فصلنامهٔ سیاست‌گذاری پیشرفت اقتصادی دانشگاه الزهرا(س)
سال چهارم، شمارهٔ ۱۱، تابستان ۱۳۹۵

مقایسه الگوریتم‌های پیش‌بینی و بهینه‌سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران[۱]

مجید فشاری[۲] و پوریا مظاهری‌فر[۳]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۲/۰۱
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۳/۳۱

چکیده

در این مطالعه، با استفاده از دو الگوریتم شبکه عصبی مصنوعی و شبکه فازی- عصبی به عنوان دو الگوریتم پیش‌بینی قیمت اوراق بهادار و از دو الگوریتم ممتیک حرکت تجمعی ذرات، الگوریتم ژنتیک و روش کوادراتیک به منظور حل مساله بهینه‌سازی پرتفوی بدون محدودیت برای ۲۳ شرکت فعال بازار بورس طی سال‌های ۹۴-۱۳۹۱ به صورت روزانه استفاده شده است. نتایج حاصل از این تحقیق نشان می‌دهد که شبکه‌های عصبی توانسته عملکرد بهتری را در پیش‌بینی بازده اوراق بهادار نسبت به سیستم فازی عصبی نشان دهد و همچنین در بررسی عملکرد سه الگوریتم کوادراتیک، ژنتیک و ممتیک، نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم جهش ترکیبی قورباغه توانسته عملکرد و نتیجه بهتری را در مقایسه با الگوریتم ژنتیک نسبت به الگوریتم کوادراتیک نشان دهد.

---

۱. شناسه دیجیتال (DOI): 10.22051/edp.2017.12123.1062

۲. استادیار دانشکده اقتصاد دانشگاه خوارزمی، تهران (نویسنده مسئول)؛ majid.feshari@gmail.com
۳. کارشناس ارشد مدیریت مالی دانشگاه خوارزمی، تهران؛ pooriamazaheri1990@gmail.com

و همچنین نتایج این مطالعه، نشان می‌دهد که الگوریتم شبکه عصبی می‌تواند الگوریتمی قابل اتکا برای سهامداران باشد.

واژگان کلیدی: بهینه‌سازی پرتفوی، الگوریتم‌های فرا ابتکاری، شبکه‌های عصبی، شبکه فازی عصبی
طبقه‌بندی JEL: C22, G17, G24

۱. مقدمه

بهینه‌سازی پرتفوی (فرایند تخصیص ثروت بین چند دارایی)، یک هدف اصلی در مدیریت ریسک قلمداد می‌شود. همچنین بازده‌های مورد انتظار و ریسک، مهم‌ترین متغیرها در مساله بهینه‌سازی پرتفوی می‌باشند. عموماً سرمایه‌گذاران ترجیح می‌دهند که بازده را بیشینه و ریسک را کمینه نمایند. با این وجود، بازده‌های بالا معمولاً ریسک بالایی هم دارند (دنگ و همکاران[1]، ۲۰۱۲: ۷۸).

مارکوویتز[2] در سال ۱۹۵۲ مدل پیشنهادی خود را برای انتخاب پرتفوی ارائه نمود. مدل میانگین واریانس مارکوویتز مشهورترین و متداول ترین رویکرد در مساله انتخاب سرمایه‌گذاری است. کاراترین ابزار برای انتخاب پرتفوی بهینه، مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده توسط مارکوویتز می‌باشد.

مدل میانگین- واریانس مارکوویتز که یکی از بهترین مدل‌ها برای حل مساله انتخاب پرتفوی محسوب می‌شود، می‌تواند از طریق میانگین بازده دارایی‌ها و انحراف معیار بازده‌های دارایی‌ها (ریسک) توضیح داده شود.

اصولا روش‌های بسیار زیادی برای حل مساله بهینه‌سازی پرتفوی وجود دارد که مشهورترین آنها، مساله بهینه‌سازی مارکوویتز می‌باشد. اما اگر در حل مساله مارکوویتز از محدودیت‌های بیشتری استفاده شود، دیگر نمی‌توان آن را با استفاده از روش کوادراتیک حل نمود. در این حالت، باید از الگوریتم‌های فرا ابتکاری استفاده نمود. الگوریتم‌های فرا ابتکاری الگوریتم‌های جستجو محوری می‌باشند که در هر چرخه از الگوریتم، کمی به جواب بهینه نزدیک می‌شوند. در استفاده از این الگوریتم‌ها هیچ تضمینی وجود ندارد که مطمئناً به جواب بهینه برسیم، اما در حالتی که محدودیت‌های

1. Deng, *et al*.
2. Markowitz

مساله بسیار زیاد می‌باشد، این الگوریتم‌ها می‌توانند روش مناسبی برای حل چنین مسائلی باشند. همچنین برای پیش‌بینی داده‌ها نیز الگوریتم‌ها و روش‌های بسیار زیادی موجود می‌باشد که در این مطالعه، از دو مدل شبکه‌های عصبی و فازی- عصبی استفاده شده است. این روش‌ها با استفاده از توابع و الگوریتم‌های خود، می‌توانند با تقریب بسیار خوبی، آینده را پیش‌بینی نمایند.

الگوریتم‌های فرا ابتکاری، سه حالت مختلف دارند: ۱- الگوریتم های تک‌عضوی؛ ۲- الگوریتم‌های جمعیت‌محور؛ ۳- الگوریتم‌های ترکیبی.

الگوریتم ژنتیک[1] از نوع الگوریتم جمعیت‌محور می‌باشد و الگوریتم ممتیک حرکت تجمعی ذرات[2] نیز یکی از انواع الگوریتم‌های ترکیبی می‌باشد.

تاکنون مطالعات بسیاری در زمینه الگوریتم‌های فرا ابتکاری انجام شده، اما مطالعه‌ای که از الگوریتم جهش قورباغه و دیگر الگوریتم‌های پیش‌بینی استفاده نماید، صورت نگرفته است. اولین فرض این مطالعه، آن است که شبکه فازی- عصبی نسبت به شبکه عصبی در پیش‌بینی بازده‌های سهام بهتر عمل می‌نماید. فرض دوم، اینکه الگوریتم ممتیک حرکت تجمعی ذرات (جهش قورباغه) همانند الگوریتم کوادراتیک، می‌تواند مرزکارای پرتفوی را به دست آورد.

هدف از انجام این مطالعه، مقایسه دو الگوریتم جهش قورباغه، الگوریتم ژنتیک و روش کوادراتیک در به دست آوردن مساله مارکوویتز بدون محدودیت می‌باشد و سپس مقایسه دو شبکه عصبی[3] و شبکه فازی- عصبی[4] در پیش‌بینی قیمت سهام مورد نظر می‌باشد. در نهایت، با استفاده از الگوریتمی که در پیش‌بینی و همچنین روشی که در رسیدن به مرزکارای پرتفوی بهتر بوده، برای به دست آوردن مرزکارا پرداخته شده، و سپس این مرزکارا را با مرزکارآیی که از داده‌های واقعی حاصل آمده است، مورد مقایسه قرار می‌دهیم. با در نظر گرفتن این موارد، پژوهش حاضر به دنبال آزمون دو فرضیه زیر می‌باشد:

فرضیه اول این مطالعه آن است که شبکه فازی- عصبی نسبت به شبکه عصبی در پیش‌بینی قیمت‌های سهام بهتر عمل می‌نماید. فرضیه دوم نیز اینکه الگوریتم ممتیک حرکت تجمعی ذرات (جهش قورباغه) همانند روش کوادراتیک می‌تواند مرز کارای پرتفوی را به دست آورد.

1. Genetic Algorithm (GA)
2. Shuffle Frog Leaping Algorithm (SFLA)
3. Neural Network
4. Adaptive Nero-Fuzzy Inference System (ANFIS)

برای آزمون فرضیه‌های تحقیق، مقاله به این صورت سازماندهی شده است: پس از مقدمه، در بخش دوم، مبانی نظری تحقیق ارائه، و در ادامه، پیشینه تجربی موضوع مرور می‌گردد، در بخش سوم به روش‌شناسی پژوهش، در بخش چهارم، به داده‌ها و نتایج تجربی و در پایان، به نتیجه‌گیری تحقیق، پرداخته می‌شود.

۲. مروری بر مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در این بخش ابتدا به بیان مبانی نظری تحقیق پرداخته شده و در ادامه، مهمترین مطالعات انجام‌شده خارجی و داخلی در زمینه بهینه‌سازی پرتفوی، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

یکی از مفروضات تئوری پرتفوی مارکوویتز این است که بازده سهام مورد نظر، از منحنی نرمال تبعیت می‌نماید، اما در شرایط واقعی به این شکل نمی‌باشد؛ لذا، استفاده از مدل میانگین نیم- واریانس می‌تواند جایگزین خوبی برای این مدل قدیمی‌تر باشد. همچنین زمانی که محدودیت‌ها در مساله افزایش می‌یابند، دیگر نمی‌توان از مدل کوادراتیک برای حل چنین مسائلی استفاده نمود. الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌توانند این مسائل را به راحتی حل نمایند. این الگوریتم‌ها دارای سه نوع تک عضوی، جمعیت محور و ترکیبی می‌باشند که در این مطالعه، از الگوریتم‌های جمعیت محور استفاده شده است. در این بخش، به معرفی الگوریتم‌های پیش بینی و بهینه‌سازی پرتفوی پرداخته می‌شود.

۲-۱. شبکه‌های عصبی

شبکه عصبی مصنوعی، یک سامانه پردازشی داده‌ها است که از مغز انسان ایده گرفته و پردازش داده‌ها را به عهده پردازنده‌های کوچک و بسیار زیادی سپرده که به صورت شبکه‌ای به هم پیوسته و موازی با یکدیگر رفتار می‌کنند تا یک مساله را حل نمایند. در این شبکه‌ها به کمک دانش برنامه نویسی، ساختار داده‌ای طراحی می‌شود که می‌تواند همانند نورون عمل کند؛که به این ساختار داده، گره گفته می‌شود. بعد با ایجاد شبکه‌ای بین این گره‌ها و اعمال یک الگوریتم آموزشی به آن، شبکه را آموزش می‌دهند. در این حافظه یا شبکه عصبی، گره‌ها دارای دو حالت فعال (روشن یا ۱) و غیرفعال (خاموش یا ۰) اند و هر یال (سیناپس یا ارتباط بین گره‌ها)، دارای یک وزن می‌باشد. یال‌های با وزن مثبت، موجب تحریک یا فعال کردن گره غیر فعال بعدی می‌شوند و یال‌های با وزن منفی، گره متصل بعدی را در صورتی که فعال بوده باشد- غیر فعال یا مهار می‌کنند.

۲-۲. شبکه فازی-عصبی

اولین بار جانگ در سال ۱۹۹۳ توانست از قدرت زبانی سیستم‌های فازی و آموزش شبکه‌های عصبی استفاده نماید و سیستمی تحت عنوان سیستم‌های فازی بر پایه شبکه عصبی تطبیقی ارائه نماید. این سیستم‌ها به سیستم‌های انفیس[1] معروف شده‌اند و آن را به صورت ساختار شبکه‌های پیش‌رونده به کار می‌برند. اگر خروجی هر لایه هر یک با دو تابع x,y باشد، غالباً سیستم‌های انفیس با استفاده از یک سیستم فازی تاکاگی- سوگنو- کانگ[2]، تشکیل می‌شود.

۲-۳. الگوریتم ژنتیک

ایده استفاده از الگوریتم ژنتیک، نخستین بار توسط هالند[3] در دهه ۱۹۷۰ میلادی در دانشگاه میشیگان مطرح شد. هالند به استفاده از قوانین انتخاب طبیعی برای توسعه و بسط سیستم‌های مصنوعی نسبت به سیستم‌هایی که در آنها از استدلال استفاده می شد، علاقمند بود. الگوریتم ژنتیک، روشی است که با تقلید از بقای نسل در طبیعت کار می‌کند. جزء اساسی الگوریتم ژنتیک، ارگانیزمی است که معمولاً شامل تعداد ثابتی کروموزم می‌باشد و هر کروموزم، خود شامل تعدادی ژن می باشد که نوع کروموزم و تعداد ژن‌ها به نوع مساله مربوط می‌شود.

برای حل یک مساله، با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک می‌باید مراحل زیر را طی کنیم:

- ✓ مدل‌سازی مساله یا بازنمایی
- ✓ تشکیل جمعیت اولیه
- ✓ ارزیابی جمعیت
- ✓ انتخاب والدین
- ✓ بازترکیبی
- ✓ جهش
- ✓ انتخاب فرزندان
- ✓ شرط خاتمه الگوریتم

1. ANFIS
2. TSK
3. Holland

۲-۴. الگوریتم ممتیک حرکت تجمعی ذرات (جهش قورباغه)

الگوریتم جهش ترکیبیِ قورباغه[1]، یک الگوریتم تکاملی و مبتنی بر جمعیتِ متاهیوریستیک[2] جدید است که توسط یوساف وهمکاران[3] (۲۰۰۶) پیشنهاد شده است. این الگوریتم سریع است و قابلیت جستجوی سراسری بسیار خوبی دارد. اساس کار این الگوریتم بر شبیه‌سازی رفتار قورباغه‌ها برای یافتن غذا در تالاب، پایه‌ریزی شده است. این الگوریتم، مزایای الگوریتم‌های بر پایه ژنتیک مانند الگوریتم ممتیک و الگوریتم‌های بر اساس رفتار اجتماعی مانند الگوریتم ازدحام ذرات[4] را با هم ترکیب کرده است. در این الگوریتم جمعیت شامل یک دسته از قورباغه‌ها می شود، هر قورباغه ساختاری شبیه به یک کروموزوم در الگوریتم ژنتیک را خواهد داشت. کل جمعیت قورباغه‌ها در دسته‌های کوچکتری تقسیم‌بندی می‌شوند، هر دسته نماینده انواع مختلفی از قورباغه‌ها هستند که در محل‌های مختلفی از فضای جواب گسترده شده‌اند. سپس هر دسته از این قورباغه‌ها شروع به یک جستجوی محلی دقیق در اطراف محل استقرار خود می‌کنند. هر قورباغه در هر دسته هم تحت تأثیر دیگر اعضای گروه خود قرار می‌گیرد و هم از گروه‌های دیگر متاثر می‌شود. بعد از چند مرحله جستجو، در مرحله بعد آمیزش انجام می‌گیرد و اطلاعات بین تمامی گروه‌ها پخش می‌شود. این مراحل همچنان تکرار می‌شوند تا شرط همگرایی بر قرار شود.

طلوعی اشراقی و همکاران[5] (۲۰۱۱) در مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه دو الگوریتم ژنتیک و حرکت تجمعی ذرات در مسئله بهینه‌سازی پرتفوی با محدودیت‌های واقعی در مدل میانگین نیم‌واریانس می‌پردازند. نتایج نشان می‌دهدکه دو الگوریتم ژنتیک و حرکت تجمعی ذرات در تمام حالات از ثبات عملکردی خوبی برخوردار می‌باشند. اما در مقایسه‌ای که برای سرعت بهینه‌سازی انجام شد، به این نتیجه رسیدند که الگوریتم حرکت تجمعی ذرات نسبت به الگوریتم ژنتیک، دارای سرعت بیشتر در بهینه‌سازی می‌باشد.

توبا و بکانین[6] (۲۰۱۴) در مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه الگوریتم ارتقا یافته کرم شب‌تاب و روش‌های فرا ابتکاری هوش جمعی می‌پردازند. نتایج مطالعه نشان می‌دهد

1 . Shuffled Frog Leaping Algorithm
2 . Metaheuristic
3 . Eusuff, *et al.*
4. Particle Swarm Algorithm
5. Toloie- Eshlaghy, *et al*
6. Tuba & Bacanin

که گرچه الگوریتم کرم شب‌تاب اصلی نتایج خوبی نشان نمی‌دهد، اما با تعدیل این روش و مقایسه روش جدید با ۵ روش هوش جمعی، روش تعدیل شده نتایج بهتری نسبت به بقیه روش‌ها نشان می‌دهد.

صلاحی و همکاران[1] (۲۰۱۴) به بررسی و مقایسه دو الگوریتم حرکت تجمعی ذرات تعدیل شده و الگوریتم جستجوی هارمونیک تعدیل شده در بهینه‌سازی پرتفوی با مدل میانگین- واریانس محدود می‌پردازند. نتایج حاصل از این الگوریتم‌ها در بهینه‌سازی ۳۱ الی ۲۲۵ دارایی نشان داد که الگوریتم جستجوی هارمونیک تعدیل شده نسبت به الگوریتم حرکت تجمعی ذرات تعدیل شده، از سرعت عملکرد بهتری برخوردار بوده است.

چِن[2] (۲۰۱۵) در مطالعه‌ای به بررسی الگوریتم کلونی زنبورها در بهینه‌سازی پرتفوی می‌پردازد. بازده دارایی‌های ریسکی در این مطالعه، اعداد فازی می‌باشند و مدل این مطالعه، میانگین نیم‌واریانس با محدودیت‌های کاردینال، سقف و کف اوزان سهام و هزینه مبادلات می‌باشد. سپس، الگوریتم مطالعه، به دلیل بهتر شدن عملکرد تعدیل شد. در نهایت، اثربخشی الگوریتم با یک سری مثال عددی مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که این الگوریتم توانسته عملکرد بسیار مطلوبی را به دست بیاورد.

فرضی و همکاران (۲۰۱۵) در مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه روش‌های حرکت ذرات کوانتومی و مدل مارکوئیتز با روش الگوریتم ژنتیک می‌پردازند. نتایج مطالعه نشان می‌دهد که اگرچه مدل مارکوویتز با الگوریتم ژنتیک بازده بیشتری را نشان می‌دهد اما روش حرکت جمعی ذرات کوانتومی ریسک پایین‌تر در بازده برابر را نشان می‌دهد که این امر می‌تواند نشان‌دهنده برتری این روش نسبت به روش الگوریتم ژنتیک باشد.

کمیلی و رافی[3] (۲۰۱۶) در مطالعه‌ای به بررسی الگوریتم خفاش در حل مساله بهینه‌سازی پرتفوی با محدودیت کاردینال می‌پردازند. آنها از شاخص بازار چهار کشور مختلف استفاده می‌نمایند و در نهایت، به این نتیجه می‌رسند که الگوریتم خفاش در حل آن مساله می‌تواند کارآیی خوبی داشته باشد.

آذر و افسر (۱۳۸۵) در مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه شبکه فازی- عصبی و مدل ARMA می‌پردازند. نتایج حاصل از این مطالعه نشان می‌دهد که شبکه فازی- عصبی

1. Salahi, *et al.*
2. Chen
3. Kamili & Raffi

در شش معیار مطرح شده در مطالعه، نسبت به مدل ARMA از عملکرد بهتری برخوردار می‌باشد.

حنفی‌زاده و همکاران (۱۳۸۶) در مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه توان پیش‌بینی مدل خودرگرسیونی و مدل شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی نرخ تورم در ۳۰ سال می‌پردازند. نتایج نشان می‌دهد که شبکه عصبی در مقایسه با مدل خودرگرسیونی در پیش‌بینی سری‌های زمانی مورد نظر، از عملکرد بهتری برخوردار می‌باشد.

اسلامی بیدگلی و همکاران (۱۳۸۸) به حل مساله بهینه‌سازی پرتفوی با محدودیت‌های کاردینال با استفاده از الگوریتم مورچگان پرداخته‌اند. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که مطابق نظر برخی از اندیشمندان مالی، می توان پرتفوی کوچکی از دارایی ها را تشکیل داد که عملکردی به خوبی پرتفوی های بسیار متنوع داشته باشند. به علاوه نتایج تحقیق نشان‌دهنده نزولی بودن مشارکت نهایی سهام اضافی در تنوع پرتفوی می‌باشد به این معنی که بعد از رسیدن به حدی معین، افزودن سهام جدید تاثیر چندانی در تنوع پرتفوی و افزایش عملکرد تعدیل شده بر حسب ریسک آن ندارد.

کریمی و همکاران (۱۳۹۱) در مطالعه‌ای به بررسی بهینه‌سازی پرتفویی متشکل از ۳۰ سهم با استفاده از الگوریتم ممتیک می‌پردازد. نتایج حاصل از پژوهش نشان می‌دهد که الگوریتم ممتیک کارآیی خود را در حل مساله انتخاب سبد بهینه مانند سایر مسائل بهینه‌سازی ترکیبی نشان می‌دهد.

اسلامی بیدگلی و طیبی ثانی (۱۳۹۳) در مطالعه‌ای به بررسی بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از الگوریتم ممتیک مورچگان می‌پردازند. نتایج حاصل از به‌کارگیری الگوریتم، حاکی از آن است که الگوریتم ترکیبی درتمامی حالت‌های مورد بررسی در این تحقیق، نتایجی بهتر از نتایج حاصل شده توسط الگوریتم ژنتیک به‌تنهایی به‌دست آورده است.

فامیلیان (۱۳۹۴) به بررسی و مقایسه دو الگوریتم رقابت استعماری و فاخته در حل مساله میانگین- واریانس مارکوویتز می‌پردازد. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد الگوریتم جستجوی فاخته به مراتب دارای عملکرد بهتر از الگوریتم رقابت استعماری می‌باشد.

وجه تمایز این مطالعه نسبت به مطالعات پیشین، آن است که یکی از الگوریتم‌های ممتیک نسبتاً جدید به نام جهش قورباغه در پژوهش حاضر استفاده شده که در مطالعات مشابه دیگر، به ندرت یافت می‌شود و همچنین دو شبکه عصبی و فازی- عصبی که بسیار به هم نزدیک می‌باشند، مورد مقایسه قرار می‌گیرند.

۳. روش‌شناسی پژوهش

مدل مورد استفاده در این مطالعه، مدل کوادراتیک بدون محدودیت مارکوویتز می‌باشد:

$$Min\ \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{i,j}$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i = R^*$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$$

$$0 \le w_i \le 1, \forall i \in (1,2,\dots,N)$$

به‌طوری که در روابط فوق، wi وزن دارایی i، wj وزن دارایی j و $\sigma_{i,j}$ کوواریانس بازده دو دارایی i و j می‌باشد که در تابع هدف می‌باید جمع این تابع به حداقل برسد. در محدودیت اول، مقدار بازده مورد انتظار پرتفوی را نشان می‌دهد که تابع هدف با توجه به این بازده باید به حداقل ریسک دست یابد. در محدودیت سوم، باید جمع وزن‌های تمام سهام مورد معامله مساوی با یک شود و هر یک از وزن‌های مدل باید بین صفر و یک باشد، به این معنی که فروش استقراضی در این مدل ممنوع می‌باشد. مدل مساله به صورت بالا می‌باشد که در این مطالعه سعی بر آن داریم تا با استفاده از الگوریتم ژنتیک، الگوریتم جهش قورباغه و الگوریتم کوادراتیک، به حل آن بپردازیم و در نهایت، نتیجه به دست آمده را با یکدیگر مورد مقایسه قرار دهیم. نسبت شارپ برای مقایسه عملکرد الگوریتم‌های مورد مطالعه به صورت زیر می‌باشد:

$$RVAR = \frac{R_{p(avr.)} - RF_{avr.}}{SD_p} = \frac{\text{میانگین بازده اضافی}}{\text{ریسک کل پرتفوی}}$$

به‌طوری که در این معادله داریم:

$R_{p\,(avr.)}$: میانگین بازده کل پرتفوی طی دوره زمانی p

$RF_{\,(avr.)}$: میانگین نرخ بازده بدون ریسک طی دوره زمانی p

SD_p: انحراف معیار بازده پرتفوی طی دوره زمانی p

$R_{p\,(avr.)} - RF_{\,(avr.)}$: بازده اضافی پرتفوی (پاداش ریسک) طی دوره زمانی p

شایان ذکر است که جامعه آماری مورد مطالعه شرکت‌های پذیرفته شده، در بورس اوراق بهادار تهران بوده و از جامعه آماری، تعداد ۲۳ شرکت فعال بازار که اطلاعات قیمتی آن از ابتدای سال ۱۳۹۱ تا ۳۰ دی ماه سال ۱۳۹۴ در دسترس می‌باشد، به عنوان نمونه آماری انتخاب شده است. تمامی آمار و اطلاعات آماری این مطالعه از سایت بورس اوراق بهادار تهران و نرم‌افزار ره‌آورد نوین استخراج شده است. برای تجزیه و تحلیل یافته‌های تحقیق و کدنویسی مربوط به هر یک از الگوریتم‌های مورد استفاده در این پژوهش، از نرم‌افزار MATLAB 2015 بهره گرفته شده است.

۴. داده‌ها و نتایج تجربی

برای انجام تجزیه‌وتحلیل و آزمون فرضیه‌های تحقیق، از قیمت‌های تعدیل شده روزانه سهام شرکت‌های موجود در نمونه بین سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۴ استفاده شده است. سپس از قیمت‌های مورد بازده ماهانه و در نهایت، از بازده‌های موجود، میانگین هندسی گرفته شده است. بازده‌های به دست آمده، بازده‌های مورد انتظار در این مطالعه می‌باشند. در مرحله بعد از بازده‌های ماهانه، ماتریس کوواریانس به دست آمده است.

در این بخش برای هر یک از ۲۳ شرکت مورد بررسی در دوره زمانی ۹۴-۱۳۹۱، ریسک و بازده مورد انتظار محاسبه شده که نتایج به صورت جدول زیر است:

جدول ۱. محاسبه ریسک و بازده مورد انتظار برای ۲۳ شرکت مورد بررسی

نماد شرکت‌ها	بازده مورد انتظار	ریسک مورد انتظار
اخابر	۰/۰۰۵۴	۰/۰۷۴۲
بترانس	۰/۰۱۴۴	۰/۱۱۶۱
فخاس	۰/۰۰۹۵	۰/۱۰۹۰
فخوس	۰/۰۲۶۰	۰/۰۹۹۱
فملی	۰/۰۱۵۵	۰/۰۸۲۲
فاذر	۰/۰۱۵۸	۰/۱۱۳۶
فولاد	۰/۰۲۰۶	۰/۰۹۷۷
حکشتی	۰/۰۰۹۸	۰/۲۷۲۷
کچاد	-۰/۰۰۱۱	۰/۱۲۲۸
ککل	۰/۰۲۵۱	۰/۰۹۶۳
خپارس	۰/۰۰۹۸	۰/۱۱۳۰
خساپا	۰/۰۰۹۱	۰/۱۰۰۷
خزامیا	-۰/۰۰۰۸	۰/۱۱۹۹
خودرو	۰/۰۱۶۵	۰/۱۲۴۹
رمپنا	۰/۰۲۲۰	۰/۱۰۰۷
رانفور	۰/۰۲۷۱	۰/۰۸۷۹
شبریز	۰/۰۳۷۰	۰/۱۴۲۲
شپنا	۰/۰۱۷۹	۰/۳۳۳۲
شاراک	۰/۰۲۴۶	۰/۱۲۱۹
شبهرن	۰/۰۰۹۴	۰/۱۱۹۹
شفن	۰/۰۲۷۵	۰/۰۹۱۵
شخارک	۰/۰۲۵۰	۰/۰۷۹۴
تایرا	۰/۰۰۶	۰/۱۰۵۹

مأخذ: یافته‌های تحقیق

پس از محاسبه ریسک و بازده مورد انتظار سهام هر یک از ۲۳ شرکت، میانگین بازدهی و ریسک انتظاری سهام به صورت جدول زیر محاسبه شده است:

جدول ۲. نتایج محاسبه میانگین و ریسک انتظاری سهام

ریسک مورد انتظار	بازده مورد انتظار	سهام موجود
۰/۱۲۲۸	۰/۰۱۶۲	میانگین

مأخذ: یافته‌های تحقیق

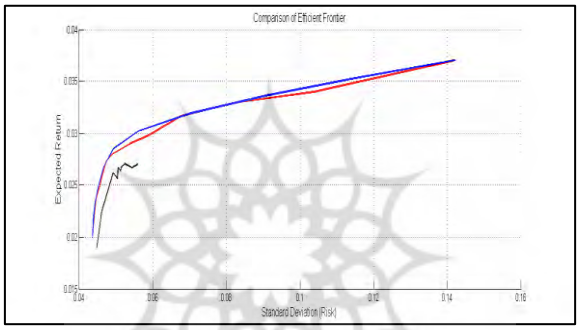
نتایج محاسبه میانگین و ریسک انتظاری سهام ۲۳ شرکت مورد مطالعه، به ترتیب برابر با ۰/۰۱۶۲ و ۰/۱۲۲۸ واحد می‌باشد. در مرحله بعد با استفاده از داده‌های موجود، مرزکارا با استفاده ۱۱ پرتفوی از مدل مارکویتز محاسبه شده که بازده مورد انتظار، ریسک و وزن ۲۳ سهام در هر پرتفوی به ترتیب، در جدول زیر ارائه شده است.

جدول ۳. مرزکارا با استفاده از مدل اصلی مارکویتز برای ۲۳ شرکت مورد بررسی

نماد	وزن هر سهم در پرتفوی										
پرتفوی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
اخابر	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
بترانس	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
فخاس	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۲۸۴
فخوس	۰/۲۲۶	۰/۲۴۸	۰/۲۷۰	۰/۲۸۵	۰/۲۹۹	۰/۳۱۸۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
فملی	۰/۱۴۳	۰/۱۵۰	۰/۱۵۸	۰/۱۶۹	۰/۱۸۳	۰/۲۲۷۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
فاذر	۰/۰۱۵	۰/۰۱۶	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۱۲۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
فولاد	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
حکشتی	۰/۰۲۳	۰/۰۱۷	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
کچاد	۰/۱۱۳۰	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
کگل	۰/۱۰۰۷	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
خپارس	۰/۱۱۹۹	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
خساپا	۰/۱۲۴۹	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
خزامیا	۰/۱۰۰۷	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
خودرو	۰/۰۸۷۹	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
رمپنا	۰/۱۴۲۲	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
رانفور	۰/۳۳۳۲	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۳۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
شبریز	۰/۱۲۱۹	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
شپنا	۰/۱۱۹۹	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
شاراک	۰/۰۹۱۵	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
شبهرن	۰/۰۷۹۴	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
شفن	۰/۱۰۵۹	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
شخارک	۰/۱۱۳۰	۰/۰۲۷	۰/۰۹۴	۰/۰۰۵	۰/۰۲۷	۰/۰۲۳	۰/۰۳۹	۰/۰۵۲	۰/۰۷۱	۰/۰۷۸۲	۰/۰۰۰
تایرا	۰/۱۰۰۷	۰/۰۹۶	۰/۰۷۹	۰/۰۶۱	۰/۰۳۸	۰/۰۰۸	۰/۰۰۰	۰/۱۱۵۶	۰/۰۵۲۶	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰

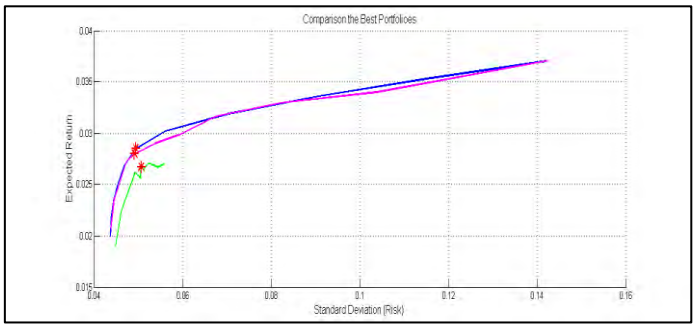
مأخذ: یافته‌های تحقیق

نتایج جدول فوق نشان می‌دهد که وزن سهم نماد رانفور در پورتفوی ششم برابر با ۰/۳۲ و ریسک آن برابر با ۰/۲۱ بوده که در مقایسه با ۱۰ پورتفوی دیگر، بیشترین مقدار ممکن می‌باشد. پس از محاسبه وزن سهام در هر پورتفوی، با استفاده از الگوریتم ژنتیک، ممتیک حرکت تجمعی ذرات (جهش قورباغه) و روش کوادراتیک، به حل مساله بهینه‌سازی پرتفوی بدون محدویت پرداخته شده که در نهایت، مرزکارای به دست آمده توسط روش‌ها به صورت نمودار زیر می‌باشند:



نمودار ۱. مرزهای کارآیی به دست آمده با استفاده از الگوریتم های مطالعه

در نمودار فوق، منحنی آبی رنگ، مرزکارای به دست آمده با استفاده از روش کوادراتیک می‌باشد، منحنی قرمز رنگ مرزکارای به دست آمده با استفاده از الگوریتم ممتیک حرکت تجمعی ذرات و منحنی مشکی، مرزکارای به دست آمده با استفاده از الگوریتم ژنتیک می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌نمایید، روش کوادراتیک توانسته بهتر از دو الگوریتم دیگر، مرزکارا را تخمین بزند. حال، با استفاده از نسبت شارپ، عملکرد الگوریتم‌ها را با یکدیگر مورد مقایسه قرار می‌دهیم که نمودار آن به صورت زیر می‌باشد:



نمودار ۲. مقایسه مرزهای کارا با استفاده از نسبت شارپ

همان‌طور که مشاهده می شود، نسبت شارپ به دست آمده با استفاده از روش کوادراتیک بیشتر از دو الگوریتم دیگر می‌باشد.

جدول ۴. نسبت‌های شارپ با روش‌های بهینه‌سازی

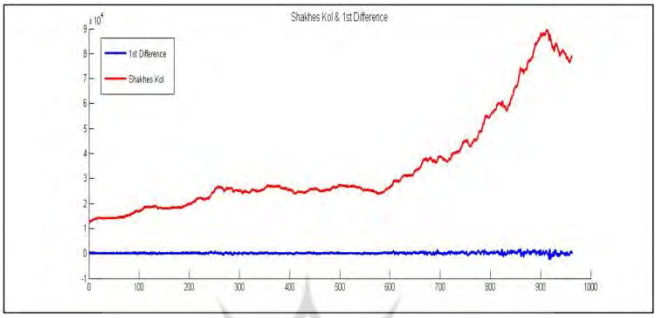
نسبت شارپ الگوریتمها		
ژنتیک	ممتیک	کوادراتیک
۰/۰۸۲۶	۰/۱۰۶۴	۰/۱۰۷۲
۰/۱۳۰۹	۰/۱۸۵۱	۰/۱۴۵۷
۰/۱۵۲۵	۰/۲۵۱۸	۰/۱۸۲۳
۰/۲۲۰۵	۰/۲۶۷۹	۰/۲۱۶۲
۰/۲۰۴۸	۰/۲۶۸۵	۰/۲۴۶۱
۰/۲۲۵۴	۰/۲۵۹۷	۰/۲۶۹۶
۰/۲۱۶۰	۰/۲۴۲۲	۰/۲۶۵۸
۰/۲۲۱۲	۰/۲۱۴۹	۰/۲۳۶۱
۰/۲۲۴۸	۰/۱۸۵۵	۰/۲۰۲۰
۰/۲۰۹۶	۰/۱۵۳۲	۰/۱۷۴۲
۰/۲۰۹۶	۰/۱۵۲۸	۰/۱۵۲۸
بیشترین مقدار نسبت شارپ		
۰/۲۲۴۸	۰/۲۶۸۵	۰/۲۶۹۶

مأخذ: یافته‌های تحقیق

به عبارت دیگر، بیشترین مقدار نسبت شارپ مربوط به الگوریتم کوادراتیک بوده که برابر با ۰/۲۶۹۶ و کمترین آن برای روش الگوریتم ژنتیک برابر با ۰/۲۲۴۸ می‌باشد. لذا بر اساس نسبت شارپ، روش الگوریتم کوادراتیک عملکرد مناسب‌تری در مقایسه با دو الگوریتم ژنتیک و ممتیک دارد.

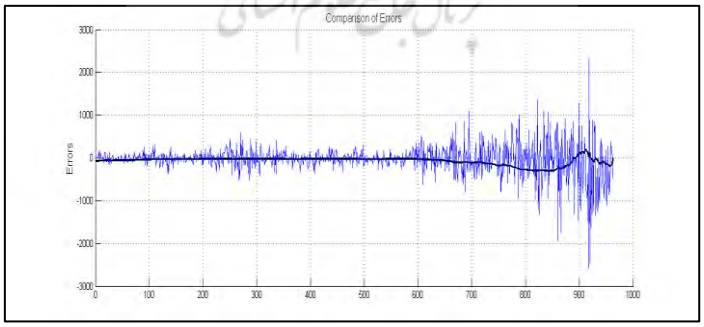
در بخش دیگر، با استفاده از شبکه عصبی و شبکه فازی- عصبی، شاخص کل قیمت سهام را مورد پیش‌بینی قرار می‌دهیم و بررسی می‌نماییم که کدامیک از شبکه‌ها توانایی بیشتر در پیش‌بینی شاخص داشته‌اند که نمودار آن به صورت زیر می‌باشد. اما قبل از شروع پیش‌بینی، مانایی شاخص کل را با استفاده از آزمون فیلیپس و پرون مورد

بررسی قرار می‌دهیم که نتایج حاصل از آن، بـه ایـن صـورت شـد کـه ایـن شـاخص در تفاضل مرتبه اول مانا می‌باشد.



نمودار ۳. شاخص کل قیمت سهام و تفاضل مرتبه اول آن

نمودار قرمز رنگ، شاخص کل می‌باشد و نمودار آبی، تفاضل مرتبه اول آن است. بعد از مانا شدن شاخص کل، آن را با استفاده از شبکه عصبی و شبکه فـازی عصـبی پـیش-بینی می‌نماییم. شبکه عصبی با استفاده از ۴ نرون و ۳ وقفه دارای کمترین میـزان خطـا می‌باشد و شبکه فازی عصبی با استفاده از خوشه‌بندی کاهشی[1]، ۷۰ درصـد یـادگیری و ۳۰ درصد آزمایش به کمترین میزان خطا دست یافت. میـزان خطاهـای دو شـبکه را در نمودار زیر با یکدیگر مورد مقایسه قرار دادیم:

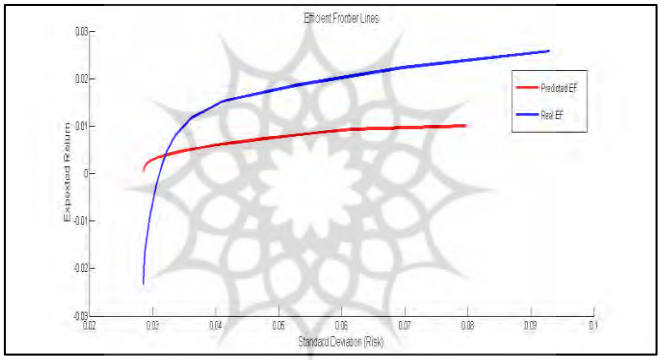


نمودار ۴. مقایسه مقدار خطای شبکه‌های عصبی و فازی-عصبی

منحنی مشکی پررنگ، مقدار خطای شبکه عصبی و منحنی آبی رنگ، مقدار خطـای شبکه فازی- عصبی می باشد. مقدار انحراف معیار خطای شـبکه‌هـای عصـبی و فـازی-

1. Subtractive clustering

عصبی، به ترتیب ۳۱۷/۱۵ و ۸۱۰/۱۰ می‌باشند. در این نمودار، درمی‌یابیم که شبکه عصبی توانسته نسبت به شبکه فازی- عصبی، پیش‌بینی بهتری را انجام دهد. حال با استفاده از شبکه‌های عصبی برای ۲۳ سهام مورد مطالعه قیمت روزانه ۱ ماه آینده آنها را یعنی تا اول مهرماه ۱۳۹۴ پیش‌بینی می‌نماییم و با استفاده از روش کوادراتیک، مرزکارآیی برای آن تخمین می زنیم. سپس آن مرزکارا را با مرزکارای به دست آمده از داده‌های واقعی با استفاده از روش کوادراتیک مورد مقایسه قرار می‌دهیم که نتایج آن به صورت زیر می‌باشد:



نمودار ۵. مقایسه مرزکارا با داده‌های پیش‌بینی شده و داده‌های واقعی

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مرزکارای پیش‌بینی شده با رنگ قرمز و مرزکارای واقعی با رنگ آبی مشخص شده‌اند. مرزکارآیی که با شبکه‌های عصبی پیش‌بینی شده، پایین‌تر از مرزکارآیی که با استفاده از داده‌های واقعی رسم شده، قرار گرفته است. این مساله نشان می‌دهد که اگر داده‌ها با استفاده از شبکه‌های عصبی پیش‌بینی شوند، می توانند معیار خوبی برای آینده باشند؛ زیرا با قرار گرفتن در پایین مرزکارای داده‌های واقعی، نشان می‌دهد که این پیش‌بینی بسیار محتاطانه می‌باشد و می‌تواند به عنوان معیاری برای آینده در نظر گرفته شود.

۵. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری تحقیق

در این مطالعه، با استفاده از الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ممتیک حرکت تجمعی ذرات و روش کوادراتیک به تخمین مرزکارای پرتفوی پرداختیم؛ که نتایج حاصل از آن، نشان

داد اگر چه الگوریتم ممتیک حرکت تجمعی ذرات به نسبت، عملکرد بهتری را نسبت به الگوریتم ژنتیک نشان می‌دهد؛ اما، هنوز نمی‌تواند بر مرزکارای به دست آمده از روش کوادراتیک منطبق باشد. در بخش دوم، با استفاده از شبکه عصبی و شبکه فازی عصبی، به پیش‌بینی شاخص کل پرداخته شد که نتایج نشان داد، شبکه عصبی نسبت به شبکه فازی- عصبی توانسته با خطای کمتری شاخص کل را پیش‌بینی نماید و در نهایت، با استفاده از شبکه عصبی و روش کوادراتیک، یک مرزکارا برای ۲۳ سهام شرکت‌های موجود به دست آوردیم و آن مرزکارا را با مرزکارای به دست آمده از داده‌های واقعی مورد بررسی و مقایسه قرار دادیم که در نهایت، نتایج حاصل از آن، نشان می‌دهد که پیش‌بینی با استفاده از شبکه‌های عصبی می‌تواند پیش‌بینی بسیار محتاطانه تلقی شود؛ زیرا مرزکارای به دست آمده با استفاده از آن، پایین مرزکارای به دست آمده با استفاده از داده‌های واقعی می‌باشد که از این لحاظ می‌تواند مبنای خوبی برای پیش‌بینی آینده باشد.

نتایج حاصل از این مطالعه، تصدیق‌گر نتیجه حاصل از مطالعات چن (۲۰۱۵)، توبا و بکانین (۲۰۱۴)، کریمی و همکاران (۱۳۹۳)، و اسلامی بیدگلی و طیبی ثانی (۱۳۹۳) است؛ از این جهت که الگوریتم‌های ترکیبی بهینه‌سازی بهتر از الگوریتم‌های منفرد عمل می‌نماید. همچنین در این موضوع که شبکه عصبی می‌تواند پیش‌بینی‌های قابل اتکایی انجام دهد، همسو با مطالعات حنفی‌زاده و همکاران (۱۳۸۶) و صلاحی و همکاران (۲۰۱۴) می‌باشد. پس می‌توان نتیجه گرفت که برای پیش‌بینی بازده اوراق بهادار، شبکه‌های عصبی می‌تواند مبنای مناسبی برای سرمایه‌گذاری باشد و همچنین الگوریتم جهش قورباغه، می‌تواند به نسبت جواب بهتری در حل مسائل بهینه‌سازی به دست آورد.

بر اساس نتایج حاصل از این مطالعه، می‌توان پیشنهاد نمود که سرمایه‌گذاران برای پیش‌بینی بازده اوراق بهادار از الگوریتم ژنتیک استفاده نموده و بر این مبنا ریسک سرمایه‌گذاری را حداقل نمایند. علاوه بر این، نتایج پژوهش حاکی از آن است الگوریتم ممتیک جهش قورباغه (ممتیک حرکت تجمعی ذرات) در مقایسه با دو الگوریتم دیگر، قدرت انتخاب بهینه سهام را به طور محسوسی افزایش می‌دهد. بنابراین، به سرمایه‌گذاران و عرضه‌کنندگان پیشنهاد می‌شود برای پیش‌بینی منافع حاصل از سرمایه‌گذاری در بازار سرمایه، از این روش استفاده کنند.

منابع

- اسلامی بیدگلی، غلامرضا و طیبی ثانی، احسان. (۱۳۹۳). بهینه‌سازی سبد سرمایه گذاری بر اساس ارزش در معرض ریسک با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان. *مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۱۸، صص ۱۸۴-۱۶۳.
- اسلامی بیدگلی، غلامرضا؛ وافی ثانی، جلال؛ علیزاده، مجید و باجلان، سعید. (۱۳۸۸). بهینه‌سازی و بررسی اثر میزان تنوع بر عملکرد پرتفوی با استفاده از الگوریتم مورچگان. *فصلنامه بورس اوراق بهادار*، تهران، ۵، صص ۷۵-۵۷.
- آذر، عادل و افسر، امیر. (۱۳۸۵). مدل‌سازی پیش بینی قیمت سهام با رویکرد شبکه های عصبی فازی. *پژوهشنامه بازرگانی*، ۱۰، صص ۵۲-۳۳.
- حنفی‌زاده، پیام؛ پورسلطانی، حسین و ساکتی، پریسا. (۱۳۸۶). بررسی مقایسه‌ای توان پیش‌بینی شبکه‌های عصبی مصنوعی با روش توقف زود هنگام و فرایند سری زمانی خودبازگشت در براورد نرخ تورم، *مجله تحقیقات اقتصادی*، شماره ۴، صص ۱۱-۱.
- فامیلیان، مولود. (۱۳۹۴). بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم جستجوی فاخته و رقابت استعماری. دومین کنفرانس بین‌المللی پژوهش‌های نوین در مدیریت، اقتصاد و حسابداری.
- کریمی، محمد؛ سینایی، حسنعلی و درزبان عزیزی، عبدالهادی. (۱۳۹۱). بررسی کارایی تشکیل سبد اوراق بهادار با رویکرد تصمیم گیری چند معیاره، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید چمران اهواز.
- Chen, W. (2015). Artificial bee colony algorithm for constrained possibilistic portfolio optimization problem. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *429*, 125-139.
- Cheng, M. Y., & Prayogo, D. (2014). Symbiotic organisms search: a new metaheuristic optimization algorithm. *Computers & Structures*, *139*, 98-112.
- Deng, G. F., Lin, W. T., & Lo, C. C. (2012). Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization. *Expert Systems with Applications*, *39*(4), 4558-4566.

- Eusuff, M., Lansey, K., & Pasha, F. (2006). Shuffled frog-leaping algorithm: a memetic meta-heuristic for discrete optimization. *Engineering Optimization*, *38*(2), 129-154.
- Farzi, S., Shavazi, A. R., Pandari, A., & Graduated, M. A. (2015). Using quantum-behaved particle swarm optimization for portfolio selection problem. *Int. Arab J. Inf. Technol.*, *10*(2), 111-119.
- Kamili, H., & Raffi, M.E. (2016). Portfolio Optimization Using the Bat Algorithm. *International Review on Computer and Software (IRECOS)*, *11(3)*, 277-283.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, *7*(1), 77-91.
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments* (Vol. 16). Yale university press.
- Salahi, M., Daemi, M., Lotfi, S., & Jamalian, A. (2014). PSO and harmony search algorithms for cardinality constrained portfolio optimization problem. *AMO–Advanced Modeling and Optimization*, *16*(3), 559-573.
- Toloie-Eshlaghy, A., Abdolahi, A., Moghadasi, M., & Maatofi, A. (2011). Using genetic and particle swarm algorithms to select and optimize portfolios of companies admitted to Tehran stock exchange. *Research Journal of Internatıonal Studıes-Issue*, 95-105.
- Tuba, M., & Bacanin, N. (2014). Artificial bee colony algorithm hybridized with firefly algorithm for cardinality constrained mean-variance portfolio selection problem. *Appl. Math. Inf. Sci*, *8*(6), 2831-2844.