فصلنامه تأمین اجتماعی ۴۸
• سال سیزدهم • شماره دوم • بهار ۱۳۹۷

سرمایه‌گذاری بهینه در طرح‌های بازنشستگی ترکیبی با هدف تضمین حداقل مزایا

علی رضایی*
حمیده داریوش همدانی**
محمدرضا واعظ مهدوی***

چکیده

مشکلات صندوق‌های بازنشستگی از مسائل مهم و جاری در اکثر کشورهااست. به‌دلیل افزایش سن امید به زندگی و کاهش مرگ‌ومیر، صندوق‌های بازنشستگی با مشکل عدم توانایی در ایفای تعهدات مالی در قبال افراد بیمه‌شده مواجه هستند. صندوق‌های بازنشستگی در جهان به‌طور غالب از نوع مزایای معین است که در این سیستم تمامی ریسک‌های صندوق (اعم از سرمایه‌گذاری، طول عمر و ...) برعهدهٔ خود صندوق بازنشستگی می‌باشد. با توجه به تغییرات بین نسلی، سن امید به زندگی و تضمین مزایای فرد بیمه‌شده در طرح‌های مزایای معین، اکثر صندوق‌های بازنشستگی دارای تعهدات تأمین‌مالی نشده هستند. از راه‌حل‌های ارائه‌شده برای این مسئله، می‌توان به تبدیل سیستم صندوق‌های بازنشستگی به مشارکت معین نام برد. در این سیستم‌ها ریسک‌های صندوق به‌سمت فرد بیمه‌شده منتقل می‌شود. اما این طرح‌ها نیز نیاز به ضمانت‌هایی برای فرد دارد. یکی از انواع ضمانت‌ها، تضمین نرخ بازگشت سرمایه یا همان بازده سرمایه‌گذاری است که در این مقاله به‌طور کامل بررسی شده است و در قالب اختیار ضمانت طراحی و قیمت‌گذاری می‌شود.

کلیدواژه‌ها: صندوق بازنشستگی، مزایای معین، مشارکت معین، بازده سرمایه‌گذاری.

---

* دانش آموخته مقطع کارشناسی ارشد دانشکده ریاضی دانشگاه شهید بهشتی (ugdrezaei@gmail.com).

** استادیار گروه آمار، دانشکده ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

*** استادگروه فیزیولوژی، دانشکده پزشکی، دانشگاه شاهد، تهران، ایران.

مقدمه

سیستم‌های بازنشستگی به‌طور کلی به دو نوع مزایای معین و مشارکت معین تقسیم می‌شوند. در سیستم‌های مزایای معین، بیمه‌گر متعهد می‌شود پس از بازنشستگی به فرد بیمه‌شده مبلغی از پیش تعیین‌شده (با توجه به‌میزان حقوق فرد، نرخ تورم و...) تا زمان فوت بپردازد. نحوهٔ محاسبهٔ این مبلغ رابطهٔ مستقیمی با میزان پرداخت حق‌بیمه ندارد، به‌طوری که اکثر صندوق‌های مزایای معین به عدم توانایی در ایفای تعهدات مالی خود دچار شده‌اند. مشکل دیگری که این نوع صندوق‌ها با آن مواجه‌اند، افزایش سن امید به زندگی و کاهش مرگ‌ومیر است. افزایش سن امید به زندگی باعث می‌شود در عین ثابت بودن تعداد سال‌هایی که فرد حق‌بیمه پرداخت می‌کند، فرد دوران بازنشستگی طولانی‌تری داشته باشد و از مزایای مالی بیشتری بهره‌مند شود؛ به‌عبارتی صندوق بازنشستگی برای سال‌های بیشتری پرداخت داشته که این خود باعث به‌وجود آمدن عدم توازن مالی می‌شود. در این سیستم بازنشستگی تمامی ریسک‌های صندوق اعم از ریسک طول عمر و ریسک سرمایه‌گذاری برعهدهٔ پشتیبان صندوق (در غالب موارد دولت) است (نیرومند،۱۳۸۶).

سیستم‌های بازنشستگی ایران نیز همگی از نوع مزایای معین است و تعدادی از صندوق‌ها بدون اندوخته‌گذاری و سایرین، با اندوخته‌گذاری جزئی فعالیت می‌کنند. تأمین‌مالی آنها نیز از نوع موازنهٔ نقدی بوده و تعهدات جاری آنها در اکثر موارد به‌وسیلهٔ حق بیمهٔ افراد فعال پرداخت می‌شود؛ بنابراین تمامی مسائل و مشکلات ذکرشده در سیستم‌های مزایای معین، برای صندوق‌های بازنشستگی ایران نیز صدق می‌کند. از دیگر مشکلات موجود در نظام تأمین‌اجتماعی ایران عدم تفکیک بخش حمایت اجتماعی از بخش بیمهٔ اجتماعی است به‌نحوی که سازمان تأمین‌اجتماعی به عنوان بزرگ‌ترین سازمان ارائه‌دهندهٔ خدمات تأمین‌اجتماعی کشور علاوه‌بر خدمات بیمه‌ای متحمل بار مالی مضاعف جهت ارائهٔ خدمات حمایت اجتماعی است. این درحالی است که وظیفهٔ اصلی این سازمان حفظ و صیانت از اموال اعضاء خود در افق بلندمدت بوده و متولی بخش حمایت اجتماعی خود دولت است و منابع این بخش نیز باید از درآمدهای مالیاتی تأمین‌مالی شود.

با توجه به مسائل و مشکلات صندوق‌های بازنشستگی در ایران، ابتدا در سال ۱۳۸۳ قانون جامع رفاه و تأمین‌اجتماعی تصویب شد که به موجب مادهٔ دو این قانون، بخش بیمه‌ای(شامل بخش بیمه‌های اجتماعی ازجمله بازنشستگی، بیکاری، حوادث و سوانح، ازکارافتادگی و بازماندگان و بخش بیمه‌های درمانی- بهداشت و درمان) از بخش حمایتی و توانبخشی(شامل ارائهٔ خدمات حمایتی و توانبخشی و اعطای یارانه و کمک‌های مالی به افراد و خانواده‌های نیازمند که به‌دلایل گوناگون قادر به‌کار نیستند و یا درآمد آنان جوابگوی حداقل زندگی آنان را نمی‌نماید) تفکیک شد و همچنین در

تبصرهٔ مادهٔ دو بند الف خدمات بیمه‌ای به دو بخش همگانی و تکمیلی تقسیم شد. همچنین وزارت کار، تعاون و رفاه اجتماعی در سال ۱۳۹۶ سند نظام تأمین‌اجتماعی چندلایه را با هدف پایدارسازی قشرکم‌درآمد، مصون‌سازی صندوق‌های بازنشستگی از افزایش بار مالی و اولویت‌بندی خدمات برای توانمندسازی اقشار مختلف جامعه منتشر کرد (گرجی پور، ۱۳۹۶: ۱۵). این سند بر اساس مادهٔ ۲۷ قانون برنامهٔ پنجم توسعه به دولت مجوز برقراری و استقرار نظام تأمین‌اجتماعی چندلایه را با رعایت حداقل سه لایه شامل «مساعدت‌های اجتماعی»، «بیمه‌های پایه» و «بیمه‌های مکمل» می‌دهد. از ویژگی‌های منحصر به‌فرد این برنامه، متمرکز کردن برنامه‌های حمایتی به‌خصوص برای اقشار آسیب‌پذیر است. در این الگوی جدید، افراد به تناسب وضع شغلی، درآمدی و توانایی‌های فردی از طریق دو راهبرد اساسی «بیمه‌ای» و «حمایتی» تحت‌حمایت قرار می‌گیرند، ضمن آنکه کمک و حمایت‌های مالی دولت به‌نفع نیازمندترین خانوارها و به‌صورت متمرکز خواهد بود.

نظام تأمین‌اجتماعی طراحی شده، از سه لایه تشکیل می‌شود:

۱. مساعدت‌های اجتماعی (که از طریق درآمدهای عمومی تأمین‌مالی می‌شود)؛
۲. بیمه‌های پایه (که از طریق مالیات روی کار تأمین می‌شود)؛
۳. بیمه‌های مکمل (که نوعی سرمایه‌گذاری است که توسط بخش خصوصی مدیریت می‌شود و از طریق حق بیمه‌های اختیاری تأمین‌مالی می‌شود).

لایهٔ اول مربوط به وظیفهٔ حمایت اجتماعی دولت از اقشار کم‌درآمد بوده و از طریق بودجهٔ عمومی دولت تأمین‌مالی می‌شود. لایهٔ دوم از نوع طرح‌های مزایای معین بوده و تأمین‌مالی در آن به‌صورت موازنهٔ نقدی است. بدین صورت که حقوق افراد بازنشستهٔ تحت‌حمایت صندوق بازنشستگی از طریق پرداختی افرادی که به صندوق حق‌بیمه می‌پردازند، تأمین‌مالی می‌شود. طرح لایهٔ سوم از نوع مشارکت معین و تأمین‌مالی در آن از نوع اندوخته‌گذاری کامل(طرح‌های بازنشستگی تأمین‌مالی شده) است. سرمایهٔ افراد در این نوع طرح‌ها به‌طور کامل در یک حساب انفرادی اندوخته‌گذاری می‌شود. صندوق بازنشستگی نیز سرمایهٔ انباشت‌شده در این حساب را سرمایه‌گذاری کرده و در زمان بازنشستگی اصل مبلغ و بهرهٔ تعلق گرفته به آن به فرد بازپرداخت می‌شود (گرجی‌پور، ۱۳۹۶: ۱۵). در این نوع از طرح‌ها توازن دقیقی بین میزان پرداختی‌های فرد بیمه‌شده و دریافتی‌های فرد در طول دوران بازنشستگی وجود دارد. در سیستم مشارکت معین در ابتدای قرارداد یک حساب انفرادی برای فرد بیمه‌شده ایجاد شده و حق‌بیمهٔ فرد که میزان آن به‌طور اختیاری برعهدهٔ بیمه‌شده است در این حساب انباشته می‌شود. صندوق بازنشستگی متعهد است سرمایهٔ انباشت‌شده در این حساب را در طی زمانی که فرد حق بیمه پرداخت می‌کند، به‌طور

حرفه‌ای سرمایه‌گذاری کرده و از ارزش آن در مقابل ریسک‌های تورمی و بازار محافظت کند. در زمان بازنشستگی نیز صندوق بازنشستگی می‌تواند سرمایهٔ انباشت‌شده در حساب فرد را به‌طور کامل یا به‌طور اقساط به فرد بازگرداند. نکتهٔ مهم در این بین عدم تضمین میزان پرداخت به فرد در دوران بازنشستگی است. به‌طور مشخص در این نوع طرح‌ها تمامی ریسک‌های سرمایه‌گذاری به فرد منتقل شده و از طرفی صندوق ریسک طول عمر را نیز نمی‌پذیرد. از محاسن این طرح‌ها توازن مالی دقیق صندوق بازنشستگی است (معرفی طرح‌های بازنشستگی،۱۳۸۶). همان‌طور که مطرح شد، تمام ریسک‌های سرمایه‌گذاری به فرد بیمه‌شده منتقل می‌شود اما این مسئله می‌تواند مشکلاتی برای فرد در دوران بازنشستگی ایجاد کند، به‌طوری که در صورت مهیا نبودن فضای سرمایه‌گذاری مناسب و یا مدیریت غیرحرفه‌ای ممکن است فرد در دوران بازنشستگی با مشکل عدم اندوختهٔ کافی مواجه شود. برای حل این مشکل ایدهٔ ایجاد قرارداد اختیار ضمانت برای صندوق‌های بازنشستگی مشارکت معین مطرح شده است. در این قراردادها، نرخ معینی از بازده سرمایه‌گذاری تضمین‌شده و اختیار ضمانت با استفاده از مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار، قیمت‌گذاری می‌شود. تحقیقات در این زمینه با مقالهٔ پنانچی (۱۹۹۹) شروع شد. پنانچی با استفاده از نظریهٔ مارتینگل پیوسته ضمانت‌های پیشنهادی در صندوق‌های مشارکت معین اروگوئه و شیلی را قیمت‌گذاری کرد. فیشر (۱۹۹۹) به‌وسیلهٔ مدل مارتینگل گسسته به ارزیابی ضمانت‌های سیستم بازنشستگی کلمبیا پرداخت. پنانچی متوجه شباهت بین ضمانت‌های صندوق‌های بازنشستگی و محصولات بیمه‌ای دارای اختیار شد که توسط برنن (۱۹۷۹) قیمت‌گذاری شده بودند(امبرکس،۲۰۰۰) و بویل (۱۹۹۷). همچنین تحقیقات فراوانی برای تعمیم این ساختار به فرایندهای تصادفی در حالت کلی‌تر انجام شد(کلمن، ۲۰۰۷)و (کنسایلیو ،۲۰۱۰). اما به‌دلیل تفاوت زیاد بین تعهدات در صنعت بیمه و صندوق‌های بازنشستگی، امکان انطباق کامل مدل استفاده‌شده در صنعت‌بیمه برای صندوق‌های بازنشستگی وجود نداشت. مطالعات دیگری نیز بر روی طراحی ضمانت برای صندوق‌های بازنشستگی مزایای معین انجام شد. در این مطالعات تمرکز بیشتر بر روی راهکار بود تا استفاده از مدل‌های قیمت‌گذاری (اسمتز ،۲۰۰۲). بیگز (۲۰۱۱) با استفاده از داده‌های ایالت‌های امریکا و با رویکرد قیمت‌گذاری دارایی به بررسی صندوق‌های مزایای معین امریکا پرداخت و متوجه شد کسری صندوق هر ایالت به‌طور متوسط برابر ۲۷ درصد تولید ناخالص داخلی آن ایالت است. زیمبا (۲۰۰۷) براساس مدل مدیریت دارایی- بدهی که کارینو (۱۹۹۴) برای صنعت بیمه ارائه داده بود، یک مدل مشابه برای صندوق‌های بازنشستگی طراحی کرد که در آن میزان حق بیمه و انتخاب سبد سهام مشخص می‌شد. زیمبا در طراحی محصولات بیمه‌ای نشان داد می‌توان با فرض

وارد کردن اختیار ضمانت در قرارداد و بر اساس مدل دارایی- بدهی، انتخاب سبد سهام بهینه را با برنامهٔ تصادفی PROMETEIA مدل‌بندی کرد (کنسایلیو، ۲۰۰۶)، کنسایلیو (۲۰۰۸). کنسایلیو (۲۰۱۵) با استفاده از مدل درخت دو جمله‌ای و مدل مونت‌کارلو ضمانت طراحی‌شده برای صندوق‌های بازنشستگی را قیمت‌گذاری کرد. با بهره‌گیری از این مدل همچنین می‌توان پرتفوی بهینه جهت حداقل‌سازی قیمت اختیار ضمانت را نیز به‌دست آورد. رویکرد ما در این مقاله استفاده از ابزار ضمانت طراحی شده توسط کانسالیو در لایهٔ سوم سیستم‌های چندلایه است تا بتوان با استفاده از آن یک نرخ حداقلی از بازده سرمایه‌گذاری را برای افراد بیمه‌شده تضمین کرد.

داده‌های مورد استفاده در این مقاله از سایت مرکز پردازش اطلاعات مالی ایران استخراج شده است. به‌دلیل گستردگی انواع سرمایه‌گذاری اعم از سهام، اوراق مشارکت و حق‌تقدم و همچنین محدودیت در پردازش اطلاعات فرض شده است سرمایه‌گذار تنها در صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک سرمایه‌گذاری می‌کند. همچنین با توجه به گستردگی انواع صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک و ارتباط موضوع مقاله با صندوق‌های بازنشستگی، صندوق‌هایی برای سرمایه‌گذاری انتخاب شده‌اند که غالب سهام آنها در اختیار صندوق‌های بازنشستگی است. با توجه به این فرض‌ها سه صندوق امین‌انصار، امین‌ملت و امین‌سامان انتخاب گردید. واضح است با افزایش قدرت پردازش کامپیوتری می‌توان علاوه‌بر افزودن دیگر صندوق‌ها، هر کدام از سهام‌ها و اوراق مشارکت را به‌صورت مجزا به مدل افزود. همچنین برای تحلیل داده‌ها و حل مسائل بهینه‌سازی از نرم‌افزار R استفاده شده است.

طرح مدل

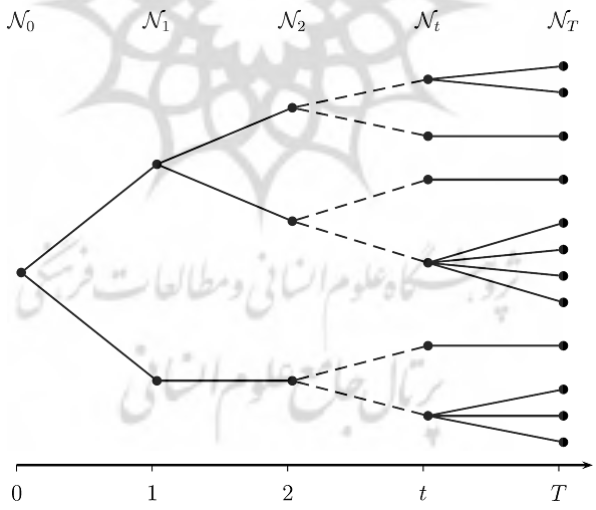
در این مدل نرخ‌های بازگشت سرمایه را با نماد R نمایش می‌دهیم که توسط مجموعهٔ $\mathrm{J} = \{1, 2, \ldots, J\}$ اندیس‌گذاری شده و در فاصلهٔ زمان متناهی t که $t \in \mathrm{T} = \{1, 2, \ldots, T\}$ مشاهده می‌شوند. به‌عبارت دیگر هر درایه R نشان‌دهندهٔ نرخ بازگشت سرمایه در زمان t و برای ابزار مالی j ام است که $j \in \{1, 2, \ldots, J\}$. این مفهوم در قالب ۳-۱ ارائه شده است.

$$R = \left(R_t^1, \ldots, R_t^J\right)_{t=1}^{T}. \qquad (1\text{-}2)$$

فرایند بازگشت سرمایه بر روی فضای احتمال (Ω, F, P) تعریف شده که فضای نمونه Ω متناهی فرض می‌شود. از فرمول 2-1 می‌توان برای نمایش وضعیت‌های محتمل بازار در زمان‌های مختلف بر روی یک درخت سناریو استفاده کرد. گره‌های درخت سناریو در زمان t را با N_t و مجموعه تمام گره‌ها را با $N \equiv \bigcup_{t=0}^{T} N_t$ نمایش می‌دهیم. هر گره $n \in N_t$ متناظر است با یک عضو

از F_t یا یک وضعیت محتمل بازار (برای سادگی در ادامهٔ مقاله هر جا از گره n نام بردیم منظور گرهی از مجموعهٔ N است).گره‌های در زمان t از تمامی گره‌ها در زمان $t-1$ قابل دسترسی نیستند و مسیرهایی از گره صفر به بعضی از گره‌های انتهایی از مجموعهٔ N_t وجود دارد که نشان‌دهندهٔ مسیرهای یکتا دسترسی به یک گره خاص هستند. هر مسیر نشان‌دهندهٔ یک سناریو است. نمودار ۱ نمایش ترسیمی مجموعهٔ سناریوها یا همان درخت سناریو می‌باشد. به‌طور مثال برای ۱۲ سناریو موجود، ۲ وضعیت در $t = 1$، ۳ وضعیت در $t = 2$ و ۶ وضعیت در t وجود دارد. $P(n)$ نشان‌دهندهٔ تمامی گره‌ها روی یک مسیر یکتا از گره صفر به گره $n \in N(t)$ به استثناء گره صفر و $p(n)$ نشان‌دهندهٔ گره‌ها روی مسیر منتهی به گره n به‌شرط عدم وجود اتصال به گره صفر و $S(n) \subset N(t)$ نشان‌دهندهٔ گره‌ها روی مسیر منتهی به گره n به‌شرط اتصال به گره صفر می‌باشد که به این گره‌ها، گره‌های موفق می‌گوییم. به هر گره موفق $n \in N_t$ یک وزن احتمالی q_n اختصاص می‌یابد. فرض می‌شود برای هر n تمام اطلاعات مسیر $P(n)$ معلوم باشد. بدون از دست رفتن اصل مسئله، هرگاه به اطلاعات یک گره اشاره می‌کنیم شاخص زمان را در نظر نمی‌گیریم، زیرا مقدار هر گره توسط یک مجموعه از $N(t)$ که دارای شاخص زمانی است، تعیین می‌شود.

نمودار۱: نمایش ترسیمی مجموعه سناریوها



اصول اختیار ضمانت

سرمایهٔ اولیهٔ صندوق بازنشستگی برابر است با $A_0 = L_0 + E_0$ که L_0 حق بیمهٔ اولیهٔ پرداختی توسط

بیمه‌گذار و E_0 می‌تواند سرمایهٔ پشتیبان صندوق،کارفرما و یا هر دو باشد، به عبارتی:

$$E_0 = (1-\alpha)A_0$$

$$L_0 = \alpha A_0$$

$$\alpha < 1.$$

همچنین در این مدل فرض می‌شود صندوق بازنشستگی بسته است و سرمایهٔ اولیهٔ A_0 در یک پرتفوی با توجه به متغیرهای سرمایه‌گذاری x_j که $\sum_{j\in J} x_j = 1$ سرمایه‌گذاری می‌شود. x_j درصدی از سرمایهٔ صندوق است که در ابزار مالی j ام سرمایه‌گذاری می‌شود.

اگر صندوق بازنشستگی پرداخت یک مقدار مشخص پول را در زمان T تضمین کند، قیمت این ضمانت وابسته به ارزش سرمایهٔ اصلی A_n است که $n \in N(t)$

فرض می‌کنیم $\{R_t\}_{t\in T}$ که خانواده‌ای از فرایندهای تصادفی است، به‌صورت یک بردار J بعدی (3-1) تعریف شود:

$$R_n \equiv \left(R_n^1, \ldots, R_n^J\right) \qquad (3\text{-}1)$$

فرایند تصادفی ارزش سرمایهٔ $\{A_n\}$ توسط فرایند تصادفی نرخ بازگشت سرمایهٔ $\{R_n^A\}$ به طریق زیر تعیین می‌شود که $n \in N / \{0\}$

$$A_n = A_{p(n)} e^{R_n^A}. \qquad (3\text{-}2)$$

$$R_n^A = \sum_{j\in J} x_j R_n^j. \qquad (3\text{-}3)$$

که $A_{p(n)}$ ارزش سرمایه در گره پیشین و R_n^A به‌عبارتی یک میانگین وزنی از نرخ‌های بازگشت سرمایه در گره nام است.

فرایند تعهدات (بدهی‌ها) نیز همان‌طور که در 3-5 نشان داده شده با یک نرخ تصادفی رشد می‌کند با این شرط که در هر گره $n \in N / \{0\}$ تضمین می‌شود این نرخ از یک نرخ حداقلی g کمتر نباشد:

$$R_n^L = \max(\delta R_n^A - g, 0) + g. \qquad (3\text{-}4)$$

$$L_n = L_{p(n)} \exp[g + \max(\delta R_n^A - g, 0)]. \qquad (3\text{-}5)$$

پارامتر δ نشان‌دهندهٔ تقسیم ریسک نرخ‌های بازگشت سرمایهٔ تصادفی، بین فرد بیمه‌شده و صندوق بازنشستگی بوده و نشان می‌دهد چه درصدی از نرخ بازگشت سرمایهٔ حاصل متعلق به فرد بیمه‌شده و چه مقدار متعلق به صندوق بازنشستگی است. $L_{p(n)}$ نیز بیانگر تعهدات در گره پیشین است.

مدل بهینه‌سازی

تابع بازده: تابع بازده $\Phi(A_n, L_n)$ نشان‌دهندهٔ سنجش عملکرد استراتژی انتخاب پرتفوی در هر گره انتهایی n است. A_n و L_n توابعی ضمنی از انتخاب پرتفوی x_j می‌باشند. تابع 4-1 یکی از کاندیدهای مختلف به‌عنوان تابع بازده است که از آن در این مقاله استفاده شده است.

$$\Phi(A_n, L_n) = \max(L_n - A_n, 0) \qquad (1\text{-}4)$$

همان‌طور که ذکر شد صندوق بازنشستگی پرداخت یک مقدار مشخص پول را در زمان T تضمین می‌کند. قیمت این ضمانت طبق نظریهٔ قیمت‌گذاری اختیارت برابر است با:

$$\Gamma = e^{-rT} \sum_{n \in N(t)} q_n \Phi(A_n, L_n). \qquad (2\text{-}4)$$

که با توجه به 4-1 داریم:

$$\Gamma = e^{-rT} \sum_{n \in N(t)} q_n \max(L_n - A_n, 0). \qquad (3\text{-}4)$$

این امید ریاضی با توجه به نرخ بدون ریسک r تنزیل شده و تحت فرض ریسک-خنثی به‌دست آمده است. هدف ما حداقل‌سازی قیمت اختیار حداقل ضمانت 4-3 است.

قید دو سویه

بازده تجمعی نهایی دارایی‌ها (A_n) و تعهدات (L_n) را به ترتیب با w_n و z_n نمایش می‌دهیم:

$$w_n = \sum_{i \in \mathrm{P}(n)} R_i^A, \qquad (1\text{-}5)$$

$$z_n = \sum_{i \in \mathrm{P}(n)} g + \max(\delta R_i^A - g, 0)\,; \forall n \in N_T. \qquad (2\text{-}5)$$

عملگر ماکسیمم‌ساز در ۶-۲ نشان‌دهندهٔ این نکته است که مسئلهٔ ما از نوع برنامه‌ریزی گسستهٔ غیرخطی است. برای ارائهٔ راه‌حل نیاز است مسئله را در قالب یک برنامه ریزی غیرخطی هموار بازنویسی کنیم.

قسمت اول عملگر ماکسیمم را می‌توان به‌صورت تفاضل دو متغیر مثبت در نظر گرفت که تنها یکی از آنها غیر صفر است. بنابراین برای هر $n \in N / \{0\}$ معادلات زیر برقرار است:

$$\delta R_n^A - g = \varepsilon_n^+ - \varepsilon_n^-. \qquad (3\text{-}5)$$

$$\varepsilon_n^+ \varepsilon_n^- = 0. \qquad (4\text{-}5)$$

$$\varepsilon_n^+, \varepsilon_n^- \geq 0. \qquad (5\text{-}5)$$

می‌توان نشان داد:

$$\max(\delta R_n^A - g, 0) = \varepsilon_n^+. \quad (6\text{–}5)$$

با استفاده از 5–6 عبارت 5–2 را بازنویسی می‌کنیم:

$$z_n = \sum_{i \in P(n)} g + \max(\delta R_i^A - g, 0) = gT + \sum_{i \in P(n)} \varepsilon_i^+. \quad (7\text{–}5)$$

بنابراین داریم:

$$A_n = A_0 e^{w_n}. \quad (8\text{–}5)$$

$$L_n = L_0 e^{z_n} = \alpha A_0 e^{z_n}. \quad (9\text{–}5)$$

حال از 5–8 و 5–9 برای بازنویسی عملگر ماکسیمم استفاده می‌کنیم. بنابراین داریم:

(10–5)

$$\max(L_n - A_n, 0) = A_n \left[\max\left(\frac{L_n}{A_n}, 1 \right) - 1 \right] = A_0 e^{w_n} \left[\max\left(\alpha e^{w_n - z_n}, 1 \right) - 1 \right].$$

لم : برای هر $a, b > 0$ داریم:

$$\max(a, b) = e^{\max(\ln a, \ln b)}.$$

با توجه به لم بالا عبارت 5–10 به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود.

(11–5)

$$A_0 e^{w_n} \left[\max\left(\alpha e^{w_n - z_n}, 1 \right) - 1 \right] = A_0 e^{w_n} \left[e^{\max(\ln \alpha + z_n - w_n, 0)} - 1 \right].$$

حال عملگر ماکسیمم در عبارت 5–11 را به‌صورت تفاضل دو متغیر تصادفی مثبت بازنویسی می‌کنیم:

$$\ln \alpha + z_n - w_n = H_n^+ - H_n^-. \quad (12\text{–}5)$$

$$H_n^+ H_n^- = 0. \quad (13\text{–}5)$$

$$H_n^+, H_n^- \geq 0. \quad (14\text{–}5)$$

بنابراین داریم:

$$\max(L_n - A_n, 0) = A_0 e^{w_n} \left[e^{H_n^+} - 1 \right]. \quad (15\text{–}5)$$

حال 5–15 را در قیمت اختیار محاسبه‌شده در 4–3 جایگذاری می‌کنیم:

$$\Gamma(x_1, \ldots, x_J) = e^{-rT} A_0 \sum_{n \in N(t)} q_n e^{w_n} \left[e^{H_n^+} - 1 \right]. \quad (۲۷\text{–}۶)$$

قضیه: تابع Γ یک تابع محدب از انتخاب پرتفوی x_j است که $j \in \mathrm{J}$.

برهان: طبق کنسایلیو (2015)

با توجه به عبارات به‌دست آمده، بیان ریاضی مسئلهٔ بهینه‌سازی به‌صورت زیر است:

$$\underset{x_1,\ldots,x_J}{Minimize}\ \ e^{-rT}A_0\sum_{n\in N(t)}q_n e^{w_n}\left[e^{H_n^+}-1\right].$$

$$s.t.$$

$$\ln\alpha+z_n-w_n=H_n^+-H_n^-\ ;n\in N_t.$$

$$\delta R_n^A-g=\varepsilon_n^+-\varepsilon_n^-\ ;n\in N\setminus\{0\}.$$

$$z_n=gT+\sum_{i\in \mathrm{P}(n)}\varepsilon_i^+\ ;n\in N\setminus\{0\}.$$

$$w_n=\sum_{i\in \mathrm{P}(n)}R_i^A\ ;n\in N\setminus\{0\}.$$

$$R_n^A=\sum_{j\in J}R_n^j\ ;n\in N\setminus\{0\}.$$

با توجه به کنسایلیو(2015) می‌توان ثابت کرد افزوده‌شدن قیدهای غیرخطی $\varepsilon_n^+\varepsilon_n^-=0$ و $H_n^+H_n^-=0$ تأثیری در مقدار بهینهٔ تابع هدف بیان‌شده در مسئلهٔ بهینه‌سازی ندارد و می‌توان این دو قید را نادیده گرفت.

کاربرد عددی

در این بخش با استفاده از داده‌های به‌دست آمده از سه صندوق سرمایه‌گذاری مشترک امین‌انصار، امین‌ملت و امین‌سامان به پیاده‌سازی مدل پرداخته، سبد پرتفوی بهینه جهت حداقل‌سازی قیمت اختیار ضمانت را به‌دست می‌آوریم. به‌عبارت دیگر وزن هریک از سه صندوق سرمایه‌گذاری یادشده را در سبد پرتفوی بهینه محاسبه می‌کنیم. همچنین تأثیر هریک از پارامترهای g، α و δ را بر مقدار بهینهٔ مسئله بررسی می‌کنیم. در هر بخش با تغییر یکی از سه پارامتر g، α و δ مقدار وزن بهینهٔ تخصیص‌یافته به هر صندوق سرمایه‌گذاری مشترک و همچنین حداقل قیمت اختیار ضمانت به‌دست آمده است. برای حل مسئلهٔ بهینه‌سازی از نرم‌افزار R و پکیج nloptr استفاده شده است.

پارامتر g:

برای بررسی تأثیر این پارامتر بر مقدار بهینهٔ مدل دو پارامتر دیگر را برابر با مقادیر زیر در نظر گرفته‌ایم:

$$\begin{cases}\alpha=0.9\\ \delta=1.0\end{cases}$$

مقادیر مورد استفاده برای بررسی تأثیر پارامتر g نیز به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} g_1 = 0.18 \\ g_2 = 0.20 \\ g_3 = 0.25 \end{cases}$$

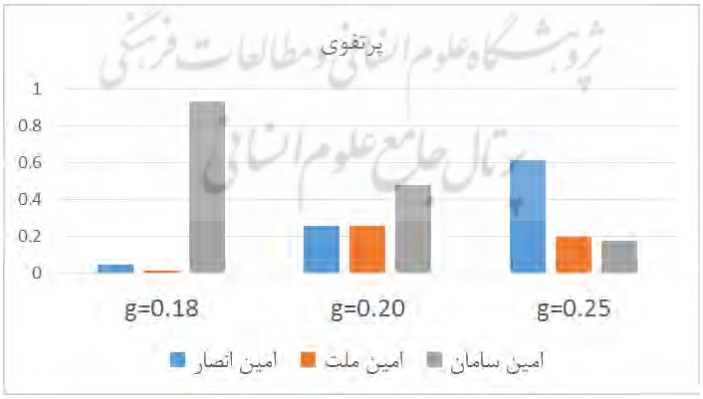
نتایج به‌دست آمده از حل مسئلهٔ بهینه‌سازی در جدول زیر خلاصه شده است:

جدول (۱) نتایج حاصل از حل مسئله بهینه سازی به تفکیک سه صندوق

$\alpha = 0.9, \delta = 1$	امین‌انصار	امین‌ملت	امین‌سامان	قیمت اختیار
$g_1 = 0.18$	۰,۰۴۶۸۱۶۷۹	۰,۰۱۷۶۱۱۱۱	۰,۹۳۵۵۷۲۲	۲۰۵۵,۳۵۸
$g_2 = 0.20$	۰,۲۵۹۵۶	۰,۲۶۰۹۸۵۶	۰,۴۷۹۴۵۴۵	۵۷۶۱,۶۶۶
$g_3 = 0.25$	۰,۶۱۶۷۹۳۶	۰,۲۰۰۹۳۹۱	۰,۱۸۰۲۲۳۳	۷۴۳۷۸۶۲

ستون‌های دوم، سوم و چهارم در جدول (۱) نشان‌دهندهٔ وزن هر یک از صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سبد پرتفوی بهینه با توجه به پارامتر حداقل نرخ بازگشت سرمایه‌اند؛ به‌طوری که جمع سطری ستون‌های دوم، سوم و چهارم برابر با ۱ می‌باشد. ستون چهارم نیز بیانگر حداقل قیمت اختیار ضمانت با توجه به مقدار پارامتر حداقل نرخ بازگشت سرمایه است که به‌وسیلهٔ سبد پرتفوی بهینه حاصل شده است. به‌عبارت دیگر هر سبد پرتفوی دیگری به‌غیر از این سبد پرتفوی بهینه انتخاب شود، مقدار قیمت اختیار ضمانت بیش از مقدار به‌دست آمده در ستون چهارم جدول (۱) است. همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، قیمت اختیار ضمانت با افزایش مقدار پارامتر g افزایش یافته و در ضمن وزن صندوق امین‌سامان کاهش و وزن صندوق امین‌انصار افزایش می‌یابد.

نمودار (۲) نتایج حاصل از حل مسئله بهینه سازی به تفکیک سه صندوق



پارامتر a

پارامتر α بیانگر سهم فرد بیمه‌شده از مبلغ پرداختی حق‌بیمه است که همیشه مقادیری بین صفر و یک اتخاذ می‌کند. هرچه مقدار پارامتر α به یک نزدیک‌تر باشد، سهم فرد بیمه‌شده از حق‌بیمه بیشتر است. برای بررسی تأثیر این پارامتر بر مقدار بهینهٔ مدل دو پارامتر دیگر را برابر با مقادیر زیر در نظر گرفته‌ایم:

$$\begin{cases} g = 0.18 \\ \delta = 1.00 \end{cases}$$

برای بررسی تأثیر پارامتر α نیز سناریو زیر در نظر گرفته شده است:

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0.8 \\ \alpha_2 = 0.9 \\ \alpha_3 = 1.0 \end{cases}$$

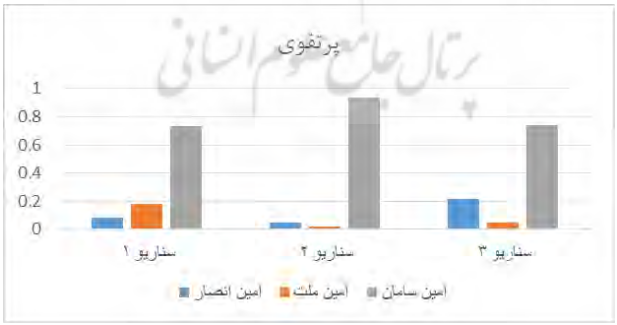
نتایج به‌دست آمده از حل مسئلهٔ بهینه‌سازی در جدول زیر خلاصه شده است:

جدول (۲) نتایج حاصل از حل مسئله بهینه سازی

$g = 0.18, \delta = 1.00$	امین‌انصار	امین‌ملت	امین‌سامان	قیمت اختیار ضمانت
$\alpha_1 = 0.8$	۰,۰۸۱۳۶۷۷۲	۰,۱۸۳۶۳۷۹	۰,۷۳۴۹۹۴۳	۱۰۳۱,۸۰۴
$\alpha_2 = 0.9$	۰,۰۴۷۸۸۹۸۵	۰,۰۱۷۳۴۸۷۳	۰,۹۳۴۷۶۱۴	۲۰۵۵,۳۳۹
$\alpha_3 = 1.0$	۰,۲۱۴۰۶۵۶	۰,۰۴۶۵۳۵۲۲	۰,۷۳۹۳۷۳۲	۱۲۷۳۷,۷۶

با توجه به جدول می‌بینیم با افزایش مقدار پارامتر α قیمت اختیار ضمانت نیز افزایش می‌یابد.

نمودار (۳) نتایج حاصل از حل مسئله بهینه سازی به تفکیک سه صندوق



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

پارامتر δ

پارامتر δ بیانگر سهم فرد بیمه‌شده از نرخ بازده تحقق یافته است که مقداری بین صفر و یک می‌باشد. این پارامتر به نوعی بیانگر سهم فرد بیمه‌شده از ریسک طرح است. برای بررسی تأثیر این پارامتر بر مقدار بهینهٔ مدل دو پارامتر دیگر را برابر با مقادیر زیر در نظر گرفته‌ایم:

$$\begin{cases} g = 0.18 \\ \alpha = 0.90 \end{cases}$$

برای بررسی تأثیر پارامتر δ نیز سناریو زیر در نظر گرفته شده است:

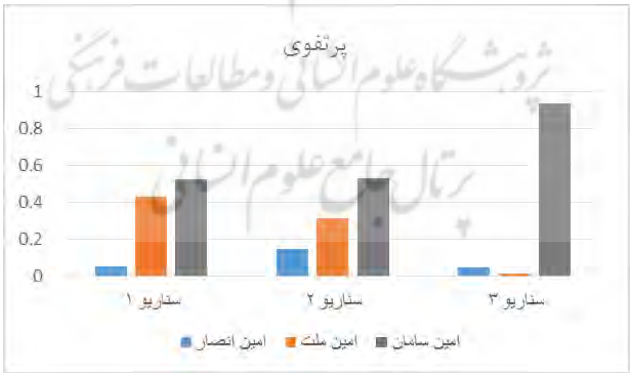
$$\begin{cases} \delta_1 = 0.8 \\ \delta_2 = 0.9 \\ \delta_3 = 1.0 \end{cases}$$

نتایج به‌دست آمده از حل مسئلهٔ بهینه‌سازی در جدول زیر خلاصه شده است:

جدول (۳) نتایج حاصل از حل مسئله بهینه سازی به تفکیک سه صندوق

$g = 0.18, \alpha = 0.90$	امین‌انصار	امین‌ملت	امین‌سامان	قیمت اختیار ضمانت
$\delta_1 = 0.8$	۰,۰۵۶۵۵۷۲۷	۰,۴۳۰۱۸۴۶	۰,۵۲۶۲۹۰۸	۲۰۵۳,۲۳
$\delta_2 = 0.9$	۰,۱۴۹۷۲۹	۰,۳۱۶۰۷۶۱	۰,۵۳۴۱۹۴۸	۷۵۸,۷۰۸۵
$\delta_3 = 1.0$	۰,۰۴۶۵۷۹۰۱	۰,۰۱۷۶۳۶۵۲	۰,۹۳۶۵۸۸۳	۲۰۵۳,۲۳

نمودار (٤) نتایج حاصل از حل مسئله بهینه سازی به تفکیک سه سناریو



اختیار ضمانت در لایهٔ سوم نظام چندلایه

لایهٔ سوم نظام تأمین‌اجتماعی چندلایه از نوع طرح‌های بازنشستگی شخصی است. در این لایه کارفرما یا دولت به‌طور معمول هیچ حمایتی از طرح نمی‌کند و مدیریت طرح در اختیار یک نهاد مالی مستقل (شرکت بیمه و یا نهادهای مالی دیگر) است. در این لایه، افراد خود در بین ابزارهای ارائه‌شده برای دوران بازنشستگی دست به انتخاب‌زده و با توجه به‌میزان بهره‌مندی در دوران بازنشستگی حق‌بیمه پرداخت می‌کنند. معمولاً گزینه‌های ارائه‌شده شامل میزان حقوق فرد در دوران بازنشستگی و میزان حمایت بیمهٔ سلامت تکمیلی می‌باشد. از طرفی در این لایه ریسک طرح به‌طور محسوسی به فرد بیمه‌شده منتقل می‌شود. لذا در این لایه اختیار ضمانت از اهمیت بالایی برخوردار است. زیرا در صورت نبود هیچ‌گونه ضمانتی از طرف صندوق بازنشستگی، تمایل افراد برای شرکت در این لایه کم می‌شود. در این لایه ضریب α با توجه به عدم حمایت از طرح توسط پیمانکار و دولت، برابر با ۱ نظر گرفته می‌شود. از طرفی می‌توان از ضریب g به‌عنوان یکی از گزینه‌های انتخابی افراد برای تعیین میزان بهره‌مندیشان در دوران بازنشستگی استفاده کرد. بدین صورت که با افزایش این ضریب سرمایهٔ تجمیع‌شده نیز افزایش یافته و فرد در دوران بازنشستگی از حمایت بیشتری برخوردار خواهد بود. برای بهینه‌سازی قیمت اختیار ضمانت مقدار سه پارامتر نرخ بهره بدون ریسک، α و δ را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} r = 0.14 \\ \alpha = 1.00 \\ \delta = 1.00 \end{cases}$$

همچنین چهار گزینه برای نرخ بازده تضمینی در نظر گرفته که افراد بیمه‌شده می‌توانند به اختیار یکی از آنها را انتخاب کنند:

$$\begin{cases} g_1 = 0.18 \\ g_2 = 0.19 \\ g_3 = 0.20 \\ g_4 = 0.21 \end{cases}$$

با توجه به ماهیت تکمیلی بودن لایهٔ سوم حداقل نرخ بازده تضمینی ۴ درصد از نرخ بهره بدون ریسک بیشتراست. نرخ‌ها بر اساس مجموع نرخ بهرهٔ بدون ریسک و صرف ریسک حاصل از سرمایه‌گذاری به‌دست آمده‌اند. نتایج بهینه‌سازی در جدول (۶) خلاصه شده است.

جدول(۵) نتایج حاصل از حل مسئله بهینه سازی به تفکیک سه سناریو

$\alpha=1,\delta=1$	امین‌انصار	امین‌ملت	امین‌سامان	قیمت اختیار ضمانت
$g_1=0.18$	۰.۲۱۵۶۸۳۸	۰.۰۴۷۱۵۵۹۹	۰.۷۳۶۹۳۴۴	۱۱.۶۰۹۹
$g_2=0.19$	۰.۴۰۷۸۹۹۳	۰.۱۱۱۲۵۲۹	۰.۴۸۰۸۸۷۲	۳۰.۳۹۰۷۲
$g_3=0.20$	۰.۶۲۲۴۸۲۹	۰.۳۲۸۹۰۹۲	۰.۰۴۹۵۱۳۱۴	۱۰۳.۱۹۹
$g_4=0.21$	۰.۲۶۷۰۹۵۵	۰.۶۰۸۳۱۷۵	۰.۱۲۹۷۳۴۴	۱۹۳۷.۷۲۲

طبق جدول (۵) چهار گزینه برای افراد شرکت‌کننده در لایهٔ سوم طرح برای انتخاب حداقل نرخ بازده در نظر گرفته شده است و افراد می‌بایست با توجه به گزینهٔ انتخابی قیمت اختیار ضمانت را بپردازند. طبق جدول(۵) با افزایش نرخ بازده تضمین‌شده قیمت اختیار ضمانت نیز افزایش می‌یابد که امر معقولی است، زیرا با افزایش نرخ بازده تضمین‌شده، سرمایه انباشت‌شده فرد برای دوران بازنشستگی افزایش یافته و برای این بهره‌مندی بیشتر مبلغ بالاتری نیز توسط صندوق بازنشستگی تقاضا می‌شود.

نتیجه‌گیری

مشکلات صندوق‌های بازنشستگی از مسائل مطرح و جاری در اغلب کشورها است. برای حل این مسائل به‌طور معمول دو راه‌حل وجود دارد. راه اول اصلاحات پارامتری از قبیل افزایش سن بازنشستگی، حداقل سنوات کاری و... است. این راه حل به‌طور معمول در کوتاه‌مدت جواب می‌دهد؛ اما در افق بلندمدت سیستم مجدداً دچار بحران می‌شود. راه دوم اصلاحات ساختاری است. به‌طور مثال تغییر سیستم بازنشستگی از مزایای معین به مشارکت معین یک نوع اصلاح ساختاری است.

با توجه به مسائل ذکرشده در مورد صندوق‌های بازنشستگی ایران وزارت کار، تعاون و رفاه اجتماعی برای برون‌رفت از این مشکلات به تدوین برنامه‌ای برای تبدیل نظام فعلی بازنشستگی به نظام چندلایه پرداخته است. هدف این مقاله پیشنهاد یک اختیار ضمانت نرخ بازدهٔ سرمایه‌گذاری جهت شکل‌دهی لایه‌های بیمه‌های تکمیلی در صندوق‌های بازنشستگی است، به‌نحوی که در قالب سیستم مشارکت معین تعریف‌شده و ضمانت لازم جهت سودآوری و بهینه‌سازی مشارکت بیمه‌شدگان فراهم شود.

در این مقاله با توجه به برنامهٔ وزارت کار، تعاون و رفاه اجتماعی و اختیار ضمانت طراحی‌شده

سعی شده است راه‌حلی برای هموار کردن مسیر تغییر ساختار صندوق‌های بازنشستگی به سیستم‌های چندلایه ارائه شود. اجرای نظام چندلایه با توجه به عمق کم بازار سرمایه در کشور خود می‌تواند به تشدید مشکلات این حوزه منجر شود. لذا توصیه می‌شود همراه با اجرای این تغییر ساختاری، ابزارهای ضمانت نظیر مدل طراحی شده در این مقاله در کنار نظام چندلایه، تعبیه شود. به‌طوری که در لایهٔ سوم این نظام که از دیدگاه مزایا، مشارکت معین محسوب می‌شود، از ابزار اختیار ضمانت جهت تضمین حداقلی از نرخ بازده سرمایه‌گذاری استفاده گردد.

استفاده از ابزار اختیار ضمانت در نظام چندلایه موجب می‌شود در صورت مساعد نبودن شرایط بازار سرمایه و کاهش بیش از حد سرمایه فرد بیمه‌شده، بتوان حداقلی از سرمایه را برای دوران بازنشستگی این فرد تضمین کرد. با توجه به وضعیت نه چندان مساعد بازار سرمایه در ایران و حجم بالای پرتفوی صندوق‌های بازنشستگی از این بازار، اهمیت استفاده از ابزار اختیار ضمانت بیشتر مشخص می‌شود.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

گرجی‌پور، اسماعیل. (۱۳۹۵)، اسناد سیاستی نظام تأمین‌اجتماعی چندلایهٔ کشور، مؤسسهٔ عالی پژوهش تأمین‌اجتماعی.

نیرومند، محمدرضا. (۱۳۸۶)، معرفی طرح‌های بازنشستگی، صندوق بازنشستگی کشوری.

Biggs, Andrew G. (2011), "An options pricing method for calculating the market price of public sector pension liabilities." *Public Budgeting & Finance* 31.3: 94-118.

Boyle, Phelim P. (1997), and Mary R. Hardy. "Reserving for maturity guarantees: Two approaches." *Insurance: Mathematics and Economics* 21.2: 113-127.

Brennan, Michael J., and Eduardo S. Schwartz. (1979), "Alternative investment strategies for the issuers of equity linked life insurance policies with an asset value guarantee." *Journal of Business*: 63-93.

Carino, David R., and William T. Ziemba. (1998), "Formulation of the Russell-Yasuda Kasai financial planning model." *Operations Research* 46.4: 433-449.

Coleman, T. F., et al. (2007),"Robustly hedging variable annuities with guarantees under jump and volatility risks." *Journal of Risk and Insurance* 74.2: 347-376.

Consiglio, Andrea, and Domenico De Giovanni. (2010), "Pricing the option to surrender in incomplete markets." *Journal of Risk and Insurance* 77.4: 935-957.

Consiglio, Andrea, David Saunders, and Stavros A. Zenios. (2006),"Asset and liability management for insurance products with minimum guarantees: The UK case." *Journal of Banking & Finance* 30.2: 645-667.

Consiglio, Andrea, Flavio Cocco, and Stavros A. Zenios. (2008),"Asset and liability modelling for participating policies with guarantees." *European Journal of Operational Research* 186.1: 380-404.

Embrechts, Paul. (2000), "Actuarial versus financial pricing of insurance." *The Journal of Risk Finance* 1.4: 17-26.

Fischer, Klaus P. (1999),"Pricing pension fund guarantees: a discrete martingale approach." *Canadian Journal of Administrative Sciences/Revue Canadienne des Sciences de l'Administration*16.3): 256-266.

Pennacchi, George G. (1999), "The value of guarantees on pension fund returns." *Journal of Risk and Insurance* : 219-237.

Smetters, Kent. (2002),"Controlling the cost of minimum benefit guarantees in public pension conversions." *Journal of Pension Economics & Finance* 1.1: 9-33.

Zenios, Stavros A. (2007), and William T. Ziemba, eds. *Handbook of Asset and Liability Management: Applications and case studies*. Vol. 2. Elsevier.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی