Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

فعالیتهای درسی ریاضی مبتنی بر چارچوب برنامه‌ریزی درسی ریاضی DNR (دوگانی– نیازهای فکورانه – استدلالهای پی‌درپی)

مسعود بهرامی بیدکلمه*

دکتر زهرا گویا**

چکیده

این مقاله، بخشی از یک طرح تحقیقی است که هدف آن، تبیین یک چارچوب نظری مناسب، برای کمک به تدوین و اجرای برنامهٔ درسی ریاضی در دورهٔ متوسطه بوده است. با درنظر گرفتن مؤلفه‌هایی از پیشینهٔ پژوهشی، یک چارچوب نظری موسوم به DNR (دوگانی– نیازهای فکورانه – استدلالهای پی‌درپی) که از سوی گِرشان هَرِل تدوین شده، اساس کار این پژوهش قرار گرفت. تجزیه و تحلیل داده‌های این تحقیق نشان داد که این چارچوب، می‌تواند به پژوهشگران کمک کند تا با نگاهی نوین، به تدوین برنامهٔ درسی ریاضی بپردازند. در این طرح پژوهشی، بر اساس چارچوب DNR فعالیتهایی برای بخشهای بسیاری از محتوای درسی ریاضی دوره‌های متوسطهٔ اول و دوم در ایران طراحی شد و در محیط واقعی کلاسهای درس ریاضی، به طور آزمایشی، توسط نویسندهٔ اول تدریس شد. سپس در مرحلهٔ نهایی، فعالیتهایی متناسب با موضوع مختصات و نمایش خطوط در دستگاه مختصات دکارتی تدوین و در یک مدرسهٔ عادی پسرانهٔ پایهٔ نهم یکی از شهرستانهای استان تهران اجرا شده است. این دو موضوع به دانش‌آموزان سه کلاس عرضه شد و معلم اصلی کلاس، ضمن حضور در تمام جلسات تدریس، نقش مشاهده‌گر و همکار منتقد را ایفا کرده است. نتایج این پژوهش نشان داد که محتوای درسی ریاضی طراحی شده بر مبنای چارچوب DNR و شیوهٔ عرضهٔ آن، می‌تواند یادگیری مطالب ریاضی را برای دانش‌آموزان تسهیل کند، به تعمیق مطالب یادگرفته شده بینجامد و بعضی از خلأهای آموزشی برنامهٔ درسی موجود را برطرف کند.

کلید واژگان: دیدگاه شناختی، چارچوب DNR، فعالیت یادگیری ریاضی، برنامه درسی ریاضی، مختصات، دستگاه مختصات دکارتی، دورهٔ متوسطه

تاریخ دریافت: ۹۶/۴/۱۸ تاریخ پذیرش: ۹۷/۴/۹

* دانشجوی دکتری ریاضی با گرایش آموزش ریاضی، گروه ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی masoudbahramibidkalme@yahoo.com

** استاد آموزش ریاضی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی(نویسنده مسئول) z-gouya@sbu.ac.ir

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

مقدمه

در جریان یادگیری حساب، بعید است کسی این توصیه را مکرر نشنیده باشد که «در کار با کسرها، باید نتیجهٔ نهایی محاسبات را "ساده" کنیم». اگر نتیجهٔ نهایی محاسبات، مثلاً کسر $\frac{2}{4}$ باشد، از دانش‌آموز انتظار می‌رود که آن را به‌صورت $\frac{1}{2}$ بازنویسی یا به اصطلاح «ساده» کند و با اینکه $\frac{2}{4}$ و $\frac{1}{2}$ نمادهایی برای نشان دادن دو مقدار یکسان اند، باز هم بر ساده کردن نتیجه‌ای مانند $\frac{2}{4}$، تأکید فراوان می‌شود. درعین‌حال، اغلب به ضرورت یا مزایای ساده کردن نتیجهٔ نهایی محاسبات، اشاره نمی‌شود. فرض کنید نتیجهٔ نهایی رشته‌ای از محاسبات، کسر $\frac{500}{1000}$ باشد و قرار باشد که با توجه به این نتیجه، مقداری را که این کسر به آن اشاره دارد، جدا کنیم. در چنین وضعیتی، باید مقداری به اندازهٔ یک واحد را به هزار قسمت مساوی تقسیم کنیم و ۵۰۰ تا را برداریم. البته نتیجهٔ اجرای این فرایند، دقیقاً همان مقداری است که کسر $\frac{1}{2}$ هم به آن اشاره دارد. اما مسیرهایی که این دو کسر برای رسیدن به این مقدار پیشنهاد می‌دهند، با هم متفاوت اند، زیرا کسرهای دیگری هم برای به‌دست آوردن این مقدار وجود دارند که هر کدام از آنها، مسیری متفاوت را برای به‌دست آوردن این مقدار پیشنهاد می‌کنند. کسرهای زیر نمونه‌هایی از مسیرهای مختلف برای به دست آوردن نیمی از یک مقدار است.

$$\frac{250}{500}=\frac{125}{250}=\frac{25}{50}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

نتیجهٔ پیمودن همهٔ مسیرهایی که این کسرها ارائه می‌کنند، همان مقدار «نصف واحد» است. اما $\frac{1}{2}$، کوتاه‌ترین مسیر را برای رسیدن به این مقدار، پیشنهاد می‌کند. حال فرض کنیم کسی قصد نصف کردن چیزی را دارد. دراین‌صورت، تقسیم آن به دو قسمت برابر و برداشتن یک قسمت آن، از تقسیم آن به هزار قسمت برابر و برداشتن پانصدتا از آنها، بسیار ساده‌تر است و توجه به این مطلب که مسیر پیشنهادی با کسر $\frac{1}{2}$، نسبت به مسیر عرضه شده با کسر $\frac{500}{1000}$ بسیار کوتاه‌تر است، مزیت «ساده کردن کسرها» را روشن می کند. به‌این‌ترتیب، این توصیه که «نتیجهٔ نهایی حاصل از محاسبات را "ساده" کنید»، طبیعی به‌نظر می‌رسد. این در حالی است که «ساده کردن کسرها»، تنها موردی نیست که در جریان معرفی مفاهیم یا تکنیکهای ریاضی، بدون توجه به

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

ضرورت یا مزایای‌شان، به آنها پرداخته می‌شود. به‌عکس، موارد مشابه بسیاری در ریاضی مدرسه‌ای هست که برای آشنایی بیشتر، تنها به چند مورد بسنده می‌شود.

- اگر نتیجهٔ محاسبات، کسری باشد که در مخرج آن عدد رادیکالی وجود داشته باشد، باید با انجام دادن اعمال مناسب، آن کسر را «گویا» نمود.
- اگرچه تکنیکهایی مانند «تقسیمهای طولانی[1]» یا «جذرگیری»، به نتایج درستی می‌انجامد، اما تقریباً، به دلیل درستی آنها پرداخته نمی‌شود.
- «اتحادهای جبری» معمولاً پیش از آنکه نیازی به آنها احساس شود، معرفی می‌شوند.
- معمولاً «روشهای حل معادله‌ها» بدون تأکید بر نقش اساسی آنها، عرضه می‌شوند.
- اکثر اوقات مفاهیم «حد و پیوستگی»، بدون توجه به ضرورت آنها، معرفی می‌شوند.

بسامد زیاد مواردی مانند اینها، توجه به این جنبه از شیوه عرضه ریاضی را در سطحی کلان، یعنی دیدگاه غالب بر طراحی و تدوین برنامهٔ درسی ریاضی و اجرای فعالیتهای یادگیری از سوی معلمان، ضرورت می‌بخشد.

پیشینه

برنامه‌های درسی ریاضی ساختاری پیچیده دارند. از میان آنها می‌توان به اهداف آموزشی، محتوای آموزشی متناسب با مخاطب، سازماندهی محتوا، حجم مطالب عرضه شده در دوره‌های مختلف و جزئیات فراوان دیگری اشاره کرد (شورای ملی معلمان ریاضی[2]، ۲۰۱۰). گذشته از این جزئیات، مبانی نظری بنیادینی وجود دارند که به مثابهٔ قطب‌نما، سمت و سوی مسیر دستیابی به اهداف آموزشی برنامهٔ درسی را مشخص می‌کنند. موضع‌گیری فلسفی (سریرامن و اینگلیش[3]، ۲۰۱۰) در مورد چیستی دانش و چگونگی دستیابی به آن، در جهت‌دهی کلی به مسیر تحقق‌بخشی به اهداف برنامه‌های درسی، تأثیری بسزا دارد. در این میان، دو جبهه یا اردوگاه با مواضعی متفاوت، قابل‌شناسایی‌اند. یکی دانش را عینی و مستقل از ذهن می‌داند و تلاش برای دستیابی به آن را به مثابهٔ کشف و انتقال دانش به‌حساب می‌آورد (اسکینر[4]، ۱۹۷۱). در صورتی که دیگری، دانش را استوار برساخته‌های ذهنی می‌داند که حاصل تعامل یادگیرنده با جهان پیرامون و بازتاب[5] بر دانش پیشین[6] و داشته‌های ذهنی است (اسکمپ[7]، ۱۹۸۱؛ چمن‌آرا، ۱۳۸۲). اتخاذ هر یک از این

1. Long division
2. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
3. Sriraman & English
4. Skinner
5. Reflection
6. Prior knowledge
7. Skemp

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

موضع‌گیریها، تأثیری عمیق بر جهت‌گیری کلی برنامه‌ریزی درسی و تلقی آن از یادگیری دارد. بازتاب این تفاوت مواضع، به تفاوت در تلقی برنامه‌ریزان درسی از فرایند یادگیری و یادگیرنده، محیط یادگیری، نقش معلم یا حتی ارزشیابی از آموخته‌های یادگیرندگان، منجر می‌شود که در این میان، دو رویکرد شناختی و رفتاری، شاخص‌ترند (ارنست[1]، ۱۹۹۴؛ فورینگتی، ماتوس و منگینی[2]، ۲۰۱۳). رویکرد شناختی بر این باور است که یادگیرندگان نقشی اساسی در شکل‌دهی به دانش خود دارند. بدین سبب، راهبرد اصلی توصیه شده در دیدگاه شناختی، فراهم آوردن موقعیتهایی برای یادگیری است که در آنها، یادگیرنده نقشی فعال ایفا می‌کند. یک راه مناسب برای درک عمیق‌تر موضع دیدگاه شناختی نسبت به یادگیرنده و یادگیری، توجه به موضع «دیدگاه رفتاری» در همین دو مورد است[3] (فورینگتی، ماتوس و منگینی، ۲۰۱۳، برگردان گویا و آشنا، ۱۳۹۵[4].)

در دیدگاه رفتاری، یادگیری در قالب تغییر رفتار بیرونی تبیین می‌شود و ذهن یادگیرندگان همچون «لوحی سفید» (اسکینر، ۱۹۵۴) تلقی می‌شود که می‌توان نقوش دلخواه را بر آن حک کرد. در این دیدگاه، تلاش برای تحقق بخشیدن به اهداف آموزشی، با اتکا به راهبرد «محرک و پاسخ» و تکنیکهایی مانند «تمرین و تکرار»، نمود می‌یابد که هدف آنها تغییر رفتار بیرونی است و میزان این تغییر، «یادگیری» نامیده می‌شود. در صورتی‌که دیدگاه شناختی بر این باور است که بدون توجه به نقش فعال ذهن در شکل‌دهی به دانسته‌های یادگیرندگان و در صورت فروکاستن یادگیری به رابطهٔ میان محرک–پاسخ، نمی‌توان فرایند یادگیری را درک کرد. برای عینی‌تر شدن این تفاوت در حوزهٔ یادگیری، به بعضی نمودهای اساسی این تمایز در تلقی از یادگیری، اشاره می‌شود (حیدری قزلچه، ۱۳۸۳).

در دیدگاه رفتاری، یادگیری فرایندی خطی و انباشت‌مند[5] یا تجمعی است که از مسیر کنترل محیط یادگیری، تعقیب می‌شود. اما در دیدگاه شناختی، ذهن دربرگیرندهٔ شبکه ای پیچیده از مفاهیم و ادراکات است که یادگیری با میانجیگری آن، صورت می‌پذیرد و آنچه افراد می‌توانند یاد بگیرند، متأثر از دانسته‌های پیشین آنها، «ارتباط و اتصالشان[6]» با یکدیگر و امکان پیوند مطالب جدید با مطالب از پیش آموخته‌شده است. به‌این‌ترتیب، اتخاذ این رویکرد در برنامه‌ریزی درسی، مستلزم

1. Ernest
2. Furinghetti, Matos & Menghini

۳. تُعرفُ‌الأشیاء بِأَضدادِها
۴. تحشیه‌نویسی

5. Accumulative
6. Connection

پرداختن به مقتضیات ذهنی، بازشناسی نقش یادگیرندگان و فراهم آوردن زمینهٔ ایفای نقش آنها در فرایند یادگیری است. از منظر شناختی، عدم پرداختن به چرایی عرضهٔ مفاهیم و تکنیکهایی که از آنها استفاده می‌شود، یادگیری معنادار ریاضی را با موانع جدی مواجه می‌کند. همچنین، تکرار این تجربه‌ها به‌مرور، به شکل‌گیری باورهایی خاص دربارهٔ ریاضی می‌انجامد که می‌تواند در سطحی کلان‌تر، تأثیراتی نامطلوب بر روند یادگیری بعدی یادگیرندگان داشته باشد.

در دو تحول اساسی در زمینهٔ تدوین برنامه درسی ملی ایران نیز، نمودهایی از در نظر گرفتن ملاحظات مربوط به دیدگاه شناختی، قابل مشاهده است (سند تحول بنیادین آموزش و پرورش، ۱۳۹۰؛ برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، ۱۳۹۱). اتخاذ رویکرد یادگیری مبتنی بر فرایند حل مسئله در کتابهای درسی و گنجاندن عنوان «فعالیت» در آنها، از جلوه‌های بارز به رسمیت شناختن نقش یادگیرندگان در یادگیری و فراهم آوردن زمینهٔ مناسب برای ایفای آن نقش است. به‌موازات این تغییرات در برنامه‌های درسی ریاضی، تلاش برای یافتن وجوهی دیگر از ویژگیهای برنامه درسی مبتنی بر دیدگاه شناختی، در کانون پژوهشهای حوزهٔ برنامه درسی ریاضی قرار داشته و به نتایجی قابل‌تأمل، منجر شده است (تال و توماس[1]، ۲۰۰۲). یکی از دستاوردهای پژوهشهای نظری در این حوزه، تبیین چارچوبی برای طراحی برنامه درسی ریاضی بر اساس سه اصل یا سه مؤلفه «دوگانی- نیازهای فکورانه -استدلالهای پی‌درپی[2]» است که از سوی گرشان هرل[3] (۲۰۰۸a) ارائه شده و به اختصار، DNR[4] نامیده می‌شود. این چارچوب، برگرفته از دستاوردهای حوزهٔ یادگیری، تلاشهای انجام گرفته در زمینهٔ برنامه‌ریزی درسی ریاضی و جریان مداوم پژوهشهای هرل در دو دههٔ اخیر است (۲۰۰۸b) و می‌تواند معیارهایی برای طراحی و تدوین برنامهٔ درسی سازگار با دیدگاه شناختی، در اختیار برنامه‌ریزان درسی ریاضی قرار دهد. در این پژوهش، برای به‌کارگیری این چارچوب در طراحی فعالیتهای یادگیری ریاضی در دورهٔ متوسطه، یک مطالعهٔ امکان‌سنجی انجام شده است. البته برای پیگیری مقاله، آشنایی با این چارچوب ضروری است و به دلیل اینکه این چارچوب بر اساس دیدگاه شناختی است، نخست به معنای «یادگیری» از دیدگاه شناختی پرداخته می‌شود.

1. Tall & Thomas
2. Duality- Necessity - Repeated Reasoning
3. Guershon Harel
۴. هرل برای ساختن یک علامت اختصاری برای مدل خود، هم «نیازهای فکورانه» و هم «نیازها» را با حرف N معرفی کرده و مدل خود را DNR نامیده است.

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

تفسیر دیدگاه شناختی از یادگیری

دیدگاه شناختی بر مشارکت فعالانهٔ یادگیرندگان در ساخت و تولید دانش خودشان، تأکید فراوان دارد. حال می‌خواهیم این مطلب را روشن کنیم که منظور از «مشارکت فعالانه» و «ساخت دانش» در این دیدگاه چیست (غلام‌آزاد، ۱۳۹۱). شناخت‌گرایی در تبیین فرایند یادگیری، از دو اصطلاح «طرحواره[1]» و «مفهوم[2]» استفاده می‌کند که پس از معرفی آنها، منظور از یادگیری و ملزومات آن را به اختصار شرح می‌دهیم. مطابق تبیین «یادگیری» در دیدگاه شناختی، ساختارهای ذهنی و دانسته‌های پیشین، در شکل‌دهی به دانش جدید سهم عمده‌ای دارند. اصطلاح «طرحواره»، برای اشاره به چنین بخشهایی از دانسته‌های قبلی و «ارتباط و اتصال» بین آنها که در شکل‌دهی به دانش جدید نقش ایفا می‌کنند، به‌کار می‌رود. بر مبنای تصویری که دیدگاه شناختی از یادگیری ارائه می‌دهد، روند ساخت دانش جدید، با به هم خوردن «تعادل[3]» طرحواره‌های پیشین فرد آغاز می‌گردد و تغییر این ساختارهای شناختی، به بازیابی تعادل جدیدی منجر می‌گردد که همان «یادگیری» است (چمن‌آرا، ۱۳۸۳.)

این دو شیوهٔ شکل‌گیری مفاهیم، نمونه‌ای از دو رده گوناگون از شکل‌گیری مفاهیم ذهنی است. ردهٔ اول مفاهیمی اند که حاصل انتزاع تجربه‌های عینی انسان هستند و به «مفاهیم اولیه» موسوم‌اند (اسکمپ، ۱۹۸۱). ردهٔ دوم که «مفاهیم ثانویه» نامیده می‌شوند، مفاهیمی اند که شکل‌گیری آنها نتیجهٔ بازتاب بر مفاهیمی است که پیشتر، در ذهن شکل گرفته‌اند. این ساختار سلسله مراتبی در میان مفاهیم ثانویه، به همین شیوه به ساخت مفاهیم مراتب بالاتر منتهی می‌شود.

چارچوب «دوگانی- نیازهای فکورانه- استدلالهای پی‌درپی»: DNR

اهداف آموزش چارچوب DNR بر سه اصل یا مؤلفه، استوار شده است که شامل «دوگانی»، «نیازهای فکورانه» و «استدلالهای پی‌درپی» است (هرل، ۲۰۰۸c).

اصل دوگانی: آنچه در چشم‌انداز یک حوزه علمی قرار دارد، متأثر از دستاوردها و باورهای رایج در آن حوزه است و دستاوردهای جدید، به تغییر مداوم دانسته‌ها یا باورها و در نتیجه چشم‌انداز فراروی آن حوزه، منجر می‌شود. به تعبیر دیگر، میان دستاوردهای قبلی و دستاوردهای بالقوهٔ یک حوزه، بده‌بستان یا به تعبیر هرل (۲۰۰۸c)، نوعی «دوگانی» وجود دارد و روند غنای آن حوزه، حاصل چرخه‌ای از تأثیرات متقابل این دو است.

1. Schema
2. Concept
3. Equilibrium

نیازهای فکورانه: در دیدگاه شناختی، یادگیری نتیجه تلاشی است که برای بازیابی تعادل قبلی یا ایجاد تعادل جدید، از مسیر گسترش دانسته‌های قبلی و جرح و تعدیل آنها صورت می‌پذیرد. به‌هم خوردن تعادل میان دانسته‌های فعلی و موقعیتهایی که در آنها قرار داریم، به بروز احساس نیاز به بازیابی مجدد این تعادل در یادگیرنده یا ایجاد تعادل جدید می‌انجامد که هرل (۲۰۰۸c)، آن را «نیازهای فکورانه[1]» نامیده است. ضرورت توجه به برانگیختن این احساس در فرایند یادگیری، در قالب دومین اصل یا مؤلفهٔ چارچوب DNR، تجلی می‌نماید. منظور هرل از «نیازهای فکورانه» آن است که یادگیرندگان، برای آنچه می‌خواهند بیاموزند، احساس نیاز کنند. البته لازم است توجه شود که نیازهای فکورانه، با نیازهای اجتماعی یا اقتصادی فرق دارند. «نیاز فکورانه»، احساسی درونی برای دانش‌آموزان است که در مواجه شدن با مسائلی برایشان پیش می‌آید که به خوبی آنها را فهمیده باشند و به اهمیت حل آنها، پی برده باشند. وقتی دانش‌آموزان با موقعیتی مواجه می‌شوند که با دانش فعلی آنها سازگار نیست، یا با مسئله‌ای مواجه می‌شوند که با دانش فعلی آنها قابل حل نیست، نیازی در ذهنشان برانگیخته می‌شود که برای آن موقعیت، توضیحی بیابند یا آن مسئله را حل کنند؛ نیازی که فکورانه است. افزون بر این، صرف‌نظر از اینکه نتیجه تلاش آنها برای پاسخ دادن به نیازشان به ساخت دانشی تازه بینجامد یا نینجامد، تلاش برای یافتن توضیح مناسب یا حل مسئله در چنین موقعیتی برای دانش‌آموزان معنادار است، چرا که نتیجه این تلاش ریشه در نیازهای فکورانه خودشان دارد و به همین دلیل، نتیجه آن می‌تواند با دانش قبلی آنها تجمیع شود.

استدلالهای پی‌درپی: دانش‌آموزان برای درونی کردن دانشی که کسب کرده‌اند، یا نگهداری و قابل استفاده کردن دانشی که ساخته‌اند، نیازمند تکرار استدلال یا استدلالهای گوناگون برای یک موضوع، با هدف رسیدن به درجه‌ای از استقلال و به‌کارگیری بدون تأمل دانش خود هستند. اصل استدلالهای پی‌درپی کمک می‌کند تا دانش‌آموزان، «راههای فهمیدن[2]» را تبدیل به «راههای فکرکردن[3]» کنند و از این طریق بهره‌مندی از دانش خود را افزایش دهند (بهرامی بیدکلمه، ۱۳۹۵).

روش‌شناسی

در این بخش، چگونگی تهیهٔ ابزار گردآوری داده‌ها، شرکت‌کنندگان در تحقیق، مطالعهٔ مقدماتی و سایر جزئیات لازم در زمینهٔ روش‌شناسی، به اختصار بیان می‌شود.

1. Intellectual needs
2. Ways of understanding
3. Ways of thinking

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

روش تحقیق

هدف از این تحقیق، بررسی نقش فعالیتهای یادگیری طراحی شده از سوی معلمان در برنامهٔ درسی ریاضی موجود دورهٔ متوسطه، در یادگیری ریاضی دانش‌آموزان بوده است. برای این کار، از چارچوب نظری هرل موسوم به DNR استفاده شده که شامل سه مؤلفه یا سه اصل «دوگانی، نیازهای فکورانه و استدلالهای پی‌درپی» است. در این پژوهش، هدف اصلی تمرکز بر چگونگی تعامل میان برنامه‌درسی، دانش‌آموز و تدریس محقق بود. در حقیقت، در بررسی قابلیتهای بالقوه این چارچوب و تعیین میزان اثرگذاری آن از طریق فعالیت طراحی شده، تمرکز بر شناخت نوع و میزان اثرگذاری کیفی آن فعالیت بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان بود.

چارچوب نظری

این تحقیق، به روش توصیفی و به منظور بررسی قابلیتهای بالقوهٔ چارچوب «دوگانی، نیازهای فکورانه و استدلالهای پی‌درپی» هرل، برای طراحی فعالیتهای یادگیری ریاضی از سوی معلمان و برنامه‌ریزان درسی ریاضی و نتایج حاصل از کاربست این چارچوب، اجرا شده است. به این ترتیب، در تحلیل چگونگی طراحی فعالیتها، عرضه محتوای تولید شده و نتایج حاصل از اجرای این شیوهٔ آموزشی، از این چارچوب به منزلهٔ مبنای تحلیل نتایج مطالعه استفاده شده است.

شرکت‌کنندگان در تحقیق

شرکت‌کنندگان در این مطالعه ۷۸ دانش‌آموز (سه کلاس) پایهٔ نهم یک مدرسه دولتی از یکی از شهرستانهای استان تهران بودند. نویسنده اول طی چند مطالعهٔ مقدماتی، موضوع «معادلهٔ خط» با طراحی مبتنی بر چارچوب DNR را در دو مدرسه تیزهوشان و غیردولتی، در تهران اجرا و نتایج آنها را تجزیه و تحلیل کرده بود. با توجه به یافته‌های مطالعات مقدماتی، فعالیتها از نظر اجرا، جرح و تعدیل و برای اجرای اصلی، نهایی شدند (پیوست الف). دلیل انتخاب مدرسه و معلم پژوهشگر، عادی بودن محیط آموزشی و مهیا بودن شرایط طبیعی برای گردآوری داده‌ها بود. این مدرسه پسرانه بود، ولی چون هدف مطالعه بررسی تفاوتهای جنسیتی نبود، این نکته در تجزیه و تحلیل داده‌ها، به منزلهٔ یک متغیر، در نظر گرفته نشده است. همچنین در این پژوهش، برای حفظ محرمیت شرکت‌کنندگان، در صورت ارجاع به افراد، از نامهای مستعار استفاده شد و دانش‌آموزان از این موضوع مطلع بودند. علاوه بر این، به دانش‌آموزان گفته شد که نتایج این مطالعه در ارزشیابی علمکرد آنها تأثیر نخواهد داشت.

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

زمان و تناوب گردآوری داده‌ها

داده‌ها طی سه هفتهٔ متوالی و در هر هفته، در دو جلسهٔ آموزشی ۶۰ دقیقه‌ای گردآوری شدند که به طور رسمی به درس ریاضی اختصاص داده شده است. موضوع تدریس شده طی این سه هفته، همان موضوعاتی بود که در بودجه‌بندی رسمی باید در همان وقت از سال تحصیلی تدریس می‌شد و از این نظر در اجرای برنامه درسی رسمی خللی ایجاد نشد.

برای جمع‌آوری داده‌ها، در ابتدای هر جلسه، کاربرگهایی در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌گرفت که حاوی توضیحات و فعالیتهای طراحی شده مبتنی بر چارچوب DNR بود. پس از ارائه توضیحات، معرفی هدف پژوهش و گفتگوی معلم پژوهشگر و دانش‌آموزان در مورد موضوع درس، از دانش‌آموزان خواسته می‌شد که فعالیتها و تمرینهای کاربرگها را انجام دهند و نتیجه کارهایشان را در این برگه‌ها بنویسند. داده‌های این مطالعه، از چندین منبع گردآوری شدند تا از طریق مثلثی‌سازی (همسوسازی)، اعتبار داده‌ها و به تبع آن یافته‌های پژوهش، تضمین شوند. همپوشانی یافته‌ها، دقت در انتخاب منابع گوناگون را برای گردآوری داده‌ها، نشان داده است.

- مشاهده‌های همکارِ پژوهشگر و بازتابهای مکتوب پژوهشگر/ معلم بر تدریس خود
- کاربرگهای تکمیل شده از سوی دانش‌آموزان
- یادداشتهای میدانی همکار پژوهشگر (معلم اصلی کلاس درس)
- تعامل میان پژوهشگر و همکار پژوهشگر بعد از هر جلسه، برای جرح و تعدیل محتوای درسی جلسه‌های بعدی
- عملکرد دانش‌آموزان در آزمون یکسان برگزارشده در پایان سال تحصیلی در مدرسه

چگونگی گردآوری داده‌ها

با توجه به معیارهای ذکر شده در مورد چارچوب برنامه‌ریزی DNR (دوگانی- نیازهای فکورانه – استدلالهای پی‌درپی)، بخشی از محتوای درسی ریاضی پایهٔ نهم (پایهٔ سوم متوسطهٔ اول) با عنوان «معادلهٔ خط»، برای طراحی و تدریس مبتنی بر این چارچوب، انتخاب شد. نویسندهٔ اول پیش از اجرای تحقیق، از این چارچوب برای طراحی و تدریس درس ریاضی در پایه‌های مختلف متوسطهٔ اول (راهنمایی سابق) و دوم در مدارس خاص[1] استفاده کرده بود. اما دلایلی که در ادامه به آنها

۱. منظور مدارسی اند که پذیرش آنها بر حسب منطقهٔ جغرافیایی نیست، بلکه با آزمون ورودی، دانش‌آموز می‌پذیرند.

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

اشاره می‌شود، پژوهشگران را بر آن داشت که در گردآوری داده‌های مطالعهٔ اصلی، به این نوع مدارس بسنده نکنند.

محتوای فعالیت یادگیری طراحی شده بر اساس چارچوب DNR

درسنامه طراحی شده بر اساس چارچوب DNR (دوگانی- نیازهای فکورانه – استدلالهای پی‌درپی)، مطابق با مطالبی است که با عنوان «خط و معادلهٔ خطی»، در صفحه‌های ۹۵ تا ۱۱۱ کتاب درسی پایهٔ نهم (سوم متوسطهٔ اول، چاپ سال ۱۳۹۵) آمده است. بخش اول درسنامه، به مختصات در صفحه، نمایش مختصات با استفاده از نمادهای رایج ریاضی و یافتن مختصات نقاط اختصاص داشت تا زمینهٔ درک و کشف ویژگی مشترک مجموعه‌هایی از نقاط که شکلهای مختلف هندسی را تشکیل می‌دهند، فراهم شود.

طراحی فعالیت

یکی از هدفهای آموزش نمایش جبری نقاط در قالب مختصات در دورهٔ متوسطهٔ اول، فراهم آوردن زمینهٔ مطالعه و بررسی ویژگی اشکال هندسی است. همچنین یکی از ساده‌ترین اشکال هندسی، «خط راست» است. با عنایت به اینکه شرکت‌کنندگان در این مطالعه، با تعبیر هندسی خط راست و ویژگیهایی مانند متقاطع بودن و موازی بودن خطوط، در پایه‌های قبلی آشنایی پیدا کرده بودند، این دانسته مفروض گرفته شد. در ادامه دانش قبلی، هدف از طراحی این فعالیت، فراهم آوردن زمینهٔ توصیف خطوط با استفاده از شیوهٔ نمایش جبری نقاط بود. برای دستیابی به این هدف کلی، پنج گام زیر در نظر گرفته شدند.

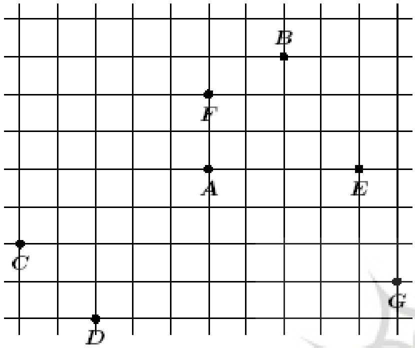
۱. به‌دست آوردن نمایش جبری نقاطی از پیش تعیین‌شده روی یک خط خاص و درک ویژگی مشترک آنها؛
۲. بیان ویژگی مشترک این نقاط با استفاده از اصطلاحات معرفی شده در بخشهای قبل؛
۳. حدس زدن این مطلب که سایر نقاط روی این خط نیز این ویژگی مشترک را دارند؛
۴. بیان ویژگی مشترک نقاط روی این خط، در قالب جبری (تعمیم متکی به استدلالهای شخصی)؛
۵. توصیف این خط با استفاده از یک عبارت جبری.

این فعالیت در سه بخش طراحی شد و در هر کدام، از شرکت‌کنندگان خواسته شد که با اجرای گامهای بالا، نیمساز ناحیهٔ اول و سوم، نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم و خط گذرنده از مبدأ مختصات را که شیب آن ۲ است، در قالب یک عبارت جبری توصیف کنند.

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

نسبت این فعالیت با چارچوب DNR

در زمینه‌سازی برای اجرای این فعالیت، استعاره یا تمثیل «آدرس‌دهی» به کار رفت و تلاش شد تا دانش‌آموزان، بین دانش پیشین خود و آنچه که قرار است یاد بگیرند، ارتباط ایجاد کنند و توجه‌شان به اهمیت و مزیت استفاده از نمادها و اشیای ریاضی (در اینجا مختصات)، جلب شود. پیش از انجام دادن فعالیت، از آنها خواسته شد که روش رسیدن به نقاط زیر را، با استفاده از الگوی آدرس‌دهی روزمره، بیان کنند:



برای رسیدن از A به B ....
برای رسیدن از A به C ....
برای رسیدن از A به D ....
برای رسیدن از A به E ....
برای رسیدن از A به F ....
برای رسیدن از A به G ....

بر اثر تعامل معلم (نویسنده اول) با دانش‌آموزان،

این توافق حاصل شد که روش رسیدن از خانهٔ A به سایر خانه‌ها، استفاده از دو عددی است که بیانگر میزان جابه‌جایی افقی و عمودی است. برای مشخص کردن جهت حرکت نیز می‌توان از نمادهای مثبت و منفی استفاده نمود؛ یعنی اگر برای رسیدن از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر لازم باشد به سمت راست حرکت کنیم، مقدار حرکت را با علامت مثبت نشان می‌دهیم و اگر قرار باشد برای رسیدن به آن نقطه به سمت چپ حرکت کنیم، مقدار حرکت‌مان را با علامت منفی نمایش می‌دهیم. به همین ترتیب، اگر برای رسیدن به مقصد لازم باشد به بالا حرکت کنیم، مقدار حرکت را با علامت مثبت و اگر بخواهیم به پایین حرکت کنیم، مقدار حرکت را با علامت منفی نمایش می‌دهیم.

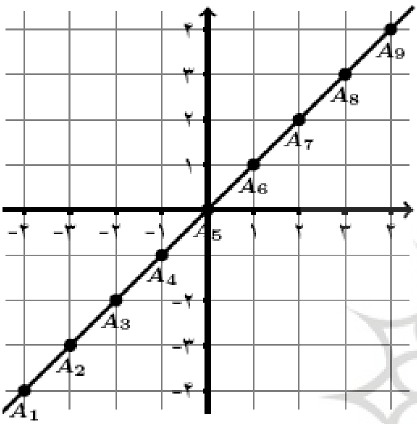
پس از توافق در مورد این روش، دانش‌آموزان توانستند آدرس نقاط B و C بالا را به صورت زیر، بیان کنند:

- اطلاعات لازم را برای رسیدن از A به B، می‌توانیم با دو عدد ۲ و ۳ نمایش دهیم.
- اطلاعات لازم را برای رسیدن از A به C، می‌توانیم با دو عدد ۵– و ۲– نمایش دهیم.

در نهایت، روشن شد که در نماد موسوم به مختصات نقاط، اولین عدد نشان‌دهندهٔ مقدار و جهت جابه‌جایی افقی و دومین عدد، نشان‌دهندهٔ مقدار و جهت جابه‌جایی عمودی برای رسیدن از

یک نقطهٔ از پیش‌تعیین شده به سایر نقاط است. سهولت نمایش نقاط با این نماد، زمینه‌ای مناسب ایجاد کرد تا امکان نمایش سایر اشکال هندسی که دانش‌آموزان از قبل با آنها آشنا بودند، فراهم شود. به این ترتیب، در انجام بخش اول این فعالیت، دانش‌آموزان به این سمت هدایت شدند که نقاط روی یک خط که قبلاً به صورت هندسی نمایش داده شده بود، با استفاده از این نماد هم قابل‌نمایش است. علاوه بر این، برای دانش‌آموزان سؤال زیر مطرح شد:

I) در شکل زیر، یکی از نیمسازهای زاویهٔ بین محورهای عمودی و افقی رسم شده است. مختصات نقاطی را که در این شکل مشخص شده‌اند، بیابید:



$A_1 = [\ ],\quad A_2 = [\ ],\quad A_3 = [\ ],$

$A_4 = [\ ],\quad A_5 = [\ ],\quad A_6 = [\ ],$

$A_7 = [\ ],\quad A_8 = [\ ],\quad A_9 = [\ ]$

الف) ویژگی مشترک این نقاط چیست؟...

ب) آیا سایر نقاط روی این خط هم دارای این ویژگی هستند؟..............................

ج) چه رابطه‌ای بین x و y وجود دارد؟...

چ) رابطهٔ بین x و y این نقاط را با استفاده از نمادهای ریاضی، بنویسید.

....

یافته‌های تحقیق

با به کارگیری چارچوب «دوگانی- نیازهای فکورانه - استدلالهای پی‌درپی» (DNR) (هرل، ۲۰۰۷)، داده‌های جمع‌آوری شده از منابع گوناگون، تجزیه و تحلیل شدند که یافته‌های آن، در این بخش ارائه می‌شوند.

ایدهٔ آدرس‌دهی: تجزیه و تحلیل داده‌ها نشان داد که استفاده از ایدهٔ آدرس‌دهی به دانش‌آموزان کمک کرد تا نسبت به ضرورت توافق بر سر اصطلاحات و نمادهایی برای ساده‌تر کردن این ایده، اقناع شوند. در حقیقت، مقوله اصلی برآمده از تحلیل این داده‌ها، استقبال از تمثیل «آدرس‌دهی» برای آشنایی با نمایش نقاط روی محور مختصات دکارتی بود. شمار قابل‌توجهی از شرکت‌کنندگان

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

در مباحث مطرح شده در این بخش مشارکت فعالانه داشتند و این مشارکت تا پایان این مرحله تداوم داشت.

از این گذشته، توضیحات دانش‌آموزان و عملکردشان در بخشهای بعدی فعالیت، نشان داد که آنها در مواقعی که لازم می‌دیدند، مجدداً به ایدۀ آدرس‌دهی رجوع می‌کردند و از دانش و مهارتی که در جریان زندگی روزمره کسب کرده بودند، استفاده می‌کردند. در عین حال، نسبت به ضرورت بهبود و ارتقای ایدۀ آدرس‌دهی در جریان آدرس‌دار کردنِ نقاط صفحه، آگاه بودند. این وجه از عمل دانش‌آموزان نشان‌دهندۀ شکل‌گیری تدریجی «نیازهای فکورانه» و حرکت برای تحقق بخشیدن به آنها بود. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل کاربرگها هم نشان داد که اکثریت قاطع دانش‌آموزان از عهدۀ درک خواسته‌های گام ۱ در هر سه بخش این فعالیت که به‌دست آوردن نمایش جبری نقاطی از پیش تعیین‌شده روی یک خط خاص و درک ویژگی مشترک آنها بود، برآمدند. یعنی پس از استخراج و نوشتن مختصات نقاط داده شده، ویژگی مشترک نقاط را پیدا کردند و توانایی بیان آن را در قالب اصطلاحات رسمی، به دست آوردند. دانش‌آموزان کلاس این ویژگی مشترک را به شکلهای زیر بیان کردند.

برای نمونه، وقتی که نقاط داده شده همگی بر نیمساز ناحیۀ اول و سوم قرار داشتند، شرکت‌کنندگان پس از نوشتن مختصات این نقاط، ویژگی مشترک آنها را که مقوله «برابر بودن طول و عرض نقطه» بود، به یکی از صورتهای زیر ابراز کردند:

- طول و عرض نقاط برابرند.
- تعداد واحدهای عمودی و افقی در هر محور، با هم برابر است.
- این نقاط، هر دو مختصات یکسانی دارند.
- به همان مقدار که x جابه جا شده، y هم جابه جا شده است.

از طرف دیگر، دانش‌آموزان با دیدن نقاطی که همگی بر نیمساز ناحیۀ دوم و چهارم قرار داشتند، پس از استخراج مختصات آنها را استخراج کردند و توانستند ویژگی مشترکشان را که همان مقوله «قرینه» بود، پیدا کنند و کشف خود را با تنوع زیر بیان کردند:

- این دو نقطه قرینه‌اند.
- x و y آنها یک عدد است، ولی قرینه یکدیگرند.
- هر دو به یک اندازه، ولی خلاف جهت یکدیگر، حرکت کرده‌اند.
- واحدهای افقی و عمودی هر محور، با هم قرینه‌اند.

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

- طول و عرض‌شان یکی است، ولی علامتشان با هم قرینه‌اند.

سپس در گامی که همه نقاط داده شده بر خطی گذرنده از مبدأ با شیب ۲ قرار داشتند، باز هم دانش‌آموزان توانستند ابتدا مختصات این نقاط را شناسایی کنند و بعد، ویژگی مشترک آنها را به صورتهای گوناگون اما درست، ابراز کنند. در واقع، پاسخهای داده شده همگی در گروههای زیر قرار گرفتند و در یک مقوله بزرگ‌تر به نام «دوبرابر دیگری» یا «نصف دیگری»، جای گرفتند.

- y دو برابر x است.
- x همیشه نصف y است، هر کدام با یکدیگر دو برابر شده است.
- عدد y دو برابر x است.
- طول، دو برابر عرض آن است.
- x آنها با فاصلۀ ۱ جلو می‌رود و y آنها با فاصلۀ ۲.
- پایینی‌ها دو برابر بالایی‌ها هستند.
- y بزرگ‌تر از x است.

در ادامه و در پاسخ به این سؤال که «آیا فکر می‌کنید سایر نقاط روی این خطوط هم دارای این ویژگی مشترک‌اند»، اکثریت قریب به اتفاق شرکت‌کنندگان پاسخ مثبت دادند. البته مشخص نیست که در مورد دو خط اول، از این ویژگی که این دو خط، نیمسازهای محورهای مختصات‌اند، استفاده کردند یا خیر. اما با توجه به اینکه سومین خط، نیمساز زاویۀ بین محورها نیست، می‌توان نتیجه گرفت که دانش‌آموزان، بدون اتکا به اطلاعات هندسی، توانستند در این مورد که سایر نقاط روی خط نیز همان ویژگی را دارند، حدس درستی مبتنی بر تجربۀ بررسی نقاط داده شده ارائه دهند.

در گام بعدی، از دانش‌آموزان خواسته شده بود که رابطۀ بین x و y را با استفاده از نمادهای ریاضی، بیان کنند. پاسخ دانش‌آموزان و دسته‌بندی آنها، به نتایج زیر انجامید:

- در مورد خط اول، اغلب پاسخها به یکی از دو صورت زیر بود:

y=x یا x=y

- در مورد خط دوم نیز، بیشتر پاسخها مشابه خط اول، اما با علامت منفی بود:

y=-x یا x=-y

- در مورد خط سوم، تنوع پاسخها بیشتر بود و در گروههای زیر، قرار گرفت:

y=2x یا 2x=y $\quad x = 2 \times y \quad x = \frac{1}{2}y \quad \frac{1}{2} = \frac{x}{y}$

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

تنوع انتخاب روشهای بازنمایی برای توصیف جبریِ ویژگی مشترک نقاط در این گام، نسبت به گامهای قبل، بیشتر بود. در پایان هر سه گام، تقریباً همهٔ دانش‌آموزان توانستند که ویژگی مشترک روی خط را با استفاده از نمادهای ریاضی و به صورت یک تساوی، بیان کنند. مسیری که برای رسیدن به این تساویها پیموده شد، عکس مسیری بود که معمولاً در برنامه درسی رسمی، برای معرفی معادلهٔ خط پیموده می‌شود. در حالی که در این فعالیت، دانش‌آموزان فعالانه در بیان ویژگیها در قالب تساویها، با هم مشارکت کردند. این فعالیت، به جای ارائه توصیف جبری، به یادگیرندگان فرصت داد تا با استفاده از روش نمایش جبری نقاط، خودشان بتوانند روشی برای توصیف خطوط بیابند.

با فراهم‌آوردن این فرصت، دانش‌آموزان علاوه بر آشنایی با روش توصیف جبری خطوط، از موقعیتی برخوردار شدند تا با فرایند ابداع این روش نیز آشنا شوند. به این ترتیب، از یک سو درکی عمیق‌تر از روش توصیف جبری خطوط پیدا کردند و از سوی دیگر، تجربه آنها از آشنایی با فرایندهای تولید مفاهیم و تکنیکهای ریاضی، افزایش یافت. یعنی تجربهٔ مشارکت آنها در تولید تساویها، به مرور به روشی برای نمایش خطوط تبدیل شد که بر درکشان از معادلهٔ خط، تأثیر گذاشت. این موارد با نخستین اصل از چارچوب DNR یعنی اصل «دوگانی»، همخوانی داشت. این فعالیت زمینه‌ای فراهم نمود تا دانش‌آموزان، در تلاش برای بیان ویژگی مشترک نقاط در قالب جبری، نیاز به پیدا کردن راهی عمومی‌تر را برای دسته‌بندی و تعمیم این ویژگی‌ها احساس کردند و به مرور، به آنچه «معادلهٔ خط» نامیده می‌شود، نزدیک‌تر شدند که در پیمودن این مسیر، اصل «نیازهای فکورانه»، بیشتر و بیشتر، جلوه‌گر شد. سرانجام اینکه، تنوع در بیان تساویها، نشان‌دهندهٔ درک شخصی آنها از مفهوم عمیق تساوی بود که برای نشان دادن آن، علاوه بر نمایش هندسی نقاط روی محور مختصات دکارتی، از رابطه‌های جبری نیز استفاده کردند که این خود، بیانگر اصل «استدلالهای پی‌درپی» و حرکت از «یادگیری» به سمت «تفکر» ریاضی آنان بود.

پاسخ به سؤال پژوهش

براساس یافته‌های این تحقیق، به سؤال اصلی این پژوهش که امکان‌سنجی در مورد مناسب بودن چارچوب DNR برای طراحی فعالیتهای یادگیری ریاضی در دوره متوسطه بود، پاسخ داده می‌شود. تحلیل عملکرد شرکت‌کنندگان در این مطالعه نشان می‌دهد که در فعالیت هدفمندی که در راستای یکی از موضوعهای برنامه درسی رسمی ریاضی پایهٔ نهم و بر اساس این چارچوب طراحی شد، نتایجی به دست آمد که به استناد آنها، پاسخ زیر به منزلهٔ نتیجه این پژوهش، عرضه می‌شود.

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

- دانش‌آموزان موضوع مورد تدریس را به خوبی- به استناد پاسخهایشان به سؤالهای کاربرگها- یاد گرفتند و در این گام توانستند اصطلاحات مربوط، یعنی مختصات و محورهای عمودی و افقی را دریابند و از آنها استفاده کنند.
- دانش‌آموزان ویژگی مشترک نقاط را یافتند و توانایی بیان آن را در قالب اصطلاحات ارائه شده در درسنامه، به استناد مکتوبات خود و مشاهدات معلم و همکار وی، کسب کردند.
- با توجه به ویژگی هندسی خطوط داده شده و با اتکا به برابر بودن مختصات نقاطی که در گامهای قبل به دست آوردند، دانش‌آموزان به این حدس رسیدند که سایر نقاط روی این خطوط نیز دارای همین ویژگی هستند.
- دانش‌آموزان از این توانایی برخوردار شدند که ویژگی مشترک نقاط روی این خطوط را بر حسب ارتباط بین مؤلفه‌ها، بیان کنند و آن را با استفاده از نمادهای جبری بازنویسی نمایند. به‌این‌ترتیب، زمینه این کار فراهم شد که ویژگی بیان شده در قالب جبری، به مرور به «معادلهٔ خط» تبدیل شود.
- بیان ویژگی مشترک نقاط روی خطوط در گام دوم، از تنوع بسیار برخوردار بود، اما با رسیدن به گام آخر، از تنوع آن به طرز چشمگیری کاسته شد و دانش‌آموزان به بیان رسمی توصیف خط نزدیک‌تر شدند.
- در بیان محاوره‌ایِ ویژگی مشترک نقاط روی خطوط، موارد قابل‌توجهی از عدم دقت وجود داشت که تا رسیدن به گام آخر، به تدریج و در اغلب موارد، بی‌دقتیها کاهش یافتند و از بین رفتند.
- توصیفهای غیررسمی و کلامیِ ویژگی مشترک نقاط، مؤید این است که درک هندسی دانش‌آموزان از وضعیت نقاط، در تشخیص و بیان این ویژگی غلبه داشت. این شیوهٔ ادارک، حاصل گذار از مرحلهٔ «آدرس‌دهی» روزمره، به توانایی بازنمایی آدرس در قالب مختصات و با استفاده از نمادهای جبری بود.

بحث و نتیجه‌گیری

چارچوب DNR می‌تواند در طراحی فعالیتهای ریاضی مبتنی بر دیدگاه شناختی، مورد استفاده قرار گیرد و نتایج حاصل از اجرای آن که در این پژوهش به دست آمد، مؤید محقق شدن انتظارات اجرای چنین فعالیتهایی است. یعنی چارچوب DNR، برای طراحی فعالیتهای یادگیری ریاضی در دوره متوسطه مناسب است و می‌تواند بستری مناسب برای ایجاد ارتباط و اتصال بین دانش از

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

پیش کسب‌شدهٔ دانش‌آموزان با دانشی که قرار است یاد بگیرند، فراهم کند. همچنین این چارچوب، می‌تواند در درک دلایل استفاده از نمادها و مفاهیم ارائه شده جدید، به دانش‌آموزان کمک کند و زمینهٔ مشارکت فعالانهٔ آنان را در ساختن دانش جدید، فراهم نماید. از این گذشته، طراحی و اجرای این فعالیتها، می‌تواند زمینه‌ای مناسب برای ایجاد انسجام در برنامهٔ درسی ریاضی دوره متوسطه باشد. به علاوه، طراحی و اجرای فعالیتهای یادگیری در قالب این چارچوب، از سوی معلمان امکان‌پذیر است و آشنا شدن معلمان با آن، نیازی به دوره‌های بازآموزی بلندمدت ندارد، بلکه با معرفی این چارچوب و ارائه چند فعالیت مشابه با آنچه در این مقاله به آن اشاره شد، تحقق‌پذیر است. در عین حال، اجرای چنین فعالیتهایی نیازمند تجهیزات خاصی نیست. از این رو قابل استفاده در مدارس معمولی و با امکانات محدود است و این امر، وجه برجسته این چارچوب است.

توصیهٔ آموزشی

نقطه قوت چارچوب DNR، استفاده از آن برای طراحی فعالیتهای یادگیری ریاضی، بدون تغییر ساختاری در برنامه و کتاب درسی رسمی است. زیرا با توجه به سه اصل دوگانی، نیازهای فکورانه و استدلالهای پی‌درپی که این چارچوب بر آنها استوار است و با اتخاذ دیدگاه شناختی نسبت به یادگیری، برای به هم زدن و ایجاد تعادلی جدید، بیش از هر چیز، اولویت با بازآرایی و چینش دوباره مطالب ریاضی از ابعاد مختلف است (هرل، ۲۰۱۳). به عنوان مثال، تلاش برای آموزش اتحادهای جبری پیش از درک اهمیت آنها در حل معادله‌ها، به ثمر نمی‌رسد، مگر آنکه یک بازآرایی مناسب صورت گیرد. علاوه براین، با توجه به تعبیر ارائه شده از ریاضی در این چارچوب، لازم است تمهیداتی اندیشیده شوند که فرایند شکل‌گیری مفاهیم و تکنیکهای ریاضی، به مثابه بخشی از فرایند آموزشی از سوی یادگیرندگان، درک شوند. توجه به این مطلب، پیامد پایبندی به اصل دوگانی و پذیرش این مطلب است که آنچه یادگیرندگان به صورت بالقوه می‌توانند بیاموزند، تحت تأثیر آموخته‌های پیشین آنهاست. روند تاریخی تکوین مفاهیم ریاضی، یکی از منابعی است که می‌تواند در فراهم کردن زمینهٔ درک فرایند شکل‌گیری مفاهیم ریاضی، مورد توجه برنامه‌ریزان درسی ریاضی قرار بگیرد.

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

منابع

امیری، حمیدرضا و همکاران. (۱۳۹۵). *کتاب ریاضی پایهٔ نهم*. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.

بهرامی بیدکلمه، مسعود. (۱۳۹۵). چارچوب برنامه‌ریزی درسی مبتنی بر اصول دوگانی، نیازهای فکورانه و استدلال پی در پی:DNR. *نشریه فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی*، ۳۵(۵۸)، ۱۱۳-۱۲۵.

چمن‌آرا، سپیده. (۱۳۸۲). تأثیرات رفتارگرایی بر آموزش ریاضی و نظرات منتقدان آن. *مجله رشد آموزش ریاضی*، ۲۰، ۱۱-۲۱.

___________ (۱۳۸۳). *بررسی روش‌های تدریس ریاضی مبتنی بر دیدگاه ساخت و سازگرایی*. پایان‌نامه چاپ نشده کارشناسی ارشد. دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی.

حیدری قزلچه، رضا. (۱۳۸۳). رفتارگرایی و طرح درس در بوته نقد. *مجله رشد آموزش ریاضی*، ۲۱ (۴)، ۲۳- ۳۲.

دبیرخانه شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۰). *سند تحول بنیادین آموزش و پرورش، (سند مشهد مقدس)*. تهران: وزارت آموزش و پرورش با همکاری شورای عالی انقلاب فرهنگی.

___________ (۱۳۹۱). *برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران*، مصوبه اسفند ۱۳۹۱. تهران: شورای عالی آموزش و پرورش با همکاری سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.

غلام‌آزاد، سهیلا. (۱۳۹۱). رویکرد شناختی به آموزش ریاضی در دوره ابتدایی. *فصلنامه انجمن مطالعات برنامه درسی ایران*، ۶ (۲۴)، ۷-۳۲.

فورینگِتی، اف.؛ ماتوس، جی. ام. و مِنگینی، ام. (۲۰۱۳). از آموزش و ریاضی، تا آموزش ریاضی. برگردان زهرا گویا و امیرحسین آشنا (۱۳۹۵). *فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی*، (۵۸)، بهار و تابستان ۱۳۹۵، ۹-۵۱.

Ernest, P. (Ed.). (1994). *Constructing mathematical knowledge: Epistemology and mathematics Education*. London: The Falmer Press.

Furinghetti, F., Matos, J. M., & Menghini, M. (2013). From mathematics and education, to mathematics education. In M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 273-302). Dordrecht - Heidelberg - London - New York: Springer.

Harel, G. (2007). The DNR system as a conceptual framework for curriculum development and instruction. In R. Lesh, J. Kaput, & E. Hamilton (Eds.), *Foundations for the future in mathematics Education* (pp. 263-280). Mahwah, NJ: Erlbaum.

___________ (2008a). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part I: Focus on proving. *ZDM Mathematics Education*, *40*, 487-500.

___________ (2008b). A DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part II: With reference to teacher's knowledge base. *ZDM Mathematics Education*, *40*, 893-907.

___________ (2008c). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question. In B. Gold, & R. Simons (Eds.), *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy* (pp. 265-290). Washington, DC: Mathematical Association of America.

___________(2013). DNR-based curricula: The case of complex numbers. *Journal of Humanistic Mathematics*, *3*(2), 2-61.

National Council of Teachers of Mathematics. (2010). *Mathematics curriculum: Issues, trends and future directions. Seventy-second yearbook.* Reston, VA: Author.

Skemp, R. (1971). *The psychology of learning mathematics*. Baltimore: Penguin Books.

____________ (1981). *Mathematics in the primary school*. London: Taylor & Francis.

Skinner, B. F. (1954). The science of learning and the art of teaching. *Harvard Educational Review*, *24*(2), 86-97.

____________ (1971). *Beyond freedom and dignity*. Pelican Books.

Sriraman, B., & English, L. (Eds.). (2010). *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Tall, D., & Thomas, M. (Eds.). (2002). *Intelligence, learning and understanding in mathematics: A tribute to Richard Skemp*. Flaxton, Qld.: Post Pressed.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

پیوست الف

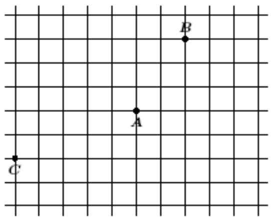
(فعالیت مربوط به محور مختصات)

دستگاه مختصات

نام‌ونام‌خانوادگی ....

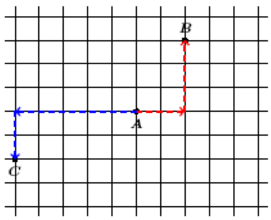
کلاس ....

در شکل مقابل می‌خواهیم از نقطهٔ A به نقطهٔ B یا نقطهٔ C برویم.



- یک راه برای رفتن از نقطهٔ A به نقطهٔ B این است که نخست ۲ واحد به سمت راست حرکت کنیم تا دقیقاً زیر نقطهٔ B قرار بگیریم، بعد ۳ خانه به سمت بالا حرکت کنیم تا به خانهٔ B برسیم.
- یک راه برای رفتن از نقطهٔ A به نقطهٔ C این است که نخست ۵ واحد به سمت چپ حرکت کنیم تا دقیقاً بالای نقطهٔ C قرار بگیریم، بعد ۳ واحد به سمت پایین حرکت کنیم تا به نقطهٔ C برسیم.

ما برای رسیدن به این دو نقطه از الگوی زیر استفاده کرده‌ایم:

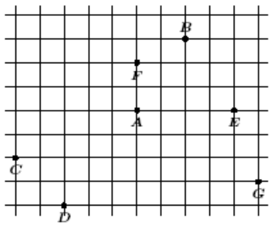


- اول گفته‌ایم چقدر باید به‌سمت چپ یا راست حرکت کنیم تا درست زیر یا بالای این نقاط قرار بگیرم.
- بعد گفته‌ایم چقدر باید پایین یا بالا برویم تا به نقطهٔ مورد نظرمان برسیم.

برای رسیدن به نقاط B و C راه‌های دیگری هم وجود دارد. اما در ادامه می‌خواهیم بررسی کنیم که آیا با استفاده از این روش می‌توانیم راه رسیدن به نقاط دیگر را هم مشخص کنیم؛ یعنی راه رسیدن به نقاط را با اشاره به «میزان حرکت‌های افقی و عمودی» و «جهت حرکت‌هایی» که برای رسیدن به نقطهٔ پایانی لازم است، تعیین کنیم.

مثال

روش رسیدن به نقاط زیر را با استفاده از الگوی فوق بیان کنید:



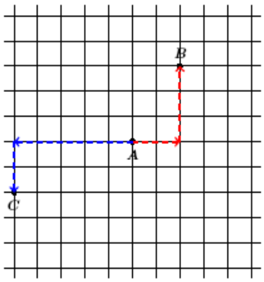
- برای رسیدن از A به D ....
- برای رسیدن از A به E ....
- برای رسیدن از A به F ....
- برای رسیدن از A به G ....

پس، به نظر می رسد می‌توانیم روش رسیدن از خانهٔ A به سایر نقاط را به کمک روش فوق با استفاده از دو عدد بیان کنیم. برای مشخص کردن جهت حرکت، می‌توانیم از نمادهای مثبت و منفی استفاده کنیم؛ یعنی، اگر برای رسیدن از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر باید به سمت راست حرکت کنیم، مقدار حرکت را با علامت مثبت نشان می‌دهیم و اگر قرار باشد برای رسیدن به آن نقطه به سمت چپ حرکت کنیم، مقدار حرکت‌مان را با علامت منفی نمایش می‌دهیم. به همین ترتیب، اگر برای رسیدن به مقصد، لازم باشد به بالا حرکت کنیم، مقدار حرکت را با علامت مثبت و اگر بخواهیم به پایین حرکت کنیم، مقدار حرکت را با علامت منفی نمایش می‌دهیم. با پذیرش این قرارداد

I) اطلاعات لازم برای رسیدن از A به B را می‌توانیم با دو عدد ۲ و ۳ نمایش دهیم.

II) اطلاعات لازم رسیدن از A به C را می‌توانیم با دو عدد -5 و -2 نمایش دهیم.

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019



میان دو عدد نشان دهندهٔ مسیر رسیدن از A به B اولین عدد نشان‌دهندهٔ جابجایی افقی و دومین عدد نشان‌دهندهٔ جابجایی عمودی است. قرارداد می‌کنیم که این دو عدد را به‌صورت زیر نمایش دهیم:

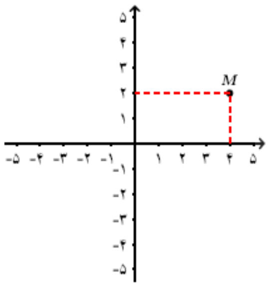
$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

با این روش مسیر رسیدن از A به C را می‌توانیم به‌صورت زیر نمایش دهیم:

$$\begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

اگر یک نقطه را به عنوان مرکز آدرس‌دهی انتخاب کنیم، برای اشاره به آدرس هر نقطه کافیست بگوییم چه قدر باید در راستای افقی و چقدر در راستای عمودی حرکت کنیم تا از مبدأ به آن نقطه برسیم. پس دیگر لازم نیست هربار یادآوری کنیم که مبدأ حرکت‌مان نقطه‌ای است که به عنوان مرکز آدرس‌دهی انتخاب شده است و فقط کافی است با کمک نمادی که در این قسمت معرفی کردیم، مقدار حرکت‌های افقی و عمودی را ذکر کنیم.

دستگاه مختصات



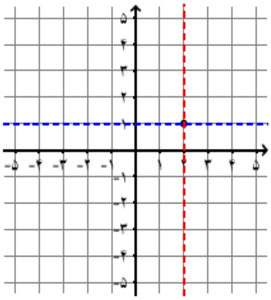
دو محور عمود بر هم را نظر می‌گیریم که یکی از آن‌ها افقی رسم شده و مبدأ آن‌ها بر هم منطبق است. با استفاده از این دو محور، به روشی که در قسمت قبل به آن اشاره کردیم، می‌توانیم نقاط صفحه را آدرس‌دار کنیم. به عنوان مثال، مطابق شکل مقابل نقطه‌ای مانند M را در نظر بگیرید. روش آدرس‌دار کردن چنین نقطه‌ای با استفاده از این دو محور به صورت زیر است:

I) از M خطی عمود بر محور افقی رسم می‌کنیم. محل برخورد این خط با محور افقی یکی از نقاط این محور است که نظیر یک عدد است که آن را طول نقطه‌ی M می‌نامیم. مثلاً در این شکل طول M برابر با 4 است. این مطلب نشان می‌دهد که برای رسیدن از محل برخورد نمودارها به زیر نقطهٔ M باید ۴ واحد به سمت راست حرکت کنیم.

II) از M خطی عمود بر محور عمودی رسم می‌کنیم. محل برخورد این خط با محور عمودی یکی از نقاط این محور است که نظیر یک عدد است که آن را عرض نقطه‌ی M می‌نامیم. به عنوان مثال در این شکل عرض نقطه‌ی M برابر با 2 است.این مطلب نشان می‌دهد که پس از رسیدن به زیر نقطهٔ M باید ۲ واحد به سمت بالا حرکت کنیم تا به این نقطه برسیم.

حال اعدادی را که با استفاده از روش فوق به دست می‌آیند، با استفاده از نماد $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ نمایش می‌دهیم؛ این اعداد را **مختصات** نقطه‌ی M می‌نامیم؛ عدد ۴ را **مؤلفه‌ی اول** و عدد ۲ را **مؤلفه‌ی دوم** می‌نامیم. محور افقی را **محور طول‌ها** و محور عمودی را **محور عرض‌ها** می‌نامیم و این دو محور را همراه با هم دستگاه مختصات می‌نامیم. صفحه‌ای که در آن یک دستگاه مختصات در نظر گرفته شده را **صفحه‌ی مختصات** و محل برخورد محورها را **مبدأ مختصات** می‌نامیم.

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019



هر زوج از اعداد مانند $\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ نیز یکی نقاط صفحه‌ی مختصات را مشخص می‌کنند که برای تعیین جای آن به این صورت عمل می‌کنیم:

+

I)نقطه‌ی نظیر مؤلفه‌ی اول (در این مثال 2) را روی محور طول‌ها مشخص می‌کنیم و از این نقطه خطی عمود بر محور افقی رسم می‌کنیم. درواقع، با توجه به آنچه در قسمت قبل گفتیم، تمام نقاطی که طولشان برابر با ۲ است روی این خط هستند.

II)نقطه‌ی نظیر مؤلفه‌ی دوم (در این مثال ۱) را روی محور عرض‌ها مشخص می‌کنیم و از این نقطه خطی عمود بر محور عمودی رسم می‌کنیم. درواقع، با توجه به آنچه در قسمت قبل گفتیم، تمام نقاطی که عرضشان برابر با ۱ است روی این خط هستند.

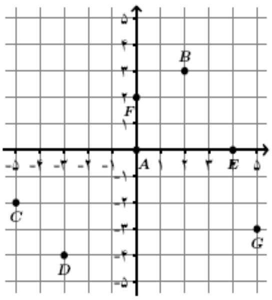
III)محل بر خورد خط‌های رسم شده در قسمت‌های قبل ویژگی نقاط روی هر دو خط را دارد و بنابراین نقطه‌ای است که طولش برابر با ۲ و عرضش برابر با ۱ است. بنابراین این نقطه‌ای است که مختصات آن برابر با $\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ است.

گاهی مؤلفهٔ اول مختصات یک نقطه را با حرف x و مؤلفهٔ دوم آن را با حرف y نمایش می‌دهیم و با توجه به این مطلب محور طول‌ها را محور x ها و محور عرض‌ها را محور y ها می‌نامیم. به این ترتیب نقطهٔ $\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ نقطه ای است که برای آن

$$x = 2, \qquad y = 1$$

مثال

مختصات نقاط زیر را بیابید و در هر نقطه مقادیر x و y را تعیین کنید.



$A = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}, \quad x = \quad , y =$

$B = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}, \quad x = \quad , y =$

$C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}, \quad x = \quad , y =$

$D = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}, \quad x = \quad , y =$

$E = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}, \quad x = \quad , y =$

$F = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}, \quad x = \quad , y =$

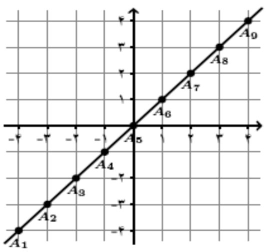
$G = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}, \quad x = \quad , y =$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

فعالیت

I) در شکل زیر یکی از نیمسازهای زاویهٔ بین محورهای عمودی و افقی رسم شده است. مختصات نقاطی را که در این شکل مشخص شده‌اند، بیابید:



$$A_1 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_3 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_4 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_5 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_7 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_8 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_9 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

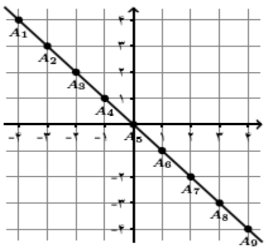
ویژگی مشترک این نقاط چیست؟ ______________________

آیا سایر نقاط روی این خط هم دارای این ویژگی هستند؟ ______________________

چه رابطه‌ای بین x و y این نقاط وجود دارد؟ ______________________

رابطهٔ بین x و y این نقاط را با استفاده از نمادهای ریاضی بنویسید. ______________________

II) در شکل زیر یکی از نیمسازهای زاویهٔ بین محورهای عمودی و افقی رسم شده است. مختصات نقاطی را که در این شکل مشخص شده‌اند، بیابید:



$$A_1 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_3 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_4 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_5 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_7 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_8 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_9 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

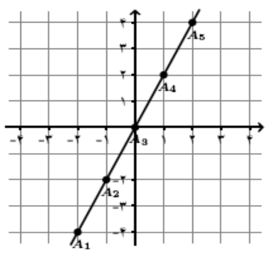
ویژگی مشترک این نقاط چیست؟ ______________________

آیا سایر نقاط روی این خط هم دارای این ویژگی هستند؟ ______________________

چه رابطه‌ای بین x و y این نقاط وجود دارد؟ ______________________

رابطهٔ بین x و y این نقاط را با استفاده از نمادهای ریاضی بنویسید. ______________________

III) مختصات نقاطی را که در این شکل مشخص شده‌اند، بیابید:



$$A_1 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_3 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_4 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix},\ A_5 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

ویژگی مشترک این نقاط چیست؟ ______________________

آیا سایر نقاط روی این خط هم دارای این ویژگی هستند؟ ______________________

چه رابطه‌ای بین x و y این نقاط وجود دارد؟ ______________________

رابطهٔ بین x و y این نقاط را با استفاده از نمادهای ریاضی بنویسید. ______________________

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

Downloaded from qjoe.ir at 15:18 +0430 on Tuesday June 11th 2019

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی