مجله پیشرفت های نوین در روانشناسی، علوم تربیتی و آموزش و پرورش
سال چهارم، شماره ۳۹، شهریور ۱۴۰۰
ISSN: ۲۵۸۸-۷۵۱۳
www.jonapte.ir

تمرین های فاصله دار ریاضی نمرات آزمون را ارتقا داده و اعتماد به نفس کاذب را کاهش می دهد.

ترجمه شده توسط: فاطمه احسانی قمیشلو[1]

[1] کارشناسی ارشد ریاضی گرایش جبر، دبیر ریاضیات

چکیده

تکلیفات تمرینی یا دوره ای ریاضی را می توان به شکلی چید که بیشتر مسائل مرتبط با هر مفهوم خاص در کنار هم و در یک تکلیف جمع شوند، یا این مسائل مرتبط را می توان در سراسر تکلیف ها پخش کرد- قالبی که به آن تمرینات فاصله دار گفته می شود. در اینجا نتایج تجربه دو کلاس را گزارش می کنیم که اثرات تمرینات ریاضی فاصله دار را هم روی نمرات و هم پیش بینی نمرات توسط دانش آموزان را می سنجد. در هر یک از تجربه ها دانش آموزان سال هفتم (۱۲-۱۱ ساله) یا تمام تمرین هایشان در یک جلسه جمع شد و یا تمرین ها در طول سه جلسه با فاصله یک هفته پخش شد و بعد از یک ماه آزمون گرفته شد. در هر دو تجربه تمرین های فاصله دار در مقایسه با تمرین های انباشته، نمرات بالاتری ایجاد کردند و پیش بینی نمرات آزمون پس از تمرین های فاصله دار دقت نسبتا بیشتری داشت اما اعتماد به نفس کاذب دانش آموزان پس از روش تمرین های انباشته بیشتر بود.

واژه‌های کلیدی: اعتماد به نفس، توزیع، ریاضیات، تمرین، فاصله

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱. مقدمه

کسب مهارت ریاضی از راه حل مساله بدست می آید، اما بیشتر تکالیف ریاضی دارای مشخصه ها و ویژگی هایی هستند که در مطالعات تصادفی ثابت شده است، نامناسب اند. ما در اینجا روی یک ویژگی خاص از تمرین ریاضی تمرکز می کنیم: گستره ای که مسائل مرتبط با یک مهارت یا مفهوم خاص چطور در سراسر دوره یا کتاب توزیع شده اند. برای مثال، مسائل یک کتاب یا دوره آموزشی می تواند به گونه چیده شده باشد که بیشتر مسائل مربوط به هذلولی ها در یک تکلیف جمع شده باشند یا با فاصله در تکلیف های متعدد پخش شده باشند. در پژوهش حاضر، ما اثر تمرین های فاصله دار روی نمرات را در دو کلاس با دانش آموزان جوان ریاضی بررسی می کنیم.

در این مطالعه همچنین اثر فاصله گذاری را روی پیش بینی دانش آموزان از نمرات خود را بررسی می کند. دانش آموزان آشکارا اعتماد به نفس کاذب دارند و این اعتماد به نفس بی مورد می تواند منجر به تصمیمات ضعیف درباره نحوه و زمان مطالعه شود. برای مثال دانش آموزان ممکن است با وجود آنکه تمرین های بیشتری برای آنها مفید خواهد بود، تمرین را متوقف کنند یا ممکن است قادر به جستجو برای تبیین مفاهیمی که درک نکرده اند نباشند. اعتماد به نفس کاذب همچنین ممکن است باعث شود دانش آموزان (و نیز آموزگاران) این باور را پیدا کنندکه یک روش آموزشی منتخب، در مقایسه با آنچه در واقعیت رخ می دهد، موثرتر خواهد بود. لذا دانستن نحوه تاثیرگذاری اعتماد به نفس در دو روش فاصله گذاری و انباشته دارای اهمیت است. در تجربیاتی که در اینجا گزارش شده است دانش آموزان نمرات آزمون خود را دو مرتبه پیشبینی کردند- یک بار بلافاصله پس از آخرین مساله تمرینی و دفعه دوم پیش از آزمون. تا آنجا که اطلاع داریم هیچ مطالعه ای تاکنون در آموزش ریاضی، اثر تمرینات فاصله دار روی قضاوت دانش آموزان درباره یادگیری شان را بررسی نکرده است.

۲. اثر تمرینات فاصله دار

مطالعات متعددی نشان داده اند که توزیع یک مقدار ثابت از تمرین ها در طول چند جلسه می تواند نمرات آزمون پایانی را افزایش دهد- یافته ای که به عنوان اثر فاصله شناخته می شود (برای مطالعات تازه تر کارپنتر۲۰۱۷ دانلوستکی ۲۰۱۴ را ببینید). مطالعات کمتری اثر فاصله گذاری را روی آموزش ریاضی بررسی کرده اند، گرچه داده های موجود نشان می دهد که فاصله گذاری می تواند آموزش ریاضی را نیز بهبود بخشد. اثر فاصله گذاری ریاضی اولین بار در مطالعات آزمایشگاه با فراگیران دانشگاهی یافته شد(گی، ۱۹۷۳ روهرر و تیلور ۲۰۰۶ و روهرر و تیلور ۲۰۰۷)، گرچه یک تجربه آزمایشگاهی جدید صرفا اثرات خنثی را یافت (ابرسباخ و نظری ۲۰۲۰). فاصله گذاری همچنین نمرات آزمون در هر یک از مطالعات غیرتصادفی کلاس را بهبود داد- شامل مطالعات با دانش آموزان دبیرستانی در در هندسه(یزدانی و زبروسکی ۲۰۰۶)، آمار دانشگاه (بود و همکاران ۲۰۱۱) و سال چهارم ریاضی(چن و همکاران ۲۰۱۱). با این وجود تنها در چند سال اخیر فاصله گذاری ریاضی کانون توجه مطالعات تصادفی در کلاس بوده است و این مطالعات نیز مزیت های نمرات آزمون را دریافتند. این مطالعات عبارتند از: یک پژوهش با دانش آموزان سال سوم(برزگر نظری و ابرباخ، ۲۰۱۹ و کلاس هفتم، دو مطالعه که کاملا در یک دانشگاه با دوره پیش-محاسبات انجام شد(هاپکینز و همکاران ۲۰۱۶؛ لایل و همکاران ۲۰۲۰) و یک مطالعه در دوره آمار دانشگاه(ابرباخ و برزگر نظری ۲۰۲۰).

تنها مطالعات اندکی درباره فاصله گذاری ریاضی قادر به یافتن بهبود در آزمون ها نشدند، و ما بر این گمان هستیم که این اثرات خنثی بازتاب کننده یک یا چند شرط مرزی است. برای مثال، یکی از مطالعات آزمایشگاهی که در بالا اشاره شد دریافت هنگامی که تاخیر آزمون از ۴ هفته به ۱ هفته کاهش می یابد، اثر فاصله گذاری به کلی ناپدید می شود، که این نشان می دهد تاخیر کوتاه در آزمون ممکن است اثر فاصله گذاری را کاهش داده یا از بین ببرد(روهلر و تیلور ۲۰۰۶). با این وجود یک مطالعه آزمایشگاهی جدید هم پس از تاخیر یک هفته ای و هم پنج هفته ای اثرات صفر را نشان داد که باعث شد مولفان گمان کنند که ماهیت کارهای ریاضیاتی ممکن است اندازه اثر فاصله گذاری را تعدیل کند (ابرباخ و برزگر نظری ۲۰۲۰). مطالعات حاضر به منظور بررسی امکان‌پذیری هیچ کدام از شرایط مرزی طراحی نشده است بلکه همان‌گونه که در توضیحات آمده است، نتایج

مطالعه ما تصادفا با احتمالات قطعی ناسازگارند. یعنی مطالعات کنونی برای سنجش اثر فاصله گذاری ریاضی روی نمرات آزمون در ساختار کلاس طراحی شده اند.

۳. پیش بینی های دانش آموزان از عملکرد خود در آزمون

هدف دوم کار حاضر بررسی نحوه‌ی اثرگذاری فاصله گذاری ریاضی روی قضاوت دانش آموزان از عملکردشان در آینده است. دانش آموزانی که می توانند عملکرد آینده خود را در آزمون با دقت پیش بینی کنند در اتخاذ تصمیماتی که برای وضعیت کنونی آموزش مناسب است نیز توانایی بهتری دارند(باتلر و وین ۱۹۹۵؛ دانلوسکی و راوسن، ۱۹۹۹)، اما مطالعات پیشین نشان داده اند که پیش‌بینی های دانش آموزان معمولا به میزان کمی همسو است (برای مطالعه هاکر، بال و کینر ۲۰۰۸ را ببینید). سنجش ضعیف در حوزه های متعددی مشاهده شده است، از جمله ریاضیات (مثلا بارنت و هیکسون، هارتوینگ و دانلوسکی ۲۰۱۷). شکل متداول سنجش ضعیف، اعتمادبه نفس کاذب است. به بیان دیگر، هنگامی که از دانش آموزان خواسته می شود عملکرد خود را پیش از آزمون پیش بینی کنند، این پیش بینی ها معمولا بالاتر از نمرات واقعی هستند.

تکنیک های بهبود دقت پیش بینی دانش آموزان با موفقیت های آمیخته، مورد بررسی قرار گرفته‌اند(هکر و همکاران ۲۰۰۸). درحالی‌که برخی روش‌ها دربرگیرنده آموزش های فراشناختی مستقیم هستند، سایر روش‌ها بر تجربیات خود دانش آموزان از تمرین ها تکیه دارند. برای نمونه، معلوم شده است برخی استراتژی‌ها که یادگیری دانش آموز را افزایش می دهد- از قبیل آزمون های تمرینی- ممکن است اثر مثبت دو برابر داشته باشد زیرا آنها همچنین می توانند دقت پیش بینی را بالا ببرند(لیتل و مک دانیل ۲۰۱۵). این‌که آیا فاصله گذاری تمرین‌ها بتواند دقت پیش‌بینی را نیز افزایش دهد نامعلوم است. مطالعات آزمایشگاهی که در آن شرکت کنندگان پس از تمرین های فاصله دار یا انباشته درباره یادگیری خود قضاوت می کنند، منجر به نتایج ترکیبی با توجه به دقت قضاوت شده است(مثل کرنل، ۲۰۰۹؛ لوگان و همکاران ۲۰۱۲). با این حال، شایان ذکر است که فایده احتمالی تمرین فاصله دار روی دقت پیش‌بینی در کلاس درس های واقعی یا با ابزار ریاضی تا کنون بررسی نشده اند.

درواقع، روشن است که میزان بیشتر تمرین فاصله‌دار می تواند پیش بینی های دقیق‌تر در ساختار کلاس را ارتقا دهد. هنگامی که تمرین ها در طول چندین جلسه فاصله گذاری شوند، دانش آموزان احتمالا برخی از مطالبی که باید یاد بگیرند را طی بازه های زمانی میان دوره‌ها فراموش کنند، که این حالت نیز ممکن است توجه آن‌ها را به سمت فراموشی ببرد که این حالت معمولا طی زمان رخ می دهد(کریات و همکاران ۲۰۰۴). همچنین فراموشی میان جلسات متوالی می تواند به دانش آموزان کمک کند تا بفهمند که انتخاب اولیه آنها درباره استراتژی یادگیری بهینه نبوده است(باهریک و هال ۲۰۰۵)، یا اینکه مطلب را آن‌طور که فکر می کردند یاد نگرفته اند. در مقابل تمرین انباشته ممکن است در پیش‌بینی های دارای اعتماد به نفس کاذب اثر داشته باشد زیرا تمرینی که در یک جلسه انباشته شود ممکن است باعث ایجاد سطح بالایی از تسلط یا موفقیت در آن جلسه شود بدون نشانی از آن‌که این یادگیری در طول زمان باقی بماند. به عبارت دیگر، ممکن است دانش آموزان قادر به تشخیص این موضوع نباشند که آموزشی که طی تمرین انباشته تجربه کرده‌اند ممکن است مثل آموزشی که طی تمرین های فاصله دار تجربه کرده اند، پایدار نباشد و این منجر به خطای ادراک تسلط شود(بیجورک و همکاران ۱۹۹۹، بیجورک و همکاران ۲۰۱۳). برای سنجش این فرضیات درباره اثرات تمرین های فاصله دار و انباشته روی دقت پیش بینی، در مطالعه حاضر دانش آموزان نمرات آزمون آینده خود را یک‌بار بلافاصله پس از تکمیل تمرین های ریاضی فاصله دار یا انباشته و یک بار بلافاصله پیش از آزمون، پیش بینی کردند.

۴. نگاه کلی به پژوهش حاضر

در هر یک از دو پژوهش دانش آموزان ۱۲ مساله تمرینی را تکمیل کردند، که یا در یک جلسه، و یا به شکل یکنواخت در سه جلسه با فاصله یک هفته پخش شده بود. دانش آموزان یک هفته بعد مورد آزمون قرار گرفتند. دانش آموزان دو بار نمرات خود را پیش بینی کردند: بلافاصله پس از آخرین مساله تمرینی و بلافاصله پیش از آزمون. این پژوهش برای پاسخ به دو سوال

طراحی شد: فاصله گذاری چطور بر نمرات آزمون اثر می گذارد، و فاصله گذاری چطور بر پیش‌بینی های دانش آموزان از نمرات اثر می گذارد؟

۵. روش

از نظر روش این روش دو پژوهش تقریبا یکسان بود و تفاوت های اندک در ادامه ذکر شده اند. قرار گذاشتیم تا آزمایش ۲ را برای تکرار نتایج آزمایش ۱ اجرا کنیم و آنطور که در ادامه توضیح داده شده است یک موضوع بالقوه در رابطه با تسلط بر ریاضیات در آزمایش ۱ را تصحیح کنیم. داده های ناشناس و تمامی مطالب در سایت چارچوب علوم باز در دسترس است.(OSF) https://osf.io/vcf6e/

۵,۱ دانش آموزان

دانش آموزان شرکت کننده در یک مدرسه بزرگ در بریتانیا شرکت کردند. دانش آموزان آزمایش را طی سال ۷ (۱۲-۱۱ ساله) انجام دادند. آزمایش ۱ را در بهار ۲۰۱۸ و آزمایش ۲ را در بهار ۲۰۱۹ انجام دادیم. آزمایش ۱ توسط ۴۴ دانش آموز و آزمایش ۲ توسط ۵۵ دانش آموز انجام شد. اندازه این نمونه ها به اندازه کافی بزرگ بود تا بتوان میزان اثر بزرگ تر از d=0/43 را در آزمایش ۱ و d=0/38 را در آزمایش ۲ مشخص کرد(با فرض طراحی درون سوژه ای، آزمون های دو سری، آلفا=۰،۰۵ و توان ۰،۸). ۱۷ دانش آموز دیگر در کلاس مورد آزمایش (۱۱ نفر در آزمایش ۱ و ۶ نفر در آزمایش ۲) دست کم یکی از جلساتی که آزمایش انجام شد را از دست دادند و داده های ناکامل آنها از تمام تحلیل حذف شد.

هر آزمایش شامل دو دسته شرکت کننده بود، که ما به آنها کلاس الف و کلاس ب می گوییم. در آزمایش ۱ ، کلاس الف شامل ۲۴ دانش آموز شرکت کننده بود (۱۲ دختر، ۱۲ پسر)، و کلاس ب ۲۰ شرکت کننده داشت (۱۰ دختر، ۱۰ پسر). در آزمایش ۲ کلاس الف شامل ۲۸ شرکت کننده بود (۱۱ دختر، ۱۷ پسر) و کلاس ب ۲۷ نفر داشت (۱۳ دختر، ۱۴ پسر). ما تسلط ریاضی دانش آموزان را با نمرات ریاضی KS2 SAT سنجیدیم، که در آن برای همه افراد به جز ۳ نفر (یک نفر در آزمایش ۱ و دو نفر در آزمایش ۲) توانستیم آن را بدست آوریم. در آزمایش ۱ ، نمرات KS2 SAT در کلاس الف ($M = 109/6, SD =$ ۳/۴, $n = 23$) به میزان قابل توجهی بالاتر از کلاس ب ($M = 104/4, SD = 4/4, n = 20$) بود، $p < .001, d = 1.33$. در آزمایش ۲ هیچ تفاوت قابل اتکایی میان نمرات کلاس الف ($M = 110/6, SD = 4/8, n = 27$) و کلاس ب ($M = 108/8,$ $SD = 5/0, n = 26$) وجود نداشت.

۵,۲ مطالب و طراحی

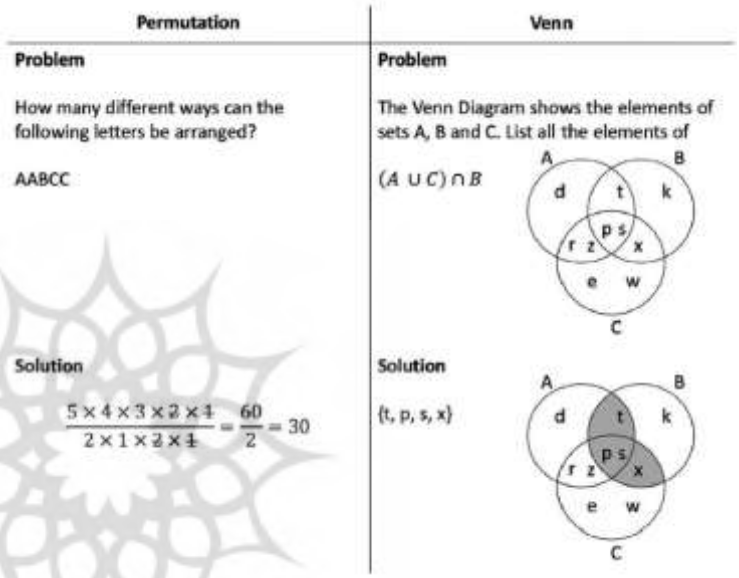
هر مساله ریاضی شامل یک تمرین نمودار ون یا تمرین جایگشت بود (شکل ۱). کلاس الف تمرین ون را با فاصله و تمرین جایگشت را به طور یکجا انجام دادند، و کلاس ب برعکس عمل کرد. ما مساله های ون را طراحی کردیم و تمرین های جایگشت از کتاب راهر و تیلور(۲۰۰۶) گرفته شدند. ما پیش آزمونی برگزار نکردیم، گرچه هیچ کدام از تمرین ها بخشی از برنامه آموزشی مدرسه یا برنامه آموزشی کشوری برای سال هفتم یا پیش از آن نبود.

۵,۳ فرایند

نمودار زمانی در شکل ۲ نشان داده شده است. برای هر دو تمرین ون و جایگشت، دانش آموزان یک آموزش ویژه دیدند و پس از آن ۱۲ مساله تمرینی داشتند که یا به طور انباشته در یک جلسه و یا به طور یکنواخت در طول سه جلسه با فاصله ۱ هفته تقسیم شده بود. آزمون با تاخیر چهار هفته انجام شد (۲۹-۲۷ روز). زمان‌بندی این جلسات به شکلی بود که دانش آموزان هرگز یک تمرین را برای هر دو حالت انباشته و فاصله دار در یک روز انجام ندادند. در عوض زمان‌بندی این دو حالت (فاصله

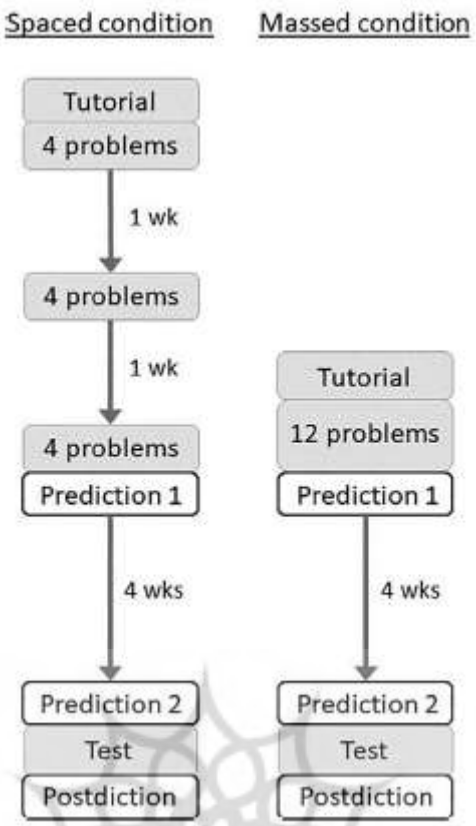
دار و انباشته) یک در میان بود به گونه ای که جلسات متناظر برای این دو حالت به اندازه یک یا دو روز فاصله داشتند. در نهایت، ترتیب شرایط و آزمون را متوازن کردیم به شکلی که کلاس الف از مطالبی که با فاصله بودند پیش از مطالب انباشته آزمون گرفته شد و از کلاس ب از مطالب انباشته پیش از مطالب فاصله دار آزمون گرفته شد.

دانش آموزان جلسات تمرین و آزمون ها را طی کلاس ریاضی خودشان و تحت نظارت آموزگاران تکمیل کردند. هیچ کدام از دو آموزگار عضوی از تیم پژوهش نبود و هیچ کدام از پژوهشگران در کلاس هایی که آزمایش در آن انجام می شد حضور نداشتند. دانش آموزان سوال ها را با کاغذ و قلم و بدون ماشین حساب جواب دادند. هیچ مساله ای بیش از یک بار طی آزمایش تکرار نشد. برای هر تمرین (ون و جایگشت)، دانش آموزان یک دوره آموزشی را بلافاصله پیش از شروع اولین مساله تمرینی دیده بودند، و هم مساله دوره آموزشی و هم مساله تمرینی توسط یک نمایشگر صوتی تصویری ارائه می شد که توسط اولین نویسنده (اشاره به اولین نویسنده این مقاله است) طراحی شدند.

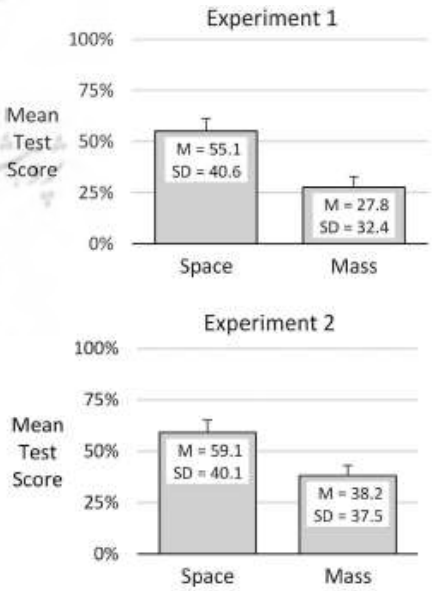


شکل ۱ تمرین ها. همه دانش آموزان مساله های تمرینی یکسانی را می دیدند، و هیچ دانش آموزی مساله ای را دوبار نمی دید. بلافاصله پس از هر مساله تمرینی، جواب به دانش آموزان نشان داده می شد و از آنها خواسته می شد تا خطاهای خود را اصلاح کنند.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی



شکل ۲. فرایند. دانش آموزان ۱۲ مساله را انجام دادند. دانش آموزان نمرات خود را بلافاصله پس از آخرین تمرین (پیش‌بینی ۱) و بلافاصله پیش از آزمون (پیش‌بینی ۲) پیش بینی کردند. همچنین دانش آموزان نمرات آزمون خود را بلافاصله پس از آزمون تخمین زدند (پس‌بینی)

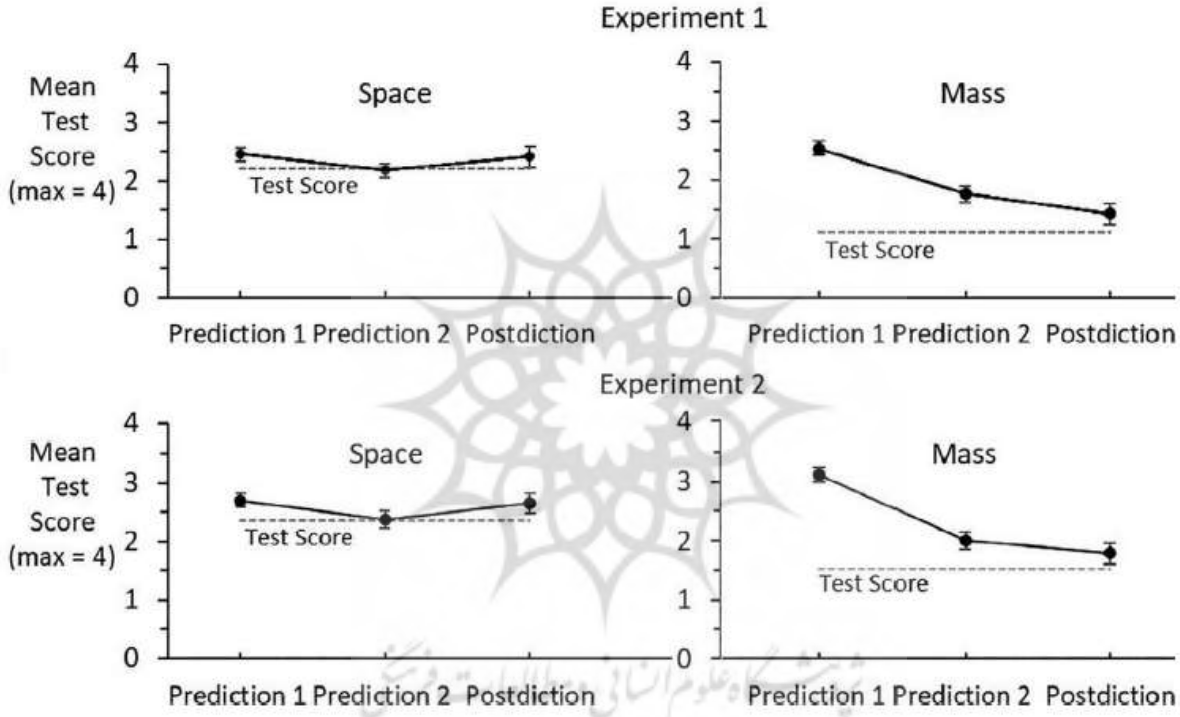


شکل ۳. نمرات آزمون. هر دو پژوهش اثر فاصله گذاری را نشان داد. نوارهای خطا برابر یک خطای استاندارد است.

هر مساله تمرین یک بار نمایش داده شد. طی زمانی که دانش آموزان مساله را حل می کردند هر مساله روی صفحه نمایشگر باقی ماند (۴۵ ثانیه). بلافاصله پس از آن جواب روی صفحه ظاهر می شد درحالی‌که صدایی از پیش ضبط شده توضیحات

شفاهی ارائه می داد (متوسط ۶۰ ثانیه)، و پس از آن طی زمانی که دانش آموزان خطاهای خود را اصلاح می کردند جواب روی صفحه می ماند (۲۰ ثانیه). به دلیل آن‌که دانش آموزان جواب های خود را بلافاصله پس از هر مساله تصحیح می کردند مانع این بود که به آنها نمره بدهیم، و بنابراین معیاری از عملکرد تمرین ها نداریم. همچنین باید اشاره کنیم که این بازخورد فوری تضمین می کند که این مطالعه نه تنها تمرین بلکه تدریس را به شکلی وسیع تغییر داده است. در سراسر هر جلسه تمرین، می توانستند کارهای کتبی خود برای مساله تمرینی که پیش تر در جلسه نشان داده شده بود را ببینند. برای هر آزمون (ون و جایگشت)، به دانش آموزان یک برگه داده شد که در آن لیستی از ۴ مساله جدید بود و از آنها خواسته شد که به هر ترتیبی که می خواهند به آنها جواب دهند (۸ دقیقه). دانش آموزان طی آزمون هیچ بازخوردی دریافت نکردند.

دانش آموزان دو بار نمرات خود را پیش‌بینی کردند: بلافاصله پس از اخرین تمرین و بلافاصله پیش از آزمون. همچنین نمرات خود را بلافاصله پس از آزمون پس‌بینی کردند. برای هر یک از این سه قضاوت، از دانش آموزان خواسته شد تا نمرات خود را از یک آزمون ۴ سوالی پیش‌بینی کنند، که جزئیات آن در پیوست آمده است.



شکل ۴. نمرات پیش بینی شده آزمون. تمرین انباشته منجر به اعتماد به نفس کاذب در پیش‌بینی ۱ (بلافاصله پس از آخرین مساله) و پیش‌بینی ۲ (بلافاصله پیش از آزمون) شده است. از دانش آموزان خواسته شد تا تعداد مساله هایی که درست حل خواهند کرد را تخمین بزنند (از چهار مساله). خطوط خط‌چین نشان دهنده نمره واقعی آزمون است، که در شکل ۳ نیز نشان داده شده است. نوار خطا برابر است با مثبت یا منفی یک خطای استاندارد.

۶. نتایج

۶،۱. نمرات آزمون

هر دو آزمایش اثر فاصله گذاری را نشان داد (شکل ۳). در آزمایش۱، اثر فاصله گذاری نسبتا بزرگ بود $t(43) = 4/0, p <$ ۰،۰۰۱. $d = 0/61$, 95% cl ,[۰/۲۸, ۰/۹۲]. در آزمایش ۲ اثر فاصله گذاری کوچکتر، اما هنوز قابل اندازه گیری بود $t(۵۴) = 0/39, p < 0/01$، ۲/۹. [۰/۱۱, ۰/۶۶]و CI ٪۹۵. مقدار متغیر کوهن d برابرست با اختلاف میانگین نمره تقسیم بر انحراف معیار اختلاف نمرات (که به آن d_z هم گفته می شود). این انتخاب از مقدار کوهن d مقدار کوچکتری از سایر موارد ایجاد می کند زیرا این دو مجموعه از نمرات به شدت همبستگی دارند و بنابراین اندازه اثراتی که گزارش شده اند محافظه کارانه است.

اثر فاصله گذاری به مهارت دانش آموزان مرتبط نبود. به ویژه نمرات ریاضی دانش آموزان در KS2 SAT (قسمت روش را ببینید) به میزان قابل توجهی با اثر فاصله گذاری (نمره آزمون در حالت فاصله گذاری منهای نمره حالت انباشته) دانش آموزان همبستگی نداشت هم در آزمایش ۱ ($r = 0/21, p = 0/19$) و آزمایش ۲ ($r = 0/07, p = 0/63$). بنابراین این داده ها هیچ پشتیبانی برای این ادعا که منافع فاصله گذاری به تسلط دانش آموز بستگی دارد، فراهم نکرد.

۶,۲ پیش‌بینی دانش آموزان

در هر دو آزمایش، تمرین فاصله دار منجر به پیش‌بینی های دقیق از نمرات آزمون شد، درحالی‌که تمرین انباشته موجب اعتماد به نفس کاذب شد. در مورد پیش‌بینی ۱ که در آن دانش آموزان بلافاصله پس از آخرین مساله پیش‌بینی را انجام دادند، فاصله گذاری منجر به پیش‌بینی هایی شد که اندکی ولی نه چندان زیاد بیشتر از نمرات واقعی بود (آزمایش ۱: ۱/۰=(۴۳)t, p = ۰/۳۳, d = 0/15 ، آزمایش ۲: $t(54) = 1/7, p = 0/10, d = 0/23$) درحالی‌که تمرین انباشته منجر به اعتماد به نفس کاذب قابل توجهی شد (ازمایش ۱ : $t(43) = 6/1, p < 0/001, d = 0/92$؛ آزمایش ۲: $t(54) = 7/9, p < 0/001, d$ ۱/۰۷ =) . در مورد پیش بینی ۲ ، که در آن دانش آموزان بلافاصله پیش از آزمون ارائه دادند، باز هم فاصله گذاری منجر به پیش بینی های دقیق شد (آزمایش ۱: ۰/۰۱ $t(43) = -0/1, p = ۰/۹۳, d=$ ؛ آزمایش ۲ : $t(54) = 0/1, p = .93, d =$ ۰/۰۱) ، در حالی‌که تمرین انباشته اعتماد به نفس کاذب متوسطی را ایجاد کرد (آزمایش ۱: $t(43) = 2/7, p < 0/01, d =$ ۰/۴۱؛ آزمایش ۲: $t(54) = 2/3, p = 0/03, d = 0/31$) در نهایت پس‌بینی ها که بلافاصله پس از آزمون انجام شدند صرف نظر از فاصله دار یا انباشته بودن تمرین ها، دقیق بودند.

به دلیل آن‌که پیش‌بینی های دقیق از نمرات آزمون ها لزوما منجر به تفاوت صفر میان نمرات پیش‌بینی شده و نمرات واقعی می شود، ما همچنین مقدار ضریب بایس را برای همه تفاوت های صفر پیدا کردیم که در بالا گزارش شده است تا معلوم شود آیا این شواهد همسو با فرضیه صفر (دقت) است و یا با فرضیات دیگر(عدم دقت). ما از یک الگوریتم آنلاین استفاده کردیم که توسط رودر و همکاران ۲۰۰۹ ایجاد شده است. این الگوریتم یک مقدار اولیه جفری را فرض می گیرد، و مقیاس را در مقدار r که برابر است با ۰/۷۰۷۱ تنظیم می کند. در هر مورد، ضریب بایس بیش از ۱ بود، به این معنی که این شواهد همسو با فرضیه صفر (دقت) می باشد.

۷. بررسی

تمرینات فاصله دار ریاضی به میزان قابل توجهی نمرات آزمون را در هر دو آزمایش ارتقا داد (شکل ۳). به علاوه پیش بینی های دانش آموزان از نمرات خود در صورتی‌که تمرینات فاصله دار داشتند کاملا دقیق بود اما در حالتی که تمرینات انباشته داشتند اعتماد به نفس کاذب قابل توجه بود (شکل ۴). هر دو یافته نکات و مفاهیم عملی دارند.

۷,۱ شرایط مرزی اثر فاصله گذاری ریاضی

گرچه اثر فاصله گذاری ریاضی به کرات مشاهده شده است، مطالعات اندکی اثرات صفر را یافته اند (مقدمه را ببینید). بررسی داده ها نشان می دهد که این یافته های منفی ممکن است به دلیل یک یا چند شرط مرزی باشد . در اینجا چهار امکان را در نظر می گیریم.

۱. ماهیت تمرین. ممکن است اثر فاصله گذاری ریاضی تحت تاثیر تمرین ریاضی قرار بگیرد؟ این امکان توسط ابرباخ و برزگر نظری ۲۰۲۱ مطرح شد تا به اثرات خنثی مشاهده شده در هر دو شرایط پژوهش آزمایشگاهی بپردازند. البته ما هنوز هیچ گواهی برای این ادعا نداریم. مطالعه ابرباخ و برزگرنظری تنها شامل یک نوع تمرین بود و آن یک تمرین جایگشت یکسان بود که اثر فاصله گذاری بزرگی را در هر دو مطالعه پیشین ایجاد کرد. به علاوه هیچ مطالعه ای ارتباط و پیوستگی میان ماهیت تمرین ریاضی و اندازه اثر فاصله گذاری را نشان نداده است.

۲. تاخیر کوتاه در آزمون. برخی شواهد نشان می دهند هنگامی که تاخیر آزمون کوتاه باشد، اثر فاصله گذاری ریاضی می تواند از بین برود. در یک مطالعه آزمایشگاهی دانش آموزان یا تمرین های انباشته انجام دادند و یا تمرین های فاصله دار با فاصله جلسات ۱ هفته ای که به فاصله ۱ تا ۴ هفته پیش از آزمون انجام شد، و تنها تاخیر ۴ هفته ای باعث ایجاد اثر فاصله گذاری شد. یافته های مشابه در مطالعات فاصله گذاری با مطالب درسی غیر از ریاضیات بدست آمده اند. یافته هایی از قبیل این نشان می دهند که اگر تاخیر آزمون کوتاه باشد، ممکن است نمرات آزمون ریاضی از فاصله‌گذاری تاثیر مثبتی نگیرند.

۳. فاصله های زمانی کوتاه . برخی شواهد غیرمستقیم نشان می دهند در صورتی‌که بازه‌ی فاصله گذاری بسیار کوتاه تر از تاخیر آزمون باشد، ممکن است اثر فاصله گذاری ریاضی کوچک شده یا محو شود، همان‌طور که در مواردی با مطالب غیرریاضی رخ داد(برای مثال به متاآنالیز سپدا و همکاران۲۰۰۶ مراجعه شود). این امکان همچنین با نتایج مطالعه ای از فاصله گذاری ریاضی که در آن هنگامی که تاخیر آزمون طولانی تر بود اثرات خنثی بدست آمد، سازگار است(ابرباخ و برزگر نظری ۲۰۲۰). در این مطالعه دانش آموزان یا تمرین های انباشته انجام دادند و یا تمرین های فاصله دار در طول دو جلسه با فاصله زمانی ۱ یا ۱۱ روز پیش از آنکه آزمون ۵ هفته بعد گرفته شود که بازه های فاصله گذاری بزرگ تر باعث ایجاد نمرات بالاتر در آزمون شد: تقریبا ۲۵٪ پس از تمرین انباشته، تقریبا ۳۰٪ پس از بازه فاصله گذاری یک روزه، و تقریبا ۴۰٪ پس از بازه فاصله ۱۱ روزه. بنابراین اثرات فاصله گذاری از نظر آماری قابل توجه نبودند، هر دو بازه فاصله گذاری اثرات فاصله گذاری مثبتی ایجاد کردند و اندازه این اثر برای بازه ۱ روزه کمتر از بازه ۱۱ روزه بود. اگر بازه های فاصله گذاری بیش از اندازه کوتاه اندازه اثر فاصله گذاری را ایجاد کنند، دانش آموزان ریاضی باید تمرینات خود را در طول جلسات به فاصله دست کم یک هفته یا بیشتر – اگر هدف یادگیری درازمدت باشد- فاصله گذاری کنند.

۴. بازخوردهای پراکنده. اگر جواب های صحیح سوالاتی که دانش آموزان قادر به حل آنها نبوده اند بلافاصله به آنها نشان داده نشود، تاثیرات مثبت نمرات آزمون از تمرین های فاصله دار ممکن است از بین برود. در مطالعات حاضر، جواب های درست به هر سوال بلافاصله پس از هر تلاش به دانش آموزان نشان داده می شد، و همچنین از آنها خواسته می شود تا اشتباه های پاسخ خود را تصحیح کنند. بدون این نوع از بازخورد آموزشی، تمرین های فاصله دار می تواند یک آسیب باشد زیرا دانش آموزانی که نحوه حل کردن یک نوع خاص از مساله را طی بازه فاصله گذاری فراموش کرده اند قادر نخواهند بود که مساله را حل یا از بازخورد یاد بگیرند. در این صورت یا قادر به حل مساله نخواهند بود و یا از طریق بازخورد هم چیزی یاد نمی گیرند. با این وجود، این نکته بالقوه تنها یک گمان است، زیرا ماهیت یا درجه یک بازخورد در یک مطالعه فاصله گذاری ریاضی تغییر داده نشده است. با این حال، تنها پس از نیمی از مساله های تمرینی بازخوردها در مطالعات مذکور ارائه شد و تنها اثر صفر بدست آمد.

۷,۲. اعتماد به نفس کاذب دانش آموزان

جدا از اثر فاصله گذاری، مطالعات حاضر نشان داد که فاصله گذاری می توان دقت دانش آموزان در قضاوت درباره یادگیری خودشان را افزایش دهد. پس از تمرین فاصله دار، دانش آموزان نمرات آزمون آینده خود را بسیار دقیق پیش بینی کردند، درحالی‌که تمرین انباشته منجر به اعتماد به نفس کاذب چشم‌گیری شد. اعتماد به نفس کاذب پس از تمرین انباشته ممکن است منجر به تسلط یا موفقیت شود که در آن دانش‌آموز می تواند مجموعه از مسائل مشابه را صرفا از طریق تکرار روندی مشابه حل کند، و این احساس را ایجاد می کند که دانش آموزان بر محتوای مطلب تسلط پیدا کرده اند. اعتماد به نفس کاذب نیز به نوبه خود ممکن است منجر شود دانش آموز و آموزگار باور کنند که تمرین بیشتر ضرورتی ندارد، هنگامی که در واقع مطالب آموخته شده طی زمان حفظ نخواهند شد.

گرچه تمرین انباشته باعث ایجاد اعتماد به نفس کاذب می شود، یادآوری کنیم که پیش‌بینی هایی که پس از تمرین انباشته صورت گرفت تنها کمی بیشتر از پیش‌بینی هایی بود که پس از تمرین فاصله گذاری صورت گرفتند. بنابراین تمرین انباشته پیش‌بینی ها را در حد غیرواقعی بالا نبرد بلکه نتوانست به دانش آموزان در تشخیص سطح پایین تسلط خود کمک کند. ممکن است این گمان ایجاد شود که هشیاری و آگاهی می تواند از طریق سنجش مساله های تمرینی پس از یک تاخیر – اساسا یک آزمون تمرینی- افزایش یابد، که می تواند هم آگاهی شناختی و هم نمرات آزمون را افزایش دهد. تمرین های فاصله دار ریاضی دقیقا این نوع از آزمون های تمرینی را ارائه می کنند. با تمرین های فاصله دار، هم دانش آموزان و هم آموزگاران تصویری روشن از درک و حفظ مطالب طی زمان را بدست می آورند و آمادگی بهتری برای هدایت موثر تمرین های آینده را خواهند داشت.

۷,۳ مفاهیم کاربردی

مزیت های یادگیری روش تمرین های فاصله دار ریاضی کاربردهای بدیهی در کلاس درس دارد. فاصله گذاری نمرات آزمون را در مطالعه کنونی را به بیش از نیم افزایش داد، که بسیار سودمندتر از بیشتر مداخلات آموزشی برای ریاضی است. این نتایج، در پیوند با نتایج پژوهش های دیگر، تایید قوی برای تمرین های فاصله دار ریاضی است. به طور گسترده تر، ما بر این باور هستیم که فاصله گذاری یادگیری درازمدت را در هر نوع مطلب درسی ارتقا می دهد و به بسیاری پژوهشگران دیگر ملحق می شویم که پیشتر حامی میزان بیشتر فاصله گذاری در کلاس بوده اند.

با این وجود، تمرین ریاضی فاصله دار فاقد چالش نیست. جدا از شرایط مرزی ممکن که در بالا توصیف شد، درباره اینکه چطور مساله های تمرینی باید فاصله گذاری شوند اطلاعاتی کمی وجود دارد. برای مثال تعداد زیادی تمرین را می توان به طور یکنواخت در طول سه تکلیف یا تعداد کمتری را در طول ۶ تکلیف توزیع کرد و بازه فاصله گذاری میان تکالیف را می توان ثابت گذاشت (همیشه یک هفته) و یا افزایش داد (۱هفته، ۳ هفته، و سپس ۹ هفته). انواع مختلف بی‌شماری از حالات وجود دارد. در نهایت، تکالیف ریاضی فاصله دار به آسانی در اختیار آموزگاران زیادی نیست زیرا کتاب های ریاضی دانش آموزان تنها میزان اندکی فاصله را ایجاد می کنند. این معلم ها باید تکالیف فاصله گذاری شده خود را طراحی کنند یا از تکالیف فاصله گذاری شده در اینترنت یا منابع دیگر استفاده کنند.

با این وجود این موانع نباید بر خوبی های تمرین فاصله گذاری ریاضی سایه اندازد. فاصله گذاری یکی از بزرگ‌ترین و قوی‌ترین استراتژی های یادگیری است که پژوهشگران یادگیری می شناسند و فاصله گذاری می تواند در تقریبا همه دوره های ریاضی به کار رود. گرچه برخی موانع در رابطه با مفاهیم آن وجود دارد، نکته کلیدی این است که آموزگاران باید ذهنیت خود را به گونه ای تغییر دهند که تمرین یک مهارت یا مفهوم را نه به عنوان یک مطلب درسی که باید در یک یا دو جلسه کلاس وارد شود تلقی کنند، بلکه به عنوانه مطلبی که می تواند در طول بسیاری جلسات توزیع شود. با اتخاذ این روش، آموزگاران ریاضی می توانند به دانش آموزان در یادگیری ریاضی بهتر کمک کنند و نیز میزان یادگیری آنها را بهتر بسنجند.

منابع:

Bahrick, H. P., & Hall, L. K. (2005). The importance of retrieval failures to long-term retention: A metacognitive explanation of the spacing effect. *Journal of Memory and Language*, *52*, 566–577.

Barnett, J. E., & Hixon, J. E. (1997). Effects of grade level and subject on student test score predictions. *The Journal of Educational Research*, *90*, ۱۷۰–۱۷٤r

Barzagar Nazari, K., & Ebersbach, M. (2019). Distributing mathematical practice of third and seventh graders: Applicability of the spacing effect in the classroom. *Applied Cognitive Psychology*, *33*, ۲۸۸–۲۹۸.

Bjork, R. A. (1999). Assessing our own competence: Heuristics and illusions.

In D. Gopher & A. Koriat (Eds.), *Attention and performance XVII. Cognitive regulation of performance: Interaction of theory and application* (pp. 435–459). MIT Press.
Bjork, R. A., Dunlosky, J., & Kornell, N. (2013). Self-regulated learning: Beliefs, techniques, and illusions. *Annual Review of Psychology, 64*, 417–444.
Budé, L., Imbos, T., van de Wiel, M. W., & Berger, M. P. (2011). The effect of distributed practice on students' conceptual understanding of statistics. *Higher Education, 62*, 69–79.
Butler, D. L., & Winne, P. H. (1995). Feedback and self-regulated learning: A theoretical synthesis. *Review of Educational Research, 65*, 245–281.
Carpenter, S. K. (2017). Spacing effects in learning and memory. In J. T. Wixted & J. H. Byrne (Eds.), *Cognitive Psychology of Memory, Learning and Memory: A Comprehensive Reference* (2nd ed., pp. 465–485). Oxford: Academic Press.
Cepeda, N. J., Pashler, H., Vul, E., Wixted, J. T., & Rohrer, D. (2006). Distributed practice in verbal recall tasks: A review and quantitative synthesis. *Psychological Bulletin, 132*, 354–380.
Chen, O., Castro-Alonso, J. C., Paas, F., & Sweller, J. (2018). Extending cognitive load theory to incorporate working memory resource depletion: Evidence from the spacing effect. *Educational Psychology Review, 30*, 483–501.
Dunlosky, J., & Rawson, K. A. (2012). Overconfidence produces underachievement: Inaccurate self-evaluations undermine students' learning and retention. *Learning and Instruction, 22*, 271–280.
Dunlosky, J., Rawson, K. A., Marsh, E. J., Nathan, M. J., & Willingham, D. T. (2013). Improving students' learning with effective learning techniques: Promising directions from cognitive and educational psychology. *Psychological Science in the Public Interest, 14*, 4–58.
Ebersbach, M., & Barzagar Nazari, K. (2020a). No robust effect of distributed practice on the short- and long-term retention of mathematical procedures. *Frontiers in Psychology, 11*, 811.
Ebersbach, M., & Barzagar Nazari, K. (2020b). Implementing distributed practice in statistics courses: Benefits for retention and transfer. *Journal of Applied Research in Memory and Cognition, 9*, 532–541.
Gay, L. R. (1973). Temporal position of reviews and its effect on the retention of mathematical rules. *Journal of Educational Psychology, 64*, 171–182.
Hacker, D. J., Bol, L., & Keener, M. C. (2008). Metacognition in education: A focus on calibration. In J. Dunlosky & R. A. Bjork (Eds.), *Handbook of metamemory and memory* (pp. 429–455). Taylor & Francis.
Hartwig, M. K., & Dunlosky, J. (2017). Category learning judgments in the classroom: Can students judge how well they know course topics? *Contemporary Educational Psychology, 49*, 80–90.
Hopkins, R. F., Lyle, K. B., Hieb, J. L., & Ralston, P. A. (2016). Spaced retrieval practice increases college students' short-and long-term retention of mathematics knowledge. *Educational Psychology Review,*

28, 853–873.
Kang, S. H. (2016). Spaced repetition promotes efficient and effective learning: Policy implications for instruction. *Policy Insights From the Behavioral and Brain Sciences*, *3*, 12–19.
Koriat, A., Bjork, R. A., Sheffer, L., & Bar, S. K. (2004). Predicting one's own forgetting: The role of experience-based and theory-based processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, *133*, 643–656.
Kornell, N. (2009). Optimizing learning using flashcards: Spacing is more effective than cramming. *Applied Cognitive Psychology*, *23*, 1297–1317.
Lakens, D. (2013). Calculating and reporting effect sizes to facilitate cumulative science: A practical primer for t-tests and ANOVAs. *Frontiers in Psychology*, *4*, 863.
Little, J. L., & McDaniel, M. A. (2015). Metamemory and control following retrieval practice for text. *Memory & Cognition*, *43*, 85–98.
Logan, J. M., Castel, A. D., Haber, S., & Viehman, E. J. (2012). Metacognition and the spacing effect: The role of repetition, feedback, and instruction on judgments of learning for massed and spaced rehearsal. *Metacognition and Learning*, *7*, 175–195.
Lyle, K. B., Bego, C. R., Hopkins, R. F., Hieb, J. L., & Ralston, P. A. S. (2020). How the amount and spacing of retrieval practice affect the shortand long-term retention of mathematics knowledge. *Educational Psychology Review*, *32*, 277–295.
Rawson, K. A., & Kintsch, W. (2005). Rereading effects depend upon time of test. *Journal of Educational Psychology*, *97*, 70–80.
Roediger, H. L., & Pyc, M. A. (2012). Inexpensive techniques to improve education: Applying cognitive psychology to enhance educational practice. *Journal of Applied Research in Memory and Cognition*, *1*, 242–248.
Rohrer, D., Dedrick, R. F., & Hartwig, M. K. (2020). The scarcity of interleaved practice in mathematics textbooks. *Educational Psychology Review*, *32*, 873–883.
Rohrer, D., & Taylor, K. (2006). The effects of overlearning and distributed practice on the retention of mathematics knowledge. *Applied Cognitive Psychology*, *20*, 1209–1224.
Rohrer, D., & Taylor, K. (2007). The shuffling of mathematics practice problems boosts learning. *Instructional Science*, *35*, 481–498.
Rouder, J. N., Speckman, P. L., Sun, D., Morey, R. D., & Iverson, G. (2009). Bayesian t tests for accepting and rejecting the null hypothesis. *Psychonomic Bulletin & Review*, *16*, 225–237.
Serrano, R., & Muñoz, C. (2007). Same hours, different time distribution: Any difference in EFL? *System*, *35*, 305–321.
Thiede, K. W. (1999). The importance of monitoring and self-regulation during multi-trial learning. *Psychonomic Bulletin and Review*, *6*, 662–667.
Willingham, D. T. (2014). Strategies that make learning last. *Educational Leadership*, *72*(2), 10–15.
Yazdani, M. A., & Zebrowski, E. (2006). Spaced reinforcement: An effective approach to enhance the achievement in plane geometry. *Journal of Mathematical Sciences and Mathematics Education*, *1*, 37–43.