چشم‌انداز مدیریت صنعتی
شماره ۱۵ ـ پاییز ۱۳۹۳
ص‌ص ۱۷۶ ° ۱۵۷

طراحی رویکردی هیبریدی به‌منظور پیش‌بینی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده براساس تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی و تکنیک PCA

علی یعقوبی*، مقصود امیری، اعظم دخت صفی صمغ‌آبادی*****

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها یک تکنیک مدیریتی برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده است. در راستای اهمیت پیش‌بینی عملکرد واحدها، این مقاله به ارائه یک رویکرد هیبریدی براساس تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) و تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA) می‌پردازد. از آنجا که از تئوری اعتبار در محدودیت‌های مدل پیشنهادی و از مقدار مورد انتظار در تابع هدف آن در راستای پیش‌بینی کارایی مورد انتظار واحدها استفاده می‌شود، فرآیند حل آن پیچیده است؛ لذا تحت این فرض که ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها به‌صورت متغیرهای فازی مثلثی مستقل هستند، مدل FSDEA به مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل آن تبدیل می‌شود. پس از محاسبه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه توسط مدل برنامه‌ریزی قطعی تحت سطوح مختلف اطمینان، تکنیک PCA روی نتایج به‌دست‌آمده به‌منظور حذف نتایج نامطلوب به‌کار می‌روند و مؤلفه‌های اصلی انتخاب می‌شوند که به‌عنوان خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده در مدل PCA-FSDEA به‌منظور پیش‌بینی کارایی دوره مالی آتی واحدها به‌کار می‌روند. درپایان، رویکرد هیبریدی پیشنهادی روی یک مثال کاربردی به‌کار می‌رود و نتایج به‌دست‌آمده از آن با نتایج مدل Fuzzy-SBM که توسط چن و همکارانش (۲۰۱۳) ارائه شده مقایسه می‌شود.

کلیدواژه‌ها: کارایی، تحلیل پوششی داده‌های تصادفی؛ تجزیه‌وتحلیل مؤلفه‌های اصلی؛ برنامه‌ریزی فازی؛ تئوری اعتبار.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۳/۷/۳، تاریخ پذیرش مقاله: ۹۳/۹/۱۸.

* دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور تهران (نویسنده مسئول).
E-mail: Phd_Yaghoubi@Yahoo.com
** استاد، دانشگاه علامه طباطبایی.
*** استادیار، دانشگاه پیام نور تهران.

۱. مقدمه

ارزیابی و مقایسه عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده مشابه در یک سازمان بخش مهمی از وظایف مدیریت آن سازمان است. تحلیل پوششی داده‌ها[1] یک ابزار مهم مدیریتی برای ارزیابی و بهبود عملکرد واحدها در هر سازمانی محسوب می‌شود. تحلیل پوششی داده‌ها برای اولین‌بار توسط چارنز و همکاران[2] (۱۹۷۸) به‌عنوان یک مدل ریاضی مؤثر در تحقیق در عملیات برای ارزیابی کارایی واحدهای سازمان ارائه شده است [۷]. مزیت اصلی DEA این است که در این روش به آگاهی از روابط اولیه بین ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها و اهمیت آن‌ها نیازی نیست. این تکنیک نواقص مهمی نیز دارد؛ ازجمله ناتوانی در پیش‌بینی کارایی واحدها به‌منظور برنامه‌ریزی برای آینده آن‌ها و نادیده گرفتن انحرافات تصادفی داده‌های ورودی و خروجی، مانند خطاهای اندازه‌گیری و داده‌های نادرست در مدل‌سازی. با درنظر گرفتن این انحرافات تصادفی در مدل DEA، یک واحد کارا ممکن است به واحد ناکارا و یا بالعکس تبدیل شود.

برای رفع این ضعف اساسی DEA، سنگوپتا و همکاران[3] (۱۹۹۲) مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های تصادفی[4] را مطرح کردند. این محققان برای نخستین‌بار، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها را با برنامه‌ریزی با محدودیت‌های تصادفی تلفیق کردند و از مدل‌های تصادفی به‌دست‌آمده برای تخمین کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده با استفاده از داده‌های قطعی استفاده نمودند [۲۲]. تحقیقات کوپر و همکاران[5] (۱۹۹۶ و ۲۰۰۲)، فتی و جکسون[6] (۲۰۰۱)، هوانگ و لی[7] (۲۰۰۴)، اصلانی و همکاران (۲۰۰۹) و چن و همکاران[8] (۲۰۰۹) ازجمله مطالعات صورت‌گرفته در حوزه تحلیل پوششی داده‌های تصادفی به‌شمار می‌روند [۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۵، ۹]. در تحقیقات بالا، از داده‌های قطعی و ثابت برای ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده درطول زمان استفاده شده است؛ درحالی که معمولاً در دنیای واقعی، با داده‌های فازی مواجه هستیم که از کارشناسان مختلف با ایده‌های مختلف سرچشمه می‌گیرد.

اخیراً تئوری‌های امکان[9]، اعتبار[10] و متوسط شانس[11] به‌عنوان مفاهیم نوین فازی در مسائل دنیای واقعی، برای کابردی‌تر کردن نتایج به‌کار رفته‌اند. از مهم‌ترین و جدیدترین مطالعات صورت‌گرفته در ارتباط با کاربرد تئوری‌های فازی مذکور در حوزه تحلیل پوششی داده‌ها تحقیق

1. Data Envelopment Analysis (DEA)
2. Charnes et al.
3. Sengupta et al
4. Stochastic DEA
5. Cooper et al
6. Fethi and Jackson
7. Huang and Li
8. Chen et al.
9. Possibility Theory
10. Credibility Theory
11. Mean Chance

چن و همکاران[1] (۲۰۱۳) است. آن‌ها در راستای پیش‌بینی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده، مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی نوینی به‌نام Fuzzy-SBM[2] ارائه کردند که در آن ورودی‌ها و خروجی‌ها به‌صورت متغیرهای فازی مثلثی لحاظ می‌شوند و با درنظر گرفتن اصل عدم‌قطعیت در محیط پیش‌بینی از طریق مدیریت متغیرهای کمبود در مدل پیشنهادی، کارایی‌های واحدها براساس سطوح مختلف اطمینان پیش‌بینی می‌گردند. درنهایت، آن‌ها با استفاده از مدل پیشنهادی به پیش‌بینی کارایی دوره مالی آتی شعب یک بانک ملی در تایوان و تحلیل ریسک این پیش‌بینی پرداختند [۸]. از دیگر مطالعات نوین در این حوزه می‌توان به تحقیقات دای و همکاران[3] (۲۰۱۳) و منگ[4](۲۰۱۴) اشاره کرد [۱۲، ۱۷]. براساس بررسی‌های صورت‌گرفته، نویسندگان بیشتر در مقالات خود، کارایی فعلی واحدهای تصمیم‌گیرنده در محیط‌های فازی یا تصادفی را ارزیابی کرده‌اند و معمولاً اهمیت نیاز به پیش‌بینی عملکرد واحدها در محیط فازی- تصادفی برای دستیابی به نتایج کابردی‌تر را نادیده گرفته‌اند. از آنجا که در مسائل مربوط به پیش‌بینی در دنیای واقعی، معمولاً با محیط غیرقطعی به‌صورت فازی- تصادفی مواجه هستیم، این مقاله به‌منظور پیش‌بینی کارایی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده برای دوره مالی آتی آن‌ها و کاربردی‌ترسازی نتایج، به ارائه یک رویکرد هیبریدی نوین براساس تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی[5] (FSDEA) و تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی[6] (PCA) می‌پردازد.

درادامه مقاله و در بخش دوم، مروری بر مطالعات انجام‌شده در حوزه رویکرد هیبریدی PCA-DEA انجام خواهد شد. در بخش سوم، ابتدا بعضی از مفاهیم اساسی فازی همچون تئوری اعتبار بیان خواهد شد که درادامه مقاله در مدل‌سازی رویکرد پیشنهادی به‌کار می‌رود. سپس، فرم اولیه مدل پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) ارائه می‌شود. در این مدل، ورودی‌ها و خروجی‌ها به‌صورت متغیرهای فازی مثلثی فرض شده‌اند. درادامه، تحت این فرض، مدل پیشنهادی به مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل آن تبدیل می‌شود. درنهایت، در این بخش با تلفیق تکنیک PCA و مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل به‌دست‌آمده، مدل نهایی رویکرد هیبریدی پیشنهادی (PCA-FSDEA) به‌منظور پیش‌بینی کارایی دوره مالی آتی واحدهای تصمیم‌گیرنده طراحی و ارائه می‌شود. در راستای تشریح اعتبار و اثربخشی رویکرد هیبریدی پیشنهادی، یک مطالعه موردی کاربردی در بخش چهارم صورت خواهد گرفت و نتایج حاصله با نتایج مدل Fuzzy-SBM و کارایی‌های واقعی واحدهای تصمیم‌گیرنده مقایسه خواهد شد. در بخش پنجم، نتایج تحلیل و بررسی خواهند شد.

1. Chen et al
2. Fuzzy Slack-Based Measure of Efficiency
3. Dai et al
4. Meng
5. Fuzzy Stochastic DEA
6. Principal Component Analysis

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

به‌طورکلی، PCA یک تکنیک کاهش در ابعاد داده‌ها است. ایده ترکیب متدولوژی‌های DEA و PCA ابتدا توسط هوشیای[1] (۱۹۹۷) مطرح شد و سپس توسط آدلر و گولانی[2] (۲۰۰۱، ۲۰۰۲) توسعه یافت [۱، ۳]. جنکینز و آندرسون[3] (۲۰۰۳) با استفاده از تکنیک‌های DEA و PCA یک رویکرد آماری چندمتغیره را برای انتخاب و حفظ متغیرهایی ارائه کردند که حذفشان در کارایی واحدها بسیار تأثیرگذار است [۱۶]. هادی و همکاران (۲۰۰۵) یک مدل DEA غیرشعاعی با استفاده از PCA برای برخورد با فاکتورهای ورودی و خروجی نامطلوب ارائه کردند [۱۴]. شانموگام و جانسون[4] (۲۰۰۷) با استفاده از PCA یک تکنیک جدید برای ارزیابی واحدهای تصمیم براساس مدیریت متغیرهای کمکی ارائه کردند [۲۳]. در کنار رویکردهای موجود، پودینووسکی و تاناسولیس[5] (۲۰۰۷) یک رویکرد پیچیده برای ارزیابی کارایی واحدها ارائه کردند که با افزایش تعداد واحدهای تصمیم‌گیرنده و کاهش متغیرهای ورودی و خروجی از طریق تجمیع آن‌ها با استفاده از تکنیک PCA همراه است [۲۰]. آدلر و یاژمسک[6] (۲۰۱۰) در مقاله‌ای اثبات کردند که رویکرد هیبردی PCA-DEA فازی از روشی که جنکینز و همکارش (۲۰۰۳) در مقاله خود ارائه کردند برتر است و به نتایج بهتری برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده منجر می‌شود؛ به‌ویژه هنگامی‌که با مجموعه‌های کوچکی از داده‌ها مواجه باشیم. آن‌ها دریافتند که رویکرد PCA-DEA فازی درمقایسه با تکنیک جنکینز هیچگاه به نتایج ضعیف‌تری منجر نمی‌شود [۲].

نیرانجان و همکاران[7] (۲۰۱۱) در مقاله خود، چهار رویکرد اساسی به‌منظور کاهش ابعاد داده‌ها و کاهش متغیرها در DEA ارائه کردند که عبارت‌اند از: اندازه‌گیری سهم کارایی (ECM[8])، تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی، آزمون رگرسیون و انتخاب متغیر به‌کمک شبیه‌سازی مونت کارلو. همچنین، آن‌ها در این مقاله مزایای هریک از این تکنیک‌ها را بیان کردند [۱۸]. احمدوند و همکاران (۲۰۱۱) مدل جدیدی براساس مدل تحلیل پوششی داده‌ها، روش‌های آماری چندمتغیره و تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی به‌منظور حذف ورودی‌ها و خروجی‌های نامطلوب ارائه کردند [۴]. عمرانی و همکاران (۲۰۱۵) یک رویکرد یکپارچه به‌منظور ارزیابی کارایی شرکت‌های توزیع برق با درنظر گرفتن اساس کاهش داده‌ها را معرفی

1. Hushiai
2. Adler and Golany
3. Jenkins and Anderson
4. Shanmugam and Johnson
5. Podinovski and Thanassoulis
6. Adler and Yazhemsk
7. Niranjan et al
8. Efficiency Contribution Measure

کردند. آن‌ها با تلفیق تکنیک‌های تئوری بازی‌ها، تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی و تحلیل پوششی داده‌ها، به استخراج نتایج پرداختند [۱۹].

در تحقیقات بالا، نویسندگان بیشتر PCA با DEA را با هدف کاهش ابعاد داده‌ها و کاهش متغیرهای نامطلوب به‌منظور ارزیابی کارایی‌های فعلی واحدهای تصمیم‌گیرنده تلفیق کرده‌اند؛ اما در رویکرد هیبریدی پیشنهادی PCA-FSDEA در این مقاله، تکنیک PCA روی نتایج کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه که توسط مدل پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) تحت سطوح مختلف اطمینان حاصل می‌شوند، در راستای کاهش و حذف کارایی‌های نامطلوب، به‌منظور پیش‌بینی دقیق‌تر کارایی واحدها به‌کار خواهد رفت.

۳. روش شناسی پژوهش

روش به‌کارگرفته شده در این پژوهش از نظر هدف کاربردی و با توجه به اینکه مبتنی بر مدلسازی ریاضی می باشد، از نوع پاردایم اثبات گرایی با رویکرد پژوهشی– توصیفی است.

تئوری مجموعه فازی. تئوری فازی اولین‌بار توسط زاده[1] (۱۹۶۵) ارائه شد و سپس توسط محققان بسیاری در زمینه‌های مختلف به‌کار رفت. میزان اعتبار یک پیشامد فازی با مشخصه به‌ازای هر r (R . r) به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۶]:

$$Cr\mathrm{P} \quad r\mathrm{E} \quad \frac{1}{2}(1 \quad \sup_{t \ r}(t) \quad \sup_{t<r} \mu(t)) \qquad (۱)$$

همچنین، ارزش انتظاری متغیر فازی براساس تئوری اعتبار به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E\mathrm{E}= \int_0^{0} Cr\{, \quad r\pi dr \quad \pi Cr=I \quad r\} dr \qquad (۲)$$

همچنین، به‌طور معادل خواهیم داشت:

$$E\mathrm{M} \quad \frac{1}{2}\int_0^{1} (\ _{\sup}(\sigma) \ , \ _{\inf}(I))d\alpha \qquad (۳)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \Pi_{\sup}(\ .\ ) \quad & \sup r\{CrE\} \ , \ r \ J \ 0 \ , \quad (\ , \ (0,1] \\ .\ _{\inf}(\ ) \quad & \inf\{r\{Cr \ \zeta \ \varphi \ r \ \rho \ o \ , \qquad (0,1] \end{aligned} \qquad (۴)$$

1. Zadeh

رویکرد تئوری اعتبار در متغیرهای فازی مثلثی PPدر این بخش، برخی روابط مربوط به اعمال تئوری اعتبار روی متغیرهای فازی مثلثی ایجاد می‌شوند که در مدل‌سازی رویکرد هیبریدی پیشنهادی این مقاله به‌کار می‌روند.

قضیه ۱: اگر یک متغیر فازی مثلثی به‌صورت (r_1, r_2, r_3) باشد، آنگاه به‌ازای سطح اطمینان (1ع)، فرم معادل قطعی محدودیت Cr{ به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Cr \geq r \Leftrightarrow r \quad (2 \quad 1)r_1 \quad 2(1 \quad \alpha)r_2 \qquad (۵)$$

اثبات: براساس تعریف تئوری اعتبار، توزیع اعتبار متغیر فازی مثلثی برابر خواهد بود با:

$$Cr \geq r\} \begin{cases} 1 & if \quad r \prec r_1 \\ \dfrac{2r_2 \quad r \quad r_1}{2(r_2 \quad r_1)} & if \quad r_1 \quad r \prec r_2 \\ \dfrac{r_3 \quad r}{2(r_3 \quad r_2)} & if \quad r_2 \quad r \quad r_3 \\ 0 & if \quad r \succ r_3 \end{cases}$$

واضح است که تابع {{ Cr{ به‌ازای هر مقدار برای r پیوسته است. در این صورت، به‌ازای 555 محدودیت ععr ع Cr معادل است با $Cr \quad r \quad (2r_2 \quad r \quad r_1)/2(r_2 \quad r_1)$؛ بنابراین، حالت قطعی معادل محدودیت {{{{{{{{{{C برابر خواهد با:

$$r \quad (2 \quad 1)r_1 \quad 2(1 \quad)r_2$$

قضیه ۲: اگر یک متغیر فازی مثلثی به‌صورت (r_1, r_2, r_3) باشد، آنگاه به‌ازای سطح اطمینان (((، حالت قطعی معادل محدودیت {{{ به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Cr\{ \quad r \quad r \quad 2(1 \quad)r_2 \quad (2 \quad -1)r_3 \qquad (۶)$$

اثبات: اثبات این قضیه مانند اثبات قضیه ۱ است.

قضیه ۳: اگر $X=(x-a,x,x\quad b)$ و $Y=(y-c,y,y\quad d)$ متغیرهای فازی مثلثی مستقل باشند، چنانچه a,b,c,d اعداد حقیقی مثبت، $x\succ a$ و $y\succ c$ باشند، در این صورت خواهیم داشت:

$$E\left(\frac{Y}{X}\right)=-\frac{c}{2b}-\frac{d}{2a}\quad\frac{1}{2b}(y\quad\frac{c}{b}x)\ln(1\quad\frac{b}{x})\quad\frac{1}{2a}(y\quad\frac{d}{a}x)\ln\frac{x}{x-a}\qquad(۷)$$

اثبات: اگر X_α و Y_α به‌ترتیب بیانگر برش آلفای متغیرهای X و Y باشند، آنگاه خواهیم داشت:

$$X_a\quad x\ \text{◆}(1-\alpha)a\ ,x\quad(1-\quad)b$$
$$Y_a=y\quad-(1-\alpha)c\ ,y\quad+(1-\quad)d$$

با توجه به پیوسته بودن توزیعات احتمال X و Y، برش آلفای نسبت این متغیرها به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{Y}{X}\qquad\frac{Y}{X}\qquad\begin{matrix}\frac{y\quad(1\quad)c}{x\quad(1\quad)b},\frac{y\quad(1\quad)d}{x\quad(1\quad)a}\qquad if\quad\frac{y\quad(1\quad)c}{x\quad(1\quad)b}\quad\frac{y\quad(1\quad)d}{x\quad-(1\quad)a}\\ \left|\frac{y\quad(1\quad)d}{x\quad(1\quad)a},\frac{y\quad(1\quad)c}{x\quad(1\quad)b}\right]\qquad if\quad\frac{y\quad(1\quad)c}{x\quad+(1-\quad)b}\succ\frac{y\quad+(1\quad)d}{x\quad-(1-\quad)a}\end{matrix}$$

بنابراین، مطابق با رابطه ۳ خواهیم داشت:

$$E\left[-\right]=\frac{1}{2}\int_0^1(\frac{y\quad(1-\quad)c}{x\quad+(1\quad)b}\quad\frac{y\quad(1\quad)d}{x\quad(1\quad)a})d\quad\frac{1}{2}\int_0^1(\frac{y\quad(1\quad)c}{x\quad(1-\quad)b}d$$
$$\frac{1}{2}\int_0^1\frac{y\quad(1\quad)d}{x\quad-(1-\quad)a}d\quad=\frac{1}{2}\int_0^1(-\frac{c}{b}-\frac{1}{b^2}\frac{by+cx}{a\quad(\frac{x}{b}\quad1)})d\quad\frac{1}{2}\int_0^1(-\frac{d}{a}$$
$$+\frac{1}{a^2}\frac{ay\quad dx}{a\quad(\frac{x}{a}-1)})d\quad=-\frac{c}{2b}-\frac{d}{2a}+\frac{1}{2b}(y\quad\frac{c}{b}x)\ln(1\quad\frac{b}{x})+\frac{1}{2a}(y\quad\frac{d}{a}x)\ln\frac{x}{x\quad a}$$

مدل‌سازی مدل هیبریدی پیشنهادی (PCA-FSDEA) تحت محدودیت‌های تصادفی فازی. مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها (CCR) را که توسط چارنز و همکاران (۱۹۷۸) ارائه شد، به‌صورت زیر درنظر بگیرید:

$$
\begin{aligned}
&Max: \quad Z_0(U,V) \quad \frac{U_0^T Y_0}{V_0^T X_0} \\
&st: \ \frac{U_j^T Y_j}{V_j^T X_j} \le 1 \quad j \ \ 1,2,...,n \\
&\quad U_j, V_j
\end{aligned}
\tag{۸}
$$

که در آن، بردارهای X_0 و Y_0 به‌ترتیب بیانگر بردار ورودی‌ها و خروجی‌ها واحد DMU_0 و بردارهای V_0 و U_0 به‌ترتیب بیانگر بردار اوزان مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌های DMU_0 به‌صورت زیر باشند. ایده اصلی این مدل یافتن مجموعه اوزان (U_0,V_0) در راستای حداکثر کردن نسبت کارایی $U_0^T Y_0 / V_0^T X_0$ برای DMU_0 است [۷].

گام ۱: ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA). مدل‌های پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها همچون مدل CCR از ورودی‌ها و خروجی‌های قطعی برای ارزیابی کارایی واحدها استفاده می‌کنند. در مسائل مربوط به پیش‌بینی در دنیای واقعی، تصمیم‌گیرندگان بیشتر با محیط‌های غیرقطعی مواجه می‌شوند که در آن‌ها، ورودی‌ها و خروجی‌ها به‌صورت داده‌های فازی وارد مدل می‌شوند؛ بنابراین در این مقاله، ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها به‌صورت متغیرهای فازی مثلثی درنظر گرفته شده‌اند (با فرض وجود m ورودی و s خروجی برای واحدها) که مقادیر آن‌ها توسط کارشناسان برای دوره مالی آتی سازمان پیش‌بینی و برآورد می‌شوند. به این ترتیب، خواهیم داشت:

$$
X_j = \begin{vmatrix} (x_{1j} - a_{1j}, x_{1j}, x_{1j} + b_{1j}) \\ (x_{2j} - a_{2j}, x_{2j}, x_{2j} \quad b_{2j}) \\ \vdots \\ (x_{mj} \quad a_{mj}, x_{mj}, x_{mj} \quad b_{mj}) \end{vmatrix} \qquad Y_j \quad \begin{matrix} (y_{1j} \quad c_{1j}, y_{1j}, y_{1j} \quad d_{1j}) \\ (y_{2j} \quad c_{2j}, y_{2j}, y_{2j} \quad d_{2j}) \\ \vdots \\ (y_{sj} \quad c_{sj}, y_{sj}, y_{sj} \quad d_{sj}) \end{matrix}
\tag{۹}
$$

که در آن $a_{ij}, b_{ij}, c_{rj}, d_{rj}$ اعداد حقیقی مثبت و x_{ij} و y_{rj} به‌ترتیب بیانگر ورودی iام و خروجی rام از واحد jام هستند؛ به‌طوری که $x_{ij} \succ a_{ij}$ و $y_{rj} \succ c_{rj}$ به‌ازای i = 1,..,m ، r = 1,..,s و j=1,..,n هستند. برای پیش‌بینی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده، مدل پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) به‌صورت مدل ۱۰ است. در این مدل، به‌دلیل فازی بودن ورودی‌ها و خروجی‌ها و به‌طور کلی، فازی بودن محیط پیش‌بینی در راستای کاربردی کردن آن، از تئوری اعتبار در محدودیت‌های مدل که از تئوری‌های نوین مجموعه فازی است و

نقش احتمال در محیط‌های تصادفی را بازی می‌کند و همچنین، از مفهوم مقدار مورد انتظار برای تابع هدف در راستای پیش‌بینی و تعیین کارایی مورد انتظار واحدهای تصمیم‌گیرنده استفاده شده است.

$$\begin{aligned} &Max: \quad Z_0(U,V) \quad E\ \frac{U_0^T Y_0}{V_0^T X_0} \\ &st: \ Cr\ U_j^T Y_j \quad V_j^T X_j \quad 0 \qquad _j \qquad j \quad 1,...,n \\ &\quad U_j, V_j \end{aligned} \tag{۱۰}$$

که در آن α_j بیانگر سطح اطمینان دستیابی به سطح مطلوب کارایی مورد انتظار برای واحد jام است. در مدل ارائه‌شده، مقدار کارایی واحدها و همچنین، مقادیر بهینه اوزان ورودی‌ها و خروجی‌های آن‌ها به سطح اطمینان α_j وابسته خواهد بود. به‌طور کلی، به‌کارگیری تئوری اعتبار در محدودیت‌ها و تابع امید ریاضی در تابع هدف سبب دشواری محاسبات مدل ۱۰ شده است. برمبنای این فرض که ورودی‌ها و خروجی‌های مدل پیشنهادی به‌صورت متغیرهای فازی مثلثی هستند، در قسمت بعدی، مدل FSDEA ارائه‌شده براساس تئوری فازی و قضایای تئوری اعتبار که در ابتدای بخش سوم مطرح شد، به مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل آن تبدیل خواهد شد.

گام ۲: فرم برنامه‌ریزی قطعی معادل محدودیت‌های مدل پیشنهادی FSDEA.
محدودیت‌های $_j \quad \} \ Cr\ U^T Y_j \quad V^T X_j \quad 0$ در مدل پیشنهادی اولیه دربرگیرنده اعتبار رخداد پیشامدهای فازی تصادفی $U^T Y_j \quad V^T X_j \quad 0$ در سطح اطمینان α_j هستند (j=1,..,n) که به محاسبه آن‌ها درطول فرآیند حل مدل نیاز است. اگر فرض کنیم که بردارهای X_j و Y_j به ترتیب بیانگر بردار ورودی‌ها و خروجی‌ها واحد jام به‌صورت تعاریف ۹ باشند، در این صورت خواهیم داشت:

$$U^T Y_j \quad V^T X_j$$
$$\sum_{r\ 1}^{s} u_r (y_{rj} \quad c_{rj}) \quad \sum_{i\ 1}^{m} v_i (x_{ij} \quad b_{ij}), \sum_{r\ 1}^{s} u_r y_{rj} \quad \sum_{i\ 1}^{m} v_i x_{ij}, \quad \sum_{r\ 1}^{s} u_r (y_{rj} + d_{rj}) \quad \sum_{i\ 1}^{m} v_i (x_{ij} \quad a_{ij}) \Big)$$

فرم برنامه‌ریزی قطعی معادل محدودیت $_j \quad \} \ Cr\ U_j^T Y_j \quad V_j^T X_j \quad 0$ در سطح اطمینان $111 \ 0.5 < \alpha_j$ براساس قضایای ۱ و ۲ به‌صورت $g_j(U,V) \quad 0$ خواهد بود که در آن:

$$g_j(U,V) \quad 2(1 \quad _j)(\sum_{r\ 1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i\ 1}^{m} v_i x_{ij}) + (2 \quad _j \quad 1)(\sum_{r\ 1}^{s} u_r (y_{rj} \quad d_{rj}) \quad \sum_{i=1}^{m} v_i (x_{ij} \quad a_{ij})) \tag{۱۱}$$

گام ۳: فرم برنامه‌ریزی قطعی معادل تابع هدف مدل پیشنهادی FSDEA. اگر فرض کنیم که بردارهای X_j و Y_j به‌ترتیب بیانگر بردار ورودی‌ها و خروجی‌ها واحد jام باشند، در این صورت براساس قضیه ۳، فرم برنامه‌ریزی قطعی تابع هدف مدل پیشنهادی برابر خواهد بود با:

$$Z_0(u,v) = E\left[\frac{U^T Y_0}{V^T X_0}\right] = \qquad (۱۲)$$
$$-\frac{c_0}{2b_0} - \frac{d_0}{2a_0} \quad \frac{1}{2b_0}(y_0 + \frac{c_0}{b_0}x_0)\ln(1+\frac{b_0}{x_0}) \quad \frac{1}{2a_0}(y_0 \quad \frac{d_0}{a_0}x_0)\ln\frac{x_0}{x_0 \quad a_0}$$

که در آن:

$$a_0 \quad \sum_{i\ 1}^{m} v_i a_{i0} \qquad b_0 \quad \sum_{i\ 1}^{m} v_i b_{i0} \qquad x_0 \quad \sum_{i\ 1}^{m} v_i x_{i0}$$
$$c_0 \quad \sum_{r\ 1}^{s} u_r c_{r0} \qquad d_0 \quad \sum_{r\ 1}^{s} u_r d_{r0} \qquad y_0 \quad \sum_{r\ 1}^{s} u_r y_{r0} \qquad (۱۳)$$

درنهایت، پس از حصول فرم برنامه‌ریزی قطعی معادل تابع هدف و محدودیت‌ها، مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل مدل پیشنهادی FSDEA با درنظر گرفتن ورودی‌ها و خروجی‌ها به‌صورت متغیرهای فازی مثلثی به‌صورت مدل ۱۴ خواهد بود:

$$Max: \quad Z_0(U,V)$$
$$st: \ g_j(U,V) \le 0 \quad j \quad 1,..,n \qquad (۱۴)$$
$$U \ ,V \ \ge$$

که در آن $Z_0(U,V)$ و $g_j(U,V)$ به‌ترتیب توسط روابط ۱۲ و ۱۱ تعیین می‌شوند. مدل ۱۴ یک مدل غیرخطی با محدودیت‌های خطی است که توسط نرم‌افزارهای بهینه‌سازی استاندارد در حوزه تحقیق در عملیات قابل حل است.

گام ٤: ارائه مدل رویکرد هیبریدی پیشنهادی PCA-FSDEA. تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA) یک تکنیک آماری برای کاهش داده‌ها است. فرض کنید که هدف پیش‌بینی کارایی n واحد تصمیم‌گیرنده مشابه (j=1,..,n) به‌ازای m ورودی (i=1,..,m) و s خروجی (r=1,..,s) براساس امتیاز کارایی‌های اولیه (e_{lj}) حاصله از مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل مدل پیشنهادی FSDEA است (l=1,..,m×s=p). در این مقاله، تکنیک PCA روی نتایج e_{lj}

که تحت سطوح مختلف اطمینان (α_j) حاصل شده‌اند، در راستای کاهش و حذف کارایی‌های نامطلوب با هدف پیش‌بینی دقیق‌تر کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده به‌کار می‌رود. ماتریس کارایی‌های اولیه به‌دست‌آمده e_{lj} از مدل ۱۴ را به‌صورت زیر درنظر بگیرید:

$$D=[e_{lj}]_{n\times p} \qquad (۱۵)$$

مراحل اجرای PCA روی ماتریس کارایی D به‌صورت زیر است [۲۴]:

۱. با توجه به یکسان نبودن واحدهای اندازه‌گیری e_{lj}ها، تحلیل مؤلفه‌های اصلی روی ماتریس همبستگی انجام می‌شود. در این صورت، ماتریس همبستگی R برابر خواهد بود با:

$$R=[r_{li}]_{p\times p} \qquad (۱۶)$$

با مؤلفه‌های $r_{li}=s_{li}/\sqrt{s_{ll}.s_{ii}}$ که در آن s_{li} $\frac{1}{n\ 1}\sum_{j\ 1}^{n}(e_{lj}\ \ \bar{e}_l)(e_{ij}\ \ \bar{e}_i)$ و s_{ll} $\sum_{j\ 1}^{n}(e_{lj}\ \ \bar{e}_l)^2/n-1$

۲. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه نظیرشان از حل معادلات زیر حاصل می‌شوند:

$$\left|R\ \ \ I_p\right|=0 \qquad (۱۷)$$

که در آن I_P ماتریس همانی $P\ P$ است. P مقدار ویژه مرتب‌شده را با $_p$ ..... $_1\ \ _2$ و P بردار ویژه نرمال‌شده نظیرشان را با $k_1,k_2,...,k_p$ نمایش می‌دهیم؛ بنابراین، ماتریس بردارهای ویژه نرمال‌شده به‌صورت ماتریس K خواهد بود:

$$K\ \ [k_1,k_2,...,k_p] \qquad (۱۸)$$

۳. مؤلفه‌های بردارهای ویژه ضرایب مؤلفه‌های اصلی $PC_1,PC_2,...,PC_p$ را تشکیل می‌دهند. اگر ماتریس شامل مقادیر مؤلفه‌های اصلی با PC نشان داده شود، خواهیم داشت:

$$PC=D\times K=\ PC_1,PC_2,....,PC_p\big]_{n\times p} \qquad (۱۹)$$

P مؤلفه اصلی که به ترتیب بالا برای P متغیر تعریف می‌شوند دوبه‌دو ناهمبسته هستند و مجموع واریانس آن‌ها با مجموع واریانس P متغیر اولیه برابر است.

۴. انتخاب M مؤلفه اصلی با $\lambda_l > 1$ به‌ازای l=1,..,M ازمیان مؤلفه‌های اصلی ایجادشده در ماتریس PC [۱۴]. مؤلفه‌های اصلی منتخب به‌عنوان متغیرها برای مدل DEA درنظر گرفته می‌شوند. همچنین، در مدل‌های DEA باید مقادیر متغیرها مثبت باشند؛ درحالی که مقادیر مؤلفه‌های اصلی می‌توانند منفی شوند. به این ترتیب، برای رفع این مشکل از تبدیل زیر استفاده می‌شود:

$$Z_{lj} \quad PC_{lj} \quad Q \qquad (۲۰)$$

که در آن $\min PC_{lj} + 1$ Q خواهد بود (j=1,..,n) [۱۴]. به‌منظور محاسبه و تعیین مقادیر کارایی‌های پیش‌بینی‌شده واحدهای تصمیم‌گیرنده مدل نهایی رویکرد هیبریدی پیشنهادی PCA-FSDEA به‌صورت مدل ۲۱ ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} &Max \quad W_0 \quad \sum_{l=1}^{M} f_l Z_{l0} \\ &st: \\ &\sum_{l=1}^{M} f_l Z_{lj} \quad 1, \quad j \quad 1,2,....,n, \quad j \neq 0 \\ &f_l \quad f_{l+1} \quad _l \quad l \quad 1,2,...,p \quad 1 \\ &f_l \quad 0 \qquad l \quad 1,2,...,p \end{aligned} \qquad (۲۱)$$

که در آن W_0 بیانگر مقدار کارایی پیش‌بینی‌شده DMU_0، f_l بیانگر وزن خروجی Z_{lj} است و دلیل وجود محدودیت وزنی $_i$ $f_l \quad f_{l\,1}$ آن است که سهم lامین مؤلفه اصلی از پراکندگی کل بیشتر از سهم l+1امین مؤلفه اصلی است.

٤. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

مدیریت یک مؤسسه تجاری به‌دنبال پیش‌بینی عملکرد ده شرکت نمایندگی (DMU) خود برای دوره مالی آتی (زمستان سال ۹۲)، به‌منظور برنامه‌ریزی و انجام اقدامات اصلاحی پیشاپیش در راستای افزایش بهره‌وری آن‌ها است.

پرتال جامع علوم انسانی

جدول ۱. ورودی‌های فازی مثلثی پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها برای زمستان سال ۹۳

نمایندگی	ورودی‌ها		
	حقوق کارمندان (x_1)	هزینه عملیاتی (x_2)	هزینه اجاره (x_3)
۱	(۳/۹−۰/۶, ۳/۹, ۳/۹+۰/۶)	(۲/۲−۰/۳, ۲/۲, ۲/۲+۰/۳)	(۷/۹−۰/۱, ۷/۹, ۷/۹+۰/۱)
۲	(۳−۰/۲, ۳, ۳+۰/۲)	(۱/۵−۰/۲, ۱/۵, ۱/۵+۰/۲)	(۷/۲−۰/۱, ۷/۲, ۷/۲+۰/۱)
۳	(۴/۷−۰/۶,۴/۷, ۴/۷+۰/۶)	(۲/۵−۰/۵, ۲/۵, ۲/۵+۰/۵)	(۲/۹−۰/۱, ۹/۲, ۹/۲+۰/۱)
۴	(۴/۱−۰۸, ۴/۱, ۴/۱+۰/۸)	(۲/۲−۰/۵, ۲/۲, ۲/۲+۰/۵)	(۸/۹−۰/۱, ۸/۹, ۸/۹+۰/۱)
۵	(۵/۲−۰/۴, ۵/۲, ۵/۲+۰/۴)	(۳/۱−۰/۲, ۳/۱, ۳/۱+۰/۲)	(۹/۸−۰/۱, ۹/۸, ۹/۸+۰/۱)
۶	(۴/۱−۰/۶, ۴/۱,۴/۱+۰/۶)	(۲/۳−۰/۳, ۲/۳, ۲/۳+۰/۳)	(۸/۲−۰/۲, ۸/۲, ۸/۲+۰/۲)
۷	(۳/۲−۰/۲, ۳/۲, ۳/۲+۰/۲)	(۱/۶−۰/۲, ۱/۶, ۱/۶+۰/۲)	(۷/۵−۰/۱, ۷/۵, ۷/۵+۰/۱)
۸	(۴/۹−۰/۶, ۴/۹, ۴/۹+۰/۶)	(۲/۶−۰/۵, ۲/۶, ۲/۶+۱/۵)	(۹/۵−۰/۳, ۹/۵, ۹/۵+۰/۳)
۹	(۴/۳−۰/۸, ۴/۳, ۴/۳+۰/۸)	(۲/۳−۰/۵, ۲/۳, ۲/۳+۰/۵)	(۹/۲−۰/۵, ۹/۲, ۹/۲+۰/۵)
۱۰	(۵/۳−۰/۴, ۵/۳,۵/۳+۰/۴)	(۳/۲−۰/۲, ۳/۲, ۳/۲+۰/۲)	(۹/۹−۰/۲, ۹/۹, ۹/۹+۰/۲)

وی سه متغیر ورودی و دو متغیر خروجی را برای این نمایندگی‌ها درنظر گرفته است و مقادیر آن‌ها را برای دوره مالی زمستان ۹۲ به‌صورت متغیرهای فازی مثلثی توسط نظرات کارشناسان در دوره مالی فعلی (پاییز ۹۲) برآورد کرده است که نتایج به شرح جدول ۱ و ۲ است. ورودی‌ها عبارت‌اند از: حقوق کارمندان (x_1)، هزینه عملیاتی(x_2) و هزینه اجاره (x_3). خروجی‌ها عبارت‌اند از: درآمد ناخالص (y_1) و سود خالص (y_2) که همه پارامترها برحسب هزار میلیون ریال هستند.

جدول ۲. خروجی‌های فازی مثلثی پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها برای زمستان سال ۹۳

نمایندگی	خروجی‌ها	
	درآمدهای غیرمستقیم (Y_1)	سود خالص (Y_2)
۱	(۴−۰/۳, ۴, ۴+۰/۳)	(۸/۲−۰/۲, ۸/۲, ۸/۲+۰/۲)
۲	(۳/۲−۰/۲, ۳/۲, ۳/۲+۰/۲)	(۷/۵−۰/۱, ۷/۵, ۷/۵+۰/۱)
۳	(۴/۷−۰/۱,۴/۷, ۴/۷+۰/۱)	(۹/۵−۰/۳, ۹/۵, ۹/۵+۰/۳)
۴	(۴/۱−۰/۵, ۴/۱, ۴/۱+۰/۵)	(۹/۲−۰/۵, ۹/۲, ۹/۲+۰/۵)
۵	(۵/۲−۰/۴, ۵/۲, ۵/۲+۰/۴)	(۹/۹−۰/۲, ۹/۹, ۹/۹+۰/۲)
۶	(۴/۲−۰/۳, ۴/۲, ۴/۲+۰/۳)	(۸/۵−۰/۲, ۸/۵, ۸/۵+۰/۲)
۷	(۳/۷−۰/۲, ۳/۷, ۳/۷+۰/۲)	(۷/۷−۰/۱, ۷/۷, ۷/۷+۰/۱)
۸	(۴/۶−۰/۱, ۴/۶, ۴/۶+۰/۱)	(۹/۶−۰/۳, ۹/۶, ۹/۶+۰/۳)
۹	(۵/۳−۰/۵, ۵/۳, ۵/۳+۰/۵)	(۹/۵−۰/۱, ۹/۵, ۹/۵+۰/۱)
۱۰	(۵/۸−۰/۴, ۵/۸, ۵/۸+۰/۴)	(۱۰/۵−۰/۲, ۱۰/۵, ۱/۵+۰/۲)

جدول ۳. کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه به‌ازای 0.5 *توسط مدل* PCA-FSDEA

DMU	جواب بهینه: $(u_1, u_2, v_1, v_2, v_3)$	کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه
۱	(۰/۱۹۵۱, ۰/۰۳۰۲, ۰/۲۵۲۱, ۰/۰۱۹۴, ۰/۵۲۷۲)	۰/۹۴۱
۲	(۰/۳۹۲۹, ۰/۰۸۵۳, ۰/۹۷۲۴, ۰/۱۷۰۸, ۰/۰۱۴۳)	۰/۹۸۲
۳	(۰/۲۲۰۲, ۰/۵۱۲۵, ۰/۴۱۷۳, ۰/۷۱۲۵, ۰/۰۳۷۲)	۰/۹۳۹
۴	(۰/۵۵۵۴, ۰/۸۸۳۴, ۰/۲۲۳۲, ۰/۳۵۳۱, ۰/۰۱۲۵)	۰/۹۶۵
۵	(۰/۳۸۳۸, ۰/۰۶۷۰, ۰/۸۲۶۶, ۰/۰۱۸۷, ۰/۱۶۲۷)	۰/۸۷۷
۶	(/۲۵۵۱ , ۰/۱۳۰۲, ۰/۱۵۲۱,۰/۰۱۳۴, ۰/۲۲۵۵)	۰/۹۵۱
۷	(۰/۴۱۲۹, ۰/۱۱۵۳, ۰/۹۷۲۴, ۰/۱۶۰۸, ۰/۰۱۱۲)	۰/۹۸۸
۸	(۰/۲۰۰۱, ۰/۴۸۲۴, ۰/۴۱۷۳, ۰/۸۱۲۶, ۰/۱۳۷۱)	۰/۹۰۳
۹	(۰/۴۵۳۴, ۰/۶۸۵۵, ۰/۲۲۳۲, ۰/۴۵۶۱, ۰/۲۱۶۵)	۰/۹۱۳
۱۰	(۰/۵۸۳۵, ۰/۲۶۸۵, ۰/۸۲۶۶, ۰/۰۱۲۳, ۰/۱۱۲۳)	۰/۹۶۹

با استفاده از مدل پیشنهادی ۱۴، مقادیر اولیه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها برای زمستان ۹۲ تحت سطح اطمینان 0.5 به‌صورت جدول ۳ حاصل شده که محاسبات توسط کامپیوتر شخصی تحت سیستم‌عامل ویندوز ۷ و نرم‌افزار بهینه‌سازی Lingo 11.0 صورت گرفته است. همچنین، مقادیر اولیه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها تحت سطوح مختلف اطمینان، ولی یکسان، برای تمام آن‌ها توسط مدل ۱۴ محاسبه شده که نتایج به‌شرح جدول ۴ است.

جدول ۴. مقادیر اولیه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده به‌ازای سطوح مختلف اطمینان توسط مدل PCA-FSDEA

نمایندگی	۰/۲ 1	۰/۵ 2	۰/۸ 3	۰/۹ 4	۰/۹۵ 5
۱	۰/۹۶۲	۰/۹۴۱	۰/۸۶۸	۰/۸۴۱	۰/۸۲۳
۲	۰/۹۹۴	۰/۹۸۲	۰/۹۳۲	۰/۹۲۱	۰/۸۹۱
۳	۰/۹۴۶	۰/۹۳۹	۰/۸۵۴	۰/۸۳۴	۰/۸۱۲
۴	۰/۹۷۳	۰/۹۶۵	۰/۸۷۱	۰/۸۴۹	۰/۸۲۷
۵	۰/۹۰۰	۰/۸۷۷	۰/۸۴۴	۰/۸۲۵	۰/۸۰۱
۶	۰/۹۶۷	۰/۹۵۱	۰/۸۵۸	۰/۸۳۱	۰/۸۱۳
۷	۰/۹۹۵	۰/۹۸۸	۰/۹۲۷	۰/۹۱۸	۰/۸۸۸
۸	۰/۹۱۱	۰/۹۰۳	۰/۸۱۸	۰/۸۱۲	۰/۷۸
۹	۰/۹۲۶	۰/۹۱۳	۰/۸۷۴	۰/۸۵۲	۰/۸۳۱
۱۰	۰/۹۷۳	۰./۹۶۹	۰/۹۲۹	۰/۸۹۹	۰/۸۸۵

به‌منظور حذف نتایج نامطلوب کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه حاصله از مدل ۱۴ در جدول ۴، تکنیک PCA روی آن‌ها به‌کار رفت که نتایج در جدول ۵ نمایش داده شده و همان‌طور که می‌بینید، دو مؤلفه اصلی اول که دارای $1 \succ$ هستند، انتخاب شدند. این دو مؤلفه اصلی در

ستون‌های دوم و سوم جدول ۵ نمایان هستند که ۹۹/۳ درصد از نتایج جدول ۵ را پوشش داده‌اند.

جدول ۵. مقادیر ویژه و مؤلفه‌های اصلی حاصل از PCA روی نتایج مدل FSDEA در سطوح مختلف اطمینان

مقدار ویژه	۳/۴۹۵۳	۱/۴۶۸۷	۰/۰۲۴۱	۰/۰۱۱۸	۰/۰۰۰۱
(%) نسبت	۶۹/۹	۲۹/۴	۰/۵	۰/۲	۰
نسبت تجمعی	۶۹/۹	۹۹/۳	۹۹/۸	۱۰۰	۱۰۰
سطح اطمینان	PC_1	PC_2	PC_3	PC_4	PC_5
$_1$ **۰/۲**	−۰/۴۳۴	۰/۵۶۳	−۰/۲۵۲	۰/۶۵۲	۰/۰۷۹
$_2$ **۰/۵**	−۰/۴۳۵	۰/۵۵۳	۰/۲۸۸	−۰/۶۴۶	−۰/۰۷۴
$_3$ **۰/۸**	−۰/۴۵۷	−۰/۳۳۴	−۰/۵۵۹	−۰/۱۶۱	−۰/۵۸۳
$_4$ **۰/۹**	−۰/۴۵۲	−۰/۳۶۷	۰/۷۱۳	۰/۳۲۴	−۰/۲۰۳
$_5$ **۰/۹۵**	−۰/۴۵۷	−۰/۳۵۳	−۰/۱۸۱	−۰/۱۶۳	۰/۷۷۹

پس از تبدیل مؤلفه‌های اصلی منفی به مثبت با استفاده از رابطه ۲۰، نتایج به‌عنوان پارامترهای خروجی به مدل نهایی رویکرد هیبریدی PCA-FSDEA پیشنهادی ۲۱ وارد شد که نتایج نهایی کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها برای زمستان سال ۹۲ به‌صورت جدول ۶ حاصل شده است. در این جدول، نمایندگی چهارم کاراترین نمایندگی است، نمایندگی‌های سوم و دهم به‌ترتیب در رتبه‌های دوم و سوم قرار گرفته‌اند و نمایندگی هشتم به‌عنوان ناکاراترین نمایندگی شناخته شده است.

جدول ۶. مقادیر نهایی کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها

کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نهایی	نمایندگی
۰/۷۷۸	۱
۰/۸۴۲	۲
۰/۹۶۵	۳
۰/۹۸۲	۴
۰/۷۶۲	۵
۰/۹۱۲	۶
۰/۸۷۵	۷
۰/۷۳۸	۸
۰/۸۱۲	۹
۰/۹۴۷	۱۰

به‌منظور بررسی اعتبار و صحت کارایی‌های پیش‌بینی‌شده برای نمایندگی‌ها، جدول ۷ دربرگیرنده مقادیر کارایی‌های واقعی نمایندگی‌ها است که در پایان دوره پیش‌بینی توسط مدل

CCR ۸ برمبنای مقادیر واقعی ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها به‌دست آمده است. نتایج جدول ۷ نشان می‌دهد که نمایندگی‌های اول، پنجم، هشتم و نهم دارای رتبه‌های مشابه برمبنای کارایی‌های واقعی و پیش‌بینی‌شده هستند. شش نمایندگی (دوم، سوم، چهارم، ششم، هفتم و دهم) براساس کارایی‌های واقعی نیز کارا شناخته شده و در رتبه یکم قرار گرفته‌اند که براساس کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نیز به‌ترتیب در رتبه‌های یکم تا ششم قرار گرفته‌اند که نشان‌دهنده برتری قدرت تمایز در رویکرد پیشنهادی است. همچنین، نرخ همبستگی پیرسون بالایی (۰/۸۳۱) بین کارایی‌های واقعی و پیش‌بینی‌شده برای نمایندگی‌ها به‌دست آمده است که در سطر آخر جدول ۷ نمایان شده است و نشان‌دهنده نزدیکی نتایج پیش‌بینی‌شده به مقادیر کارایی‌های واقعی است.

جدول ۷. ورودی‌ها و خروجی‌های واقعی نمایندگی‌ها و مقادیر کارایی واقعی آن‌ها در پایان دوره مالی زمستان ۹۲

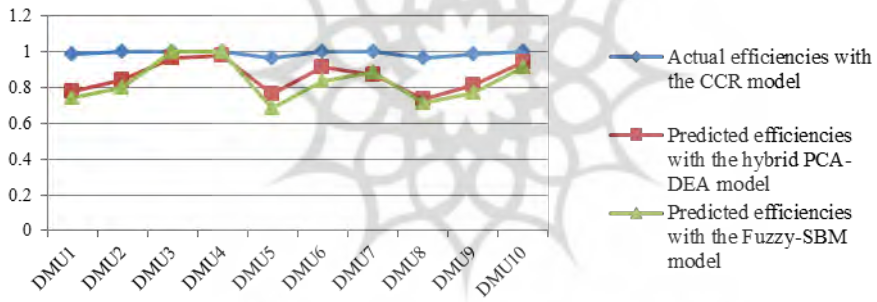
نمایندگی	ورودی‌ها			خروجی‌ها		کارایی واقعی	کارایی پیش‌بینی‌شده	رتبه واقعی	رتبه پیش‌بینی‌شده
	حقوق کارمندان	هزینه عملیاتی	هزنه اجاره	درآمد غیرمستقیم	سود خالص				
۱	۴/۰۱	۲/۱۵	۷/۸۵	۳/۹۵	۸/۱۶	۰/۹۸۶	۰/۷۷۸	۸	۸
۲	۳/۰۲	۱/۵۱	۷/۱۱	۳/۴۱	۷/۴۱	۱	۰/۸۴۲	۱	۹
۳	۴/۶	۲/۳۴	۹/۰۷	۴/۹۱	۹/۵۲	۱	۰/۹۶۵	۱	۲
۴	۴/۱۱	۲/۱۱	۸/۹۱	۴/۵۵	۹/۲۴	۱	۱	۱	۱
۵	۵/۱۲	۳/۰۳	۹/۸۹	۵/۱۹	۱۰/۲	۰/۹۶۷	۰/۷۶۲	۹	۹
۶	۴/۱۲	۲/۲۱	۸/۱۶	۴/۰۱	۸/۶۱	۱	۰/۹۱۲	۱	۴
۷	۳/۱۱	۱/۴۲	۷/۴۱	۳/۷۵	۷/۷۹	۱	۰/۸۷۵	۱	۵
۸	۴/۷۸	۲/۴۸	۹/۵۲	۴/۶۱	۹/۶۸	۰/۹۶۵	۰/۷۳۸	۱۰	۱۰
۹	۴/۱۵	۲/۱۵	۹/۲۴	۵/۳	۹/۳۹	۰/۹۹	۰/۸۱۲	۷	۷
۱	۵/۲۸	۳/۲۲	۱۰/۲	۵/۹۲	۱۰/۶	۱	۰/۹۴۷	۱	۳
	نرخ همبستگی پیرسون بین مقادیر کارایی‌های پیش‌بینی‌شده و واقعی نمایندگی‌ها:						۰/۸۳۱		

به‌منظور انجام آزمون دیگر برای اعتبارسنجی دقت کارایی‌های پیش‌بینی‌شده، مقادیر کارایی نمایندگی‌ها با استفاده از مدل مشابه دیگری به‌نام Fuzzy-SBM که توسط چن و همکاران (۲۰۱۳) ارائه شده، پیش‌بینی شد و نتایج آن با نتایج به‌دست‌آمده از رویکرد هیبریدی پیشنهادی PCA-FSDEA مقایسه شد. نتایج در جدول ۸ ارائه شده است.

جدول ۸. مقایسه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده با نتایج مدل Fuzzy-SBM و کارایی‌های واقعی

نمایندگی	کارایی‌های واقعی توسط مدل CCR	کارایی‌های پیش‌بینی‌شده توسط رویکرد پیشنهادی	کارایی‌های پیش‌بینی‌شده توسط رویکرد Fuzzy-SBM
۱	۰/۹۸۶	۰/۷۷۸	۰/۷۴۶
۲	۱	۰/۸۴۲	۰/۸۰۴
۳	۱	۰/۹۶۵	۱
۴	۱	۰/۹۸۲	۱
۵	۰/۹۶۷	۰/۷۶۲	۰/۶۸۷
۶	۱	۰/۹۱۲	۰/۸۳۶
۷	۱	۰/۸۷۵	۰/۸۸۴
۸	۰/۹۶۵	۰/۷۳۸	۰/۷۱۲
۹	۰/۹۹	۰/۸۱۲	۰/۷۷۵
۱۰	۱	۰/۹۴۷	۰/۹۱۲

شکل ۱ مقایسه نتایج کارایی‌های پیش‌بینی‌شده توسط رویکرد هیبریدی پیشنهادی و مدل Fuzzy-SBM با کارایی‌های واقعی نمایندگی‌ها را نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌بینیم، کارایی‌های پیش‌بینی‌شده توسط رویکرد هیبریدی پیشنهادی درمقایسه با مدل Fuzzy-SBM به کارایی‌های واقعی نزدیک‌تر است و دقت بالاتری دارد.



شکل ۱. مقایسه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده توسط رویکرد پیشنهادی و مدل Fuzzy-SBM با کارایی‌های واقعی

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله، رویکرد هیبریدی جدیدی براساس ترکیب تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) تحت محدودیت‌های فازی و تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA)، با هدف پیش‌بینی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده برای دوره مالی آینده آن‌ها ارائه شد. به‌طور خلاصه، مدل‌سازی مدل پیشنهادی در این مقاله در گام‌های زیر ارائه شد:

۱. قضایایی درارتباط با اعمال تئوری اعتبار روی متغیرهای فازی مثلثی و توابع آن‌ها ارائه شد. این قضایا به‌منظور ساده‌سازی و کاهش پیچیدگی محدودیت‌های مدل پیشنهادی به‌کار رفتند؛
۲. مدل تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) جدیدی ارائه شد که در آن از تئوری اعتبار در محدودیت‌ها و از مقدار مورد انتظار در تابع هدف آن در راستای پیش‌بینی کارایی مورد انتظار واحدها استفاده شد. تحت فرض فازی مثلثی بودن ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده، برای کاهش پیچیدگی فرآیند حل، مدل پیشنهادی FSDEA به مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل آن تبدیل شد؛
۳. پس از محاسبه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه توسط مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل که تحت سطوح مختلف اطمینان به‌دست می‌آیند، تکنیک PCA به‌منظور حذف کارایی‌های نامطلوب حاصله روی آن‌ها به‌کار رفت و مؤلفه‌های اصلی انتخاب شدند. درنهایت، این مؤلفه‌های اصلی به‌عنوان پارامترهای خروجی در مدل نهایی رویکرد PCA-FSDEA به‌منظور پیش‌بینی کارایی‌های واحدها به‌کار رفتند؛
۴. در راستای تشریح اعتبار و اثربخشی رویکرد پیشنهادی، از آن برای پیش‌بینی کارایی‌های ده شرکت نمایندگی یک مؤسسه تجاری استفاده شد و نتایج به‌دست‌آمده از آن از یک سو با کارایی‌های واقعی نمایندگی‌ها که در پایان دوره پیش‌بینی توسط مدل پایه‌ای CCR حاصل شدند و از سوی دیگر با نتایج حاصل از مدل مشابه دیگری به‌نام مدل Fuzzy-SBM که توسط چن و همکارانش (۲۰۱۳) ارائه شده، مقایسه شد. نتایج نشان‌دهنده برتری دقت پیش‌بینی رویکرد هیبریدی پیشنهادی است.

پیشنهاد می‌شود که به‌منظور توسعه رویکرد پیشنهادی، با اعمال فرض فازی ذوزنقه‌ای بودن برای متغیرهای ورودی و خروجی و نیز استفاده از تئوری متوسط شانس در محدودیت‌های مدل پیشنهادی، به پیش‌بینی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده با ویژگی‌های محیطی متفاوت پرداخته شود.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

1. Adler, N., & Golany, B. (2001). Evaluation of Deregulated airline networks using data envelopment analysis combined with principal component analysis. *European Journal of Operational Research*, *132(2)*, 18-31.

2. Adler, N., & Yazhemsk, E. (2010). Improving Discrimination in Data Envelopment Analysis: PCA-DEA or Variable Reduction. *European Journal of Operational Research*, *202(1)*, 273-284.

3. Adler, N., & Golany, B. (2002). Including principal component weights to improve discrimination in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research Society*, *53*, 985-991.

4. Ahmadvand, A., Abtahy, Z., & Bashiri, M. (2011). Considering undesirable variables in PCA-DEA method: A case of road safety evaluation in Iran. *Journal of Industrial Engineering*, *7(15)*, 43-50.

5. Aslani, G., Momeni-Masuleh, S.H., Malek, A., & Ghorbani, F. (2004). Bank Efficiency Evaluation using a Neural Network-DEA Method. *Iranian Journal of Mathematical Sciences and Informatics*, *4*, 33-48.

6. Azadi, M. Jafarian, M., & Farzipoor, R. (2014). A new fuzzy DEA model for evaluation of efficiency and effectiveness of suppliers in sustainable supply chain management context. *Computer & Industrial Engineering*, *70*, 1801-1815.

7. Charnes, A., Cooper, W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, *6*, 429˚444.

8. Chen, Y., Chiu, Y., Huang, C., & Tu, C. (2013). The analysis of bank performance and market risk-applying Fuzzy Data Envelopment Analysis. *Economic Modeling*, *32*, 225-232.

9. Chen, Y.W., Larbani, M., & Chang, Y.P. (2009). Multiobjective data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, *60*, 1556-1566.

10. Cooper, W., Huang, Z.M., & Li, S.X. (1996). Satisfying DEA models under chance constraints. *Annals of operation research*, *66*, 279-296.

11. Cooper, WW., Deng, H., Huang Z., & Li, SX. (2002). Chance constrained programming approach to technical efficiencies. *Journal of Operational Research Society*, *53*, 1347-1354.

12. Dai, X., Liu, Y., & Qin, R. (2013). Modeling Fuzzy DEA with Expectation Criterion. *Journal of the Operational Research Society*, *60*, 1576-1586.

13. Fethi, M., Jackson, P., & Jones, W. (2001). European ailines: A stochastic DEA study of efficiency with market liberalization. *European workshop of efficiency and productivity analysis.*

14. Hadi, A., Vencheh, R., & Kazemi, M. (2005). Undesirable factors in efficiency measurement. *Applied Mathematics and Computation*, *163*, 547-552.

15. Huang, ZM., & Li, SX. (2004). Chance Constrained Programming and Stochastic DEA Models. *Proceeding of the Decision Sciences Institute*, 447-449.

16. Jenkins, L., & Anderson, M. (2003). A multivariate statistical approach to reducing the number of variables in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, *147*, 51-61.

17. Meng, M. (2014). A hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm for Satisficing Data Envelopment Analysis under fuzzy Chance Constraints. *Expert System with Applications*, *41*, 2074-2082.

18. Niranjan, R., Nataraja, L., & Andrew, J. (2011). Guidelines for using variable selection techniques in DEA. *European Journal of Operational Research, 215,* 662-669.

19. Omrani, H.I., Gharizadeh Beiragh, R., & Shafiei Kaleibari, S. (2015). Performance assessment of Iranian electricity distribution companies by an integrated cooperative game data envelopment analysis and PCA approach. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 64,* 617˚625.

20. Podinovski, V., & Thanassoulis, E. (2007). Improving discrimination in Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis, 28,* 117-126.

21. Razavi, S.H., Amoozad, H., & Zavadskas, E.K. (2013). A Fuzzy Data Envelopment Analysis Approach based on Parametric Programming. *International Journal of Computer Computation, 8(4),* 594-607.

22. Sengupta, J., (1992). A fuzzy systems approach in data envelopment analysis. *Computational Mathematic, 24,* 259- 266.

23. Shanmugam, R., & Johnson, Ch. (2007), At a crossroad of data envelopment and principal component analyses. *Omega, 35(4),* 351-364.

24. Zhu, J. (1998). Data Envelopment Analysis vs principal component analysis: an illustrative study of economic. Performance of Chinese cities. *European Journal of Operational Research, 111(1),* 50˚61.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی