دوفصلنامهٔ علمی ـ پژوهشی
جستارهای اقتصادی ایران
س۱۷، ش۳۳، بهار و تابستان ۱۳۹۹
صفحات ۲۷۱-۲۹۷

Biquarterly Journal
of
Iran's Economic Essays
Vol.17, No.33, Spring & Summer 2020

قیمت‌گذاری صکوک مشارکت با استفاده از بازدهی انتظاری آن (مطالعه موردی فرابورس ایران)

رفیع حسنی‌مقدم*

چکیده

انتشار اوراق (صکوک) مشارکت یکی از روش‌های تـأمین مـالی اسـت. هرچنـد تـاکنون اوراق مشارکت در عمل با روح عقد مشارکت تناسب زیادی ندارد، ولی این ابزار در نظام مالی به‌ویـژه فرابورس منتشر و استفاده می شـود. صـکوک (اوراق) مشـارکت ایـن ویژگـی را دارد کـه قابـل خریدوفروش پیش از سررسید و متفاوت از قیمـت اسـمی در بـازار ثانویـه اسـت. در فرابـورس کشور، قیمت گذاری صکوک بدون توجه به نرخ بازده انتظـاری و بـا روش حـراج یـا مـذاکره صورت می‌گیرد که اشکال دارد.

در این مقاله مدل قیمت گذاری صکوک مشارکت با استفاده از بازدهی انتظاری و در قالب یـک معادله دیفرانسیل تصادفی ارائه شده و این مدل دیفرانسیل تصادفی با استفاده از سبد خـود تـأمین به یک معادله دیفرانسیل جزئی تبدیل و سپس با روش عددی تفاضلات متناهی حل شـده اسـت. سرانجام با استفاده از داده‌های فرابورس ایران و با استفاده از کدنویسی در نرم‌افزار متلب، فرایند قیمت گذاری صکوک مشارکت به ازای بازدهی‌های انتظاری مختلف انجـام و مشـخص شـد بـا افزایش بازدهی انتظاری، قیمت صکوک مشارکت افزایش می‌یابد کـه ارتبـاط مسـتقیم بـازدهی انتظاری و قیمت صکوک، در ادبیات مالی نیز مورد تأیید است.

واژگان کلیدی: صکوک مشارکت، بـازدهی انتظـاری، فرابـورس، تفاضـلات متنـاهی، معادلـه دیفرانسیل جزئی.

طبقه‌بندی JEL: C69, G13, P40, G29, C88

* استادیار گروه اقتصاد دانشگاه دامغان moghadam_rafi@yahoo.com
تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱/۱۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۵/۴

۱. مقدمه

انباشت سرمایه و سرمایه‌گذاری چه از لحاظ تاریخی و چه از لحاظ فنی، یکی از مهم‌ترین عوامل فرایند توسعه صنعتی است. در ساختار اقتصادی یک کشور، سیستم مالی، وظیفه تأمین مالی فعالیت‌های اقتصادی را بر عهده دارد. در یک سیستم مالی، صاحبان وجوه مازاد از طریق مؤسسه‌های مالی و یا بازارهای پول و سرمایه، منابع خود را در اختیار متقاضیان قرار می‌دهند (عسگری و محمدزاده، ۱۳۹۷، ص۱۵۱).

همان‌طورکه بیان شد یکی از مسیرهای تأمین مالی بنگاه‌ها و دولت از طریق بازار سرمایه است. هرچند بازار سرمایه در مقایسه با بازار پول نقش به مراتب کمتری در ساختار تأمین مالی کشور به‌ویژه تأمین مالی بنگاه‌ها دارد، ولی طی چند سال اخیر نقش بازار سرمایه در فرایند تأمین مالی پررنگ‌تر از گذشته شده است. یکی از ارکان بازار سرمایه کشور، فرابورس است که تحت نظارت سازمان بورس و اوراق بهادار فعالیت می‌کند.

طبق دستورالعمل پذیرش و عرضه اوراق بهادار در فرابورس ایران، فعالیت این رکن بازار سرمایه را در قالب چند بازار مجزا به نام‌های بازار اول، دوم، سوم، پایه، بازار ابزارهای نوین مالی، بازار شرکت‌های کوچک و متوسط و بازار مشتقه تبیین کرده است. در حال حاضر بازارها به‌لحاظ طی کردن فرایند پذیرش شامل بازارهای اول، دوم، بازار شرکت‌های کوچک و متوسط، ابزارهای نوین مالی و تابلوی «الف» بازار پایه هستند و تابلوهای «ب» و «ج» بازار پایه و بازار سوم نیازی به طی کردن فرایند پذیرش ندارند.

از دیگرسو پس از پیروزی انقلاب و با تصویب قانون بانکداری بدون ربا در کشور در سال ۶۲، سیستم مالی کشور دچار تغییراتی شد. با حذف اوراق بهادار ربوی مانند اوراق قرضه و اسناد خزانه از سیستم اقتصادی و آغاز بازسازی کشور در سال‌های پس از جنگ، لزوم طراحی سازوکاری غیرربوی برای تأمین مالی دولت و بنگاه‌های اقتصادی از طریق سرمایه‌های مردمی احساس شد. این موضوع باعث شد ابزارهای مالی اسلامی با کارکردهای مختلف از آن سال‌ها تاکنون توسط سازمان بورس و اوراق بهادار، بانک مرکزی و... ارائه شود.

یکی از ابزارهای مهم مالی اسلامی صکوک است. در بین انواع صکوک نظام تأمین مالی کشور، صکوک (اوراق) مشارکت نسبت به دیگر صکوک پیشینه بیشتری دارد. هرچند اوراق مشارکت و ویژگی‌های آن در کشور با تعریف اصلی و کارکرد صکوک مشارکت در عمل تفاوت‌هایی دارد، ولی در ادامه این تحقیق از عنوان صکوک مشارکت استفاده خواهد شد. صکوک مشارکت در کشور از دو طریق انجام می‌شود: صکوک مشارکت بورسی که از طریق بورس و فرابورس انجام می‌شود و صکوک مشارکت غیربورسی که قابل معامله در بازار پولی (شعب بانکی) می‌باشد.

انتشار صکوک مشارکت در فرابورس این مزیت را دارد که می‌تواند پیش از سررسید و دراصطلاح در بازار دوم با قیمتی متفاوت از قیمت اسمی خریدوفروش شود. مهم‌ترین ویژگی صکوک مشارکت با توجه به ماهیت عقد مشارکت غیرقطعی بودن بازدهی آن است. تاکنون در ساختار تأمین مالی کشور و به‌ویژه فرابورس رویه بر این بوده که سود علی‌الحساب برای صکوک مشارکت تعیین شده و پس از پایان مشارکت (تاریخ سررسید صکوک مشارکت) نیز همان سود به‌عنوان سود قطعی و محقق شده به‌عنوان معیار عمل ناشران قرار می‌گیرد که با روح عقد مشارکت در تضاد است. ضمن اینکه قیمت صکوک نیز بدون توجه به این بازدهی غیرقطعی و با روش حراج یا مذاکره تعیین می‌شود که روش‌های یادشده نیز اشکالاتی دارد.

در این تحقیق ضمن بررسی ضرورت قیمت‌گذاری صکوک مشارکت در نظام تأمین مالی کشور و همچنین نقد روش‌های موجود در بازار سرمایه کشور جهت قیمت‌گذاری صکوک مشارکت، مدلی ارائه خواهد شد که قیمت صکوک مشارکت با توجه به بازدهی انتظاری صکوک تعیین شود. بدین منظور با استفاده از یک تکنیک عددی (روش تفاضلات متناهی) و با استفاده از داده‌های صکوک مشارکت در بازار فرابورس به قیمت‌گذاری صکوک مشارکت متناسب با بازدهی‌های انتظاری پرداخته می‌شود.

مهم‌ترین پیچیدگی در قیمت‌گذاری صکوک مشارکت، غیرقطعی بودن بازدهی مشارکت است که مدل را از یک فضای متعین[1] به فضای تصادفی[2] تبدیل می‌کند. در این پژوهش با استفاده از فرایند تصادفی براونی[3] و یک روش عددی قیمت‌گذاری صکوک مشارکت متناسب با بازدهی انتظاری آن و داده‌های فرابورس کشور ارائه می‌شود.

پرسش‌های مهم این پژوهش عبارت است از:

- با توجه به اینکه نرخ بازدهی در صکوک مشارکت غیرقطعی است، چگونه می‌توان قیمت صکوک مشارکت را با توجه به نرخ بازدهی آن در یک فضای تصادفی مدل‌سازی کرد؟
- نرخ بازدهی انتظاری صکوک مشارکت چه تأثیری بر قیمت آن دارد؟

در این مقاله در جمع‌آوری اطلاعات از روش کتابخانه‌ای بهره گرفته شده و این پژوهش به لحاظ روش از نوع توصیفی-اکتشافی و به لحاظ هدف از نوع کاربردی است.

1. Deterministic
2. Stochastic
3. Brownian Stochastic Process

۲. پیشینه تحقیق

مروری بر مطالعات پیشین

مطالعات داخلی و خارجی در موضوع صکوک (اوراق) مشارکت به بررسی فقهی، چالش‌ها و پیشنهادهایی جهت بهبود عملکرد این صکوک دارد و تاکنون مطالعه‌ای در مورد قیمت‌گذاری صکوک مشارکت با توجه به نرخ بازدهی انتظاری آن انجام نشده است. در این قسمت مطالعات مهم درباره صکوک (اوراق) مشارکت آورده شده است.

موسویان، صالح‌آبادی و کاوند (۱۳۹۶) در مقاله‌ای با عنوان «امکان‌سنجی فقهی اوراق مشارکت مصون از تورم» و با استفاده از روش توصیفی-تحلیلی، به طراحی اوراق مشارکت مصون از تورم با نرخ سود علی‌الحساب شناور پرداختند. قلیچ (۱۳۹۶) در یک پژوهش با عنوان «بررسی فقهی سود اوراق مشارکت دولتی در طرح‌های عام‌المنفعه»، استفاده از اوراق مشارکت دولتی برای تأمین مالی طرح‌های عام‌المنفعه را به‌عنوان یک راهکار جهت تأمین کسری بودجه دولتی معرفی نمود. عسگری و محمدزاده (۱۳۹۷) با توجه به قوانین و آمارهای موجود، مهم‌ترین چالش‌های فقهی و اقتصادی اوراق مشارکت ریالی در کشور را در مقاله‌ای با عنوان «چالش‌های فقهی و کارکردی اوراق مشارکت ریالی در ایران» بررسی و پیشنهادهایی برای رفع آن ارائه نمودند.

سیدنورانی و علیمرادی (۱۳۹۴) در مقاله‌ای با عنوان «ارزیابی و مقایسه صکوک اجاره و مشارکت از دید هزینه‌های نمایندگی» براساس تحلیل نظری در قالب مدل‌های ریاضی و با تکیه بر نظریه بازی‌ها و نظریه نمایندگی نشان می‌دهند که اطلاعات نامتقارن اثر منفی بیشتری بر صکوک مشارکت نسبت به صکوک اجاره دارد. صالح‌آبادی و دیگران (۱۳۹۲) به ارزش‌گذاری صکوک اجاره در مقاله‌ای با عنوان «مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق مالی اسلامی اجاره» پرداختند. در این تحقیق با استفاده از مدل تنزیل جریان‌های نقدی برای ارزش‌گذاری جریان‌های نقدی مبادله شده بین ناشر و صاحبان اوراق و نیز استفاده از مدل بلک شولز برای ارزش‌گذاری اختیار خرید یا فروش اعطایی از یک طرف به طرف مقابل این اوراق، به ارزش‌گذاری این اوراق پرداخته‌اند.

نظرپور و خوش‌اخلاق (۱۳۹۲) در مقاله‌ای با عنوان «بررسی فقهی تضمین سرمایه در اوراق مشارکت» با روش توصیفی-تحلیلی و با ادله فقهی شرط تضمین سرمایه در اوراق مشارکت را بررسی کردند. حسن‌زاده سروستانی و یار سرشار (۱۳۹۱) در تحقیقی با عنوان «مطالعه تطبیقی اوراق مشارکت منتشره در ایران و صکوک مشارکت» به بررسی تفاوت‌های هر دو گونه اوراق مشارکت منتشره در ایران و صکوک مشارکت منتشرشده در کشورهای خارجی از ابعاد مختلفی چون آمار انتشار، تعاریف، ارکان، سازوکار انتشار و بررسی فقهی پرداختند.

موسویان و سروش (۱۳۹۰) در مقاله «آسیب‌شناسی فقهی، اقتصادی و مالی انتشار اوراق مشارکت در ایران» و با استفاده از روش پیمایشی و نیز تحلیل سلسله‌مراتبی به آسیب‌شناسی اوراق مشارکت در ایران پرداختند. آقانظری (۱۳۸۷) در مقاله‌ای با عنوان «نظریه مشارکت در سود و زیان، چالش‌ها و راهکارها» به چالش‌های و راه‌های رفع نظریه مشارکت در سود و زیان پرداخته است.

مروری بر مطالعات خارجی نیز نشان می‌دهد هرچند در مورد صکوک مشارکت پژوهش‌های متعددی انجام شده است، ولی در حوزه قیمت‌گذاری صکوک تاکنون یک پژوهش انجام شده که در آن به قیمت‌گذاری صکوک مشارکت نیز اشاره نشده است. رازک، سایتی و دینک (۲۰۱۸) در مقاله «قرارداد، ساختار و مکانیسم قیمت‌گذاری صکوک: یک ارزیابی دقیق» به قیمت‌گذاری صکوک اجاره و مرابحه با توجه به ساختار این صکوک در مالزی پرداختند.

با توجه به بررسی پژوهش‌های داخلی و خارجی مشخص است که در حوزه قیمت‌گذاری صکوک مشارکت با توجه به بازدهی انتظاری تاکنون تحقیقی انجام نشده است.

۳. عقد مشارکت

عقد مشارکت یکی از عقود مهم مشارکتی است که در مالیه اسلامی استفاده می‌شود. عقد مشارکت توافقی است که براساس آن دو نفر یا بیشتر با اموالشان به کسب و کار می‌پردازند و در سود و زیان شریک می‌شوند. این عقود مشخصات و ویژگی‌ها ی فقهی زیادی دارند که در این قسمت تلاش می‌شود به برخی از ویژگی‌های مهم و شرایط صحت این عقود اشاره شود. براساس کتب فقهی، برخی از شرایط و ویژگی‌های مهم مطرح در اجرای صحیح عقد مشارکت به صورت زیر است:

- پس از عقد مشارکت، هیچ‌کدام از شرکا بدون اجازه دیگر شرکا اجازه تصرف در اموال و دارایی‌های موضوع مشارکت را ندارند؛
- عقد شرکت جایز است؛ یعنی هرکدام از شرکا هر زمان که بخواهد می‌تواند تقاضای فسخ مشارکت نماید؛ امّا زمانی با تقاضای فسخ یکی از شرکا مشارکت پایان می‌یابد و اموال تقسیم می‌شود که در این مسئله موجب ضرر مالی دیگر شرکا نشود؛
- سود و زیان به نسبت سهم هر طرف در موضوع مشارکت تقسیم می‌شود، مگر اینکه در ابتدای مشارکت یک نسبت دیگر برای تقسیم سود و زیان مورد توافق قرار گرفته باشد (موسویان، ۱۳۸۶، ص۲۲۱).

عدم قطعیت در سود و زیان صکوک (اوراق) مشارکت

در ساختار صکوک (اوراق) مشارکت، هریک از شرکا، به نسبت آورده‌اش (سرمایه‌اش) در سود و زیان شرکت سهیم می‌باشد. اگر سرمایه‌ها مساوی باشد، سود نیز به‌طور مساوی میان شرکا تقسیم می‌شود و اگر سرمایه‌ها متفاوت باشد، سود نیز به‌طور متفاوت به نسبت سرمایه هر کدام، میانشان تقسیم می‌شود (موسویان، ۱۳۸۶، ص۴۱۰).

۴. بازدهی اوراق مشارکت در قوانین ایران

مواد ۳ تا ۵ قانون نحوه انتشار اوراق مشارکت و آیین‌نامه‌های اجرایی مربوط، نحوه پرداخت اصل سرمایه و سود را بیان می‌کند. ذیل ماده ۳ در ارتباط با طرح‌های انتفاعی دولت آمده است:

> تضمین بازپرداخت اصل و سود علی‌الحساب و سود تحقق‌یافته این قبیل اوراق توسط وزارت امور اقتصادی و دارایی از محل اعتبارات ردیف‌های خاصی که توسط سازمان برنامه و بودجه به همین منظور در قوانین بودجه سالانه کشور پیش‌بینی می‌شود به عمل خواهد آمد (مجموعه قوانین پولی و بانکی).

ماده ۵ قانون، بازپرداخت سرمایه و سود طرح‌های غیردولتی را چنین تعیین می‌کند:

> شرکت‌های دولتی، شهرداری‌ها و مؤسسات و شرکت‌های غیردولتی موضوع ماده (۱)، در صورت انتشار اوراق مشارکت مکلفند بازپرداخت اصل و سود متعلق را در سررسیدهای مقرر در اوراق مذکور، تعهد و تضمین نمایند (همان).

تبصره ماده ۵ به ناشر اجازه می‌دهد به صورت ماهانه، فصلی یا سالانه، سود علی‌الحساب به دارندگان اوراق مشارکت بپردازد و در پایان دوره از سود قطعی کسر کند. در مورد سود و بازدهی اوراق مشارکت ذیل قانون نحوه انشار اوراق مشارکت و آیین‌نامه‌های مربوط سه مفهوم سود تحقق‌یافته، بازده انتظاری و سود علی‌الحساب نهفته است که در ذیل به تحلیل هریک از آنها پرداخته می‌شود:

- **سود تحقق‌یافته:** هنگامی که وجوهی از طریق عقد شرکت جمع شده و به سرمایه‌گذاری تبدیل می‌شود، هر نوع بازده و افزایش قیمت متعلق به شرکاست. برای مثال، هنگامی که دولت برای ساخت بیمارستانی به اندازه ده میلیارد ریال اوراق مشارکت واگذار می‌کند، از لحظه‌ای که ساخت بیمارستان شروع می‌شود، متناسب با پیشرفت پروژه و متناسب با بازدهی سرمایه در اقتصاد، ده میلیارد ریال رشد می‌کند؛ به‌طوری‌که در پایان دوره، هنگامی که بیمارستان به بهره‌برداری می‌رسد، ارزشی به مراتب بیشتر از ده میلیارد ریال

دارد. مابه‌التفاوت ارزش فعلی بیمارستان نسبت به هزینه تحقق‌یافته (ده میلیارد ریال) ارزش افزوده و بازده اوراق مشارکت است که به صاحبان اوراق تعلق می‌گیرد. این بازده در اصطلاح بازده واقعی است که در ماده ۳ قانون اوراق مشارکت از آن تحت عنوان سود تحقق یافته یاد می‌شود (موسویان، ۱۳۸۶، ص۴۳۶)؛

- **بازده انتظاری:** بازده انتظاری یا سود انتظاری مفهومی ذهنی است. ناشر اوراق مشارکت با مطالعات کارشناسی هزینه‌های لازم، مدت زمان احداث و ارزش نهایی طرح را برآورد می‌کند و سپس هزینه‌های برآورد شده را از ارزش نهایی طرح کم کرده و به مدت زمان و سرمایه اولیه تقسیم می‌کند، نرخ سود انتظاری سالانه به دست می‌آید. مطابق قانون اوراق مشارکت، بازده انتظاری طرح‌های دولتی را مجلس و دیگر طرح‌ها را بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران بررسی و در صورت تأیید، مجوز انتشار را صادر می‌کند. آشکار است که بازده انتظاری تا زمانی که امری ذهنی است و اثر عملی بر آن مترتب نشود، حکم فقهی نخواهد داشت (همان)؛
- **سود علی‌الحساب:** مطابق قانون، ناشر اوراق می‌تواند براساس زمان‌بندی مشخص -برای مثال فصلی- سودی به‌عنوان سود علی‌الحساب به صاحبان اوراق بپردازد. با توجه به تجربه چند سال گذشته، همه اوراق منتشرشده دارای این ویژگی بودند که از جهت اقتصادی، ناشر می‌تواند حداقل نرخ بازده انتظاری را که اطمینان به تحقق آن دارد، به صورت علی‌الحساب به دارندگان اوراق بپردازد و در پایان از سود تحقق‌یافته کسر کند. پرداخت سود علی‌الحساب از جهت فقهی به این صورت قابل تفسیر است که ناشر اوراق، به اندازه حداقل نرخ بازده انتظاری براساس زمان‌بندی مشخص به صاحبان اوراق، قرضی می‌دهد و در سررسید اوراق مشارکت که می‌خواهد طرح را از صاحبان اوراق خریداری کند، طلب خود از بابت پرداخت‌های سود علی‌الحساب کم کرده، باقی‌مانده را به آنان تحویل می‌دهد. بنابراین، ماهیت سود علی‌الحساب، قرض خواهد بود و چون متناسب با بازده انتظاری است، اسم سود بر آن نهاده شده است (همان).

به‌عنوان جمع‌بندی می‌توان گفت صکوک (اوراق) مشارکت از جهت بازده شبیه اوراق سهام ممتاز از نوع شرکتی است؛ زیرا در آن نوع اوراق سهام نیز مبلغی سود به صورت ثابت پرداخت می‌شد و در پایان اگر سود واقعی بیشتر بود، صاحبان سهام نیز شریک می‌شدند، با این تفاوت که سود علی‌الحساب در اوراق مشارکت سود قطعی نیست و ممکن است سود نهایی کمتر از آن باشد (همان، ص۴۱۷).

یکی دیگر از مباحث مهم در قانون مربوط به اوراق مشارکت، بحث تضمین اصل سرمایه و

سود در این اوراق است. قانون اوراق مشارکت در ماده‌های ۳ تا ۵ به تضمین بازپرداخت اصل سرمایه، سود علی‌الحساب و سود تحقق‌یافته اشاره می‌کند و ضمانت آن را در طرح‌های دولتی به عهده وزارت امور اقتصادی و دارایی و در غیر آنها به عهده ناشرین می‌گذارد. در تحلیل یادشده دو تفسیر قابل ارائه است:

تفسیر اول اینکه به قرینه «تضمین بازپرداخت سود تحقق‌یافته» مقصود از تضمین، تضمین مبلغ و نرخ‌های معین نیست؛ بلکه مقصود تضمین اصل عملیات و بازپرداخت سرمایه، سود علی‌الحساب و سود تحقق‌افته در فرض وجود است. گویا وزارت اقتصاد و دارایی به صاحبان وراق تضمین می‌دهد که اگر طرح با موفقیت انجام و سود حاصل شد، حتماً اصل سرمایه و سود حاصله پرداخت خواهد شد؛ امّا نرخ سود چقدر خواهد بود تضمینی وجود ندارد. این تفسیر با مقتضای شرکت منافاتی ندارد و در واقع مقتضای خود شرکت است (هادوی تهرانی، ۱۳۷۸، ص۴۹).

تفسیر دوم اینکه مقصود تضمین مبلغ و نرخ‌های اعلام شده به‌عنوان اصل سرمایه، سود علی‌الحساب و سود تحقق‌یافته است. عملکرد چند سال گذشته نیز، همین را حکایت می‌کند. در این صورت، چنین تضمینی با ماهیت عقد شرکت –مشارکت در سود و زیان– منافات داشته، اوراق مشارکت را به اوراق قرضه نزدیک می‌کند (همان).

۵. ضرورت تعیین قیمت صکوک (اوراق) مشارکت

یکی از اهداف انتشار اوراق مشارکت این بود که این اوراق به بازار بورس اوراق بهادار وارد شده و به قیمت بازاری خرید و فروش شوند. مطابق ذیل ماده ۲ قانون اوراق مشارکت، خرید و فروش این اوراق مستقیماً و یا از طریق بورس اوراق بهادار مجاز می‌باشد. مطابق ماده ۶، شرکت‌های سهامی عام می‌توانند طبق این قانون، اوراق مشارکت قابل تبدیل یا تعویض با سهام منتشر کنند. وجود ویژگی‌های قابلیت فروش، تبدیل و تعویض، به اوراق مشارکت اهمیت دوچندان داده، زمینه را برای ورود و خروج بانک مرکزی و استفاده از آن به‌عنوان ابزاری برای سیاست‌های پولی فراهم می‌کند. در این صورت افزون‌بر ایجاد تنوع در بازار سرمایه، قیمت و بازدهی اوراق مشارکت، چراغ راهنمایی برای سیاست‌گذاران پولی می‌شود (موسویان، ۱۳۸۶، ص۴۳۰).

براساس تبصره ۵ قانون بودجه سال ۱۳۹۸ کل کشور بانک مرکزی اجازه دارد به انجام عملیات بازار باز و خرید و فروش اوراق مالی اسلامی منتشرشده دولت از طریق بازارهای موجود در فرابورس ایران بپردازد که این طرح از ۲۸ دی‌ماه ۹۸ از طریق بازار ابزارهای نوین مالی فرابورس آغاز شد. بانک مرکزی می‌تواند با عملیات بازار باز برای کنترل و یا افزایش نقدینگی، اوراق مالی

اسلامی از جمله صکوک مشارکت خریداری یا منتشر کند. به‌دیگرسخن، بانک مرکزی می‌تواند با خرید یا فروش اوراق مالی اسلامی، اجرای سیاست‌های پولی خود را کنترل کند. همچنین، بانک‌ها نیز به منظور تأمین کسری وجوه خود می‌توانند با فروش این اوراق به بانک مرکزی، نقدینگی لازم را تأمین کنند.

۶. صکوک (اوراق) مشارکت در فرابورس ایران

اوراق مشارکت در کشور به دو دسته کلی بورسی و غیربورسی تقسیم می‌شود. اوراق مشارکتی که قابلیت معامله در بورس و فرابورس را دارند به اوراق مشارکت بورسی موسوم هستند. انواع اوراق مشارکت بورسی عبارت‌اند از:

به کسر: اوراقی که با قیمتی کمتر از قیمت اسمی به فروش می‌رسند و سود خریدار برابر با تفاوت قیمت اوراق در زمان خرید و قیمت اسمی در زمان سررسید است؛

قابل تعویض با سهام: این نوع از اوراق توسط شرکت‌های سهامی عام منتشر شده و در سررسید نهایی با سهام دیگر شرکت‌های پذیرفته‌شده در سازمان بورس و اوراق بهادار قابل تعویض هستند؛

قابل تبدیل به سهام: این نوع از اوراق را شرکت‌های سهامی عام منتشر می‌کنند و در سررسید نهایی یا در زمان تحقق افزایش سرمایه به سهام شرکت مربوطه تبدیل می‌شود. در مقابل، اوراقی را اوراق مشارکت غیربورسی گویند که فقط با تأیید بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران منتشر می‌شوند و قابل معامله در شعب بانک‌های عامل (بازار پولی) هستند. تفاوت این دو گونه از اوراق مشارکت این است که دارنده اوراق مشارکت غیربورسی می‌تواند پیش از سررسید اوراق به بانک مراجعه کرده و آن را به همان قیمت اسمی به بانک عامل بفروشد؛ امّا دارنده اوراق مشارکت بورسی می‌تواند به کارگزاری بورس مراجعه کرده و اوراق را به قیمت روز (قیمت بازاری) بفروشد که ممکن است از قیمت اسمی متفاوت باشد (برگرفته از مجموعه سؤالات متداول اسناد خزانه اسلامی، منتشرشده توسط فرابورس ایران). آمارهای بازار سرمایه نشان می‌دهد که انتشار اوراق مشارکت در فرابورس ایران به سال ۸۹ برمی‌گردد و قیمت اسمی هر برگه از این اوراق در فرابورس کشور صد هزار تومان می‌باشد. قیمت بازاری اوراق مشارکت در فرابورس ایران از دو طریق مشخص می‌شود:

- روش ثبت سفارش: در روش ثبت سفارش، قیمت‌های خریداران مخفی خواهد بود. در این روش تعداد سفارش‌های خریداران درمجموع باید به میزان حداقل ۸۰ درصد حجم کل اوراق عرضه شده باشد و قیمتی که کشف می‌شود باید به‌گونه‌ای باشد که در آن قیمت، حداقل ۸۰ درصد اوراق عرضه شده به فروش برسد (همان)؛

- روش حراج: در روش حراج، قیمت در یک جلسه معاملاتی و براساس رقابت خریداران تعیین می‌شود. در این روش سفارش متقاضیان (خریداران) و عرضه‌کنندگان (فروشندگان) در یک بازه زمانی وارد سامانه معاملاتی می‌شوند. پس از آن، بهترین قیمت‌های خرید (بالاترین قیمت‌ها) و بهترین قیمت‌های فروش (پایین‌ترین قیمت‌ها) با یکدیگر منطبق شده و معامله انجام خواهد شد (همان).

روش‌های قیمت‌گذاری صکوک مشارکت به روش متداول پیش‌گفته در بازار فرابورس ایران دارای مشکلاتی است که موارد مهم آن عبارت‌اند از:

- فرایند قیمت‌گذاری صکوک مشارکت در بازار ثانویه یا کشف قیمت[1] به‌طورعمده بدون پشتوانه تئوریک و از طریق فروشندگان و خریدارن تعیین می‌شود. آشکار است که ممکن است قیمتی که از این روش تعیین می‌شود منصفانه نباشد و از قیمت واقعی فاصله داشته باشد. کشف قیمت عبارت است از فرایندی که از طریق آن خریداران و فروشندگان یک کالا به یک قیمت معاملاتی می‌رسند برای یک مقدار مشخص از آن کالا با کیفیت معینی از آن در یک مکان و زمان خاص. کشف قیمت با چند مفهوم دیگر ارتباط نزدیک دارد؛ از جمله ساختار بازار (تعداد، اندازه، مکان و رقابت‌پذیری خریداران و فروشندگان)، رفتار بازار (روش‌های قیمت‌گذاری و نحوه خرید خریداران)، اطلاعات بازار و گزارش‌دهی از قیمت‌ها (میزان، به موقع و بهنگام بودن و معتبر بودن اطلاعات).

با توجه به اینکه بیشتر کسانی که وارد بازار سرمایه می‌شوند سهامدار خرد بوده و آشنایی زیادی با بازار سرمایه و سازوکار آن ندارند ممکن است دچار رفتار توده‌وار[2] شده و تلاطم قیمتی ایجاد کنند. در ادبیات مالی گفته می‌شود اگر سهامداران خرد به بازار سرمایه و اوراق بهادار وارد شوند، سبب ایجاد تلاطم در بازار می‌شوند؛ زیرا این سهامداران به‌سرعت وارد و بی‌درنگ از بازار خارج می‌شوند.

برخی دیگر بر این باورند که ورود سهامداران خرد به رشد قیمت‌ها دامن می‌زند. به‌عنوان مثال برای این قسمت ممکن است به واسطه یک خبر خوب اقتصادی، خریداران اوراق مشارکت برای خرید اوراق مشارکت به فرابورس هجوم ببرند و دراصطلاح صف خرید تشکیل دهند تا جایی که اوراق مشارکت دچار یک قیمت حبابی شود. بنابراین، فقط روش حراج و ثبت سفارش بدون پشتوانه تئوریک روش مناسبی برای قیمت‌گذاری صکوک مشارکت نیست.

1. Price Discovery
2. Herding Behavior

- مشکل دیگری که برای قیمت‌گذاری صکوک مشارکت در روش‌های مرسوم فرابورس وجود دارد، این است که نرخ بازدهی انتظاری طرح ملاک عمل قیمت‌گذاری نیست و اگر هم باشد، سود علی‌الحساب اوراق است که طبق تجربه‌های گذشته در بیشتر موارد ثابت است؛ در صورتی که قیمت صکوک مشارکت باید تابعی از نرخ سود انتظاری صکوک مشارکت باشد که در یک فضای غیرقطعی شکل می‌گیرد.
- واگذاری اوراق مشارکت از سوی ناشر، گرچه گاه با مسامحه به فروش تعبیر می‌شود؛ امّا فروش نیست؛ بلکه مصداق خاصی از عقد شرکت است و دریافت‌کنندگان اوراق، شرکای آن محسوب شده و به نحو مشاع مالک طرح و دارایی مربوط به آن می‌شوند. پس از آغاز طرح، متناسب با پیشرفت آن، ارزش دارایی‌های طرح افزایش و درپی آن ارزش سهم هریک از شرکا نیز افزایش می‌یابد. بنابراین، هریک از دارندگان اوراق مشارکت می‌توانند اوراق خود را به قیمتی بالاتر از ارزش اسمی بفروشند. این فروش درحقیقت فروش سهم مشاع از دارایی و اوراق، سند حاکی از آن دارایی است و به‌صورت طبیعی پس از فروش، سود حاصل از اوراق از آنِ خریدار خواهد بود.

عملیات خرید و فروش اوراق مشارکت تا زمان سررسید می‌تواند چندین بار تکرار شود و انتظار می‌رود به تناسب موفقیت طرح، قیمت آن تغییر کند؛ همان‌طورکه احتمال می‌رود اگر طرح خاصی به دلایلی پیشرفتی نداشت یا آن صنعت دچار رکود شد، ارزش اوراق کاهش پیدا کند (موسویان، ۱۳۸۶، ص۲۲۵). امّا قیمت‌گذاری صکوک مشارکت در بازار اولیه و ثانویه فرابورس ایران بدون توجه به موفقیت و بازدهی فرد و فقط از طریق حراج و فروشندگان و خریدارن اوراق تعیین می‌شود. با توجه به مطالب پیش‌گفته باید مدل قیمت‌گذاری صکوک در فرابورس یا سیستم بانکی تغییر پیدا کرده و اصلاح شود.

۷. ارائه مدل

در عقد مشارکت با توجه به اینکه میزان، مقدار بازدهی پیش از شروع قرارداد و پایان دوره مشارکت غیرقطعی است، بنابراین سازوکار قیمت‌گذاری صکوک مشارکت در یک فضای تصادفی و غیرمتعین شکل می‌گیرد. یکی از ابزارهای مفید ریاضی حسابان تصادفی[1] است که کاربرد فراوانی در مهندسی مالی و اقتصاد مالی دارد. از حسابان تصادفی در مدل‌سازی ساختارهایی استفاده می‌شود که رفتار تصادفی دارند.

1. Stochastic Calculus

یکی از قضایای پرکاربرد در حسابان تصادفی، لم ایتو[1] است که کاربرد بسیار زیادی در مدل‌سازی ملی در شرایط تصادفی دارد. در این قسمت به این لم اشاره می‌شود. اثبات این لم نیاز به مباحث پیشرفته ریاضی دارد که از ذکر آن خودداری می‌شود.

لم ایتو (یک بعدی)

فرض کنید فرایند تصادفی $\{X(t)\}$ جوابی برای معادله دیفرانسیل تصادفی زیر باشد:

$$dX(t)=\alpha\,(t, X(t))\,dt + \sigma\,(t, X(t))\,d\,W(t) \qquad (1)$$

در رابطه (۱)، $\alpha\,(t, X(t))$ و $\sigma\,(t, X(t))$ دو تابع متعین پیوسته می‌باشند. همچنین، $X(t)$ یک فرایند تصادفی و $W(t)$ یک فرایند براونی استاندارد[2] است. از دیگرسو فرض کنید $g(t, x)$ یک تابع متعین و پیوسته بوده که یکبار مشتق‌پذیر نسبت به t و دو بار مشتق‌پذیر نسبت به x می‌باشد. در این صورت فرایند تصادفی $\{g(t, X(t))\}$ جواب معادله دیفرانسیل تصادفی زیر است (شریو،[3] ۲۰۱۴، ص۳۴۳):

$$dg(t, X) = \left[\frac{\partial g(t,X(t))}{\partial t} + \alpha\left(t, X(t)\right)\frac{\partial g(t,X(t))}{\partial x} + {}^{1}\!/_{2}\,\sigma^2(t, X(t))\frac{\partial^2 g(t,X(t))}{\partial x^2}\right]dt + \sigma(t, X(t))\frac{\partial g(t,X(t))}{\partial x}dW \qquad (2)$$

بیان دیگر رابطه (۲) به صورت زیر است (همان):

$$dg(t, X)= \left[\frac{\partial g(t,X(t))}{\partial t} + {}^{1}\!/_{2}\,\sigma^2(t, X(t))\frac{\partial^2 g(t,X(t))}{\partial x^2}\right]dt+\frac{\partial g(t,X(t))}{\partial x}dX(t) \qquad (3)$$

اکنون با توجه به مباحث قبل، مدل اصلی مقاله ارائه می‌شود.

استخراج معادله قیمت‌گذاری صکوک مشارکت

در این قسمت معادله قیمت‌گذاری صکوک مشارکت استخراج می‌شود که یک معادله دیفرانسیل جزئی[4] است. به‌دیگرسخن، در این قسمت معادله دیفرانسیل تصادفی به معادله دیفرانسیل جزئی تبدیل شده تا بتوان آن را کالیبره و حل کرد.

ابتدا فرض می‌کنیم بازدهی صکوک مشارکت و تغییرات آن از یک معادله دیفرانسیل تصادفی به شکل زیر پیروی کند:

1. Itô's lemma
2. Standard Brownian Motion
3. Shreve
4. Partial Differential Equation

$$dr(t) = \alpha\big(t, r(t)\big)dt + \beta\big(t, r(t)\big)dW(t) \qquad (4)$$

معادله دیفرانسیل تصادفی پیش(معادله (۴)) نشان‌دهنده تغییر بازدهی صکوک مشارکت است که از دو جزء متعین[1] و تصادفی[2] تشکیل شده است. به‌دیگرسخن، $\alpha\big(t, r(t)\big)$ جزء قابل پیش‌بینی و متعین یک فرایند تصادفی که به آن دریفت[3] نیز می‌گویند و همچنین $\beta\big(t, r(t)\big)$ که جزء تصادفی یک فرایند تصادفی که به آن نوسان[4] نیز می‌گویند. در رابطه (4)، ($\alpha\big(t, r(t)\big)$) و ($\beta\big(t, r(t)\big)$) دو تابع متعین و پیوسته هستند و $W(t)$ یک فرایند تصادفی براونی استاندارد می‌باشد.

فرض می‌شود قیمت صکوک مشارکت به صورت $P = P(t, T, r(t))$ است. به‌دیگرسخن، قیمت صکوک مشارکت تابعی از نرخ بازدهی r(t) و زمان t است. همچنین تاریخ پایان دوره مشارکت (تاریخ سررسید صکوک مشارکت) نیز یک پارامتر در نظر گرفته می‌شود. اکنون با توجه به مباحث پیش داریم:

$$\begin{aligned} dP &= \frac{\partial P}{\partial t}dt + \frac{\partial P}{\partial r}dr + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 P}{\partial r^2}drdr \\ &= \frac{\partial P}{\partial t}dt + \frac{\partial P}{\partial r}[\alpha dt + \beta dW(t)] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 P}{\partial r^2}[\beta^2 dt] \\ &= \left(\frac{\partial P}{\partial t} + \alpha\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{2}\beta^2\frac{\partial^2 P}{\partial r^2}\right)dt + \beta\frac{\partial P}{\partial r}dW(t) \\ &= \mu(t,T)Pdt + \sigma(t,T)PdW(t) \qquad (5) \end{aligned}$$

که در رابطه (۵)

$$\mu(t,T,r) = \frac{1}{P(t,T,r)}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \alpha\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{2}\beta^2\frac{\partial^2}{\partial r^2}\right)P(t,T,r)$$

$$\sigma(t,T,r) = \frac{1}{P(t,T,r)}\beta\frac{\partial}{\partial r}\,P(t,T,r)$$

اکنون برای کالیبره نمودن رابطه ۴ می‌توان آن را به یک معادله دیفرانسیل جزئی تبدیل نمود. بدین منظور از یه سبد دارایی خود تأمین[5] استفاده می‌شود. در علم مالی سبد خود تأمین مالی دارای این ویژگی است که در صورت عدم وجود تزریق برون‌زا یا برداشت پول، خرید یک دارایی جدید باید با فروش یک دارایی قدیمی تأمین شود. به زبان ریاضی فرض کنیم $h_i(t)$ نشان دهنده تعداد دارایی i ام در زمان t باشد. همچنین، $S_i(t)$ نشان‌دهنده قیمت دارایی i ام در زمان t باشد.

1. Deterministic
2. Stochastic
3. Drift
4. Volatility
5. Self-financing portfolio

در این صورت پوتفوی (سبد دارایی) $(h_1(t), \dots h_n(t))$ یک سبد خود تأمین است اگر:

$$dV(t) = \sum_{i=1}^{n} h_i(t) dS_i(t) \qquad (6)$$

(پریوالت،[1] ۲۰۱۹، ص۱۴۶).

حال سبد خود تأمین برای صکوک مشارکت تشکیل داده می‌شود. بدین منظور فرض می‌شود یک صکوک مشارکت با قیمت $P_1 = P(t, T_1)$ می‌خریم و به میزان $\Delta(t)$ واحد صکوک مشارکت به قیمت $P_2 = P(t, T_2)$ می‌فروشیم؛ به‌طوری‌که $t \leq T_1 < T_2$. اکنون با فرض استراتژی خود تأمین خواهیم داشت (همان):

$$d\Pi = \Delta\, dP_2 - dP_1 = \Delta\,[\mu_2 P_2 dt - \sigma_2 P_2 dW] - [\mu_1 P_1 dt - \sigma_1 P_1 dW]$$
$$= (\Delta\,\mu_2 P_2 - \mu_1 P_1)dt - (\Delta\,\sigma_2 P_2 - \sigma_1 P_1)dW \qquad (7)$$

پیش از ادامه بحث به شرط عدم آربیتراژ[2] پرداخته می‌شود. اصطلاح آربیتراژ در اقتصاد و علم مالی تقریباً متفاوت است. آربیتراژ در علم مالی یعنی یک استراتژی که در آن با هیچ سرمایه‌ای شروع شود و احتمال زیان در آن صفر و احتمال سود مثبت باشد. به‌دیگرسخن، استراتژی که در آن فرد در بدترین شرایط سود نمی‌کند؛ اما زیانی هم عاید وی نمی‌شود. به زبان ریاضی شرط وجود آربیتراژ یعنی:

$$W(0) = 0$$
$$W(T, \omega) \geq 0 \text{ برای همه } \omega \text{ ها}$$
$$W(T, \omega) > 0 \text{ برای برخی از } \omega \text{ ها}$$

(ویلموت،[3] ۲۰۰۶، ص۴۸۸)

در روابط بالا:

$W(0)$: ارزش دارایی در زمان صفر

$W(T, \omega)$: ارزش دارایی در زمان T

همچنین ω نشان‌دهنده یک وضعیت یا حالت از فضای احتمال می‌باشد (همان).

در ادبیات مالی ویژگی اصلی یک بازار کارا، عدم وجود آربیتراژ در آن است. برای درک بهتر مفهوم آربیتراژ فرض می‌شود یک سبد دارایی به ارزش Π وجود دارد. فرض کنیم بازدهی بدون ریسک r باشد. همچنین، فرض می‌شود تغییر در ارزش این دارایی را با نماد $d\Pi$ نشان دهیم. اکنون اگر $d\Pi > r\Pi dt$ باشد، فرصت آربیتراژ وجود دارد؛ بدین صورت که فرد می‌تواند از بانک به میزان Π تسهیلات گرفته و به همین میزان سبد دارایی بخرد.

1. Privault
2. No Arbitrage Condition
3. Wilmott

در این حالت با توجه به نامعادله، $(d\Pi > r\Pi dt)$ فرد سود به دست می‌آورد؛ زیرا هرینه ناشی از تسهیلات کمتر از بازدهی ناشی از سرمایه‌گذاری در سبد دارایی است. اکنون در حالت دیگر فرض می‌کنیم $d\Pi < r\Pi dt$، در این حالت نیز امکان آربیتراژ وجود دارد؛ زیرا فرد می‌تواند سبد دارایی خود به ارزش Π را بفروشد و در بانک سپرده‌گذاری کند. بنابراین شرط عدم این است که $d\Pi = r\Pi dt$ (اوکسندال، ۲۰۰۳، ص۱۶۹).

حال با این تعریف مختصر از شرط آربیتراژ به ادامه بحث پرداخته می‌شود. اکنون برای سادگی فرض می‌شود $\Delta(t) = \frac{\sigma_1 P_1}{\sigma_2 p_2}$؛ در نتیجه با اعمال شرط عدم آربیتراژ خواهیم داشت:

$$d\Pi = \left(\frac{\sigma_1 P_1}{\sigma_2}\mu_2 - \mu_1 P_1\right)dt = r\Pi dt = r\left(\frac{\sigma_1 P_1}{\sigma_2} - P_1\right)dt \quad (8)$$

اکنون با توجه به رابطه (۸) خواهیم داشت:

$$\frac{\sigma(t,T_1)P_1}{\sigma(t,T_2)}\mu(t,T_2) - \mu(t,T_1) = r\frac{\sigma(t,T_1)P_1}{\sigma(t,T_2)} - rP_1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mu(t,T_2)-r}{\sigma(t,T_2)} = \frac{\mu(t,T_1)-r}{\sigma(t,T_1)} \quad (9)$$

از آنجا که رابطه (۹) برای هر مقدار T صادق است، بنابراین نسبت $\frac{\mu(t,T)-r}{\sigma(t,T)}$ از پارامتر T مستقل است. اکنون اگر این نسبت را برای هر مقدار معین T با نماد $\lambda(t,r)$ نشان دهیم و همچنین فرض کنیم $r(t) = r$ آنگاه خواهیم داشت:

$$\lambda(t,r) = \frac{\mu(t,T,r)-r}{\sigma(t,T,r)} \qquad T \geq t$$

$$\Leftrightarrow \sigma(t,T,r)\,\lambda(t,r) = \mu(t,T,r) - r \quad (10)$$

در ادبیات مالی مقدار $\lambda(t,r)$ را قیمت بازاری ریسک[1] یا نسبت شارپ[2] می‌نامند. این نسبت بازده اصلاح شده با ریسک را اندازه می‌گیرد. برای اندازه‌گیری این معیار، نرخ بازده بدون ریسک از میانگین بازده دارایی کم می‌شود و حاصل بر انحراف معیار بازدهی آن دارایی، در دوره بررسی تقسیم می‌شود. این معیار نشان می‌دهد که آیا بازدهی به دست آمده از سرمایه‌گذاری در آن دارایی، با توجه به ریسک بالا، به دست آمده یا خیر؟ هر اندازه میزان این معیار بالاتر باشد، نشان می‌دهد که بازدهی به دست آمده، با پذیرش ریسک کمتری بوده است. به‌دیگرسخن، نسبت شارپ یا قیمت بازاری ریسک میزان افزایش بازدهی در ازای یک واحد پذیرش ریسک بیشتر را نشان می‌دهد. در قسمت کالیبره نمودن مدل این موضوع بیشتر بحث می‌شود (استیل،[3] ۲۰۰۱، ص۴۷۵). اکنون به جای $\sigma(t,T,r)$ و $\mu(t,T,r)$ در رابطه (۱۰) معادل آنها را قرار می‌دهیم. در نتیجه داریم:

1. Market Price of Risk
2. Sharp Ratio
3. Steel

$$\frac{1}{P}\beta\frac{\partial}{\partial r}P\lambda = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial}{\partial t}+\alpha\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{2}\beta^2\frac{\partial^2}{\partial r^2}\right)P - r$$
$$\Leftrightarrow \frac{\partial P}{\partial t}+\frac{1}{2}\beta^2\frac{\partial^2 P}{\partial r^2}+(\alpha-\beta\lambda)\frac{\partial P}{\partial r}-rP=0 \quad (11)$$

معادله ۱۱ یک معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه دوم است که در تقسیم‌بندی معادلات دیفرانسیل جزئی به آن معادله سهموی[1] گویند.

حل عددی مدل با استفاده از روش تفاضلات متناهی[2] (FDM)

در این قسمت به حل عددی و کالیبره کردن مدل قیمت‌گذاری صکوک مشارکت در قالب یک مثال فرضی پرداخته می‌شود؛ امّا پیش از آن به‌اختصار روش تفاضلات متناهی توضیح داده می‌شود. برای حل معادلات دیفرانسیل پیچیده که به دست آوردن جواب تحلیلی بسیار سخت یا حتی ناممکن است، تکنیک‌های حل عددی راهگشا خواهد بود. یکی از تکنیک‌های مهم حل عددی معادلات دیفرانسیل جزئی، روش حل تفاضلات متناهی است. درواقع، در این روش مشتق توابع با تفاضلات معادل آنها تقریب زده می‌شود. به عبارت دقیق‌تر FDM معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی را به سیستمی از معادلات تبدیل می‌کند که از طریق تکنیک‌های جبری بتوان آنها را حل نمود. مزیت FDM این است که به منظور محاسبه مشتق‌های جزئی، محیط و دنیای پیوسته را به محیط گسسته تبدیل می‌کند. اساس این روش برای حل معادلات استفاده از تقریب تابع با روش تیلور است. فرض کنید تابع f خوش‌رفتار و دارای بسط تیلور[3] باشد، در این صورت طبق قضیه تیلور برای هر $n\epsilon N$ خواهیم داشت:

$$f(x_0+h) = f(x_0)+f'(x_0)h+\frac{f''(x_0)}{2!}h^2+\ldots.+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n+R_n(x)$$

(کاسون و مینگام،[4] ۲۰۱۰، ص۲۱-۲۴) که در آن $R_n(x)$ مانده سری تیلور است که نمایشگر اختلاف $f(x_0+h)$ و مقدار چند جمله‌ای تیلور $f(x_0)+f'(x_0)h+\frac{f''(x_0)}{2!}h^2+\ldots.+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n$ از درجه n است. هرگاه h به سمت صفر میل کند، مقدار مانده $R_n(x)$ نیز به صفر میل خواهد کرد. در چند جمله‌ای تیلور برای $n=1$ داریم:

$$f(x_0+h) = f(x_0)+f'(x_0)h+R_1(x)$$

با مرتب سازی معادله یادشده، معادله زیر به دست می‌آید:

1. Parabolic Equation
2. Finite Difference Method
3. Taylor Polynomial
4. Causon & Mingham

$$f'(x_0)=\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}-\frac{R_1(x)}{h}$$

بنابراین، معادله زیر برای تقریب مشتق اول هنگامی که h به صفر نزدیک می‌شود به دست می‌آید:

$$f'(x)=\frac{f(x+h)-f(x)}{h}+o(h) \qquad (۱۳)$$

بدین‌ترتیب، برای هر عدد مثبت یا منفی h، مقدار $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ تقریبی برای $f'(x)$ است. دقت داریم که $f'(x)$ شیب خط مماس بر منحنی $y=f(x)$ در نقطه $(x,f(x))$ و مقدار $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ شیب خط قاطع منحنی است که از دو نقطه $(x,f(x))$ و $(x+h,f(x))$ می‌گذرد. چنانچه h نماد یک عدد مثبت باشد، دو مقدار $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ و $\frac{f(x)-f(x-h)}{h}$ و در نتیجه مقدار $\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$ تقریب‌هایی برای $f'(x)$ هستند (همان). بنابراین سه نوع تقریب متفاوت برای مقدار مشتق مرتبه اول وجود دارد که عبارت‌اند از (لانگتانکن و لینگ،[1] ۲۰۱۶، ص۲۹-۳۱):

۱. تقریب پیش رو:[2]

$$f'(x)=\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

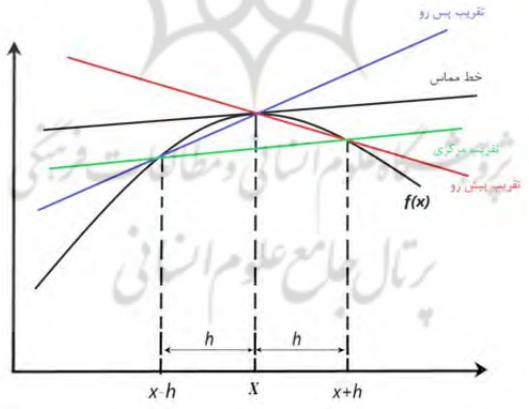
۲. تقریب پس رو:[3]

$$f'(x)=\frac{f(x)-f(x-h)}{h}$$

۳. تقریب مرکزی:[4]

$$f'(x)=\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$$

در شکل (۱) یک تحلیل نموداری از سه تقریب پیش ارائه شده است.



نمودار ۱: تحلیل نموداری تقریب‌های مشتق اولیه (همان)

1. Langtangen & Linge
2. Forward Approximation
3. Backward Approximation
4. Central Approximation

همچنین معادلات دیفرانسیل جزئی قیمت‌گذاری صکوک دارای یک مشتق مرتبه دوم نیز می‌باشد که با کمک چندجمله‌ای تیلور تقریب زده می‌شود. با توجه به بسط تیلور می‌توان نوشت (ویلموت، ۲۰۰۶، ص۴۹۰):

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x)+\frac{1}{2}h^2 f''(x)+\dots \quad (۱۴)$$

و

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x)+\frac{1}{2}h^2 f''(x)- \dots \quad (۱۵)$$

از مجموع طرفین معادله‌های (۱۴) و (۱۵) خواهیم داشت:

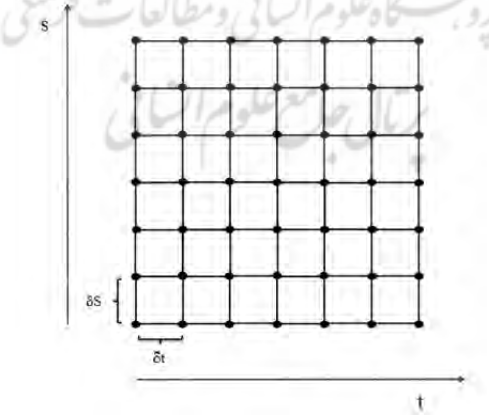
$$f(x+h)+ f(x-h)=$$
$$\left[f(x) + hf'(x) + \frac{1}{2}\, h^2\, f(x)+..\right] + \left[\, f(x) - hf'(x) + \frac{1}{2}\, h^2\, f''(x) - \cdots\right]$$

بنابراین خواهیم داشت (همان):

$$f''(x)=\frac{f(x+h)-2f(x)+f(x-h)}{h^2}+ O(h^2) \quad (۱۶)$$

برای قیمت‌گذاری صکوک مشارکت به روش تفاضلات متناهی، باید یک شبکه زمان-نرخ بازدهی، همانند نمودار ۲ در نظر گرفت. محور عمودی در شبکه نشانگر قیمت سهام و محور افقی نشانگر زمان هستند. هر نقطه در شبکه دارای یک شاخص عمودی i و افقی j می‌باشد و هر نقطه در شبکه یک قیمت مشخص برای صکوک مشارکت برای یک زمان و نرخ بازدهی خاص می‌باشدکه با $P_{i,j}$ نشان داده می‌شود.

فاصله دو نقطه در محور بازدهی با δr و در محور زمان با δt در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، برای هر نقطه روی شبکه، $i\delta r$ نشانگر نرخ بازدهی در آن نقطه و $j\delta t$ نشانگر زمان در نقطه مورد نظر می‌باشد.



نمودار۲: شبکه در تفاضلات متناهی

پیاده‌سازی تقریب‌های روش تفاضلات متناهی برای مشتقات معادلات دیفرانسیل جزئی قیمت‌گذاری صکوک مشارکت در شبکه زمان-نرخ بازدهی، تقریب‌های زیر را می‌دهد:

تقریب پیش رو:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P_{i.j+1} - P_{i.j}}{\delta t} \quad (17)$$

تقریب پس رو:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P_{i.j} - P_{i.j-1}}{\delta t} \quad (18)$$

تقریب مرکزی:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{P_{i+1.j} - P_{i-1.j}}{2\delta t} \quad (19)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P_{i.j+1} - P_{i.j-1}}{2\delta t} \quad (20)$$

تقریب مشتق مرتبه دوم:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} = \frac{P_{i+1.j} - 2P_{i.j} + P_{i-1.j}}{(\delta r)^2} \quad (21)$$

به‌طور معمول روش‌های تفاضلات متناهی برای حل معادلات دیفرانسیل عبارت‌اند از (لانگتانکن و لینگ، ۲۰۱۶، ص۳۰): الف) روش صریح؛[1] ب) روش ضمنی؛[2] ج) روش کرانک-نیکلسون.[3]

تفاوت هر کدام از این روش‌ها در دقت، پایداری[4] و سرعت رسیدن به پاسخ‌هاست. روش صریح ساده‌ترین روش تفاضلات متناهی در پیاده‌سازی و دارای سریع‌ترین الگوریتم در انجام محاسبات می‌باشد. این روش قیمت صکوک مشارکت در هر گام زمانی را از مقادیر محاسبه‌شده در گام زمانی جلوتر محاسبه می‌کند. روش صریح از مقادیر به دست آمده استفاده می‌کند و بنابراین، برای به دست آوردن ارزش صکوک مشارکت در یک نقطه، فقط یک معادله خطی را حل می‌کند. روش صریح به دلیل ماهیت محاسبه مقادیر جدید از مقادیر معلوم، روشی سریع است؛ ولی پایدار بودن این روش برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی باید بررسی شود. یک ویژگی مهم هر روش تقریبی پایدار بودن آن است. منظور از خصوصیات پایداری یک روش تقریبی، تأثیر خطاهای کوچک در روش بر نتایج به دست آمده می‌باشد. اگر خطاهای کوچک بتوانند نوسانات بزرگی در نتایج ایجاد کنند، این روش پایداری ضعیفی دارد (همان).

روش ضمنی نسبت به روش صریح دارای پایداری به‌نسبت بهتری ولی محاسبات و الگوریتم

1. Explicit Method
2. Implicit Method
3. Crank-Nicholson Method
4. Stability

طولانی‌تری می‌باشد (همان). این روش برای محاسبه ارزش صکوک مشارکت فقط به مقادیر در گام زمانی جلوتر بستگی ندارد و برای محاسبه ارزش صکوک در هر گام زمانی، معادلات گام‌های زمانی قبل را در یک سیستم معادلاتی ترکیب می‌کند.

با توجه به دقت و پایداری بهتر روش ضمنی، در این پژوهش از روش یادشده برای محاسبهٔ ارزش صکوک مشارکت استفاده می‌شود. اکنون معادله دیفرانسیل جزئی قیمت‌گذاری صکوک مشارکت با استفاده از روش ضمنی بازنویسی خواهد شد:

$$\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{1}{2}\beta^2\frac{\partial^2 P}{\partial r^2}+(\alpha-\beta\lambda)\frac{\partial P}{\partial r}-rP=0 \qquad (۲۲)$$

اکنون در معادله پیش به جای $\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{t}}$ معادله ۱۷، به جای $\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{r}}$ معادله ۱۹ و به جای $\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial \mathrm{r}^2}$ معادله ۲۱ جایگذاری می‌شوند که معادله زیر به دست می‌آید:

$$\frac{P_{i,j+1}}{\delta t}+\frac{1}{2}\beta^2\frac{\mathrm{P_{i+1,j}}-2\mathrm{P_{i,j}}-\mathrm{P_{i-1,j}}}{(\delta \mathrm{r})^2}+(\alpha-\beta\lambda)\frac{\mathrm{P_{i+1,j}}-\mathrm{P_{i-1,j}}}{\delta \mathrm{r}}-\mathrm{r}P_{i,j} \qquad (۲۳)$$

معادله پیش را می‌توان به صورت زیر ساده‌سازی نمود:

$$P_{i,j+1}=\mathrm{A}\,P_{i-1,j}+BP_{i,j}+CP_{i+1,j} \qquad (۲۴)$$

با فرض اینکه $h=\frac{\delta t}{\delta r}$ در نظر گرفته شود، آنگاه ضریب ثابت A، B و C در معادله بالا برابر است با:

$$\mathrm{A}=h(\delta r(\alpha-\beta\lambda)-\left(\frac{1}{2}\beta^2\right))$$

$$\mathrm{B}=\frac{h}{\delta t}(\delta r^2+(\delta t\cdot\delta r^2)-(\beta^2\cdot\delta t))$$

$$\mathrm{C}=h(\left(\frac{1}{2}\beta^2\right)-(\alpha-\beta\lambda)\delta r)$$

کالیبراسیون مدل

اکنون با توجه به مباحث پیش به قیمت‌گذاری صکوک مشارکت در قالب یه مدل فرضی و با توجه به داده‌های مالی و اقتصادی ایران پرداخته می‌شود. برای قیمت صکوک مشارکت به داده‌ها و شرایط زیر نیاز است:

الف. شرایط مرزی،[1] شرایط اولیه[2] شرایط نهایی[3]

با توجه به معادله دیفرانسیل جزئی قیمت‌گذاری صکوک می‌توان چهار شرط مرزی و نهایی به صورت زیر تعریف نمود:

1. Boundary Condition
2. Initial Condition
3. Final Condition

قیمت صکوک مشارکت در زمان t، هنگامی که بازدهی حداکثر باشد	$p(r_{max}, t)$
قیمت صکوک مشارکت در زمان t، هنگامی که بازدهی صفر باشد	$p(0, t)$
قیمت صکوک مشارکت در پایان دوره مشارکت (انقضای صکوک مشارکت)	$p(r, T)$
قیمت صکوک مشارکت در زمان انتشار (زمان صفر)	$p(r, 0)$

اثبات می‌شود که در حل عددی معادلات دیفرانسیل درجه دو می‌توان با سه شرط (دو شرط مرزی و یکی از شروط اولیه و پایانی) به پاسخ رسید؛[1] ازاین‌رو در این پژوهش نیز دو شرط مرزی و شرط اولیه برای حل عددی مدل استفاده می‌شود. در فرابورس ایران طبق قوانین، قیمت اسمی (همان قیمتی که بر روی اوراق درج شده و ناشر در سررسید به دارنده اوراق پرداخت می‌کند). هر ورقه مشارکت در زمان انتشار یک میلیون ریال می‌باشد. در نتیجه خواهیم داشت:

$$p(r, T) = 1000000$$

طبق قوانین بازار سرمایه ایران، برای جلوگیری از آشفتگی در بازار محدودیت نوسان قیمت اوراق بهادار وجود دارد. در حال حاضر، دامنه نوسان مجاز بورس و فرابورس ۵ درصد است و تنها در مورد سهام بازار پایه بسته به رنگ تابلو (زرد، نارنجی و قرمز) دامنه نوسان ۳ درصد و کمتر است. دامنه نوسان دربازارهای اول، دوم و اوراق مشارکت در بازار فرابورس ۵ درصد تعیین شده است و قیمت سهام یک شرکت بدون اعمال حجم مبنا می‌تواند نسبت به قیمت پایانی روز قبل ۵ درصد نوسان داشته باشد. معمولاً در بورس‌های مختلف محدوده نوسان روزانه قیمت، براساس درصد تغییر در یک روز و یا براساس قیمت سهم تعیین می‌شود. در این تحقیق نیز دامنه نوسان برای قیمت صکوک مشارکت، همان ۵ درصد در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به بحث گذشته و نوسان ۵ درصدی فرض می‌شود حداکثر و حداقل قیمتی صکوک مشارکت به ترتیب برابر ۱۰۵۰۰۰۰ و ۹۵۰۰۰۰ در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، فرض می‌شود زمانی که بازدهی صکوک مشارکت حداکثر باشد، قیمت صکوک حداکثر دامنه نوسانی بوده و زمانی که بازدهی صکوک مشارکت حداقل (نزدیک به صفر) باشد، قیمت صکوک مشارکت حداقل دامنه نوسانی باشد. بنابراین داریم:

$$p(r_{max}, t) = 1050000$$
$$p(0, t) = 950000$$

ب. تعیین پارامتر λ

براساس مطالب پیش‌گفته، پارامتر λ نشان‌دهنده قیمت بازاری ریسک صکوک مشارکت است که نشان‌دهنده تغییر در نرخ بازده مورد انتظار صکوک مشارکت به ازای تغییر هر واحد ریسک اضافه است. این مقدار از رابطه زیر به دست می‌آید:

---

۱. برای جزئیات بیشتر به منبع شماره ۵ لاتین مراجعه شود.

$$\lambda(t,r)=\frac{\mu(t,T,r)-r}{\sigma(t,T,r)} \qquad T \geq t$$

برای اندازه‌گیری این معیار، نرخ بازده بدون ریسک از میانگین بازده دارایی کم می‌شود و سپس حاصل بر انحراف معیار بازدهی آن دارایی در دوره بررسی تقسیم می‌شود. در این پژوهش نرخ بازده بدون ریسک، نرخ اوراق اخزا (اوراق خزانه اسلامی) در نظر گرفته می‌شود که اوراقی بدون ریسک است. با توجه به اینکه اسناد خزانه اسلامی، اوراق بهاداری است که دولت به منظور تسویه بدهی‌های خود بابت طرح‌های تملک دارایی‌های سرمایه‌ای با قیمت اسمی و سررسید معین به طلبکاران غیردولتی واگذار می‌کند و اینکه دولت به این بدهی اولویتی هم‌ردیف حقوق و مزایای کارکنان خود داده و به‌عنوان بدهی ممتاز دولت در نظر گرفته می‌شود، ازاین‌رو اسناد خزانه دولتی ریسک نکول نداشته و بازدهی آن بدون ریسک خواهد بود. با توجه به اینکه در سال ۹۸ و تا تاریخ اول دی‌ماه ۹۸، هجده نوع اوراق خزانه اسلامی (اخزا ۸۰۱ تا اخزا ۸۱۸) با نماد اخزا در فرابورس منتشرشده در نتیجه میانگین بازدهی تا سررسید (YTM)[1] این اوراق تا ابتدای دی‌ماه محاسبه و به جای بازدهی بدون ریسک در نظر گرفته شده است.

محاسبات نگارندگان نشان می‌دهد میانگین بازدهی تا سررسید اوراق یادشده تا اول دی ماه ۹۸ برابر با ۱۹/۴۶ درصد بوده است. ازدیگرسو با توجه به اینکه از زمان عرضه نخستین اوراق مشارکت در فرابورس (سال ۸۹) تا آخرین عرضه آن در سال ۹۸ که طی این دوره ۳۰ بار عرضه اوراق مشارکت با نمادهای مختلف صورت گرفته و نیز مقادیر سود علی‌الحساب برای هریک از این نمادها مشخص شده،ازاین‌رو میانگین بازدهی اوراق مشارکت برای نمادهای مختلف طی این دوره صکوک مشارکت برابر با ۲۰/۱ و انحراف معیار بازدهی آن ۱/۲۷ می‌باشد. در این صورت خواهیم داشت:

$$\lambda = 0.503$$

ج. تعیین پارامترهای α و β

در قسمت‌های پیشین α و β دو تابع متعین در نظر گرفته شد. اکنون برای سادگی فرض می‌شود این پارامترها عدد ثابت باشند. همان‌طورکه بیان شد $\alpha\big(t,r(t)\big)dt$ و $\beta\big(t,r(t)\big)dW(t)$ به ترتیب جزء ثابت و متعین معادله دیفرانسیل تصادفی هستند. برای اینکه واقعیت موجود ساختار صکوک مشارکت در ایران با مدل مقاله منطبق شود می‌توان جزء متعین را سود علی‌الحساب و جزء تصادفی را سود یا زیان پایان دوره مشارکت در نظر گرفت.

به‌عنوان مثال می‌توان گفت سود صکوک مشارکت برابر است با هفده درصد علی‌الحساب

1. Yield to Maturity

($\alpha(t,r(t))$) به اضافه درصدی از سود یا زیان که در پایان دوره مشخص شده و به صورت تصادفی و غیرقطعی است که از یک فرایند تصادفی براونی پیروی می‌کند ($\beta(t,r(t))$). با توجه به اینکه سود علی‌الحساب آخرین اوراق منتشر شده در فرابورس ایران با نماد شلرد ۰۲ در تاریخ ۶ شهریور ۹۸ منتشر شده و نرخ سود علی‌الحساب آن هجده درصد است، بنابراین مقدار α فرض می‌شود هجده درصد باشد. همچنین، مقدار نوسان[1] این بازدهی یا β، نیز محاسبه شده است. متداول‌ترین روش برای محاسبهٔ نوسان‌پذیری بازدهی صکوک مشارکت، نوسان‌پذیری سالانه[2] می‌باشد که فرمول آن به صورت زیر است:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\frac{r_i}{r_{i-1}}\right)^2 - \frac{1}{n(n-1)}\left[\sum_{i=1}^{n}\ln(\frac{r_i}{r_{i-1}})\right]^2}$$

که در رابطه‌ی بالا n تعداد مشاهدات و r_i بازدهی انتظاری در زمان i ام می‌باشند (هاگ،[3] ۲۰۰۷، ص۴۴۰).

همان‌طورکه پیش‌تر بیان شد نرخ بازدهی اوراق مشارکت در بازار فرابورس کشور ثابت بوده و از زمان عرضه اولین اوراق مشارکت در فرابورس (سال ۸۹) تا آخرین عرضه آن در سال ۹۸ که طی این دوره ۳۰ بار عرضه اوراق مشارکت با نمادهای مختلف صورت گرفته و نیز مقادیر سود علی‌الحساب برای هریک از این نمادها مشخص شده، لذا با توجه به فرمول قبل، مقدار نوسان برای صکوک مشارکت در بازار فرابورس ایران محاسبه شده است. این مقدار عبارت است از ۰/۰۸۶۶.

د. تعیین پارامتر h، δr و δt

در قسمت‌های پیش گفته شد که δr و δt به ترتیب طول گام نرخ بازدهی (محور عمودی) و طول گام زمان می‌باشد. به عبارت دیگر فاصله دو نقطه در محور بازدهی را با δr و در محور زمان را با δt در نظر گرفته می‌شود. گفتنی است که روش تفاضلات متناهی ضمنی در مقادیر بسیار کوچک r و t با داشتن شرط زیر می‌تواند پایدار باشد (کینگ و همکاران، ۲۰۱۶، ص۲۱):

$$0 < \frac{\delta t}{(\delta r)^2}$$

با توجه به مباحث قبل، مقادیر δr و δt به ترتیب ۰/۰۰۵ و ۱ در نظر گرفته می‌شود.

اکنون با توجه به اطلاعات پیش می‌توان قیمت صکوک مشارکت را برای فرابورس کشور به ازای

1. Volatility
2. Annual Volatility
3. Haug

بازدهی‌های انتظاری مختلف به دست آورد. بدین منظور در جدول زیر بـه صـورت تصـادفی نـرخ بازدهی معین شده و با استفاده از کدنویسی در نرم‌افزار MATLAB قیمت صکوک متناسب بـا آن بازدهی و با فرض ثبات سایر پارامترها مشخص شده است.

جدول ۱: قیمت‌گذاری صکوک مشارکت به ازای بازدهی‌های انتظاری مختلف

نرخ بازدهی انتظاری صکوک مشارکت	٪۱۵٫۵	٪۱۵٫۷۵	٪۱۶٫۵	٪۱۶٫۸۳	٪۱۷٫۱۹	۱۷٫۷۵	۱۹٫۲۳	۲۱	۲۲٫۵
قیمت صکوک مشارکت	۹۶۷٫۷۸۹	۹۶۹٫۲۵۳	۹۷۱٫۰۲۶	۹۷۱٫۲۴۹	۹۸۴٫۱۹۰	۹۹۱٫۷۹۱	۱۰۱٫۰۹۸	۱۰۲٫۳۶۷	۱۰۳٫۰۰۴

با توجه به جدول شماره یک مشخص است که با تغییر نرخ بازدهی انتظـاری، قیمـت صـکوک مشارکت نیز تغییر می‌کند. به‌دیگرسخن، جدول ۱ نشان می‌دهد با تغییر بازدهی انتظاری و با فرض ثبات دیگر پارامترها، چگونه قیمت صکوک تغییر می‌کند. این جـدول نشـان مـی‌دهـد بـا افـزایش بازدهی انتظاری، قیمت صکوک مشارکت افزایش می‌یابد.

ارتباط مستقیم بازدهی انتظاری و قیمت صـکوک در ادبیـات مـالی نیـز مـورد تأییـد اسـت. در ادبیات مالی متعارف بین پرداخت کوپنی[1] (میزان بهره‌ای که سالانه و تا زمـان سررسـید بـه دارنـده اوراق پرداخت می‌شود) و قیمت اوراق قرضه رابطه مستقیم دارد.

گفتنی است در این پژوهش از اعدادی به‌عنوان بازدهی انتظاری استفاده شده که کاملاً تصادفی و به صورت دلخواه انتخاب شده و این مدل و قیمت‌گذاری صکوک با هر مقدار دیگری از بـازدهی انتظاری نیز منطبق و قابلیت پاسخگویی را دارد.

۸. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله قیمت‌گذاری صکوک مشارکت با توجه به نـرخ بـازدهی انتظـاری مـورد بررسـی قـرار گرفت. به‌دیگرسخن، در این مقاله قیمت صکوک مشارکت با توجه به اطلاعات فرابـورس کشـور و به صورت تابعی از نرخ بازدهی انتظاری در شرایط تصادفی ارائه شد. بـدین منظـور ابتـدا بـازدهی اوراق (صکوک) مشارکت در قوانین ایران و همچنین ضرورت قیمت‌گذاری صـکوک و چالش‌هـای قیمت‌گـذاری صـکوک در فرابـورس کشـور مـورد تحلیـل قـرار گرفـت و مشـخص شـد فراینـد

1. Coupon Payment

قیمت‌گذاری صکوک در فرابورس بدون توجه به بازدهی انتظاری صکوک مشارکت و از طریق حراج یا مذاکره تعیین می‌شود که روش‌های مذکور نیز خالی از اشکال نیست.

در ادامه مدل قیمت‌گذاری صکوک با توجه به نرخ بازدهی انتظاری و در قالب یک معادله معادله دیفرانسیل تصادفی ارائه شد. پس از آن این معادله دیفرانسیل تصادفی با استفاده از سبد دارایی خود تأمین به یک معادله دیفرانسیل جزئی تبدیل شد. پس از این قسمت با استفاده از روش تفاضلات متناهی به حل عددی معادله دیفرانسیل جزئی صکوک مشارکت پرداخته شد. در ادامه با استفاده از داده‌های فرابورس ایران مدل کالیبره و با استفاده از نرم‌افزار مطلب فرایند قیمت‌گذاری صکوک مشارکت با توجه به بازدهی انتظاری صکوک برای بازده‌های فرضی ارائه و مشخص شد با افزایش بازدهی انتظاری، قیمت صکوک مشارکت افزایش می‌یابد که این ارتباط مستقیم بازدهی انتظاری و قیمت صکوک، در ادبیات مالی نیز مورد تأیید است.

سرانجام پیشنهاد می‌شود در فرایند قیمت‌گذاری انواع صکوک به‌ویژه صکوک مشارکت بازدهی صکوک (بازدهی انتظاری) نیز به‌عنوان یک متغیر مهم استفاده شود که بدین منظور مدل مورد استفاده در این تحقیق می‌تواند مورد بهره‌برداری قرار گیرد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

۱. آقا نظری، حسن (۱۳۸۷)، «نظریه مشارکت در سود و زیان، چالش‌ها و راهکارها»، اقتصاد اسلامی، ش۲۹، ص۶۳-۷۹.

۲. حسن‌زاده سروستانی، حسین و مهدی یار سرشار (۱۳۹۱)، «مطالعه تطبیقی اوراق منتشره در ایران و صکوک مشارکت»، تحقیقات مالی اسلامی، ش۱، ص۶۹-۹۸.

۳. سیدنورانی، سیدمحمدرضا و محمد علیمرادی (۱۳۹۴)، «ارزیابی و مقایسه صکوک اجاره و مشارکت از دید هزینه‌های نمایندگی»، اقتصاد اسلامی، ش۵۸، ص۹۱-۱۲۱.

۴. صالح‌آبادی، علی؛ سیدمحمدجواد میرطاهر؛ میثم فدایی واحد و مهدی علی‌حسینی (۱۳۹۲)، «مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق مالی اسلامی اجاره»، اقتصاد اسلامی، ش۴۹، ص۱۱۵-۱۳۷.

۵. عسگری، محمدمهدی و محسن محمدزاده (۱۳۹۷)، «چالش‌های کارکردی و فقهی انتشار اوراق مشارکت ریالی در ایران»، اقتصاد و بانکداری اسلامی، ش۲۴، ص۱۴۹-۱۶۷.

۶. قلیچ، وهاب (۱۳۹۶)، «بررسی فقهی سود اوراق مشارکت دولتی در طرح‌های عام‌المنفعه»، مطالعات اقتصاد اسلامی، ش۱، ص۱۸۹-۲۱۱.

۷. مجموعه سؤالات متداول اسناد خزانه اسلامی برگرفته از سایت فرابورس ایران به نشانی: http://www.ifb.ir

۸. مجموعه قوانین پولی و بانکی کشور برگرفته از سایت بانک مرکزی به نشانی: http://www.cbi.ir

۹. موسویان، سیدعباس (۱۳۸۶)، ابزارهای مالی اسلامی (صکوک)، تهران: پژوهشگاه فرهنگ و اندیشه اسلامی.

۱۰. موسویان، سیدعباس؛ علی صالح‌آبادی و مجتبی کاوند (۱۳۹۶)، «امکان‌سنجی فقهی اوراق مشارکت مصون از تورم»، تحقیقات مالی اسلامی، ش۲، ص۱۰۱-۱۳۲.

۱۱. موسویان، سیدعباس و ابوذر سروش (۱۳۹۰)، «آسیب‌شناسی فقهی، اقتصادی و مالی انتشار اوراق مشارکت در ایران»، بورس اوراق بهادار، ش۱۴، ص۲۹-۶۰.

۱۲. نظرپور، محمدتقی و مهدی خوش‌اخلاق (۱۳۹۲)، «بررسی فقهی تضمین سرمایه در اوراق مشارکت»، اقتصاد اسلامی، ش۵۰، ص۱۱۱-۱۳۰.

۱۳. هادوی تهرانی، مهدی (۱۳۷۸)، «مبانی فقهی اوراق مشارکت»، دهمین همایش بانکداری اسلامی، تهران: مؤسسه عالی بانکداری.

14. Causon, D.M & Mingham, C.G. (2010), *Introductory Finite Difference Methods for PDEs*, English, Ventus Publishing. (Cited on pages 21-24).
15. Haug, Espen. (2007), *The Complete Guide to Option Pricing Formulas*, *New* York, McGraw-Hill. (Cited on page 440).
16. Kyng, Timothy J & Purcal, Sachi & Zhang, Jinhui C. (2016), "Excel implementation of finite difference methods for option pricing", *Spreadsheets in Education*, Vol. 9, No. 3, pp.30-63.
17. Langtangen, Hans Petter & Linge, Svein. (2016), *Finite Difference Computing with PDEs - A Modern Software Approach*, New York, Springer. (Cited on pages 29-31).
18. Oksendal, B. (2003), *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*, 6th edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. (Cited on page 169).
19. Privault, N. (2019), *Notes on Financial Risk and Analytics*. Course notes. (Cited on page 146).
20. Razak, S & Sarah, Siti & Saiti, Buerhan & Dinc, Yusuf (2018), "The contract, Structures and pricing mechanism of Sukuk: A critical assessment", *Borsa Istanbul* Review, No.19, pp: 1–13.
21. Shreve, Steven (2004), *Stochastic Methods in Finance V2*, New York, Springer-Verlag.
22. Steele, J. (2001), *Stochastic Calculus and Financial Applications*, vol.45 of Applications of Mathematics. Springer-Verlag, New York. (Cited on page 475).
23. Wilmott, P. (2006), Paul Wilmott on Quantitative Finance. John Wiley & Sons. (Cited on pages 488-492).