

مطالعه تابآوری اکوسیستم شهر تهران دربرابر آلاینده‌های هوای

حمید آماده*

محمدعلی قدسی‌ماب**، مهدی احراری***

چکیده

اکوسیستم شهری تهران توانایی جذب و تصفیه میزان مشخصی از حجم آلاینده‌ها دارد که همین توانایی نیز روزبه روز در حال کم شدن است. در روند رشد اقتصادی هر شهر یا کشور باید قابلیت‌های اکوسیستمی آن منطقه نیز لحاظ شود تا مشکلات زیست محیطی کمتری حاصل شود. هدف از نگارش این مقاله ارائه و بسط روشی برای اندازه‌گیری تابآوری اکوسیستم شهر تهران دربرابر آلاینده‌های واردشده به هوای آن است. برای محاسبه تابآوری از بزرگ‌ترین نمای لیپانوف استفاده شده است، به طوری که بزرگ‌ترین نمای لیپانوف مثبت، به معنی وجود رفتار آشوبی در سری زمانی مورد مطالعه و به تبع آن کاهش میزان تابآوری سیستم است. اطلاعات مورد استفاده در این پژوهش مربوط به شاخص کیفیت هوای (AQI) برای بازه زمانی ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ است که به صورت میانگین روزانه و شامل ۱۸۲۶ داده است. نتایج نشان‌دهنده وجود آشوب در سری زمانی شاخص کیفیت هوای (AQI) است. از نظر تابآوری نیز اکوسیستم شهر تهران دربرابر آلاینده‌های واردشده تابآوری بالایی ندارد و توان کافی را برای مقابله با شوک‌های واردشده ندارد. از این‌رو، توجه به تابآوری در تضمیم‌گیری‌های اقتصادی و مدیریت شهری بسیار مهم است.

کلیدواژه‌ها: آلودگی هوای اکوسیستم، آشوب، تابآوری، بزرگ‌ترین نمای لیپانوف.

طبقه‌بندی JEL: Q53, Q54

* استادیار اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، amadeh@gmail.com

** کارشناس ارشد اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی (نویسنده مسئول)، ma.ghodsi1369@gmail.com

*** دانشجوی دکتری اقتصاد نفت و گاز، گرایش بازارها و مالیه، دانشگاه علامه طباطبائی، meahrari@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۶/۲۵، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۹/۰۵

۱. مقدمه

یکی از بزرگ‌ترین مشکلات کلان‌شهر تهران در سال‌های گذشته و به خصوص دهه اخیر بحث آلودگی هوای شهر تهران بوده است. تهران، به منزله اصلی‌ترین مرکز اقتصادی ایران و نماد رشد و توسعه ایران، وضعیت مناسبی از لحاظ آلاینده‌های هوا ندارد. گسترش شهرنشینی و توسعه شهرها به همراه افزایش شتابان جمعیت و توسعه فعالیت‌های صنعتی با مصرف بی‌رویه سوخت‌های فسیلی آلودگی‌ها را به شدت افزایش داده است که عواقب آن در درجه اول به صورت امراض و بیماری‌های تنفسی و تشیدی بیماری‌های قلبی و ریوی متوجه ساکنان شهرها می‌شود و در مرحله بعد، به منزله عاملی در تشید نوسان‌های اقلیمی و تأثیرات زیست‌محیطی نقش ایفا می‌کند (Chappelka 2007).

در حال حاضر، تهران یکی از آلوده‌ترین شهرهای جهان معرفی شده است (Graedel and Crutzen 1993). تهران دارای بالاترین سهم فعالیت آموزشی، اداری، اجتماعی، و فرهنگی است. با توجه به آمار به دست آمده در مورد بیماری‌های مختلف و مرگ‌ومیر ناشی از آلودگی، پاییخت ایران بالاترین مرگ‌ومیر را دارد. از سوی دیگر، به واسطه آلودگی بازده نیروی انسانی کاهش داشته است و خستگی اعصاب جزئی جدایی ناپذیر از زندگی شهر و ندان تهرانی شده است. یکی از مهم‌ترین تأثیرهای آلودگی هوای تأثیر در نوسان‌های اقلیمی شهر تهران و پی‌آمدهای مختلف ناشی از آن است (روشن و دیگران ۱۳۸۸). در بیش از دویست روز از ایام سال غلظت ذرات معلق آنچنان بالاست که گستره دید کامل را به کمتر از پانصد متر کاهش می‌دهد. نخستین زنگ خطر جدی در باره آلودگی هوای تهران در سال ۱۳۷۴ به صدا در آمد. در آن هنگام نزدیک به یک‌صد نفر از کارشناسان و مدرسان حوزه‌های مرتبط محیط‌زیست، جغرافیا، و شهرسازی در سالن اجتماعات پارک شهر متنی موسوم به بیانیه «هوای تهران، ۱۳۷۴» منتشر کردند که در آن برای نخستین بار از آلودگی هوای تهران به منزله یک «بحران ملی»، که راه مقابله با آن «عزم ملی» است، نام برده شد. این بیانیه عمده‌تاً بر آثار بهداشتی و بیماری‌زای آلودگی هوای تأکید داشت و نویسنده‌گان آن کوشیدند بر این نکته پافشاری کنند که یکی از عوامل عمدۀ شیوع نگران‌کننده بیماری‌هایی هم‌چون افسردگی، اضطراب، و انواع ناراحتی‌های تنفسی در تهران آلودگی هوای بوده است و باید این پدیده را از جمله عوامل قابل توجه مرگ‌ومیر در تهران به شمار آورد. البته، این بیانیه آنقدر بازتاب نیافت که بتوان تصور کرد هم‌چون مانیفستی برای همه فعالیت‌های بعدی مقابله با آلودگی هوای بود که مورد توجه قرار می‌گرفت. آثار زیست‌محیطی، اقتصادی،

اجتماعی، و فرهنگی (از نظر تأثیری که در تخریب و رنگ باختنگی آثار تاریخی، معماری، و فرهنگی دارد) این پدیده فراموش شده است. علت این امر شاید این باشد که آماری که سه سال بعد از بیانیه «هوای تهران، ۱۳۷۴» توسط جاییکا (کنسرسیومی از مشاوران بین‌المللی که با محوریت کارشناسان ژاپنی طرح جامعی را برای کاهش آلودگی هوای تهران تدوین کردند) منتشر شده بود، بسیار هولناک بود: آلودگی هوای سالانه بین هفت تا نه هزار نفر در تهران می‌کشد، یعنی به طور متوسط سالانه هشت هزار نفر و تقریباً هر ساعت یک نفر (بخشی خانیکی).

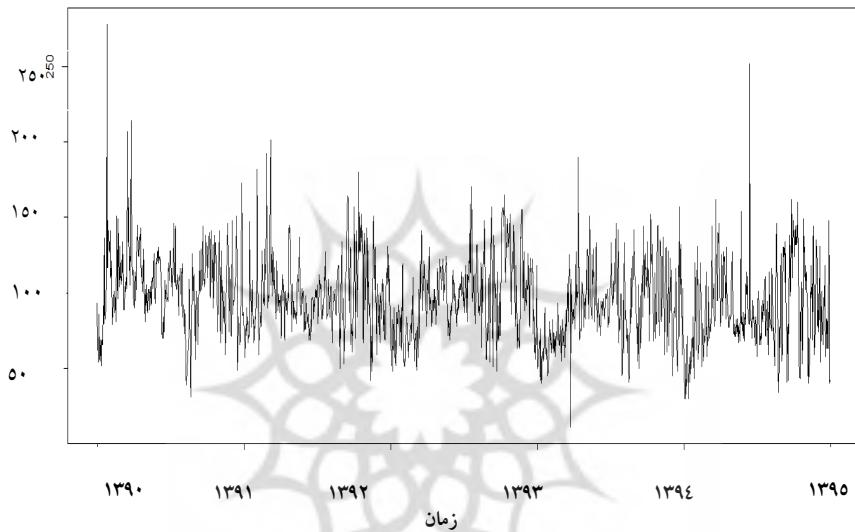
به گزارش بانک جهانی ضرر و زیان مالی ناشی از آلودگی هوا در ایران در ۲۰۰۱ میلادی (۱۳۷۹ ش) حدود هفت میلیارد دلار ارزیابی و برآورد شد که اگر سیاست‌های تولید و مصرف انرژی در ایران اصلاح نشود، ضرر و زیان ناشی از آلودگی هوا توسط بخش حمل و نقل به $\frac{8}{4}$ میلیارد دلار خواهد رسید. مبلغ $\frac{1}{1}$ میلیارد دلار هزینه‌های جانبی آلودگی هوا براساس محاسبهٔ یادشده و با احتساب هر دلار 865 تومان معادل $981/5$ میلیارد تومان می‌شود. این رقم دو برابر کل فصل خدمات درمانی در بودجه سال ۱۳۸۳ است که معادل 15 میلیارد تومان است. مقایسهٔ این رقم با بودجه‌های درمانی سال ۱۳۸۳ کشور اهمیت این موضوع را نشان می‌دهد (همان).

سؤال اصلی در این تحقیق بررسی تابآوری اکوسیستم شهر تهران دربرابر آلاینده‌های واردشده به آن است. این که آیا اکوسیستم شهر تهران می‌تواند دربرابر این حجم از آلاینده‌ها تابآور باشد و عملکرد اکوسیستمی خود را به خوبی انجام دهد؟ برای این منظور ابتدا مفهوم تابآوری موربدجت و بررسی قرار گرفته است و پس از آن با استفاده از بزرگترین نمای لیپانوف به سنجش و محاسبهٔ تابآوری پرداخته شده است. برای این منظور از اطلاعات پنج ساله (۱۳۹۰-۱۳۹۴) مربوط به شاخص کیفیت هوا (Air Quality Index) استفاده شده است که شامل 1826 داده است که به صورت میانگین روزانه هستند.

پژوهش حاضر یکی از اولین مطالعات مربوط به تابآوری با استفاده از نمای لیپانوف در ایران است و در سطح بین‌المللی نیز مطالعات تابآوری با این شیوه بسیار نادر است و از آن جایی که در تحقیقات پیشین به صورت مشخص به بحث اندازه‌گیری و سنجش تابآوری با استفاده از نمای لیپانوف برای مباحث زیست‌محیطی پرداخته نشده است، پژوهش حاضر از مجموعه‌ای از مطالعات مربوط به مسائل زیست‌محیطی و مقالات مربوط به سنجش آشوب بهره برده است.

۱.۱ داده‌ها و اطلاعات

اطلاعات موردنیاز از (وبسایت) شرکت کنترل کیفیت هوای شهر تهران دریافت شده است. بازه زمانی مورد مطالعه از ۱۳۹۰/۱۲/۲۹ تا ۱۳۹۴/۱/۱ است. این داده‌ها به صورت میانگین روزانه شاخص کیفیت هوای بوده‌اند و شامل ۱۸۲۶ داده (روز) هستند.

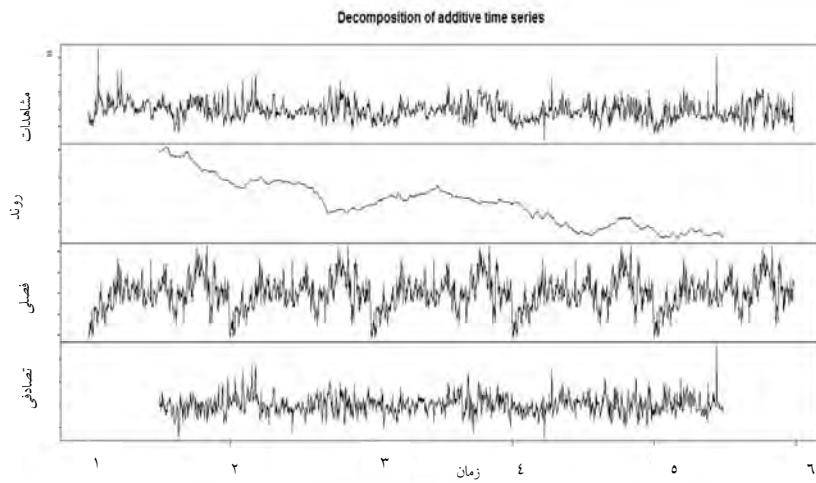


شکل ۱. شاخص کیفیت هوای برای بازه زمانی ۱۳۹۰-۱۳۹۴

مأخذ: شرکت کنترل کیفیت هوای شهر تهران

از آنجایی که ممکن است رفتارهای فصلی مربوط به انتشار آلاینده‌ها بر مقدار محاسبه شده اثرگذار باشد و باعث گمراهی محققان شود، با استفاده از دو روش روند خطی موجود از سری زمانی جدا شده است و محاسبات روی پس‌ماندهای حاصل شده انجام شده است.

در روش اول سری زمانی توسط دستور Decompose در نرم‌افزار R به سه بخش روند، تأثیر فصلی، و بخش پس‌ماند (تصادفی) تجزیه شد و بزرگترین نمای لیپانوف برای بخش روند و پس‌ماند محاسبه شد تا تأثیر روندهای فصلی از محاسبات خارج شود.



شکل ۲. سری زمانی شاخص کیفیت هوای (AQI) و بخش‌های روند، فصلی، و تصادفی
مأخذ: یافته‌های تحقیق

در روش دوم، مانایی سری زمانی موجود توسط آماره دیکی – فولر تعمیم یافته (ADF) بررسی شد. سری زمانی مورد مطالعه مانا بود و مدل A انتخاب شد. در این روش نیز محاسبات بر پس‌ماند حاصل شده انجام گرفته است تا از درستی محاسبات اطمینان حاصل شود.

۲. مبانی نظری و مروری بر مطالعات گذشته

برای سنجش وضعیت هوای از شاخص کیفیت هوای (AQI) استفاده می‌شود. این شاخص براساس میزان انتشار شش آلینده محاسبه می‌شود. در جدول ۱ نحوه طبقه‌بندی کیفیت هوای با توجه به میزان این شاخص نشان داده شده است.

جدول ۱. شاخص کیفیت هوای (AQI)، رنگ‌های مربوط به هر گروه

رنگ مشخص کننده	کیفیت هوای	مقدار
سبز	پاک	۰-۵۰
زرد	متوسط (سالم)	۵۱-۱۰۰
نارنجی	ناسالم برای گروه‌های حساس	۱۰۱-۱۵۰

قرمز	ناسالم	۱۵۱-۲۰۰
بنفش	بسیار ناسالم	۲۰۱-۳۰۰
فیروزه‌ای	خطرناک	۳۰۱-۵۰۰

**مأخذ: گزارش‌های سالیانه کیفیت هوای شهر تهران،
سازمان کنترل کیفیت هوای شهر تهران**

براساس گزارش کیفیت هوای تهران در سال ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ تعداد روزهای پاک در تهران در یک سال، از لحاظ شاخص کیفیت هوای بیش از ۲۵ روز نرسیده است و اصلی‌ترین عامل آلودگی هوای در این پنج سال ذرات معلق بوده‌اند. بنابراین، هوای پاک برای تهران بسیار ارزشمند است. از آنجایی که هوای جزء کالاهای عمومی است، پس برای آن بازاری وجود ندارد و نمی‌توان آن را قیمت‌گذاری کرد. در این موقع، در اقتصاد محیط‌زیست بحث ارزش‌گذاری مطرح می‌شود و اولین قدم در بحث ارزش‌گذاری بررسی ظرفیت اکوسیستم شهر تهران در مقابل این آلاینده‌هاست.

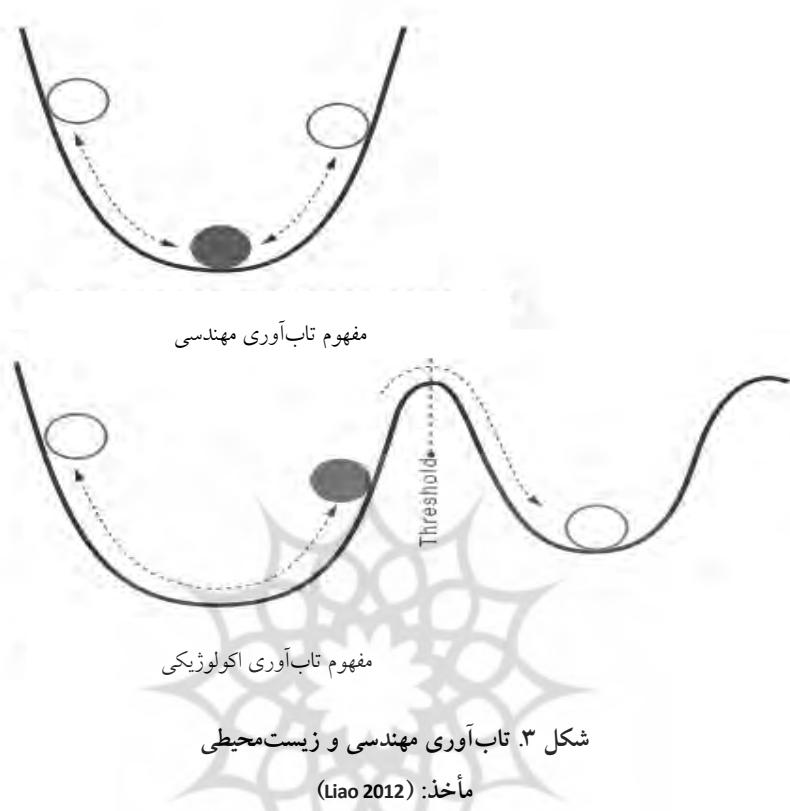
مفهوم تاب‌آوری به طور عمده بر این فرضیه بنا شده است که حالات مختلف سیستم شامل نقاط تعادل گوناگون است. به عبارت دیگر، فرض می‌شود که تکامل سیستم‌ها (اقتصادی، زیست‌محیطی، و ...) با جایه‌جایی این سیستم‌ها از یک حالت تعادل (یا دامنهٔ پایداری) به حالت تعادل دیگر انجام می‌شود.

در این زمینه دو راه مختلف برای تعریف تاب‌آوری در پیش گرفته می‌شود:

۱. **تعریف پرینگ:** این تعریف به خواص سیستم حول تعادل پایدار برمی‌گردد که عمدتاً برگرفته از تعریف پیم (Pimm 1984) است که تاب‌آوری سیستم را عبارت از اندازه‌گیری سرعت بازگشت سیستم به حالت تعادل می‌داند (Pimm 1984; Perrings 1994).

۲. **تعریف هولینگ:** این تعریف به میزان اختلالی (شوک) اشاره دارد که یک سیستم می‌تواند قبل از حرکت از یک حالت به حالت دیگر جذب کند (Holling 1992).

هولینگ نوع دیگری از تقسیم‌بندی را نیز ارائه کرده است که در مقایسه با دو تعریف قبل کاربردی‌تر است. هولینگ در مقالهٔ خود تاب‌آوری را به «تاب‌آوری مهندسی» (engineering resilience) و «تاب‌آوری زیست‌محیطی» (resilience ecological) تقسیم‌بندی می‌کند (Holling 1996).



شکل ۳. تابآوری مهندسی و زیستمحیطی

مأخذ: (Liao 2012)

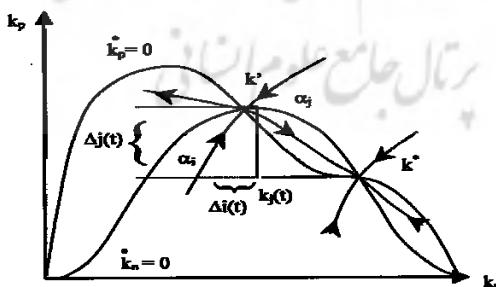
برای تبیین این مدل از شکل ۳ استفاده می‌شود که در آن توپ نماد سیستم و سطحی که توپ روی آن قرار دارد بیان‌گر حالت (محیط و فضایی که سیستم در آن است) و بخش U شکل هم بیان‌گر دامنه پایداری سیستم است. نکته اصلی در تعریف تابآوری مهندسی قرار گرفتن سیستم در (یا نزدیک) یک نقطه تعادل کلی است. در این مدل تابآوری مهندسی رابطه‌ای معنادار با شبیه بخش U شکل خواهد داشت. در طرف دیگر، تابآوری زیستمحیطی بیان‌کننده این است که برای یک سیستم می‌تواند دو یا چند نقطه تعادل وجود داشته باشد (منظور از نقطه تعادل بخش زیرین قسمت U شکل است که در صورت افتادن توپ در آن، توپ پس از نوسان در قسمت زیرین ساکن می‌شود). در اینجا فرض می‌شود که سیستم پویاست و توپ مدام در حال حرکت است و یک اختلال (شوک) باعث خواهد شد توپ در دامنه خود نوسان کند یا به دامنه دیگر منتقل شود و در آنجا نوسان کند. اندازه‌گیری تابآوری زیستمحیطی نیازمند تعداد بیشتری متغیر و داشتن اطلاعات بیشتر از وضعیت سیستم است (Walker et al. 2004; Desjardins et al. 2015).

بررسی و محاسبه تابآوری زیستمحیطی به علت وجود متغیرهای فراوان که در رفتار آن دخیل‌اند به مراتب دشوارتر از بررسی و محاسبه تابآوری مهندسی است. محققان حوزه تابآوری معتقدند به طور کلی دو عامل در تابآوری سیستم‌ها مؤثرند (Perrings 2006)

۱. ظرفیت انعطاف‌پذیری (adaptive capacity): که عمدهاً به تجانس‌نشاشتن و ناسازگاری موجود در یک سیستم مربوط می‌شود؛ به عبارتی، به تنوع نهادها و سرمایه‌های موجود در یک سیستم اجتماعی اشاره دارد (Carpenter et al. 2001; Bengtsson et al. 2003).
۲. مقاومت (robustness): که به آن دسته از ویژگی‌های سیستم اشاره می‌کند که به سیستم اجازه می‌دهد در مقابل شوک‌های واردشده، بدون دخالت خارجی، رفتار تطبیقی مناسب را انجام دهد (Webb and Levin 2005).

در شکل ۴ ($Kn(t)$ و $Kp(t)$ متغیرهای حالت هستند در حالی که K^* نشان‌دهنده نقطه تعادل است که توسط یک مخروط جاذب با مختصات α_i و α_j و ... احاطه شده است. از این شکل می‌توانیم بلاfacile یک عنصر جالب را که معرف تفاوت تعاریف تابآوری و تعریف معمول پایداری است تشخیص دهیم و آن این که «اندازه‌گیری تابآوری در همان سیستم می‌تواند با تغییر جهت اختلال تغییر یابد». در اینجا اجازه دهید تا تعریف پرینگ را مورد توجه قرار دهیم (Perrings 1994):

تابآوری یک سیستم در بعضی نقاط در مخروط تعادل پایدار موضعی K^* نسبت به تغییر در هریک از متغیرهای حالت آن سیستم عبارت است از حداقل اختلالی که آن متغیرها می‌توانند بدون آن که باعث شوند سیستم همسایگی $-j$ را ترک کند، تحمل کند (Reggiani et al. 2002).



شکل ۴. اندازه‌گیری تابآوری سیستم براساس نظر هولینگ
(Perrings 1994)

اندازه‌گیری تابآوری سیستم در جهت i یا زبرابر است با $\alpha i - Ki(t)$ و $\alpha j - Kj(t)$. این بدین معنی است که:

الف) نقطه‌ای از سیستم که در نزدیکی مرز مخروط جاذب قرار دارد تابآوری کمتری از نقطه‌ای در نزدیکی نقطه تعادل دارد؛

ب) تابآوری برای جهت‌های مختلف اختلال متفاوت است؛

ج) اگر سیستم برای مقداری اختلال تابآوری را از دست بدهد (یعنی $\alpha i - Ki(t)$ منفی باشد)، درنتیجه، سیستم از یک مخروط جاذب به مخروط جاذب دیگر از مجرای α ، i جابه‌جا خواهد شد (یعنی K در شکل ۴) (Reggiani et al. 2002).

اجازه دهید در اینجا برای مثال معادله شناخته‌شده لجستیک ورهولست را در فضای گسسته مورد توجه قرار دهیم:

$$y(t+1) = ry(t)(1 - y(t))$$

با تحلیل فازی – فضایی مربوط (y نسبت به r) کاملاً واضح است که برای مقداری $r < 3/82$ معادله لجستیک قبل از رسیدن به زمان شوک در $r = 3/82$ شروع به نوسان می‌کند.



شکل ۵. تابآوری زیستمحیطی و مهندسی برای معادله لجستیک در حالت گسسته
مأخذ: (Reggiani et al. 2002)

تابآوری مهندسی را که پیش از این تعریف شد، می‌توان با دوره پایداری و دوره نوسانات برای تابع لجستیک مورد تجزیه و تحلیل قرار داد، اما علاوه بر دو دوره یادشده، برای سیستم زیستمحیطی می‌توان در دوره آشوب نیز خواص سیستم برای پافشاری، یعنی ظرفیت آن را برای جذب امواج سهمگین نوسانات منعکس کرد.

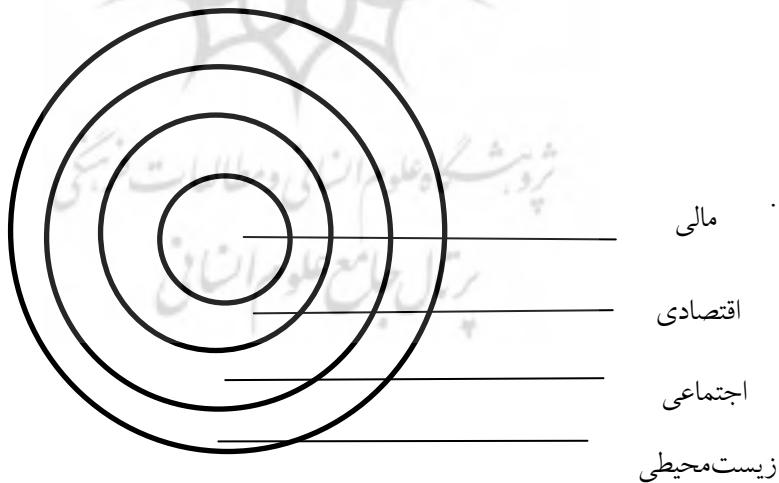
حال می‌توانیم تفاسیر مفهوم تابآوری را با استفاده از معادله لجستیک گسسته به منزله مثالی قوی مرور کنیم (شکل ۵)؛ اما چگونه می‌توان ظرفیت یک سیستم را که دربرابر یا

نمایش دهنده این ناحیه چندتعادلی (یعنی دامنه تابآوری) قرار می‌گیرد قبل از تغییر ساختارش اندازه‌گیری کرد؟ واضح است که برای تحلیل تابآوری سیستم‌های پویای با ابعاد بزرگ یا شبکه‌هایی با تعداد توالی پارامتر، که اصطلاحاً «پیچیده» نامیده می‌شوند، به خصوص در مطالعات تجربی مشکلاتی رخ خواهد داد. (ibid.).

روشن است که از دیدگاه تجربی در به کارگیری روش هولینگ برای اندازه‌گیری تابآوری مشکلاتی ظاهر می‌شود؛ مثلاً این که چگونه می‌توان اندازه مخروط جاذب را اندازه‌گیری کرد؟ پرینگ برای این کار نمای لیاپانوف را مطرح کرده است که در نوع خود بسیار مهم است. اگرچه در این زمینه تعریف پیم عملی‌تر است، باید توجه داشت که موضوع اندازه‌گیری تابآوری به خصوص در موضوع‌های اقتصادی – اجتماعی هم‌چنان بسیار مشکل است و به توجه بیشتری نیاز دارد. (ibid.).

برای نشان‌دادن اهمیت بررسی تابآوری در حوزه‌های مختلف شکل ۶ ارائه شده است. سیستم‌های اجتماعی و اقتصادی را نمی‌توان مجموعه‌ای جدا از سیستم زیست‌محیطی دانست (Greenham et al. 2013).

بنابراین، بررسی تابآوری زیست‌محیطی را می‌توان قدمی برای رسیدن به بررسی تابآوری در حوزه‌های اقتصادی و مالی دانست.



شکل ۶. رابطه تابآوری در حوزه‌های مختلف با هم

مأخذ: (Greenham et al. 2013)

درادامه، برای اندازه‌گیری تابآوری مهندسی از نمای لیپانوف استفاده شده است. اندازه‌گیری تابآوری مهندسی قدم اول برای اندازه‌گیری تابآوری زیستمحیطی است. در این مقاله، این مهم با استفاده از اطلاعات شاخص کیفیت هوا (AQI) محاسبه شده است. با محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیپانوف می‌توان روند غیرتابآور را (نایابیدار) در زمینه تابآوری مهندسی نشان داد. بنابراین، مثبت‌بودن نمای لیپانوف^۱ به معنای تابآورنبودن سیستم دربرابر شوک‌های واردشده به آن تلقی می‌شود.

ابریشمی و هم‌کاران وجود آشوب را در سری زمانی قیمت‌های آتی نفت (۱۹۹۶-۱۹۹۹) بررسی کردند (ابریشمی و دیگران ۱۳۸۱). بدین‌منظور، از دو روش تخمین بعد هم‌بستگی (CD) و بزرگ‌ترین نمای لیپانوف (LLE) برای اثبات وجود آشوب و از تحلیل R/S یا نمای هرسن (HE) برای تشخیص غیرتصادفی بودن سری استفاده شد. به این ترتیب، فرضیه غیرتصادفی و غیرخطی بودن ساختار سری زمانی قیمت‌های آتی نفت مورد آزمون قرار گرفت. به عبارت دیگر، بررسی شد که آیا می‌توان یک مدل غیرخطی دینامیکی برای سری زمانی قیمت‌های آتی نفت پیش‌نهاد کرد تا به تبع آن بتوان یک پیش‌بینی تعیینی دقیق و صحیح را برآورد کرد یا خیر.

مشیری و فروتن وجود آشوب را در ساختار سیستم مولد قیمت نفت خام شاخص WTI در بازه زمانی ۱۹۸۳ تا ۲۰۰۳ بررسی کرده‌اند (مشیری و فروتن ۱۳۸۳). آن‌ها بدین‌منظور از نمای لیپانوف و بعد هم‌بستگی به منزله آزمون‌های مستقیم آشوب و آزمون‌های BDS و شبکه‌های عصبی به منظور مطالعه غیرخطی بودن این ساختار استفاده کرده‌اند. نمای لیپانوف به دست آمده مثبت بود و مقدار بعد هم‌بستگی حاصل شده نیز حدود ۰/۵ بوده است که این دو مورد نشان‌دهنده آشوب در این سری زمانی هستند.

مشیری و مروت در مقاله‌ای وجود آشوب را در شاخص‌های بازدهی روزانه و هفتگی قیمت سهام بازار بورس تهران (TEPIX) در بازه زمانی ۱۳۷۷ تا ۱۳۸۲ بررسی کردند (مشیری و مروت ۱۳۸۴). نتایج آزمون بزرگ‌ترین نماهای لیپانوف که آزمون مستقیمی برای فرایندهای غیرخطی معین است، دلالت بر وجود آشوب در شاخص‌های بازدهی قیمت کل سهام بازار بورس تهران دارد. این نتیجه دلالت بر ناکارآیی بازار سهام و درنتیجه، قابلیت پیش‌بینی کوتاه‌مدت آن دارد که می‌تواند رهنمودی سیاستی مبنی بر شناخت عوامل ناکارآیی بازار، مانند شفاف‌بودن جریان اطلاعات و اقدام به منظور رفع آن‌ها داشته باشد. همچنین، برای مدل‌سازی، و به ویژه پیش‌بینی شاخص قیمت‌های سهام، استفاده از مدل‌های غیرخطی به جای مدل‌های معمول خطی مناسب‌تر است.

معینی و همکاران در مقاله‌ای آشوب‌ناکی سری زمانی قیمت نفت را در سال‌های ۱۹۹۸ تا ۲۰۰۰ بررسی کرده‌اند و پس از آن برای پیش‌بینی قیمت نفت از ترکیب نمای لیپانوف با تابع لجستیک بهره برده‌اند و مقدار نمای لیپانوف را $1/25$ به دست آورده‌اند (معینی و دیگران ۱۳۸۵).

قاهری و همکاران در مقاله خود آشوب‌ناکی جریان آب رودخانه اهرچای را در بازه زمانی نوزده‌ساله بررسی کرده‌اند (قاهری و دیگران ۱۳۹۱). زمان تأخیر و بعد محاط محاسبه شده به ترتیب 65 و 13 و بعد فراکتالی نیز 4 بوده است. نتایج آن‌ها حاکی از دقت مناسب نظریه آشوب در پیش‌بینی جریان آب این رودخانه است.

rstemi و همکاران در مقاله‌ای رفتار قیمت سهام شرکت‌های پذیرفته شده را در بورس تهران با تئوری آشوب بررسی کردند (rstemi و دیگران ۱۳۹۰). آن‌ها اطلاعات 31 شرکت را برای بازه زمانی 1380 تا 1388 مطالعه کردند و نمای لیپانوف را با دو روش روزن‌اشتاین و تیلور تخمین زدند که هر دو روش تأییدکننده وجود آشوب بوده‌اند.

پریور و همکاران در مقاله‌ای بسط رابردهای پایداری اکولوژیک را برای افزایش تاب‌آوری محیط‌زیست برای مناطق شهری 1 و 3 تهران بررسی کردند (پریور و دیگران ۱۳۹۲). آن‌ها از مدل مفهومی البرتی و همکارانش بهره بردن. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده این است که در مدت 22 سال فضای سبز 1412 هکتار کاهش یافته است و در مقابل، اراضی ساخته شده 2435 هکتار افزایش یافته است.

پریور و همکاران در مقاله‌ای چهارچوب ارزیابی راهبردی محیط‌زیستی طرح‌های توسعه شهری را براساس تفکر تاب‌آوری بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که چهارچوب‌هایی که تاکنون به کار گرفته شده کارآیی لازم را برای تحلیل سیستم‌های پیچیده اجتماعی اکولوژیکی، بهویژه برای شهرها ندارد. از این‌رو، ضرورت دارد از رویکردهای جدید، مانند تفکر تاب‌آوری و اکولوژی شهری در ارزیابی راهبردی محیط‌زیستی به منظور برآورد اهداف توسعه پایدار و کاهش نبود قطعیت استفاده شود. درنهایت، آن‌ها چهارچوبی سه مرحله‌ای را پیش‌نهاد می‌کنند که در مرحله اول این چهارچوب تاب‌آوری عمومی بستر محیط‌زیست شهری به صورت کلی از طریق معیارهای سنجش تاب‌آوری عمومی ارزیابی می‌شود، مرحله دوم سنجش تاب‌آوری بستر درمورد طرح توسعه پیش‌نهادی است، و مرحله سوم عبارت است از بسط مدیریت تطبیقی برای فراهم‌آوردن سیستمی انعطاف‌پذیر به منظور مشارکت افراد ذی‌نفع و ذی‌نفوذ و نیز پایش اثرات (پریور و دیگران ۱۳۹۱).

طباطبایی در مقاله‌ای مدیریت شهری - زیستمحیطی تهران را در سه دوره قاجار، پهلوی، و انقلاب اسلامی بررسی کرده است (طباطبایی ۱۳۹۲). او برای کار خود از روش SWOT استفاده کرده است و نتایج تحقیق او بیان‌گر این است که سیاست‌های اجتماعی شهر تهران به طور کامل در مسیر سیاست‌های زیستمحیطی قرار نگرفته است و همین امر پایداری زیستمحیطی تهران را به تعویق می‌اندازد.

جعفریان و همکاران در مقاله خود الگویی را استخراج کرده‌اند که الگوی معروفی شده در مقاله آن‌ها از اهداف سند توقف کامل تخریب سرزمین اقتباس شده است (جعفریان و دیگران ۱۳۹۳). این سند به طور خاص الگوی جامعی را برای استقرار مدیریت پایدار سرزمین و نیز احیای اراضی تخریب‌یافته معرفی کرده است و عواملی را معرفی کرده است که برای تعمیم نتایج حاصل از مدیریت پایدار سرزمین به کار گرفته می‌شوند.

یو و همکاران در مقاله‌ای روند دساله شاخص آلودگی هوا را برای شهر لاثرو چین بررسی کردند (Yu et al. 2011). آن‌ها برای بازسازی فضای فاز، پارامترهای بعد نشانده و زمان تأخیر را به ترتیب با روش‌های کائو و تابع اطلاعات متقابل به دست آوردند ($m=3, \tau=11$). بزرگ‌ترین نمای لیپانوف محاسبه شده مثبت بوده است و این یعنی شاخص آلودگی هوا روندی آشوبناک داشته است و مقدار بعد همبستگی (بعد جاذب) برابر $3/49$ بوده است و این یعنی عوامل اصیل دخیل در روند انتشار آلاینده‌های شهر لاثرو چهار مورد بوده است.

لی و لین در مقاله‌ای آشوبناک بودن سری‌های زمانی انتشار آلاینده‌های هوا را بررسی کردند (Lee and Lin 2008). آن‌ها در مقاله خود هر پنج آلاینده را (NO, NO₂, SO₂, PM₁₀, CO) بررسی کردند و پارامترهای نمای لیپانوف، بعد همبستگی، و انتروپی کولموگروف را برای این آلاینده‌ها محاسبه کردند. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده آشوبناکی این سری‌های زمانی برای هر پنج آلاینده، از منظر هر سه پارامتر موردمحاسبه، بوده است.

مشیری و فروتن در مطالعه‌ای وجود آشوب را در سری زمانی قیمت آتی نفت خام (NYMEX) برای بازه زمانی ۴ آپریل ۱۹۸۳ تا ۱۳ زانویه ۲۰۰۳ بررسی کردند (Moshiri and Foroutan 2004). آن‌ها برای کشف ساختار غیرخطی و آشوبناک از بعد محاط آزمون BDS، آزمون بزرگ‌ترین نمای لیپانوف، و آزمون شبکه‌های عصبی بهره بردنده. نتایج نشان‌دهنده وجود رفتار آشوبی در سری زمانی موردمطالعه بودند و شبکه عصبی مصنوعی (ANN) نیز در پیش‌بینی عملکرد قابل قبولی داشتند.

سالینی و بزر در مقاله خود آشوب‌ناکی آلیندۀ ذرات کمتر از ۲/۵ میکرون را ($PM_{2.5}$) در شهر سانتیاگو شیلی بررسی کردند (Salini and Pérez 2015). بازۀ زمانی موردمطالعه آن‌ها سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۶ بود. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده وجود آشوب و مقدار بزرگ‌ترین نمای لیپانوف بین ۰/۳ و ۰/۵ بوده است.

اسپینوسا و گوریگویتا در پژوهشی پایداری کشورهای حوزه یورو را در مقابل بحران مالی سال ۲۰۰۷ بررسی کردند (Espinosa and Gorigoitia 2012). آن‌ها این پایداری را با محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیپانوف در پنج سال محاسبه کردند که برای داده‌های CDS (Credit Default Swap) بود و نتایج آن‌ها نشان‌دهنده اقدامات مناسب و به موقع آلمان در مقابل این بحران‌ها بود و کوچک‌ترین نمای لیپانوف برای آلمان و به‌تیغ آن پایدارترین اقتصاد هم برای آن کشور بوده است (ibid).

رجیانی و هم‌کاران در مقاله خود تاب‌آوری آلمان غربی را در حوزه بازار کار بررسی کردند (Reggiani et al. 2002). آن‌ها برای این منظور از نمای لیپانوف بهره برداشتند. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده پایداری کم صنایع تولیدی (مصرفی) و ساختمان‌سازی در مقایسه با دیگر بخش‌ها بود.

۳. روش پژوهش

۱.۳ بزرگ‌ترین نمای لیپانوف

آزمون توان لیپانوف براساس این ویژگی سری‌های آشوبی است که نقاط مجاور در این سری‌ها به مرور زمان از هم جدا می‌شود و نسبت به هم واگرا می‌شوند. توان لیپانوف این واگرایی را با یک تابع نمایی اندازه‌گیری می‌کند. محاسبه توان لیپانوف از طریق اندازه‌گیری مقدار کشیدگی یا خمیدگی‌ای که در حرکت سیستم رخ می‌دهد انجام می‌شود. در واقع، در این روش سرعت متوسطی که مسیرهای انتقالی دونقطه‌ای که درابتدا به هم نزدیک بوده‌اند به‌طور نمایی از یکدیگر منحرف می‌شوند، محاسبه می‌شود. اگر بزرگ‌ترین توان محاسبه‌شده لیپانوف مقدار مثبتی داشته باشد، سیستم دارای رفتار آشوبی است و بالعکس (مشیری ۱۳۸۱). ماکزیمم نمای لیپانوف یکی از مهم‌ترین معیارهای تشخیص پایداری یا نبود پایداری یک سیستم پویاست. برای آن‌که یک سیستم پویا آشوبی باشد، شرط لازم آن است که ماکزیمم توان لیپانوف مثبت باشد (مشیری و فروتن ۱۳۸۳؛ Vandrovych 2006).

اگرچه یکی از ویژگی‌های مهم سیستم‌های پویا حساسیت آن‌ها به وضعیت اولیه است، تعیین کمی میزان این حساسیت کار ساده‌ای نیست. نمای لیپانوف یکی از ابزارهایی است

که برای این منظور به کار می‌رود. نمای لیپانوف به همان سبک و سیاق محاسبه مقادیر ویژه (eigenvalues) سیستم‌های پویا محاسبه می‌شود و تاحدودی از نظر مفهوم با آن نزدیک است. مقادیر ویژه معمولاً در یک نقطه در فضای حالت، نظیر نقطه تعادل، محاسبه می‌شوند، حال آن‌که نمای لیپانوف متوسط‌گیری هندسی در مسیر پایدار سیستم است. برخلاف مقادیر ویژه، که می‌تواند مختلط نیز باشد، نمای لیپانوف همواره عددی حقیقی است، نظیر مقادیر ویژه تعداد نمای لیپانوف با بعد سیستم برابر است (معینی و دیگران ۱۳۸۵).

نمای لیپانوف متوسط نمای یک فرایند دینامیک است که نرخ واگرایی یا هم‌گرایی مسیرهای حالت را در فضای فاز نشان می‌دهد. واگرایی مسیر حالت نشان‌دهنده آن است که سیستمی با تفاوت‌هایی جزئی در وضعیت اولیه با گذشت زمان دارای مسیرهای حالتی بسیار متفاوت با هم است و قابلیت پیش‌بینی در این‌گونه فرایندها به سرعت از بین می‌رود. طبق تعریف، هر سیستمی با داشتن حداقل یک نمای لیپانوف مثبت سیستمی آشوب‌گونه خوانده می‌شود. عکس اندازه نمای مربوط متناسب با زمانی است که بعد از آن زمان فرایند دینامیک پیش‌بینی‌ناپذیر خواهد شد (Takens 1981). برای سیستم‌هایی که معادلات حرکت آن‌ها مشخص و شناخته شده است روش سرراستی برای محاسبه نمایانه لیپانوف آن وجود دارد (Wolf et al. 1985; Kaplan and Yorke 1979). این روش برای سری‌های زمانی قابل استفاده نیست.

λ می‌تواند مقادیر مثبت، منفی، و صفر را به شرح ذیل اختیار کند:

۱. اگر $0 < \lambda$ باشد، آن‌گاه یک نقطه ثابت یا یک چرخه متناوب پایدار خواهیم داشت. به عبارت دیگر، تمامی نقاط اولیه انتخابی به سمت یک نقطه ثابت یا چرخه متناوب هم‌گرا خواهند شد. به این سیستم‌ها پایدار مجائب (asymptotic stability) اطلاق می‌شود. با افزایش منفی ($-\lambda - \epsilon$) پایداری سیستم افزایش می‌یابد، به‌طوری‌که برای $-\lambda - \epsilon = 0$ یک نقطه ثابت یا یک چرخه متناوب فوق‌پایدار (super stable) وجود دارد.
۲. اگر $0 = \lambda$ باشد، سیستم فقط حول یک نقطه ثابت نوسان می‌کند. در این حالت، هر نقطه اولیه انتخابی حول یک چرخه حدی پایدار نوسان می‌کند. این نوع سیستم موسوم به پایدار لیپانوف (Lyapunov Stability) است.
۳. اگر $0 > \lambda$ باشد، هیچ نقطه ثابت یا چرخه متناوب پایداری وجود ندارد. در حقیقت، نقاط ناپایدار (unstable)، ولی سیستم کران‌دار و آشوب‌ناک است. در این حالت، به‌علت حساسیت بالا به وضعیت اولیه، مسیرهای نزدیک به هم به سرعت واگرا می‌شوند (معینی و دیگران ۱۳۸۵).

برای محاسبه بزرگترین نمای لیپانوف دو روش وجود دارد:

۱. روش‌هایی براساس ژاکوبین؛
۲. روش‌های مستقیم.

روش‌های مبتنی بر ژاکوبین زمانی مورداستفاده قرار می‌گیرند که معادلات سیستم‌های دینامیکی شناخته شده باشند (Parlitz 2016) و برای سری‌های زمانی‌ای که معادلات دینامیکی آن‌ها نامشخص است از روش‌های مستقیم استفاده می‌شود.

روزناشتاین و هم‌کارانش در مقاله خود به سه مشکل اصلی روش‌های موجود برای محاسبه نمای لیپانوف اشاره می‌کنند: ۱. پاسخ‌های غیرقابل اعتماد برای داده‌های کم؛ ۲. محاسبات سخت و فشرده؛ و ۳. نسبتاً دشوار برای پیاده‌سازی. آن‌ها روش جدیدی را برای محاسبه بزرگترین نمای لیپانوف ارائه می‌دهند که برای داده‌های با حجم کم است و حساسیت کم‌تری به نویز دارد؛ مثلاً الگوریتم ول夫 مستلزم وجود داده‌های زیاد است و به نویز حساس است (ملابهرامی و دیگران ۱۳۹۲). کانتز و هم‌کاران (۱۹۹۱) با استفاده از مجموعه برنامه کامپیوتی تیسان (TISEAN) بزرگترین نمای لیپانوف را با روش روزناشتاین محاسبه کردند.

۱.۱.۳ روش ول夫

برای محاسبه نمای لیپانوف براساس الگوریتم ول夫 ابتدا ماتریس $m^*(N-m+1)$ بعدی از N داده اسکالر سری زمانی را ایجاد می‌کنیم. از میان این ماتریس، تمامی جفت‌بردارهای x_i و x_j را که در رابطه‌ای که خواهد آمد صدق می‌کنند، مشخص می‌کنیم (ابرشمی و دیگران ۱۳۸۱):

$$r_{\circ}(m; i, j) = |x_i - x_j| < \varepsilon$$

که در آن ε مقدار کوچک مثبت است. با رشد طول زمانی n را به این صورت محاسبه می‌کنیم:

$$r_n(m; i, j) = |x_{i+n} - x_{j+n}|$$

سپس میزان واگرایی $(m; i, j)$ نقطه نزدیک به هم را در فضای m بعدی به این صورت:

$$d_n(m; i, j) = \frac{r_n}{r_0} = \frac{|x_{i+n} - x_{j+n}|}{|x_i - x_j|} \quad (1)$$

به دست می‌آوریم. آن‌گاه بزرگ‌ترین نمای لیپانوف λ را از این رابطه محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-n} \sum_{n=0}^{N-1} \log d_n(m; i, j) \quad (2)$$

۲۰.۱.۳ روش روزن‌اشتاین

اگر $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$ یک سری زمانی مورد بررسی با حجم N باشد و x_i به صورت $x_i = [x_i, x_{i+j}, \dots, x_{i+(m-1)j}]^T$ تعریف شود، آن‌گاه $X = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_M]^T$ یک ماتریس $M \times m$ است، که در آن $M = N - (m-1)j$ است. اگر کوچک‌ترین فاصله بین نقطه x_j و نزدیک‌ترین همسایگی این نقطه، یعنی $x_{\hat{j}}$ برابر $d_j(0)$ باشد، در این صورت: $d_j(0) = \min_{x_{\hat{j}}} \|x_j - x_{\hat{j}}\|$ نرم اقلیدسی است. در این صورت، بزرگ‌ترین نمای لیپانوف به صورت زیر تعریف می‌شود (مشیری ۱۳۸۱):

$$\lambda_{\max}(i) = \frac{1}{i \Delta t} \frac{1}{(M-i)} \sum_{j=1}^{M-i} \ln \left(\frac{d_j(i)}{d_j(0)} \right) \quad (3)$$

که در آن Δt فاصله زمانی نمونه مورد مطالعه و $(i)_j d_j$ بیان‌گر کوچک‌ترین فاصله بین x_j و نزدیک‌ترین همسایگی این نقطه بعد از i مرحله زمانی است، یعنی $i \Delta t$ (ملابه‌رامی و دیگران ۱۳۹۲).

روزن‌اشتاین و هم‌کارانش در مقاله خود این معادله را به منزله تعریفی از بزرگ‌ترین نمای لیپانوف ارائه می‌دهند:

$$d(t) = C e^{\lambda t}$$

که در آن $d(t)$ میانگین واگرایی در زمان t و C مقدار ثابتی است که میزان فاصله اولیه را نرمال‌سازی می‌کند. با توجه به رابطه پیش‌گفته فرض می‌کنیم که زامین جفت از نزدیک‌ترین همسایگی‌ها، در نمای لیپانوف داده شده تقریباً از هم دور می‌شوند.

$$d_j(i) \approx C_j e^{\lambda_j (i \Delta t)} \quad (4)$$

با گرفتن لگاریتم از دو طرف این معادله به این رابطه می‌رسیم:

$$\ln d_j(i) \approx \ln C_j + \lambda_l(i \Delta t) \quad (5)$$

این معادله نشان‌دهنده مجموعه‌ای از خطوط (برای هر $M, j = 1, 2, \dots, M$) تقریباً موازی است که شیب هرکدام به λ_l بستگی دارد. حال می‌توان بزرگ‌ترین نمای لیپانوف را با برآشش یک خط با روش حداقل مربعات (LS) بر خط میانگین که در اینجا تعریف شده بهدست آورد.

$$y(i) = \frac{1}{\Delta t} \langle \ln d_j(i) \rangle \quad (6)$$

که در آن علامت $\langle \rangle$ بیان‌گر میانگین تمامی مقادیر j است. بخش کلیدی محاسبات همین پروسه میانگین‌گیری در این عبارت است که به ما در محاسبه مقدار دقیق λ_l در مجموعه‌های نویزدار و با حجم کوچک کمک می‌کند. عبارت C_l در معادله (4) عمل نرمال‌سازی را انجام می‌دهد، اما همان‌طور که در رابطه (5) مشاهده می‌شود، عمل نرمال‌سازی برای تخمین بزرگ‌ترین نمای لیپانوف ضروری نیست (Rosenstein et al. 1993).

بهمنظور محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیپانوف باید وقفه زمانی τ (time lag) و بعد محاط (embedded dimension) m را محاسبه کرد و از این مقادیر برای محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیپانوف استفاده کرد. برای محاسبه وقفه زمانی روش مناسب‌تر روش میانگین اطلاعات متقابل (AMI) و برای محاسبه بعد محاط روش مناسب‌تر روش کائو (Cao) است.

بهمنظور ازین‌بردن تأثیر روندهای ناشی از رفتار فصلی و چرخه‌ای روی بزرگ‌ترین نمای لیپانوف توسط مدل ARMA و تجزیه سری زمانی روندهای موجود در سری‌های زمانی استخراج شده است و بزرگ‌ترین نمای لیپانوف برای پس‌ماندهای حاصل شده محاسبه شده است.

۲.۳ وقفه زمانی

بهدست آوردن برآورده مناسب از زمان تأخیر τ بسیار بالهمیت است. به‌طوری‌که انتخاب مناسب آن تجزیه و تحلیل داده‌ها را آسان می‌کند. اگر τ در مقایسه با مقیاس زمانی داخلی سیستم بسیار کوچک انتخاب شود، مؤلفه‌های متواالی در بردار تأخیر بهشت به هم نزدیک و

وابسته می‌شوند. بنابراین، تمامی بردارهای $n \times m$ در فضای نشانده محور قطری در فضا متمرکز می‌گردند. این پدیده در مطالعات کاسداگلی (Casdagli 1991) با عنوان «افزونگی» نامیده شده است (Kantz and Schreiber 2004). از سوی دیگر، اگر τ بسیار بزرگ باشد، عناصر متوالی تقریباً مستقل هستند و نقاط ابری بزرگ را در m^{τ} (اعداد حقیقی در بعد m) پر می‌کنند. در این حالت، حتی اگر جاذب واقعی سیستم ساده باشد، جاذب بازسازی شده ممکن است بسیار پیچیده باشد (ibid.).

برای تقریب زمان تأخیر معمولاً از دو روش استفاده می‌شود:

۱. میانگین اطلاعات متقابل (Average Mutual Information/ AMI)

۲.تابع خودهم‌بستگی (Autocorrelation Function/ ACF)

۱۰.۳ تابع خودهم‌بستگی (ACF)

در روش ACF محلی که در آن اولین مقدار ACF به صفر یا کمتر از مقدار کوچکی (مانند $0/0$ یا $0/2$) می‌رسد برابر زمان تأخیر انتخاب می‌شود (قاهری و دیگران ۱۳۹۱).

تابع خودهم‌بستگی وابستگی خطی بین دو سری زمانی را نشان می‌دهد که با استفاده از زمان تأخیر از هم جدا شده‌اند. در روش تابع خودهم‌بستگی اگر زمان تأخیری‌ای که در آن مقدار ACF یک مقدار خاص آستانه است و نشان‌دهنده استقلال خطی است به دست آید، زمان تأخیر مناسب انتخاب می‌شود. آستانه توصیه شده عبارت است از اولین مقدار زمان تأخیر که در آن ACF برابر صفر یا در صورتی که خودهم‌بستگی به‌طور نمایی تقلیل کند، مقدار کوچکی حدود $= \frac{1}{e^{0.38}}$ باشد (Kantz and Schreiber 2004).

۱۰.۴ میانگین اطلاعات متقابل (AMI)

در روش AMI زمان رخدادن اولین مینیمم در تابع میانگین اطلاعات متقابل به منزله زمان تأخیر مناسب و در روش دوم محلی که در آن اولین مقدار ACF به صفر یا کمتر از مقدار کوچکی (مانند $0/1$ یا $0/2$) می‌رسد برابر زمان تأخیر انتخاب می‌شود (قاهری و دیگران ۱۳۹۱).

استفاده از روش AMI در مقایسه با روش ACF پرکاربردتر و مناسب‌تر است؛ چراکه روش میانگین اطلاعات متقابل علاوه‌بر هم‌بستگی خطی، هم‌بستگی و ساختار غیرخطی را به‌حساب می‌آورد، ولی روش خودهم‌بستگی فقط هم‌بستگی خطی داده‌ها را بررسی می‌کند.

بنابراین، در بررسی سری‌های زمانی غیرخطی استفاده از AMI مناسب‌تر است و این روش را در سال ۱۹۸۶ فریزر و سوینی (Fraser and Swinney) برای انتخاب زمان تأخیر مناسب در تجزیه و تحلیل‌های غیرخطی معرفی کردند.

در روش AMI ازتابع میانگین اطلاعات متقابل بهمنزله یک تابع همبستگی غیرخطی برای تعیین زمان تأخیر مناسب استفاده می‌شود. به نحوی که $x(t)$ و $x(t+\tau)$ به میزان کافی از هم مستقل‌اند، اما حداقل همبستگی ممکن را داشته باشند، نه به‌شکلی که هیچ ارتباطی با یکدیگر نداشته باشند. بنابراین، در روش میانگین اطلاعات متقابل زمان رخدادن اولین مینیمم در تابع میانگین اطلاعات متقابل زمان تأخیر مناسب انتخاب می‌شود. اطلاعات متقابل برگرفته از تئوری اطلاعات یا آنتروپی شانون (Shannon entropy) است. بدین ترتیب که با دراختیارداشتن سری مشاهدات $x(t)$ تابع چگالی احتمال $P(x(t))$ قابل محاسبه است. در نتیجه، تابع آنتروپی یا تابع اطلاعات $H(x(t))$ به این شکل تعریف می‌شود:

$$H(x(t)) = - \sum_{t=1}^N P(x(t)) \log_2 P(x(t)) \quad (V)$$

مفهوم آنتروپی عبارت است از میزان نبود حتمیتی که اندازه‌گیری‌های $x(t)$ به‌هم راه دارد. به‌بیان دیگر، نشان‌دهنده مقدار اطلاعاتی است که از اندازه‌گیری‌ها کسب می‌شود. به‌طوری که اندازه‌گیری‌های با احتمال پایین (دور از انتظار) به‌نسبت اندازه‌گیری‌های محتمل‌تر، اطلاعات بیش‌تری را در اختیار قرار می‌دهند. حال برای محاسبه وابستگی بین $x(t)$ و $x(t+\tau)$ و به‌عبارتی میزان اطلاعاتی که به‌طور متقابل از مشاهدات $x(t)$ و $x(t+\tau)$ (که با τ به هم مرتبط می‌شوند) به‌دست می‌آید، تابع میانگین اطلاعات متقابل (AMI) بین $x(t)$ و $x(t+\tau)$ بدین صورت تعریف می‌شود (Cover and Thomas 1991).

$$AMI = \sum_{t=1}^N P(x(t), x(t+\tau)) \log_2 \frac{P(x(t), x(t+\tau))}{P(x(t)) P(x(t+\tau))} \quad (A)$$

اندازه‌گیری اطلاعات متقابل دو متغیر نیازمند دانستن تابع چگالی احتمال توأم است. از روش‌های متداول برای تخمین این مقدار می‌توان به روش‌های مبتنی بر هیستوگرام اشاره کرد (اسکات ۱۹۹۲). درنهایت، پس از به‌دست آوردن میانگین اطلاعات متقابل با رسم نمودار تابع میانگین اطلاعات متقابل به‌ازای زمان تأخیرهای مختلف، اولین کمینه نسبی (حداقل نسبت به نقاط همسایه) نمودار به‌منزله زمان تأخیر مناسب انتخاب می‌شود^۲ (قرمباخ و دیگران ۱۳۹۳).

۳.۳ تعیین بعد محاط

یکی از پارامترهای مهم در بازسازی فضای فاز بعد محاط (embeded dimension) است. به علت حرکات ناپایدار در سیستم‌های آشوب‌ناک اگر m بزرگ انتخاب شود، ریسک مغشوش‌شدن الگوریتم افزایش خواهد یافت (Kantz and Schreiber 2004).

یک سیستم دینامیکی N بعدی را می‌توان با استفاده از N معادله دیفرانسیلی درجه یک با N متغیر (t) , $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ توصیف کرد. به طوری که تکامل سیستم در طول زمان مشخص شود. به عبارت دیگر، سیستم دینامیکی را می‌توان با استفاده از نمودار فضای حالت نمایش داد که سیر تکامل سیستم را از چند حالت اولیه نشان می‌دهد. در نمودار فضای حالت سیر تکامل سیستم توسط مسیرهای حالت (trajectory) یا مدارهایی نمایش داده می‌شود (قره‌باغ و دیگران ۱۳۹۳).

بدین ترتیب، بعد نشاننده همان تعداد N معادله دیفرانسیلی درجه یک است که توصیف‌کننده وضعیت سیستم در فضای فازی است. برای یافتن حداقل بعد محاط از دو روش استفاده می‌شود:

۱. روش FNN که کنل (Kennel) و هم‌کارانش در سال ۱۹۹۲ معرفی کردند؛
۲. روش Cao که کائو در سال ۱۹۹۷ معرفی کرد و به‌نوعی بهینه‌شده روش FNN است.

۱۰.۳.۳ روش شمارش نزدیک‌ترین همسایگی‌های جاذب (FNN)

یکی از روش‌های متدالوی تعیین کوچک‌ترین بعد محاط روش نزدیک‌ترین همسایگی محذوف یا FNN است. فرض کنید کوچک‌ترین بعد محاط برای سری زمانی $\{s_n\}$ برابر با m_0 باشد؛ این بدین معنی است که جاذب بازسازی شده در فضای تأخیر m_0 -بعدی تصویری یک‌به‌یک از جاذب در فضای حالت اصلی بوده است، به طوری که ویژگی‌های آن محفوظ بماند. بنابراین، همسایگی‌های نقطه‌ای مشخص بر روی همسایگی‌های همان نقطه در فضای تأخیر قرار می‌گیرند. با توجه به این تکرار ممکن است ساختار جاذب در ابعاد بالاتر به مدت طولانی حفظ نشود و در این حالت نقاط بر روی همسایگی‌های دیگر نقاط تصویر شوند، که آن‌ها را همسایگی‌های کاذب می‌نامند. ایده الگوریتم بدین صورت است که برای هر نقطه (x_i) در سری زمانی، نزدیک‌ترین همسایگی (x_j) آن در فضای m -بعدی جستجو می‌شود و فاصله آن دو (یعنی $\|x_j - x_i\|$) محاسبه می‌شود. با تکرار این فرایند این آماره محاسبه می‌شود:

$$R_i = \frac{|x_{i+1} - x_j|}{\|x_i - x_j\|}$$

اگر x_i از آستانه‌ای همچون ϵ تجاوز کند، این نقطه (x_j) بهمنزله نزدیکترین همسایه کاذب مشخص می‌شود (Hegger et al. 1999). برای کاربرد صحیح این روش، لازم است قبلًا مقادیر ϵ و m برآورد شوند. در عمل، رفتار کسری از همسایگی‌های کاذب (در دو بعد هم‌بستگی متوالی) در مقابل مقادیر مختلفی از بعد نشاننده ترسیم شده است و در هر بعد که منحنی بر محور افقی مماس شود (به صفر نزدیک شود)، مقدار آن m ، به مثابه بعد نشاننده منتخب (حداقل بعد) در نظر گرفته می‌شود (اسلامی و دیگران ۱۳۹۵).

۲.۳.۳ روش کائو

یکی از مشکلات اصلی روش FNN برآورد مقدار ϵ بود که باعث شد کائو این روش را بهبود بخشد و روش میانگین همسایگی‌های محدود (averaged false nearest neighbor) را ارائه دهد که به روش کائو (Cao's Method) معروف شده است. اساس این روش برپایه محاسبه میانگین فواصل بردارهای تأخیر ($E_{1(d)}$) است. نقطه‌ای که در آن ($E_{1(d)}$) به اشباع بررسد بهمنزله بعد محاط در نظر گرفته می‌شود، اما بررسی ($E_{1(d)}$) برای داده‌های تصادفی (stochastic) مناسب نیست و در این داده‌ها ($E_{1(d)}$) به سطح اشباع نخواهد رسید و با افزایش d سیر صعودی خواهد داشت. یکی دیگر از مشکلات دشواربودن تشخیص نقطه‌ای است که ($E_{1(d)}$) با افزایش d در آن به حد اشباع می‌رسد و در داده‌های تصادفی هم (بیشتر در صورت کمبودن حجم نمونه و داده‌ها) ممکن است ($E_{1(d)}$) باوجود تصادفی بودن داده‌ها باز هم به حد اشباع بررسد. برای رفع این مشکل کائو ($E_{2(d)}$) را ارائه کرد.

برای هر نقطه بازسازی‌شده (d) x_i در فضای d بعدی تعریف می‌شود (کائو ۱۹۹۷):

$$\alpha_{(i,d)} = \frac{R_i(d+1)}{R_i(d)}$$

که در آن ($R_i(d)$) فاصله بین ($x_i(d)$) و نزدیکترین همسایگی آن ($x_{n(i,d)}$) است و ($R_i(d)$) به این صورت محاسبه می‌شود:

$$R_i(d) = \|x_i(d) - x_{n(i,d)}(d)\| = \max_{0 \leq k \leq d-1} |x_{i+k\tau} - x_{n(i,d)+k\tau}|$$

و بدین ترتیب، $E(d)$ بهمنزله میانگین تغییرات نسبی فواصل بین دو نقطه همسایه بهصورت زیر تعریف می‌شود و مقدار آن فقط به τ و d بستگی دارد:

$$E(d) = \frac{1}{N-d\tau} \sum_{i=1}^{N-d\tau} \alpha(i, d)$$

و بنابراین:

$$E1(d) = \frac{E(d+1)}{E(d)}$$

و همان‌طور که گفته شد، برای تفکیک سری‌های زمان معین و قطعی (deterministic) از سری‌های زمانی تصادفی $E2(d)$ بدین‌گونه ارائه شد:

$$E^*(d) = \frac{1}{N-d\tau} \sum_{i=1}^{N-d\tau} |x_{i+d\tau} - x_{n(i,d)+d\tau}|$$

و $(E^*(d))$ بهمنزله میانگین تغییرات مطلق فواصل بین دو نقطه همسایه را اندازه‌گیری می‌کند و $E2(d)$ این‌گونه تعریف می‌شود:

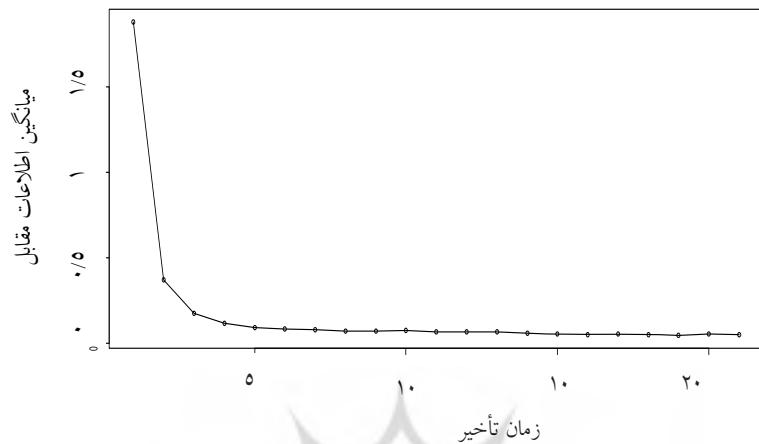
$$E2(d) = \frac{E^*(d+1)}{E^*(d)}$$

باتوجه به این‌که در داده‌های تصادفی مقادیر آتی و گذشته رابطه‌ای با هم ندارند، پس مقدار $E2(d)$ برای آن‌ها به‌ازای اکثر مقادیر d مساوی با یک خواهد بود و برای سری‌های زمانی معین مقدار $E2(d)$ به مقدار d مربوط خواهد بود و برای همه مقادیر یکسان و برابر نخواهد بود و مقادیری از d وجود خواهند داشت که در آن‌ها $E2(d) \neq 1$ می‌شود. نقطه‌ای که از آن به بعد $E2(d)$ و $E1(d)$ به سطح اشباع برسند و بر هم منطبق شوند، بهمنزله بعد محاط مناسب انتخاب می‌شود. روش کائو برخی نارسایی‌های روش FNN را برطرف کرد، از جمله نیاز به داده‌های زیاد، ممکن نبودن کاربرد در داده‌های مربوط به سیستم‌های با بعد بالا (پیچیده)، ناتوانی تفکیک سری‌های نویزدار و معین، و امکان حساسیت به مقدار شعاع انتخابی.

۴. یافته‌های تحقیق

بدین ترتیب، وقفه زمانی متناسب با روش میانگین اطلاعات متقابل و بعد محاط با روش کائو محاسبه شده‌اند و پس از آن بزرگ‌ترین نمای لیپانوف با دو روش ول夫 و

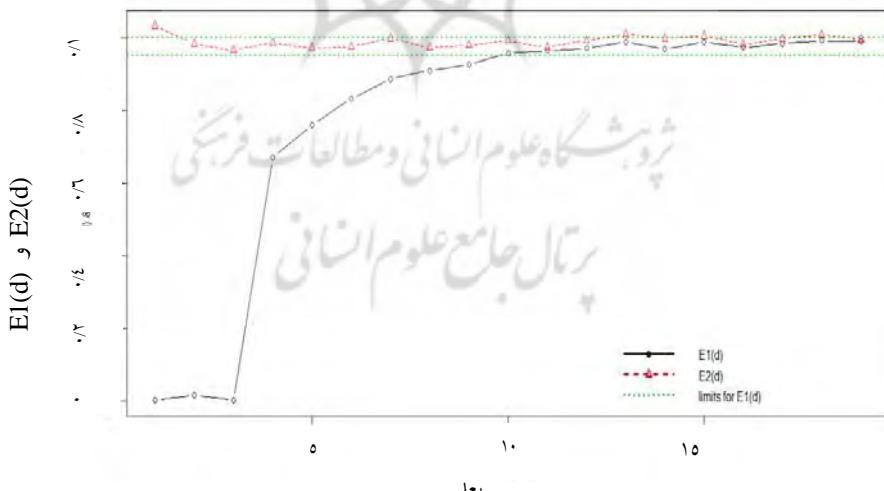
روزناشتاین محاسبه شده است. مقادیر به دست آمده برای وقفه زمانی برابر ۸ و برای بعد محاط ۱۰ است ($\tau = 8, m = 10$)



شکل ۷. وقفه زمانی محاسبه شده با روش AMI

مأخذ: یافته های تحقیق

شکل ذیل نشان دهنده بعد محاط محاسبه شده برای شاخص کیفیت هوای شهر تهران با روش کائوس است. نقطه ای را که (1) E به اشباع می رسد به منزله بعد محاط انتخاب می کنیم.



شکل ۸. بعد محاط محاسبه شده با روش Cao

مأخذ: یافته های تحقیق

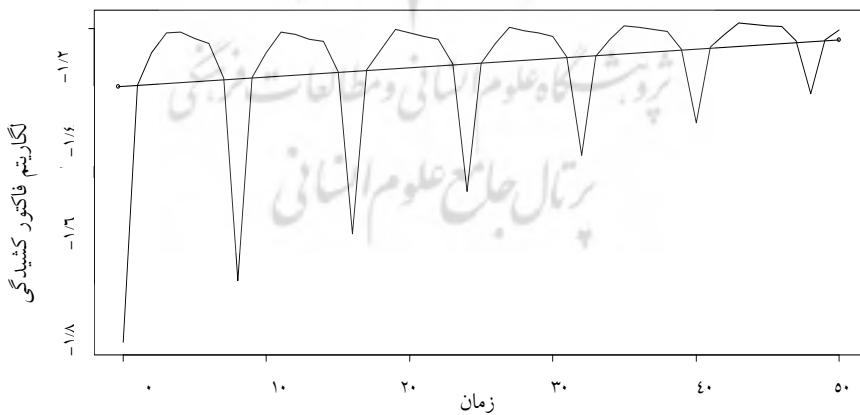
پس از محاسبه وقفه زمانی و بعد محاط بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف را محاسبه کرده‌ایم. محاسبات بعد محاط، وقفه زمانی، و نمای لیاپانوف با روش روزن‌اشتاین در نرم‌افزار R صورت گرفته است و محاسبه نمای لیاپانوف با روش ول夫 در نرم‌افزار MATLAB انجام شده است.

جدول ۲. بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف شاخص AQI محاسبه شده با روش ول夫

بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف	بعد محاط
۰/۰۰۱۵	M = ۱
۰/۰۰۵۶	M = ۲
۰/۰۰۱۳	M = ۳
۰/۰۰۱۳	M = ۴
۰/۰۰۰۴	M = ۵
۰/۰۰۰۹	M = ۶
۰/۰۰۰۱	M = ۷
۰/۰۰۰۱	M = ۸
۰/۰۰۰۶	M = ۹
۰/۰۰۰۶	M = ۱۰

مأخذ: یافته‌های تحقیق

و در اینجا شکل و مقادیر مربوط به محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف با روش روزن‌اشتاین آورده شده است:



شکل ۹. محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف با روش روزن‌اشتاین

مأخذ: یافته‌های تحقیق

شیب خط برآششده به منظور محاسبه بزرگترین نمای لیپانوف در جدول ۳ آورده شده است:

جدول ۳. محاسبه بزرگترین نمای لیپانوف با روش روزن‌اشتاين

A	T	m	بعد محاط بهینه	آلینده
۰/۰۰۳۱۵	۸	۱۰		AQI

مأخذ: یافته‌های تحقیق

برای حصول از درست‌بودن نتایج به دست آمده مقدار بزرگترین نمای لیپانوف برای پس‌ماندها و قسمت روند (بخش ۱.۱) محاسبه شد.

جدول ۴. محاسبه بزرگترین نمای لیپانوف بر روی پس‌ماندهای مدل ARMA (4,1)

بزرگترین نمای لیپانوف محاسبه شده بر روی پس‌ماند مدل (4,1)
۰/۰۰۵۰۱

مأخذ: یافته‌های تحقیق

جدول ۵ نیز نشان‌دهنده مقدار بزرگترین نمای لیپانوف محاسبه شده برای بخش روند و پس‌ماند حاصل از تجزیه سری زمانی شاخص کیفیت هوای شهر تهران است.

جدول ۵. محاسبه بزرگترین نمای لیپانوف

برای بخش روند و پس‌ماند (تصادفی)

سری زمانی	بزرگترین نمای لیپانوف
Trend	۰/۰۰۰۲۵۸
Random	۰/۰۰۲۱۷

مأخذ: یافته‌های تحقیق

۵. نتیجه‌گیری

به منظور محاسبه بزرگترین نمای لیپانوف به محاسبه، وقفه زمانی، و بعد محاط نیاز است. برای محاسبه وقفه زمانی عموماً از دو روش تابع خودهمبستگی ACF و تابع میانگین اطلاعات متقابل AMI استفاده می‌شود که روش AMI به علت مورد توجه قراردادن ساختار

غیرخطی در مدل‌های غیرخطی مناسب‌تر است. برای محاسبه بعد محاط نیز از دو روش شمارش نزدیک‌ترین همسایگی کاذب و روش Cao استفاده می‌شود که روش کائو به علت حساسیت کم‌تر به نویز داده‌ها و امکان استفاده با داده‌های کم مناسب‌تر است. برای محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیپانوف نیز از روش روزن‌اشتاين استفاده شد که در مقایسه با روش ول夫 معتبر‌تر است. مقدار عددی بزرگ‌ترین نمای لیپانوف برای سری زمانی شاخص کیفیت هوای شهر تهران برای بازه زمانی پنج ساله موردمطالعه برابر با 0.0315 ± 0.0001 بود. مقدار نمای لیپانوف محاسبه شده برای پس‌ماندهای حاصل شده نیز همگی مثبت بودند و جداسازی روندهای فصلی و خطی نیز اثربودن نداشتند. با توجه به مثبت بودن بزرگ‌ترین نمای لیپانوف (و آشوب‌ناک‌بودن سری زمانی شاخص کیفیت هوای) می‌توان گفت که اکوسیستم شهر تهران دربرابر آلاینده‌های هوایی به آن وارد می‌شوند تابآور (تابآوری مهندسی) نیست و این بدین معنی است که در صورت وارد‌آمدن یک شوک از سمت منابع انتشاردهنده آلاینده‌ها وضعیت آلودگی هوای تهران بدتر خواهد شد و اکوسیستم شهر تهران برای ارائه خدمات اکوسیستمی (مثل هوای پاک) دچار اختلال خواهد شد. این امر لزوم توجه هرچه بیشتر به عوامل تضعیف‌کننده اکوسیستم تهران را نشان می‌دهد. هرچند رشد و توسعه اقتصادی برای هر کشور و هر شهری امری مطلوب است، اما توجهی به ظرفیت‌های اکوسیستم منطقه یا تضعیف و تخریب منابع زیست‌محیطی می‌تواند پی‌آمدهای ناگواری را در پی داشته باشد و مفهوم رفاه و مطلوبیت ناشی از رشد و توسعه را به کام مردم و شهروندان تلخ کند. مدیران شهری و تصمیم‌گیران اقتصادی تهران باید به بحث تابآوری اکوسیستم این شهر دربرابر آلاینده‌های هوای توجه کنند و این مهم را در تصمیمات خود دخیل گردانند.

پی‌نوشت‌ها

۱. ازوی‌دیگر، بزرگ‌ترین نمای لیپانوف یکی از مهم‌ترین آزمون‌های کشف آشوب در سری‌های زمانی است (برای مطالعه بیشتر بنگرید به مشیری ۱۳۸۱).
۲. برای بخش AMI بیشتر از مقاله قربانی و دیگران (۱۳۹۳) استفاده شد.

کتاب‌نامه

ابریشمی، حمید، علی معینی، و مهدی احراری (۱۳۸۱)، «آزمون ناخطي معین برای قيمتهاي آتي نفت»، فصل‌نامه پژوهش‌های اقتصادی ايران، دانشکده اقتصاد علامه طباطبائي، ش ۱۰.

اسلامی، امیر، بیژن قهرمان، علی ضیایی، و پیمان اسلامی (۱۳۹۵)، «تأثیر کاهش نوفه در تحلیل پویایی غیرخطی سری زمانی دمای حداکثر روزانه در ایستگاه کرمان»، مجله علمی-پژوهشی تحقیقات منابع آب ایران، دوره ۱۲، ش. ۱.

بخشی خانیکی، غلامرضا (بی‌تا)، آلدگی محیط‌زیست، دانشگاه پیام‌نور.

پریور، پرستو، شهرزاد فریادی، احمد رضا یاوری، اسماعیل صالحی، و پگاه هراتی (۱۳۹۲)، «بسط راهبردهای پایداری اکولوژیک برای افزایش تابآوری محیط زیست شهری (نمونه موردی: مناطق ۱ و ۳ شهرداری تهران)» محيط‌شناسی، س. ۳۹، ش. ۱.

پریور، پرستو، شهرزاد فریادی، اسماعیل صالحی، احمد رضا یاوری، واحد ستوده (۱۳۹۱)، «بسط چهارچوب ارزیابی راهبردی محیط‌زیستی طرح‌های توسعه شهری براساس تفکر تابآوری»، نامه معماری و شهرسازی، ش. ۱۱.

جعفریان، وحید، علی‌اکبر دماوندی، و محمدرضا یزدانی (۱۳۹۳)، «مفهوم تابآوری و ارتباط آن با مدیریت پایدار سرزمین»، دومین همایش ملی بیابان با رویکرد مدیریت مناطق خشک و کویری، دانشکده کویرشناسی دانشگاه سمنان با همکاری مرکز بین‌المللی بیابان دانشگاه تهران.

rstemi، محمدرضا، فرزانه باقی نیزی، و جواد قاسمی (۱۳۹۰)، «بررسی رفتار قیمت سهام شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تئوری آشوب»، فصل‌نامه علمی-پژوهشی مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ش. ۷.

روشن، غلامرضا، فرامرز خوش‌اخلاق، سعید نگهبان، و جعفر میرتوکلی (۱۳۸۸)، «تأثیر آلدگی هوا بر نوسانات اقلیمی شهر تهران»، علوم محیطی، س. ۷، ش. ۱.

شرکت کترل کیفیت هوای تهران (۱۳۹۰)، گزارش کیفیت هوای شهر تهران.

شرکت کترل کیفیت هوای تهران (۱۳۹۱)، گزارش کیفیت هوای شهر تهران.

شرکت کترل کیفیت هوای تهران (۱۳۹۲)، گزارش کیفیت هوای شهر تهران.

شرکت کترل کیفیت هوای تهران (۱۳۹۳)، گزارش کیفیت هوای شهر تهران.

شرکت کترل کیفیت هوای تهران (۱۳۹۴)، گزارش کیفیت هوای شهر تهران.

طباطبایی، شیما (۱۳۹۲)، «بررسی مدیریت شهری-زیستمحیطی تهران در طی ۳ دوره تاریخی قاجار، پهلوی، و انقلاب اسلامی»، نشریه سپهر، دوره ۲۲، ش. ۸۸.

قاھری، عباس، محمدعلی قربانی، هادی دل‌افروز، و لیلا ملکانی (۱۳۹۱)، «ارزیابی جریان رودخانه با استفاده از نظریه آشوب»، مجله پژوهش آب ایران، ش. ۱۰.

قره‌باغ، ثمین، حسین رضایی، و بایرامعلی محمدنژاد (۱۳۹۳)، «مقایسه فضای حالت بازسازی شده و آشوب‌ناکی جریان رودخانه نازل‌چای در مقیاس‌های زمانی مختلف»، نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک، ج. ۲۲، ش. ۵.

مشیری، سعید و حبیب مروت (۱۳۸۴)، «بررسی وجود فرایند آشوبی در شاخص بازدهی کل قیمت سهام بازار بورس تهران»، پژوهش‌های اقتصادی ایران، دوره ۷، ش. ۲۵.

مشیری، سعید و فائزه فروتن (۱۳۸۳)، «آزمون آشوب و پیش‌بینی قیمت آتی نفت خام»، *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ج ۴، ش ۲۱.

مشیری، سعید (۱۳۸۱)، «مرواری بر نظریه‌های آشوب و کاربردهای آن در اقتصاد»، *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران*، س ۱۲، ش ۴.

معینی، علی، حمید ابریشمی، و مهدی احراری (۱۳۸۵)، «به کارگیری نمای لیاپانوف برای مدل‌سازی سری زمانی قیمت آتی نفت برپایه توابع پویا»، *فصلنامه تحقیقات اقتصادی دانشکده اقتصاد تهران*، ش ۷۶.

معینی، علی، حمید ابریشمی، و مهدی احراری (۱۳۸۵)، «به کارگیری نمای لیاپانوف برای مدل‌سازی سری زمانی قیمت نفت خام برپایه توابع پویا»، *مجله تحقیقات اقتصادی*، ش ۷۶.

ملابهرامی، احمد، حسن خداویسی، و رضا حسینی (۱۳۹۲)، «پیش‌بینی تورم برپایه معادلات دیفرانسیل تصادفی با مدل‌های رقیب»، *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی*، ش ۱.

Bengtsson, J., P. Angelstam, T. Elmquist, U. Emanuelsson, C. Folke, M. Ihse, F. Moberg, and M. Nystrom (2003), “Reserves, Resilience, and Dynamic Landscapes”, *Ambio*, vol. 32, no. 6.

Bo Yu, Chengmin Huang, Zuhuan Liu, Haipeng Wang, and Lili Wang (2011), “A Chaotic Analysis on Air Pollution Index Change Over Past 10 Years in Lanzhou, Northwest China”, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, vol. 25.

Carpenter S., B. Walker, J. M. Anderies, and N. Abel (2001), “From Metaphor to Measurement: Resilience of What to What?”, *Ecosystems*, vol. 4.

Chappelka, H. and S. Pan (2007), “Influence of Ozone Pollution and Climate Variability on Net Primary Productivity and Carbon Storage in China's Grassland Ecosystems from 1961 to 2000”, *Environmental Pollution*, no. 149.

Cover, T. M. and J. A. Thomas (1991), *Elements of Information Theory*, John Wiley & Sons, Inc, New York.

Desjardins, E., G. Barker, and Z. Lindo (2015), “The Quarterly Review of Biology”, *Promoting Resilience*, vol. 90, no. 2.

Espinosa, Christian E. and Juan Gorigoitia (2012), *Stability of Sovereign Risk in the Eurozone Through the Lyapunov Exponent*, Universidad Diego Portales, Working Paper.

Fraser, A. M. and H. L. Swinney (1986), “Independent Coordinates for Strange Attractors from Mutual Information”, *Physical Review A*, vol. 33.

Graedel, T. E. and P. J. Crutzen (1993), *Atmospheric Change: An Earth System Perspective*, New York: Freeman Company Press.

Greenham, T., E. Cox, and J. Ryan (2013), *Mapping Economic Resilience*, Friends Provident Foundation Tower House Fishergate.

Holling, C. S. (1992), “Cross-Scale Morphology Geometry and Dynamics of Ecosystems”, *Ecological Monographs*, vol. 62.

- Holling, C. S. (1996), "Engineering Resilience Versus Ecological Resilience", in: *Engineering Within Ecological Constraints*, P. Schulze (ed.), Washington (DC): National Academy Press.
- Kantz, Holger and Thomas Schreiber (2004), *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press.
- Kaplan, J. and J. Yorke (1979), "Chaotic Behavior of Multidimensional Difference Equations", *Functional Differential Equations and Approximation of Fixed Points*, Springer, Heidelberg New York.
- Lee, Chung-Kung and Shu-Chen Lin (2008), "Chaos in Air Pollutant Concentration (APC) Time Series", *Aerosol and Air Quality Research*, vol. 8, no. 4.
- Liao, K. H. (2012), "A Theory on Urban Resilience to Floods—A Basis for Alternative Planning Practices", *Ecology and Society*, vol. 17.
- Moshiri, S. and F. Foroutan (2004), "Testing for Deterministic Chaos in Futures Crude Oil Price; Does Neural Network Lead to Better Forecast?", *Canadian Economics Association*.
- Parlitz, Ulrich (2016), "Estimating Lyapunov Exponents from Time Series", *Chaos Detection And Predictability*, Springer Berlin Heidelberg.
- Perrings, C. (1994), "Ecological Resilience in the Sustainability of Economic Development", in: *International Symposium on Models of Sustainable Development*, Paris, vol. II.
- Perrings, C. (2006), "Resilience and Sustainable Development", *Environment and Development Economics*, vol. 11.
- Perrings, C. (1998), "Resilience in the Dynamics of Economy–Environment Systems", *Environmental and Resource Economics*, vol. 11.
- Pimm, S. L. (1984), "The Complexity and Stability of Ecosystems", *Nature*, vol. 307.
- Rainer Hegger, Holger Kantz, and Thomas Schreiber (1999), "Practical Implementation of Nonlinear Time Series Methods: The TISEAN Package", *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 9, no. 2.
- Reggiani, Aura, Thomas D. Graaff, and Peter Nijkamp (2002), "Resilience: An Evolutionary Approach to Spatial Economic Systems", *Networks and Spatial Economics*, no. 2.
- Rosenstein, M. T., J. J. Collins, and C. J. De Luca (1993), "A Practical Method for Calculating Largest Lyapunov Exponents from Small Data Sets", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 65.
- Salini, A. Giovanni and Patricio Pérez (2015), "A Study of the Dynamic Behaviour of Fine Particulate Matter in Santiago, Chile", *Aerosol and Air Quality Research*, vol. 15, no. 1.
- Takens, F. (1981), "Detecting Strange Attractors in Turbulence", in: *Dynamical Systems and Turbulence*, Lecture Notes in Mathematics, D. A. Rand and L. S. Young (eds.), vol. 898.
- Vandrovych, V. (2006), "Nonlinearities in Exchange-Rate Dynamics: Chaos?", <<https://ssrn.com/abstract>>.
- Walker, B., C. S. Holling, S. R. Carpenter, and A. Kinzig (2004), "Resilience, Adaptability, and Transformability in Social-Ecological Systems", *Ecology and Society*, vol. 9, no. 2.
- Webb, C. T. and S. A. Levin (2005), "Cross-System Perspectives on The Ecology and Evolution of Resilience", in: *Robust Design: A Repertoire of Biological, Ecological, and Engineering Case Studies*, E. Jen (ed.), SFI Lecture Note Series, Oxford University Press.
- Wolf, A., J. B. Swift, and H. L. Swinny (1985), "Determining Lyapunov Exponents from a Time Series", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 16.