های واحدهای ناکارا (مقدار معیارهای خروجی و ورودی) به گونه‌ای بوده است که مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی توانسته است با توجه به این ویژگی‌ها در میان واحدهای مذکور تفکیک‌پذیری مناسبی به وجود آورد و آن‌ها را رتبه‌بندی کند. در نتیجه استفاده از این ویژگی‌ها برای دستیابی به تفکیک‌پذیری مورد توجه قرار گرفته است. به همین منظور کلیه معیارهای ورودی و خروجی استفاده شده در تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان متغیرهای ورودی و مقدار کارایی به عنوان متغیر خروجی در نظر گرفته می‌شود و هر یک به عنوان یک Rule مورد استفاده قرار می‌گیرند. مقادیر کلیه این متغیرها اعداد فازی مثلثی است. سپس با استفاده از قاعده قیاس تعمیم یافته میزان فعالسازی هر کدام از این قواعد توسط متغیر ورودی واحدهای کارا محاسبه می‌گردد. پس از تجمیع مقادیر فعالسازی شده برای هر واحد کارا یک مجموعه فازی تشکیل می‌شود. این مجموعه فازی نشان‌دهنده درجه عضویت کارایی واحد تصمیم‌گیرنده کارا در سیستم استنتاج فازی می‌باشد. با دیفازی‌سازی این مجموعه فازی یک مقدار به عنوان کارایی برای هر واحد بدست آمده است که به عنوان معیار رتبه‌بندی واحدهای کارا استفاده گردید. در انتها یک مثال عددی برای بررسی صحت کارکرد مدل انجام شد. در این مثال از داده‌های موجود در یکی از مقالات پایه‌ای این حوزه استفاده گردید و مشاهده شد نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی این پژوهش با نتایج آن پژوهش کاملا یکسان بوده است. به منظور توسعه روش پیشنهادی به پژوهشگران آتی پیشنهاد می‌شود با ارائه یک عملگر $Tnorm$ جدید امکان بهره‌برداری بیشتری از اطلاعات موجود در داده‌های مسأله را در زمانی که همپوشانی میان دو مجموعه وجود نداشته باشد، ایجاد نماید.

منابع

رضایی فهیمه, حسینی راحیل, مزینانی مهدی، ۱۳۹۸، ارایه مدل طبقه بندی بر اساس سیستم استنتاج فازی و الگوریتم ژنتیک جهت تشخیص اختلال خواندن در دانش آموزان مقطع راهنمایی، *فناوری آموزش (فناوری و آموزش)*, دوره ۱۳, شماره ۳#۰۰۶۹۰f; از صفحه ۵۹۳ تا صفحه ۶۰۲.

کوپر ویلیام, سیفورد لورنس، تن کورا تحلیل پوششی داده‌ها، مدل ها و کاربردها. ۱۳۹۲, تهران: دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

References

Aldamak, A., & Zolfaghari, S. (2017). Review of efficiency ranking methods in data envelopment analysis. *Measurement*, 106, 161-172.

An, Q., Meng, F., & Xiong, B. (2018). Interval cross efficiency for fully ranking decision making units using DEA/AHP approach. *Annals of Operations Research*, 271(2), 297-317.

Andersen, P., & Petersen, N. C. (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management science*, 39(10), 1261-1264.

Angiz, M. Z., Mustafa, A., & Kamali, M. J. (2013). Cross-ranking of decision making units in data envelopment analysis. *Applied Mathematical Modelling*, 37(1-2), 398-405.

Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.

Cooper William, Seiford Lawrence, Tone Kaoru, (2013), Data envelopment analysis: a comprehensive text with modes ،applications ،references and DEA-Solver software**.**

dos Santos Rubem, A.P., J.C.C.S. de Mello, and L.A. Meza, A goal programming approach to solve the multiple criteria DEA model. *European Journal of Operational Research*, 2017. 260(1): p. 134-139.

Dotoli, M., Epicoco, N., Falagario, M., & Sciancalepore, F. (2015). A cross-efficiency fuzzy data envelopment analysis technique for performance evaluation of decision making units under uncertainty. Computers & Industrial Engineering, 79, 103-114.

Doyle, J., & Green, R. (1994). Efficiency and cross-efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. *Journal of the operational research society*, 45(5), 567-578.

Friedman, L., & Sinuany-Stern, Z. (1997). Scaling units via the canonical correlation analysis in the DEA context. *European Journal of Operational Research*, 100(3), 629-637.

Guo, P., & Tanaka, H. (2001). Fuzzy DEA: a perceptual evaluation method. *Fuzzy sets and systems*, 119(1), 149-160.

Hashimoto, A., & Wu, D. A. (2004). A DEA-compromise programming model for comprehensive ranking. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 47(2), 73-81.

Hatami-Marbini, A., Agrell, P. J., Tavana, M., & Khoshnevis, P. (2017). A flexible cross-efficiency fuzzy data envelopment analysis model for sustainable sourcing. *Journal of Cleaner Production*, 142, 2761-2779.

Hatami-Marbini, A., Saati, S., & Tavana, M. (2010). An ideal-seeking fuzzy data envelopment analysis framework. *Applied Soft Computing*, 10(4), 1062-1070.

Hatami-Marbini, A., Tavana, M., Agrell, P. J., Lotfi, F. H., & Beigi, Z. G. (2015). A common-weights DEA model for centralized resource reduction and target setting. *Computers & Industrial Engineering*, 79, 195-203.

Jablonsky, J. (2007). Measuring the efficiency of production units by AHP models. *Mathematical and Computer Modelling*, 46(7-8), 1091-1098.

Jahanshahloo, G. R., Junior, H. V., Lotfi, F. H., & Akbarian, D. (2007). A new DEA ranking system based on changing the reference set. *European Journal of Operational Research*, 181(1), 331-337.

Jahanshahloo, G. R., Khodabakhshi, M., Lotfi, F. H., & Goudarzi, M. M. (2011). A cross-efficiency model based on super-efficiency for ranking units through the TOPSIS approach and its extension to the interval case. *Mathematical and Computer Modelling*, 53(9-10), 1946-1955.

Kao, C., & Hung, H. T. (2005). Data envelopment analysis with common weights: the compromise solution approach. *Journal of the Operational Research Society*, 56(10), 1196-1203.

Kuah, C. T., Wong, K. Y., & Behrouzi, F. (2010, May). A review on data envelopment analysis (DEA). In 2010 *Fourth Asia International Conference On Mathematical/Analytical Modelling And Computer Simulation* (pp. 168-173). IEEE.

Liu, F. H. F., & Peng, H. H. (2008). Ranking of units on the DEA frontier with common weights. *Computers & Operations Research*, 35(5), 1624-1637.

Liu, S. T. (2012, November). Efficiency ranking in fuzzy two-stage DEA: A mathematical programming approach. In The 6th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems, and The 13th International Symposium on Advanced Intelligence Systems (pp. 1740-1745). IEEE.

Liu, S. T. (2014). Fuzzy efficiency ranking in fuzzy two-stage data envelopment analysis. *Optimization Letters*, 8(2), 633-652.

Liu, S. T. (2018). A DEA ranking method based on cross-efficiency intervals and signal-to-noise ratio. *Annals of Operations Research*, 261(1-2), 207-232.

Liu, S. T., & Lee, Y. C. (2019). Fuzzy measures for fuzzy cross efficiency in data envelopment analysis. Annals of Operations Research, 1-30.

Lovell, C. K., & Rouse, A. P. B. (2003). Equivalent standard DEA models to provide super-efficiency scores. Journal of the Operational Research Society, 54(1), 101-108.

Lu, W. M., & Lo, S. F. (2009). An interactive benchmark model ranking performers—application to financial holding companies. *Mathematical and Computer Modelling*, 49(1-2), 172-179.

Mustafa, A., & Emrouznejad, A. (2010). Ranking efficient decision-making units in data envelopment analysis using fuzzy concept. *Computers & Industrial Engineering*, 59(4), 712-719.

Rezaee Fahimeh, Hosseini Rahil, Mazinani Mahdi, (2019), A New Classification Model Fuzzy-Genetic Algorithm for Detection of learning disability of Dyslexia in Secondary School Students, *Journals Management Sysytem*, Volume 13, Issue 2, Pages 593-602.

Saati, S. M., Memariani, A., & Jahanshahloo, G. R. (2002). Efficiency analysis and ranking of DMUs with fuzzy data. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 1(3), 255-267.

Saati, S., Hatami-Marbini, A., Agrell, P. J., & Tavana, M. (2012). A common set of weight approach using an ideal decision making unit in data envelopment analysis. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 8(3), 623-637.

Sexton, T. R., Silkman, R. H., & Hogan, A. J. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. *New Directions for Program Evaluation*, 1986(32), 73-105.

Si, Q., & Ma, Z. (2019). DEA cross-efficiency ranking method based on grey correlation degree and relative entropy. *Entropy*, 21(10), 966.

Si, Q., & Ma, Z. (2019). DEA cross-efficiency ranking method based on grey correlation degree and relative entropy. *Entropy*, 21(10), 966.

Sinuany-Stern, Z., Mehrez, A., & Hadad, Y. (2000). An AHP/DEA methodology for ranking decision making units. *International Transactions in Operational Research*, 7(2), 109-124.

Torgersen, A. M., Førsund, F. R., & Kittelsen, S. A. (1996). Slack-adjusted efficiency measures and ranking of efficient units. *Journal of Productivity Analysis*, 7(4), 379-398.

Wen, M., & Li, H. (2009). Fuzzy data envelopment analysis (DEA): Model and ranking method. Journal of Computational and Applied Mathematics, 223(2), 872-878.

Wen, M., You, C., & Kang, R. (2010). A new ranking method to fuzzy data envelopment analysis. *Computers & Mathematics with Applications*, 59(11), 3398-3404.

Wen, M., Zhang, Q., Kang, R., & Yang, Y. (2017). Some new ranking criteria in data envelopment analysis under uncertain environment. Computers & Industrial Engineering, 110, 498-504.

Wu, D. D. (2009). Performance evaluation: an integrated method using data envelopment analysis and fuzzy preference relations. *European Journal of Operational Research*, 194(1), 227-235.

Zhu, J. (1996). Robustness of the efficient DMUs in data envelopment analysis. European Journal of operational research, 90(3), 451-460.

Zimmermann, H. J. (2011). Fuzzy set theory—and its applications. *Springer Science & Business Media*.