استراتژی تخصیص بهینه دارایی‌ها در حضور بازار مسکن

علی‌اکبر قلی‌زاده[1]، محسن ابراهیمی[2]، بهناز کمیاب[3]

تاریخ دریافت: ۹۳/۱۱/۱۵ تاریخ پذیرش: ۹٤/۸/٤

چکیده

ریسک و بازده معیارهایی هستند که میزان مطلوبیت سرمایه‌گذار از انتخاب مجموعه دارایی‌های سرمایه‌گذاری را مشخص می‌کنند. مسکن و مستغلات با توجه به تجربه کم‌ریسک بودن و بازدهی مناسب آن در بلندمدت می‌تواند باعث کاهش ریسک سبد دارایی و افزایش بازدهی آن شود و ضمن تاثیرگذاری بر بازار سرمایه و بازار دارایی‌ها بر عملکرد نظام اقتصادی نیز موثر واقع می‌شوند. در مطالعه حاضر با استفاده از ترکیب مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی و معادلات دیفرانسیل تصادفی با مدل مارکویتز به برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار در حضور بازار مسکن پرداخته شده است. برای این منظور از دارایی‌های قیمت سهام، قیمت مسکن، قیمت سکه و اوراق مشارکت طی دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸ با داده‌های ماهانه استفاده شده است. از نتایج مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی و معادلات دیفرانسیل تصادفی بعنوان متغیرهای ورودی در برآورد پرتفوی بهینه مارکویتز استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که در دوره رونق بخش املاک، مسکن

۱. دانشیار اقتصاد دانشگاه بوعلی سینا همدان - نویسنده مسئول، Email: z_aliak@yahoo.com
۲. دانشیار اقتصاد دانشگاه خوارزمی، Email: ebrahimimo@yahoo.com
۳. دکتری اقتصاد دانشگاه بوعلی سینا همدان، Email: kamyab213@yahoo.com

بعنوان دارایی مسلط در بین دارایی‌های ریسکی بوده است. در طی دوره‌های اخیر که دوره رکود بخش مسکن تلقی می‌شود، مسکن از سبد بهینه سرمایه‌گذاری خارج شده و به جای آن سهام و سکه دارایی مسلطی در سبد سرمایه‌گذار تلقی می‌شود. بطور کلی اوراق مشارکت بعنوان دارایی بدون ریسک در تمامی دوره‌ها بعنوان یکی از دارایی‌های قابل اعتماد در سبد بهینه سرمایه‌گذار به حساب می‌آید.

واژگان کلیدی: پرتفوی بهینه پویا، مسکن، بهینه‌یابی میانگین-واریانس مارکویتز، معادلات دیفرانسیل تصادفی، مدل ناهمسانی واریانس شرطی

JEL :G11, G14, D81,C45

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱. مقدمه

یکی از موضوعات مهم اینست که افراد در زمان سرمایه‌گذاری چگونه منابع را بین دارایی‌های مختلف تخصیص می‌دهند. مسئله تخصیص دارایی، تخصیص ثروت سرمایه‌گذار را در بین چند دارایی متفاوت بررسی می‌کند. انتخاب پرتفوی، مثالی از تصمیم‌گیری پی‌درپی تحت شرایط ریسکی است. ریسک و تغییرپذیری نقش مهمی را در تئوری مدرن مالی بازی می‌کند، بطوری که مدارک تجربی نشان می‌دهند که ریسک‌ها طی زمان در حال تغییر می‌باشند. در مدل مارکویتز[1] (۱۹۵۲) انحراف معیار بازده به عنوان شاخص ریسک درنظرگرفته شده است و کیفیت بازده دارایی‌های سرمایه‌گذاری مقایسه می‌شود و سپس سرمایه‌گذاران تصمیمات خود را درخصوص انتخاب گزینه‌های سرمایه‌گذاری شکل می‌دهند. بهینه‌یابی «میانگین-واریانس» مارکویتز یک فرآیند ریاضی است که وزن‌های دارایی‌ها را ارزیابی کرده و پرتفویی را با حداکثر بازده انتظاری و سطح معین ریسک و یا حداقل ریسک با سطح معین بازده انتخاب می‌کند. هدف این مقاله تحلیل استراتژی تخصیص دارایی بهینه از یک سرمایه‌گذار ریسک‌گریز است. ثروت سرمایه‌گذار شامل دارایی‌های ریسکی و دارایی بدون ریسک بوده و سرمایه‌گذار مطلوبیت انتظاری کل ثروت را حداکثر می‌کند.

طبق نظریه سبد دارایی‌ها بهتر است فرد سرمایه‌گذاری خود را در دارایی‌های مختلف تخصیص دهد تا ریسک و بازدهی سرمایه گذاری خود را در وضعیت مناسبی قرار دهد. با افزودن دارایی جدید به سبد دارایی، ریسک پرتفوی کاهش می‌یابد. در بازارهای سرمایه‌ای نسبتاً کارا، ریسک دارای ارتباطی نزدیک با بازده است و سرمایه گذار در ازاء تقبل ریسک بیشتر بازده بالاتری را نیزانتظار خواهد داشت. نگهداری پرتفوی بهینه یکی از مسایل ضروری برای هر سرمایه‌گذار محسوب می شود. هر فرد به عنوان یک سرمایه‌گذار باید به این نکته واقف باشد که چگونه با توجه به استراتژی های خود ترکیب دارایی هایش را تعیین کند. به عبارتی ترکیب دارایی های یک سرمایه گذار باید پاسخگوی نیازهای آتی

1 . Markowitz

وی بوده و آرامش ذهنی‌اش را فراهم کند. در انتخاب سبد دارایی وضعیت جاری مالی افراد، اهداف سرمایه گذاری، خصوصیات شخصی فرد مانند ریسک‌پذیری، آشنایی با دوره‌های رونق و رکود دارایی های مختلف و ارتباط آنها با یکدیگر باید مورد توجه قرار گیرد.

استراتژی تخصیص دارایی پویا اجازه تعدیل پرتفوی را در واکنش به شرایط بازار در اختیار سرمایه‌گذار قرار می‌دهد. (مرتون[1]، ۱۹۶۹). تخصیص دارایی پویا، تصمیم‌گیری تحت شرایط نااطمینانی است. سرمایه‌گذار مجبور است که بین تخصیص دارایی‌های متفاوت رتبه بندی انجام دهد. انتخاب پرتفوی پویا توسط مرتون (۱۹۶۹) برای نخستین بار ارائه شد. او نشان داده است که بازدهی دارایی ریسکی یک حرکت بروانی ژئومتریک (GBM)[2] را دنبال می‌کند. از طرف دیگر چویی[3] (۲۰۰۰) فرض می‌کند که بازده دارایی ریسکی یک فرآیند ناهمسان واریانس شرطی (GARCH) را دنبال می‌کند. در این مقاله مسئله تخصیص دارایی مطابق هر دو دیدگاه مرتون (۱۹۶۹) و چویی (۲۰۰۰) مطابق تکنیک‌های GBM و GARCH مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در مطالعه حاضر مسکن نیز بعنوان یک دارایی در پرتفوی خانوار مورد مطالعه قرار می‌گیرد. مسکن یک دارایی مهم در تعیین پرتفوی خانوار بازی می‌کند و بخش قابل توجهی از ثروت خانوار را دربرمی‌گیرد. خانوارهای جوان بطور معنی‌داری در مسکن سرمایه‌گذاری می‌کنند و تلاش می‌کنند تا هزینه زیاد خرید مسکن را بعنوان هدف مصرفی در آینده متحمل نشوند. (کلمب[4]، ۲۰۰۴). از این‌رو هدف مطالعه حاضر بررسی سبد دارایی‌های سرمایه‌گذار و تخصیص بهینه دارایی‌ها در شرایط وجود بازار مسکن است. در مطالعه حاضر مسکن بعنوان یک دارایی در پرتفوی خانوار مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین در مقاله حاضر با استفاده از مدل‌های ریاضی و اقتصاد سنجی ترکیبی پویا از قبیل ناهمسانی واریانس شرطی (GARCH) و مدل دیفرانسیل تصادفی (GBM) مدل میانگین-

1. Merton
2 . Geometric Brownian Motion
3 . Choi
4 . Collomb

واریانس مارکویتز[1] به بررسی سبد بهینه سرمایه‌گذار پرداخته می‌شود. بنابراین در وضعیت اول با استفاده از مدل GARCH، ریسک و تغییرپذیری دارایی‌های مورد بررسی محاسبه شده و سهم بهینه دارایی‌ها در مدل میانگین-واریانس مارکویتز استخراج شده و با سهم بهینه دارایی‌ها در مدل ایستا مقایسه می‌شود. در وضعیت دوم ریسک و بازدهی دارایی‌ها توسط مدل GBM پیش بینی می‌شود و ترکیب بهینه دارایی‌های سرمایه‌گذاری استخراج می‌شود.

۲. مبانی نظری

هر طبقه دارایی شامل سرمایه‌گذاری‌های مختلفی است که ویژگی‌ها و رفتار مشابهی دارند و عمدتا تحت تاثیر نیروهای مشابهی در بازار قرار می‌گیرند. براساس این تعریف باید گفت که دارایی‌های موجود در هر طبقه اولا دارایی‌های سرمایه‌ای هستند و ثانیا ویژگی‌های ریسک و بازده مشابهی دارند. به طور سنتی سه طبقه اصلی دارایی عبارت است از: ۱-حق مالی مانند سهام، ۲-اوراق بهادار با درآمد ثابت مانند اوراق مشارکت، ۳-وجه نقد و ابزار بازار پول. بسیاری از متخصصان سرمایه‌گذاری معتقدند می‌توان دو طبقه دیگر دارایی را تحت عنوان طبقه‌های بدیل دارایی به فهرست فوق اضافه کرد: ۱-مسکن، ۲-کالاهای اساسی مانند نفت. (عبده تبریزی و رادپور، ۱۳۹۲).

به طور کلی مسکن از دونظرگاه حائز اهمیت است. از یک طرف تامین‌کننده یکی از اساسی‌ترین نیاز اجتماعی انسان است (تقاضای مصرفی) و از طرف دیگر مسکن بعنوان کالایی است که با سایر بازارها و بخش‌های اقتصادی ارتباط قوی دارد و همچنین کالایی است که عامل ذخیره ثروت و منبع درآمد است (تقاضای دارایی مسکن). مسکن سهم بسیار زیادی از کل سبد دارایی خانوارها و همچنین کل ذخیره سرمایه کشور را به خود اختصاص می‌دهد. با توجه به ریسک قابل توجه سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی و فعالیت‌های اقتصادی، بنگاه‌های اقتصادی نیز به منظور تعدیل ریسک، بخشی از سرمایه خود را به صورت مستغلات و مسکن نگه‌داری می‌کنند. در واقع نگه‌داری نسبت بهینه

1. Markowitz

دارایی‌های غیرمنقول نقش مهمی در تعدیل ریسک خواهد داشت. (قلی زاده، ۱۳۸۷).بدیهی است بازار املاک و مستغلات نارسایی‌های عمده‌ای دارد ولی به دلیل جذابیت‌های املاک و مستغلات از نظرگاه سرمایه‌گذاری، این دارایی از دهه ۷۰ بعنوان طبقه دارایی مورد قبول سرمایه‌گذاران قرار گرفته است. ویژگی‌های منحصربفرد ملک به لحاظ ریسک و بازده دلایل کافی برای معرفی آن بعنوان طبقه دارایی فراهم می‌آورد.

۲-۱. تئوری پرتفوی ایستا

تئوری پرتفوی یکی از مهمترین تئوری‌های مالی است که پایه و اساس آن بر مدیریت ریسک استوار است. ارزش هر دارایی تحت تاثیر ریسک و بازده قرار دارد. ریسک یک مفهوم مهم در سرمایه‌گذاری است و فرصتی است که بازده واقعی[1] سرمایه‌گذاری از بازده انتظاری[2] متفاوت می‌شود. این امر شامل از دست دادن تمام یا بخشی از سرمایه‌گذاری است، که معمولا توسط انحراف معیار بازده سرمایه‌گذاری محاسبه می‌شود. ریسک یعنی احتمال محقق نشدن عملکرد مورد انتظار و انحراف یا عدم قطعیت پیش‌بینی‌های آینده. ریسک احتمال تفاوت بین بازده واقعی و بازده پیش بینی شده است. بعبارت دیگر ریسک جزء ذاتی فعالیت‌های اقتصادی است. بهترین راه مقابله با پیامدهای نامطلوب ریسک استفاده از اصول مدیریت ریسک است. تصمیمات تخصیص دارایی به گرایش افراد به ریسک بستگی دارد. بنابراین در بین افراد متفاوت است. هدف؛ شناسایی سطح قابل قبولی از تحمل ریسک است و سپس پیداکردن پرتفویی که بازده انتظاری را برای آن سطح از ریسک حداکثر کند. (التون و گرابر[3]، ۱۹۹۷). تئوری مدرن پرتفوی بیان می‌کند که چگونه سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز می‌توانند پرتفوی را تخصیص دهند، به‌طوری‌که ریسک بازاری را برای بازده انتظاری بهینه کنند. (کرکگارد، ۲۰۰۶[4]).

1. Actual Return
2. Expected Return
3. Elton & Gruber
4. Kierkegaard

تخصیص دارایی، یک استراتژی سرمایه‌گذاری است که تلاش می‌کند تا درصد هر دارایی را در پرتفوی سرمایه‌گذاری مطابق با تحمل ریسک سرمایه‌گذار، اهداف و چارچوب زمانی سرمایه‌گذار تعیین کند. تخصیص دارایی عامل مهمی در تعیین بازده پرتفوی سرمایه‌گذاری است. تخصیص دارایی بر این اصل استوار است که دارایی‌های متفاوت در بازارهای متفاوت و شرایط اقتصادی متفاوت در وضعیت‌های مختلفی قرار می‌گیرند (کلمب[1]، ۲۰۰۴). تخصیص دارایی استراتژیک، نوعی از تخصیص دارایی است که ریسک و بازده انتظاری بهینه را برای دارایی‌های مختلف سرمایه گذار بدست می‌آورد. تخصیص دارایی استراتژیک روش‌هایی را برای مدیریت پرتفوی سرمایه‌گذار ارائه می‌کند؛ مانند زمان‌بندی بازار یا انتخاب اوراق بهاداری که سود بیشتری را در پی دارد. تخصیص دارایی استراتژیک، طبقات مختلف دارایی‌های نرمال را شناسایی کرده و وزن‌های تخصیص بهینه دارایی را در بلندمدت تعیین می‌کند. (لویساکایتی، ۲۰۱۰[2]).

تئوری پرتفوی ابتدا براساس چارچوب ایستا پایه‌گذاری شده است که سرمایه‌گذاران مطلوبیت انتظاری که از ثروت انتهای دوره مشتق شده است را حداکثر کرده و پرتفوی را شکل می‌دهند. استراتژی تخصیص دارایی پویا اجازه تعدیل پرتفوی را در واکنش به شرایط بازار در اختیار سرمایه‌گذار قرار می‌دهد. (مرتون[3]، ۱۹۶۹). تئوری پرتفوی مدرن مارکویتز (۱۹۵۲) فرض می‌کند که هدف سرمایه‌گذار انتخاب پرتفویی با بازده بالا نسبت به ریسک آن است. پرتفویی که کمترین واریانس با بازده انتظاری معین دارد پرتفوی کارای "میانگین-واریانس" نامیده می‌شود. مجموعه پرتفوی کارا شامل ترکیب خطی بین دارایی بدون ریسک و دارایی ریسکی است. برای محاسبه پرتفوی و سرمایه‌گذاری بهینه، سرمایه‌گذاران نیازمند ارزیابی دقیق بازده انتظاری، واریانس و کواریانس تمام دارایی‌ها می‌باشند. بنابراین بهینه‌یابی میانگین-واریانس به تخمین بازده‌های انتظاری بسیار حساس

1 . Collomb
2. Levisauskaite
3. Merton

است. (کپری و زیمبا[1]، ۱۹۹۳). در این مدل با برآورد ماتریس واریانس-کواریانس، وزن‌های پرتفوی بهینه برای تمام دارایی‌ها برآورد می‌شود.

۲-۲. تئوری پرتفوی پویا

انتخاب پرتفوی پویا توسط مرتون (۱۹۶۹) برای نخستین بار ارائه شد. او مسئله انتخاب پرتفوی را با مصرف موقتی اجرا کرد. روش مرتون به شرح ذیل است:[2]

فرض کنید یک دارایی بدون ریسک با بازده R^f و یک دارایی ریسکی وجود دارد که قیمت‌ها فرآیند GBM را دنبال می‌کنند و بنابراین بطور لگاریتمی توزیع شده‌اند. مرتون نشان داد که قیمت دارایی ریسکی فرآیند بروانی ژئومتریک (GBM) را دنبال می‌کند:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dB_t \qquad (۱)$$

سرمایه گذار با افق T مجبور است در زمان t روی وزن پرتفوی بهینه (x_t) تصمیم بگیرد و مقدار بهینه را برای مصرف در هر دوره تعیین کند. در زمان t ثروت وی W_t است. پویایی‌های ثروت سرمایه گذار برابر نسبت هر دارایی ضربدر بازده دارایی ریسکی بعلاوه نسبت هر دارایی بدون ریسک ضربدر بازده آن (R^f) منهای مقدار مصرف شده (C) در زمان t است:

$$dW_t = W_t x_t \frac{dS_t}{S_t} + W_t(1 - x_t)R^f dt - C_t dt \qquad (۲)$$

$$= \Big((x_t(\mu - R^f) + R^f)W_t - C_t\Big)dt + x_t \sigma W_t dB_t$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

1 . Chopra and Ziemba

۲ . معادلات این بخش خلاصه شده است و جهت مطالعه بیشتر درخصوص اثبات معادلات پرتفوی پویا به مقاله مرتون (۱۹۶۹ و ۱۹۷۲) مراجعه شود.

سرمایه‌گذار دو تابع مطلوبیت دارد: یک تابع u که گرایش او را برای مصرف طی دوره سرمایه‌گذاری نشان می‌دهد و دیگری تابع $\tilde{u}$ که گرایش او را برای ثروت نهایی نشان می‌دهد. مصرف و ثروت با عامل ρ تنزیل شده‌اند. هدف سرمایه‌گذار توسط معادله ذیل نوشته می‌شود:

$$J_t(W_t) = \sup E[\int_t^T e^{-\rho s} u(C_s) ds + e^{-\rho T} \tilde{u}(W_T | F_t) \quad (۳)$$

در ارتباط با محدودیت $J_t(W_t) = e^{-\rho T} \tilde{u}(W_t)$

$J_t(W_t)$: تابع ارزش در زمان t.

در هر زمان، x_t همچنین یکی از پارامترهای بهینه یابی است، زیرا ثروت و مصرف بطور مستقیم به انتخاب وزن های پرتفوی وابسته اند.

مرتون نشان داد که برای تمام $t_0 < t < T$ می توان دوباره نوشت:

$$J_0(W_{t0}) = \sup E[\int_{t0}^{t} e^{-\rho s} u(C_s) ds + J_t(W_t | F_0) \quad (۴)$$

این دوباره نویسی براساس اصل بهینه‌یابی بلمن است. با مشتق گیری از عبارت بالا نسبت به وزن‌های پرتفوی و قاعده مصرف، مرتون تابع $\tilde{u}(W_t)$ را معادل صفر فرض کرد. در نهایت اگر $v = R^f + \frac{(\mu - R^f)^2}{2\gamma\sigma^2}$ باشد می‌توان مصرف بهینه (C^*) و وزن های پرتفوی ($x^* W_t$) را دوباره مطابق معادلات ذیل نوشت:

$$C_t^* = \frac{[\rho - (1-\gamma)v][W_t + \frac{\gamma\eta}{\xi R^f}(1 - e^{R^f(t-T)})]}{\gamma(1 - \exp[\frac{\rho - (1-\gamma)v}{\gamma}(t-T)])} - \frac{\gamma\eta}{\xi} \quad (۵)$$

$$x_t^* W_t = \frac{\mu - R^f}{\gamma\sigma^2} W_t + \frac{\eta(\mu - R^f)}{\xi R^f \sigma^2}(1 - e^{R^f(t-T)}) \quad (۶)$$

ξ: پارامتر تابع مطلوبیت ریسک گریزی مطلق، γ: پارامتر ریسک گریزی نسبی، μ: بازده انتظاری دارایی‌ها، R^f: بازده دارایی بدون ریسک، W: ثروت، C: مصرف، x: وزن پرتفوی دارایی‌ها است.

۳. پیشینه تحقیق

مرتون[1] (۱۹۶۹و ۱۹۷۱و ۱۹۷۳) در تنظیمات مدل پویای زمان پیوسته، یک فرمول برنامه‌ریزی پویای تصادفی را توسعه می دهند. هدف، حداکثر کردن تابع مطلوبیت مصرف بعلاوه ثروت نهایی سرمایه‌گذار است. مرتون نشان می‌دهد که اگر فرصت‌های سرمایه‌گذاری طی زمان ثابت باشد (بازده انتظاری و ماتریس کواریانس ثابت هستند)، آنگاه تخصیص دارایی‌ها طی زمان ثابت است و معادله با روش یک دوره‌ای (روش ایستا) قابل حل است. مطالعه مرتون اولین مطالعه درخصوص ارائه یک مدل پویا با موضوع پرتفوی بوده است و فرمول مرتون نقطه عطفی را برای کارهای بیشتر در حوزه تخصیص دارایی‌های چند دوره ای فراهم کرده است. مرتون یک مدل پویای زمان پیوسته را اجرا کرده است.

لینچ و بالدوزی[2] (۲۰۰۰) با کاربرد روش برنامه‌ریزی پویا، هزینه‌های معامله را وارد مطالعه می کند. دو نوع سرمایه‌گذاری؛ شاخص سهام NYSE و نرخ بهره یک ماهه را درنظر می‌گیرد. تنها متغیر وضعیت، سود سهام ۱۲ ماهه است. تخصیص دارایی‌ها برای افق زمانی ۲۴۰ ماهه تعیین می‌شود. فروش کوتاه مدت درنظر گرفته نمی‌شود. هزینه مبادله سهام ۲۵ درصد خرید و فروش را شامل می‌شود. هیچ هزینه معامله‌ای برای نرخ بهره بکار نمی‌رود. شبیه سازی ۱۰۰ هزار دوره زمانی از ۱۹۲۷ تا ۱۹۹۶ بکار می رود. در حضور هزینه معامله، تخصیص سهام برای سرمایه‌گذار، با فرض اینکه بازده‌هاپیش بینی پذیر نباشند، حدود ۵۷/۴ درصد است. درصورتی که بازده‌ها پیش بینی پذیر باشند معادل ۷۱,۱ درصد است. این نتیجه شبیه نتایج مدل بدون هزینه معامله است. بدون هزینه معامله،

1. Merton
2. Lynch & Balduzzi

سرمایه‌گذار۵۶/۲ درصد را به سهام تحت فرض پیش بینی پذیر نبودن بازده و ۶۹/۴ درصد را با فرض پیش بینی پذیری بازده تخصیص می‌دهد. نااطمینانی های متغیر وضعیت را در نظر نمی گیرند. بنابراین با وجود و بدون وجود هزینه معامله نتایج بهینه‌یابی نزدیک هم خواهند بود.

کمپبل و ویسریا[1] (۲۰۰۵) نشان دادند تخصیص دارایی به افق سرمایه‌گذاری بستگی دارد. با کاربرد یک مدل VAR برای تخمین ریسک، پیش بینی‌پذیری بازده محاسبه می‌شود بطوریکه ریسک براساس جزء غیرانتظاری بازده محاسبه می‌شود. بعبارت دیگر واریانس و کواریانس بازده نسبت به انتظارات بازده شرطی محاسبه می‌شود. کمپبل و ویسریا بازار آمریکا را تحلیل کردند و نتیجه گرفتند که لگاریتم ریسک بلندمدت بازده سهام هر دوره پایین تر از ریسک بازده کوتاه مدت است. برعکس آن‌هادریافتند که برای پول نقد، ریسک بازده بلندمدت بالاتر از ریسک کوتاه مدت است.

رهرینگ (۲۰۱۲) در مطالعه‌ای به بررسی فرصت های سرمایه‌گذاری افراد در انگلستان طی دوره ۱۹۶۵ تا ۲۰۰۸ با استفاده از الگوی خودرگرسیون برداری و ناهمسانی واریانس شرطی پرداخته است. وی بازده انتظاری و انحراف معیار شرطی و ضریب همبستگی شرطی را از طریق مدلسازی پویای VAR بدست آورده است و سپس در مرحله آخر به برآورد سهم بهینه دارایی‌ها پرداخته است. در این مطالعه از دارایی‌های سهام، املاک، اوراق و نرخ بهره استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که در کوتاه مدت سهم دارایی مسکن کمتر از بلندمدت است. و سهم پس‌انداز در کوتاه مدت بیشتر از بلندمدت است. سهم سهام و اوراق مشارکت در کوتاه‌مدت و بلندمدت تفاوت کمی با هم داشته است. به‌طور کلی سهم پس‌انداز و املاک در انگلستان بیشتر از سهام و اوراق شبیه سازی می‌شود.

لین و زونگسیا (۲۰۱۳)[2] در مطالعه ای به بررسی تخصیص دارایی پویا پرداخته اند. این مساله را در فرم برنامه نویسی دیفرانسیل تصادفی بررسی کرده اند. نتایج نشان می‌دهد که

1. Campbell and Viceira
2. Lin & Zongxia

نسبت تخصیص دارایی سرمایه‌گذاری شده در اوراق قرضه و بازار سهام از درجه توضیح دهندگی اقتصادی بالایی در سبد دارایی سرمایه‌گذاری برخوردار است.

لین و زونگسیا (۲۰۱۵)[1] در مطالعه‌ای به بررسی تخصیص بهینه دارایی پرداخته اند. برای این بررسی از روش معادلات همیلتون-جاکوبی-بلمن استفاده کرده‌اند. همچنین با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو برای تجزیه و تحلیل رفتارهای اقتصادی تخصیص بهینه دارایی‌ها پرداخته شده است.

بانگ-گیو و تایی[2] (۲۰۱۵) در مطالعه ای به بررسی استراتژی‌های تخصیص دارایی برای بیمه گرانی که مواجه با شرایط اقتصادی هستند بررسی می‌کنند. نتایج بررسی‌های کمی نشان می‌دهد که استراتژی تخصیص بهینه بستگی به شرایط بازار بیمه و شرایط اقتصادی کشور مورد مطالعه دارد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که تغییرات شدید همبستگی بین قیمت سهام و حق العمل های بیمه، فرصت های سرمایه گذاری به طور قابل توجهی ممکن است استراتژی بهینه بیمه اتکایی، استراتژی تخصیص سرمایه یا هر دو را از شرکت‌های بیمه تحت تاثیر قرار دهد.

در داخل کشور هیچ مطالعه پویا و جامعی درخصوص انتخاب گزینه‌های سرمایه‌گذاری انجام نشده است و عمده مطالعات بر تصمیم گیری‌های ایستا پرداخته‌اند.

مهرآرا و صادقیان (۱۳۸۷) در مطالعه‌ای ترکیب بهینه وام را در بخش های اقتصادی بانک سامان طی دوره ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۵ بصورت برنامه‌ریزی ایستا بررسی کرده‌اند. یافته‌ها نشان می‌دهد که به ترتیب بخش‌های خدمات، صنعت و معدن، مسکن و ساختمان و کشاورزی از بیشترین سهم در پرتفوی بهینه وام بانک برخوردارند. پرتفوی تسهیلات اعطایی بانک در طول سال های گذشته به پرتفوی بهینه آن نزدیک‌تر شده است، اما هنوز روش مارکویتز مبتنی بر اصل حداکثرسازی سودو مفروضات محدودکننده‌اش، قادر نیست بخشی از تفاوت‌ها یا انحرافات کمی را توضیح دهد.

1. Lin & Zongxia
2 . Bong-Gyu & Tae

قلی زاده و طهوری‌متین (۱۳۹۰) در مطالعه‌ای سبد بهینه دارایی‌ها را در دوره رکود و رونق بازار مسکن در قالب یک مدل ایستا طی دوره ۱۳۸۵-۱۳۷۰ بررسی کردند. از داده‌های مسکن، سهام، ارز، سکه، سپرده و اوراق مشارکت استفاده کردند. تحلیل مرز کارایی نشان می‌دهد که در دوره رکود بازار مسکن، مسکن هیچ سهمی در سبد بهینه دارایی‌ها ندارد. درواقع حضور این دارایی در دوره رکود در بهبود ریسک و بازدهی سبد دارایی تأثیری ندارد. سپس دوره رونق مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این دوره حضور بازار مسکن باعث جابجایی شدید مرز کارایی به سمت بالا شده است و سهم بسیار زیادی از سبد دارایی بهینه را به خود اختصاص داده است.

خداویسی و ملابهرامی (۱۳۹۱) در مطالعه‌ای به پیش بینی روند آتی نرخ ارز از طریق معادلات دیفرانسیل تصادفی GBM و ARIMA طی دوره ۱۳۸۰ الی ۱۳۹۰ پرداخته اند. نتایج پژوهش حاکی از آنست که مدل‌های پیشنهادی مطالعه حاضر دارای عملکرد بهتری نسبت به مدل ARIMA در پیش بینی داخل و خارج نمونه براساس معیار RMSE می‌باشند.

٤. مدل تحقیق و روش برآورد مدل

تاکنون الگوهای زیادی برای حل مسئله مجموعه دارایی بهینه ارائه شده است که هر یک با توجه به شرایط و محدودیت‌هایی طرح شده‌اند. مدل اولیه با استفاده از برنامه‌ریزی درجه دوم توسط مارکویتز مطرح گردید. تئوری پرتفوی یک دوره‌ای مارکویتز، مثال متداولی از مدل ایستا است که تصمیم سرمایه‌گذاری را تنها در زمان اولیه برای ترکیب پرتفوی‌اش درنظر می‌گیرد و آن را برای هدف نهایی بهینه می‌کند. مدل ارائه شده توسط مارکویتز از لحاظ تئوری توسط مدل‌های خطی قابل حل است، اما طبیعت معیارهای ریسک مانع از ایجاد یک راه حل عمومی می‌شود. مطابق ادبیات نظری و تجربی ارائه شده، تکنیک اقتصاد سنجی ناهمسانی واریانس شرطی (GARCH) و تکنیک ریاضی شامل فرآیند براونی ژئومتریک[1] (GBM) ارتباط پویای بین مدل مارکویتز و داده‌ها را فراهم می‌کند و شاخص مناسبی را از ریسک و بازده دارایی ارائه می‌کند.

1. Geometric Brownian Motion

مسئله تخصیص دارایی برای اولین بار توسط مرتون (۱۹۶۹) بررسی شده است. او نشان داده است که بازدهی دارایی ریسکی یک حرکت بروانی ژئومتریک (GBM)[1] را دنبال می‌کند. از طرف دیگر چویی[2] (۲۰۰۰) فرض می‌کند که بازده دارایی ریسکی یک فرآیند ناهمسان واریانس شرطی (GARCH) را دنبال می‌کند. در این مقاله مسئله تخصیص دارایی مطابق هر دو دیدگاه مرتون (۱۹۶۹) و چویی (۲۰۰۰) مطابق تکنیک‌های GBM وGARCH مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مطالعه برای نشان دادن تخصیص بهینه دارایی‌ها مدل‌های برنامه‌ریزی پویا از تقاضای پرتفوی اجرا خواهد شد.

در روش پرتفوی ایستا میانگین و واریانس در طول زمان ثابت می‌باشند. یک متغیر تصادفی که دارای واریانس ثابتی طی زمان باشد، واریانس همسان نام دارد و چنانچه واریانس یک متغیر در طول زمان ثابت نباشد آن را واریانس ناهمسان می‌نامند. در پرتفوی پویا تغییرپذیری بسیاری از سری‌های زمانی در طول زمان ثابت نیست. بعبارت دیگر بسیاری از سری‌های زمانی اقتصادی در دوره‌هایی با نوسانات زیاد همراه هستند و متعاقب آن دوره‌هایی از تغییرات اندک را پشت سر می‌گذارند. تحت این شرایط فرض وجود واریانس ثابت یا واریانس همسانی چندان معقول نخواهد بود. بنابراین برای حل واریانس ناهمسانی سری‌های زمانی و برآورد پرتفوی پویا، می‌توان از مدل‌های GARCH استفاده کرد. با استفاده از مدل‌های GARCH می‌توان واریانس یک سری از داده‌ها را در هر نقطه مشخص زمانی برآورد نمود. براساس فرضیه انتظارات عقلایی عاملین اقتصادی در بازار اطلاعات مفید را هدر نخواهند داد و لذا در پیش بینی هر سری زمانی، به جای استفاده از توزیع غیرشرطی آن سری از توزیع شرطی آن بهره خواهند جست. لذا اهمیت مدل‌های GARCH در «اقتصاد عدم اطمینان» کاملا آشکار می‌شود. در همه مدل‌های تئوریکی همچون تحلیل «میانگین-واریانس» که از واریانس بعنوان شاخص ریسک استفاده می‌شود، مفهوم واریانس شرطی اهمیت می‌یابد. (اندرس[3]، ۱۹۴۸).

1 . Geometric Brownian Motion
2 . Choi
3 . Enders

در تحقیق حاضر، برآورد پرتفوی بهینه، در دو وضعیت انجام شده است. در وضعیت اول، ریسک دارایی‌های مورد بررسی با روش ناهمسانی واریانس شرطی (GARCH) بدست آورده می‌شود. بعد از محاسبه تغییرپذیری دارایی‌ها، با روش میانگین-واریانس مارکویتز به برآورد پرتفوی بهینه پرداخته می‌شود. در وضعیت دوم به پیش بینی دارایی‌ها مطابق روش GBM محاسبه شده است. بخش (۴-۲-۲) برآورد مدل براونی ژئومتریک (GBM) را نشان می‌دهد. دارایی‌های مورد بررسی در این مطالعه شامل قیمت سهام، قیمت سکه، قیمت مسکن و اوراق مشارکت است. اوراق مشارکت یک دارایی بدون ریسک تلقی شده و لذا از مقادیر قطعی آن در مدل مارکویتز استفاده می‌شود. در انتها نتایج مدل مارکویتز به روش ایستا و روش GARCH مقایسه می‌شوند. برای برآورد مدل‌های معرفی شده از نرم افزارهای Eviews و MATLAB استفاده شده است.

۵. داده‌های آماری

اطلاعات مورد استفاده در این مطالعه شامل قیمت دارایی‌های سرمایه‌گذاری همانند قیمت مسکن، قیمت سکه، قیمت سهام، اوراق مشارکت می‌باشند. اطلاعات مورد نیاز به روش کتابخانه ای از سالنامه‌های آماری بانک مرکزی، مرکز آمار ایران، سازمان بورس و اوراق بهادار تهران تهیه شده است. قلمرو زمانی و مکانی مطالعه حاضر دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸ با استفاده از داده‌های ماهانه در اقتصاد ایران است.

جدول (۱) بازدهی ماهانه دارایی‌های سرمایه‌گذاری را طی دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸ نشان می‌دهد. در بلندمدت (۱۳۹۲-۱۳۷۸) سرمایه‌گذاری در بازار سهام از رشد بالاتری نسبت به دیگر دارایی‌ها همانند اوراق مشارکت، قیمت سکه و قیمت مسکن و حتی تورم برخوردار است. این مسئله در مطالعات خارجی نیز مشاهده شده است. (همانند سیگل[1]، ۲۰۰۲، کانستتینس[2]، ۲۰۰۲، دیمسون و همکاران[3]، ۲۰۰۲). بنابراین در کوتاه مدت ریسک معنی‌دار است و منجر به بازده منفی می‌شود. حتی در بلندمدت سرمایه‌گذاری در سهام می‌تواند ریسکی‌تر باشد.

1. Siegel
2 . Constantinides
3 . Dimson, Marsh and Staunton

جدول ۱. برآورد بازدهی ماهانه دارایی‌های سرمایه‌گذاری طی دوره ۱۳۹۲:۱۲-۱۳۷۸:۱-درصد

دوره	سهام	اوراق مشارکت	سکه	مسکن	نرخ تورم
۱۳۷۸-۱۳۸۳	۳/۰۹	۱/۴۵	۱/۱۴	۱/۹۱	۱/۰۸
۱۳۸۴-۱۳۸۷؛ رونق مسکن	-۰/۷۷	۱/۲۹	۱/۳۲	۲/۱۷	۱/۲۳
۱۳۸۹-۱۳۹۲؛ رکود مسکن	۴/۰۶	۱/۵۸	۲/۸۴	۰/۹۳	۱/۶۷
۱۳۷۸-۱۳۹۲؛ کل دوره	۲/۳	۱/۴۵	۱/۷۸	۱/۶۴	۱/۳۴

منبع: محاسبات تحقیق

٦. نتایج تجربی مدل

در تحقیق حاضر، برآورد پرتفوی بهینه، در دو وضعیت انجام شده است. در وضعیت اول، ریسک دارایی‌های مورد بررسی با روش ناهمسانی واریانس شرطی (GARCH) بدست آورده می‌شود. بعد از محاسبه ریسک دارایی‌ها، با روش میانگین-واریانس مارکویتز به برآورد پرتفوی بهینه پرداخته می‌شود. بخش (۵-۱) به برآورد ریسک دارایی‌ها مطابق مدل GARCH پرداخته است. در وضعیت دوم بازدهی و ریسک دارایی‌ها مطابق روش GBM محاسبه شده است. بخش (۵-۲) برآورد مدل براونی ژئومتریک GBM را نشان می‌دهد. بخش (۵-۳) به برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار مطابق مدل مارکویتز می‌پردازد. دارایی‌های مورد بررسی در این مطالعه شامل قیمت سهام، قیمت سکه، قیمت مسکن و اوراق مشارکت است. اوراق مشارکت یک دارایی بدون ریسک تلقی شده و لذا از مقادیر قطعی آن در مدل مارکویتز استفاده می‌شود. در انتها نتایج مدل مارکویتز به روش ایستا و روش GARCH مقایسه می‌شوند.

٦-١. برآورد ریسک دارایی‌ها به روش ناهمسانی واریانس شرطی (GARCH)

در این قسمت به محاسبه ریسک متغیرها مطابق مدل ناهمسانی واریانس شرطی (GARCH) پرداخته می‌شود. نوسان پذیری یکی از مفاهیم مهم در مباحث اقتصادی و مالی است. نوسان‌پذیری اغلب به صورت انحراف معیار یا واریانس تعریف می‌شود. ساده‌ترین تعبیر راجع به نوسان‌پذیری بر مبنای برآورد تاریخی آن قرار دارد. نوسان‌پذیری تاریخی به سادگی مستلزم محاسبه واریانس متغیر مورد نظر در طول دوره مورد بررسی

است که آن را به عنوان معیاری برای نوسان‌پذیری آینده به کار می‌برند. واریانس تاریخی بعنوان معیاری از نوسان‌پذیری تاریخی روش مفیدی برای مقایسه توانایی پیش بینی مدل‌ها است. در مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی، تغییرات غیرقابل پیش‌بینی را که ناشی از عوامل تصادفی است، معادل ریسک راجع به y_t درنظر گرفته می‌شود و معیار ریسک، واریانس جمله خطا (σ^2) است. در این مدل σ^2 به عنوان معیار ریسک لزوماً نمی‌تواند ثابت باشد. بدین ترتیب σ_t^2 بیانگر تغییرات y_t است که ناشی از عوامل تصادفی است که معیاری از نوسان‌پذیری یا ریسک راجع به y_t است. (سوری، ۱۳۹۰). بنابراین برای محاسبه ریسک‌های اقتصادی از روش GARCH استفاده می‌شود. مدل GARCH(p,q) را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \lambda x_t + \varepsilon_t \qquad (۱۵)$$

$$\sigma^2_t = \omega + \sum_{j=1}^{q} \alpha_i \varepsilon^2_{t-j} + \sum_{i=1}^{p} \beta_j \sigma^2_{t-i}$$

$$p \geq 0,\ q > 0,\ \omega > 0\ ,\alpha_i \geq 0\ ,\beta_j \geq 0$$

$$i = 1,2,....,p \quad j = 1,2,.....,q$$

که در آن، y متغیرهای مورد بررسی در این مطالعه شامل قیمت سهام، قیمت سکه، قیمت مسکن است. x : بردار سایر متغیرهای توضیحی، ω پارامتر ثابت، ε^2_{t-j} مجذور مقادیر جملات خطای پیشین تا وقفه q و σ^2_{t-i} واریانس‌های شرطی وقفه‌ای تا وقفه p است.

قبل از برآورد مدل پرتفوی بهینه، ریسک دارایی‌ها برآورد می‌شود. در ادبیات مربوط به شاخص‌های ریسک از روش GARCH استفاده می‌شود. دراین روش، واریانس شرطی براساس اطلاعات دوره قبل و خطای پیش‌بینی گذشته تغییر کرده و نشان‌دهنده ریسک متغیر است. قبل از برآورد مدل GARCH، لازم است مدل ARIMA برای متغیرهای شاخص‌های قیمت سهام، قیمت سکه، قیمت مسکن برآورد شود. ویژگی اصلی مدل‌های GARCH درآنست که واریانس شرطی اجزای اختلال متغیر y دارای الگوی ARIMA

است. بعبارت دیگر می‌توان از الگوی پسماندهای حاصل از تخمین یک مدل ARIMA وجود الگوی GARCH را تشخیص داد. (اندرس، ۱۹۴۸). از آنجا که متغیرهای فوق، با تفاضل مرتبه اول ایستا می‌شوند ((I(1)) که در جدول (۲) آمده است، از تفاضل مرتبه اول این متغیرها برای مدل‌سازی استفاده می‌شود.

جدول ۲. بررسی ایستایی متغیرهای مورد استفاده در مدل GARCH

متغیر	آزمون ریشه واحد	آماره	مقدار بحرانی مک کینون در سطح ۵٪	وضعیت ایستایی
HP	ADF	-۰/۵۵	-۲/۸۷	ناایستا
	PP	-۰/۹۰	-۲/۸۷	ناایستا
	KPSS	۱/۴۳	۰/۴۶	ناایستا
D(HP)	ADF	-۳/۳۵	-۲/۸۷	ایستا
	PP	-۲/۹۶	-۲/۸۷	ایستا
	KPSS	۰/۰۵	۰/۴۶	ایستا
CP	ADF	-۰/۰۷	-۲/۸۷	ناایستا
	PP	-۰/۳۴	-۲/۸۷	ناایستا
	KPSS	۱/۱۵	۰/۴۶	ناایستا
D(CP)	ADF	-۱۱/۱۹	-۲/۸۷	ایستا
	PP	-۱۱/۴۲	-۲/۸۷	ایستا
	KPSS	۰/۱۵	۰/۴۶	ایستا
SP	ADF	۲/۴	-۲/۸۷	ناایستا
	PP	۴/۴۷	-۲/۸۷	ناایستا
	KPSS	۱/۰۸	۰/۴۶	ناایستا
D(SP)	ADF	-۳/۲۶	-۲/۸۷	ایستا
	PP	-۷/۶۲	-۲/۸۷	ایستا
	KPSS	۰/۳۸	۰/۴۶	ایستا

HP: قیمت مسکن، D(HP): تفاضل مرتبه اول قیمت مسکن، CP: قیمت سکه، D(CP): تفاضل مرتبه اول قیمت سکه، SP: شاخص قیمت سهام، D(SP): تفاضل مرتبه اول شاخص قیمت سهام. منبع: محاسبات تحقیق با نرم افزار Eviews

ADF: آزمون ریشه واحد دیکی فولر تعمیم یافته، PP: آزمون فیلیپس پرون، KPSS: آزمون Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin.

بهترین مدل ARIMA برای متغیرهای قیمت سهام (SP)، قیمت سکه (CP)، قیمت مسکن (HP) که دارای همبستگی سریالی نبوده و با ناهمسانی واریانس روبروست، به ترتیب ARIMA(4,1,2) و ARIMA(6,1,9)، ARIMA(0,1,3) است. نتایج برآورد روش ARIMA براساس مدل باکس–جنکینز[1] برای متغیرهای شاخص قیمت سهام، قیمت سکه، قیمت مسکن به ترتیب در معادلات (۱۶) الی (۱۸) آمده است. همچنانکه از معادلات ذیل مشخص است، ضرایب اتورگرسیو (AR) کمتر از یک بوده و معنی‌دار و ایستا هستند.

$$\Delta SP = 472 + 0.87AR(1) - 0.47AR(2) - 0.24AR(3) + 0.46AR(4) - 0.43MA(1) \quad (۱۶)$$
$$t-stat: \quad (4.55) \quad (-2.24) \quad (-1.69) \quad (4.57) \quad (-2.21)$$
$$+ 0.55MA(2)$$
$$(3.02)$$
$$R^2 = 0.35 \quad D-W = 1.99$$

$$\Delta CP = 63 + 0.55AR(1) - 0.29AR(2) + 0.18AR(3) - 0.60AR(4) + 0.70AR(5) \quad (۱۷)$$
$$t-stat: \quad (4.17) \quad (-2.94) \quad (1.94) \quad (-6.85) \quad (6.14)$$
$$- 0.14AR(6) - 0.38MA(1) + 0.51MA(2) - 0.36MA(3) + 1.08MA(4) - 0.96MA(5)$$
$$(-1.31) \quad (-3.58) \quad (6.46) \quad (-3.18) \quad (10.87) \quad (-6.76)$$
$$+ 0.38MA(6) - 0.36MA(7) + 0.52MA(8) - 0.75MA(9)$$
$$(4.13) \quad (-4.61) \quad (9.55) \quad (-9.47)$$
$$R^2 = 0.49 \quad D-W = 1.98$$

$$\Delta HP = 12 + 0.92MA(1) + 0.81MA(2) + 0.47MA(3) \quad (۱۸)$$
$$t-stat: \quad (12.9) \quad (10.6) \quad (5.8)$$
$$R^2 = 0.70 \quad D-W = 1.73$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

1. Box–Jenkins

همچنین شرط بدست آوردن ریسک یک متغیر اینست که بتوان در مدل ARIMA اثرات آرچ را بدست آورد. نتایج جدول (۳) نشان می‌دهد که آماره آزمون آرچ (ARCH) برای متغیرهای مورد بررسی در سطح ۵ درصد معنی‌دار بوده و نشان از تأیید وجود اثرات آرچ در مدل است و فرضیه همسانی واریانس جملات اخلال رد شده می‌توان در مرحله بعدی از طریق روش GARCH بی‌ثباتی متغیر را برآورد کرد.

جدول ۳. نتایج حاصل از آزمون وجود ARCH

متغیر	مقدار آماره F	سطح معنی‌داری
قیمت سهام	۱۹/۴	۰,۰۰۰
قیمت سکه	۱۵/۶	۰,۰۰۰۱
قیمت مسکن	۱۵/۲	۰,۰۰۰

منبع: محاسبات تحقیق با نرم افزار Eviews

بعد از انجام آزمون‌های تشخیص مدل فوق که در جداول پیوست آمده است، در مرحله بعد از مقادیر پسماندهای[1] مدل ARIMA در مدل GARCH استفاده می‌شود. مرحله پایانی برای برآورد شاخص بی‌ثباتی متغیر، تخمین معادله واریانس شرطی جمله اختلال تحت شرایط ناهمسانی واریانس (GARCH) است. نتایج تخمین مدل به صورت رابطه (۱۹) الی (۲۱) است:

$$\sigma_t^2 = 1182644 + 0.80\varepsilon^2{}_{t-1} - 0.55\varepsilon^2{}_{t-1}I_{t-1} \qquad (۱۹)$$
$$t-stat: \quad (2.29) \quad (-1.26)$$

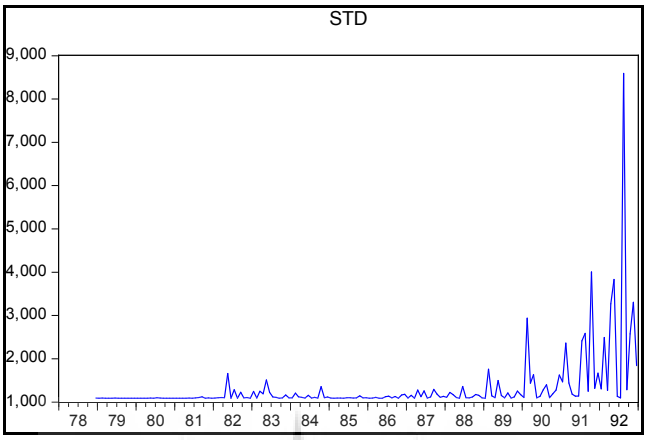
$$\sigma_t^2 = 1538 + 0.80\sigma^2{}_{t-1} + 0.82\varepsilon^2{}_{t-1}I_{t-1} \qquad (۲۰)$$
$$t-stat: \quad (6.45) \quad (1.83)$$

1. Residuals

$$\sigma_t^2 = 844 + 0.53\varepsilon^2{}_{t-1} - 0.48\varepsilon^2{}_{t-1}I_{t-1} \qquad (۲۱)$$
$$t-stat: \quad (2.09) \qquad (-1.76)$$

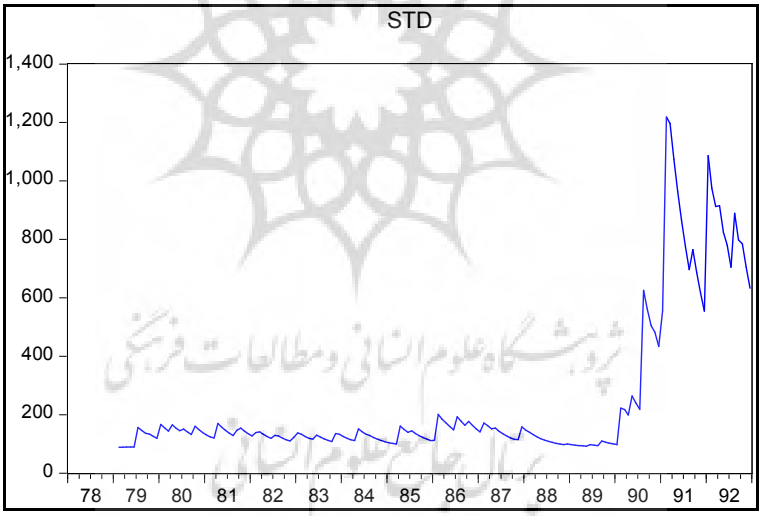
رابطه (۱۹) برآورد مدل GARCH(1,0) نامتقارن مربوط به قیمت سهام و رابطه (۲۰) مدل GARCH (0,1) نامتقارن مربوط به قیمت سکه و رابطه (۲۱) مربوط به مدل GARCH(1,0)نامتقارن مربوط به قیمت مسکن است. روابط برآوردی، شرط لازم و کافی برای مدل را براساس مبانی نظری و تئوریکی آن تأمین می‌کند. زیرا شرط لازم برای این‌که مدل GARCH پایای ضعیف باشد، اینست که مجموع ضرایب مدل GARCH کوچکتر از یک باشد، که در رابطه برآوردی نیز مجموع ضرایب به ترتیب برابر با ۰/۸۰، ۰/۸۰و ۰/۵۳ بوده و کمتر از یک است. به بیان دیگر، شرط لازم برای این‌که شوک‌های وارده به جملات اختلال پایدار نباشند، این است که مجموع ضرایب مدل GARCH کوچکتر از یک باشد. شرط کافی برای مدل GARCH این است که عرض از مبدأ مثبت بوده و ضریب واریانس شرطی جمله اختلال مثبت و معنی‌دار باشد، که رابطه برآوردی این شرط را نیز تأمین کرده است. بنابراین با توجه به تأمین شرایط لازم و کافی مدل GARCH رابطه (۱۹) الی (۲۱) نسبت به دیگر مدل‌ها، الگوی مناسبی است. از مدل مذکور برآورد شده و شکل آن در نمودار (۱) الی (۳) رسم شده است. نتایج نشان می‌دهد که قیمت سهام و قیمت سکه از سال ۱۳۸۹ به بعد از ریسک و بی‌ثباتی بالاتری نسبت به دیگر سال‌ها برخوردار بوده اند. این مسئله ناشی از تحریم‌های بین المللی علیه ایران است که با نوسانات نرخ ارز و به تبع آن نوسانات بازار طلا و سهام همراه بوده است. ریسک و نوسانات قیمت مسکن از سال ۱۳۸۴ به بعد شروع به افزایش کرده است.

نمودار ۱. ریسک محاسبه شده قیمت سهام توسط مدل GARCH طی دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸



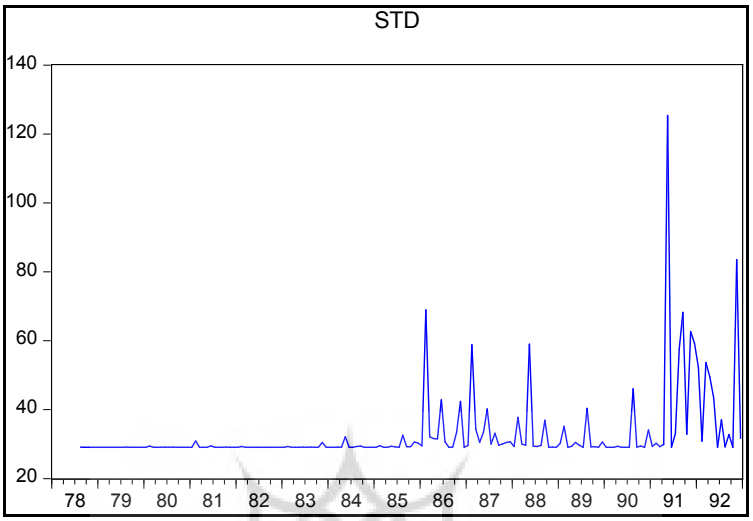
منبع: محاسبات تحقیق با نرم افزار Eviews

نمودار ۲. ریسک محاسبه شده قیمت سکه توسط مدل GARCH طی دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸



منبع: محاسبات تحقیق با نرم افزار Eviews

نمودار ۳. ریسک محاسبه شده قیمت مسکن توسط مدل GARCH طی دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸



منبع: محاسبات تحقیق با نرم افزار Eviews

٦-۲. برآورد ریسک و بازدهی دارایی‌ها به روش GBM

در این قسمت مطابق فرآیند براونی ژئومتریک (GBM) به محاسبه متغیرهای ورودی مدل میانگین-واریانس مارکویتز پرداخته شده است. متغیرهای ورودی در مدل مارکویتز شامل ریسک، بازدهی و کواریانس دارایی‌ها می‌باشند. همانگونه که در قبل گفته شد، تمامی داده‌های ریسک، بازدهی و کواریانس دارایی‌ها با استفاده از مدل‌های مذکور در طول دوره محاسبه شده و در محاسبه ریسک و بازدهی دارایی‌ها (بعنوان متغیرهای ورودی) مورد بررسی قرار می‌گیرد. به منظور برآورد مدل GBM ابتدا پارامترهای این معادله از روش ناپارامتریک محاسبه می‌شود. جدول (۴) نتایج تخمین پارامترهای مدل GBM را گزارش می‌کند.

جدول ٤. تخمین پارامترهای مدل GBM به روش ناپارامتریک

طبقه دارایی	μ	σ
قیمت سهام	۰/۷۱	۳/۹
قیمت مسکن	۰/۴۲	۲/۸
قیمت سکه	۰/۸۰	۳/۱

منبع: محاسبات تحقیق

بنابر نتایج جدول (۴) مدل GBM تخمین زده شده برای داده‌های قیمت سهام، قیمت مسکن و قیمت سکه به صورت ذیل است:

$$SP_t = 1793\exp((3.9)t + 0.71w(t))$$
$$CP_t = 613\exp((3.1)t + 0.82w(t))$$
$$HP_t = 172\exp((2.8)t + 0.42w(t))$$

پس از انجام شبیه‌سازی و تکرار کافی برای مدل GBM به پیش بینی داخل نمونه پرداخته می‌شود. نتایج شبیه‌سازی در بخش پیوست اشاره شده است. پس از پیش بینی مقادیر سری‌های زمانی مورد مطالعه توسط مدل GBM ، در مرحله بعد اقدام به برآورد مقدار بازدهی و ریسک سری‌ها پرداخته می‌شود. جدول (۵) مقادیر بازدهی و ریسک قیمت سهام، قیمت سکه وقیمت مسکن را طی دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸ نشان می‌دهد.

جدول ۵. مقایسه مقادیر ریسک و بازدهی دارایی‌ها به روش GBM طی دوره ۱۳۹۲:۱۲-۱۳۷۸:۱

متغیر خروجی	مدل	بازدهی پیش بینی شده-درصد	ریسک پیش بینی شده-درصد
قیمت سهام	GBM	۲/۲	۴/۹
	واقعی	۲/۳	۵/۵
قیمت مسکن	GBM	۱/۸	۳/۳
	واقعی	۱/۷	۲/۹
قیمت سکه	GBM	۱/۷	۵/۸
	واقعی	۱/۸	۶/۲

منبع: محاسبات تحقیق با نرم افزار MATLAB

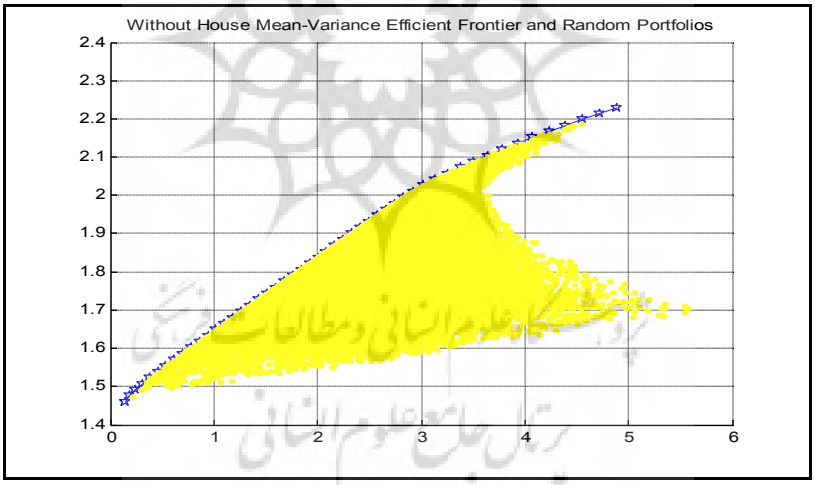
٦-۳. برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار

در این بخش به برآورد سهم بهینه دارایی‌ها و استخراج منحنی مرز کارا از طریق تکنیکی که برنامه‌ریزی معادلات درجه دوم نامیده می‌شود، با استفاده از نرم افزار MATLAB پرداخته می‌شود. از مقادیر ریسک و بازدهی محاسبه شده توسط مدل GARCH و مدل GBM در بخش قبل، در اینجا بعنوان متغیرهای ورودی استفاده می‌شود. روش استخراج این منحنی به شرح ذیل است: ابتدا بازدهی پیش‌بینی شده هر یک از دارایی‌ها، ریسک دارایی‌ها و کواریانس بین دارایی‌ها وارد مدل می‌شود. مدل پس از محاسبات پیچیده، تعداد صدهزار پرتفوی (نقاط زیر منحنی مرز کارایی) را شبیه سازی می‌کند. سپس مرز کارایی میانگین و واریانس که در حقیقت منحنی پوش تمامی نقاط شبیه سازی شده مدل است استخراج می‌شود. تمامی نقاط زیر منحنی مرز کارایی، سبدهای دارایی ناکارا است که دارای بازدهی کمتر و یا ریسک بیشتر نسبت به نقاط واقع بر منحنی هستند. بر روی این منحنی تعدادی نقاط بهینه به ازاء ریسک‌های مختلف مشخص شده است. افراد با توجه به ریسک پذیری خود و یا بازدهی مورد نظر خود اقدام به انتخاب بر روی این منحنی می‌نمایند. تمام نقاط بر روی این منحنی کارا می‌باشند. نمودار (۴) و (۵) به ترتیب مرز کارایی سبد دارایی مطابق مدل مارکویتز را توسط مدل (GARCH) و GBM برای دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸ نشان می‌دهد. در محور عمودی بازدهی و محور افقی ریسک را اندازه گیری می‌کند. هر نقطه در فضای نمودار پرتفوی معینی را نشان می‌دهد که در آن هر یک از دارایی‌ها سهمی از کل را به خود اختصاص می‌دهند. بیشترین تراکم نقاط شبیه سازی شده مطابق مدل GARCH در سطح بازدهی ۱/۶ تا ۲/۲ درصد واقع شده است.

نمودار ٤. مرز کارایی سبد دارایی براساس اطلاعات مدل GARCH طی کل دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸

منبع: محاسبات تحقیق با نرم افزار MATLAB

نمودار٥. مرز کارا برای اطلاعات مدل GBM طی دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸



منبع: محاسبات تحقیق با نرم افزار MATLAB

جدول (۶) برآورد سهم بهینه دارایی‌ها را مطابق مدل مارکویتز نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که براساس اطلاعات مدل GARCH و مدل ایستا؛ در دوره رونق بخش مسکن (۱۳۸۷-۱۳۸۴) مسکن بعنوان دارایی مسلط در بین دارایی‌های ریسکی بوده است و بیشترین سهم دارایی را به خود اختصاص داده است. در طی دوره‌های اخیر (۱۳۹۲-۱۳۸۹) که دوره رکود بخش مسکن تلقی می‌شود، مسکن از سبد بهینه سرمایه‌گذاری خارج شده و به جای آن سهام و سکه دارایی مسلطی بحساب می‌آیند. طی دوره ۱۳۸۳-۱۳۷۸، در مدل GARCH نسبت به مدل ایستا، مسکن در سبد دارایی‌های خانوار سهم بالایی را نشان می‌دهد. بطور کلی می‌توان گفت که مطابق هر دو مدل برآوردی؛ از دوره ۱۳۷۸ الی ۱۳۸۷ مسکن جزء گزینه سرمایه‌گذاری برتر شناخته شده است اما از سال ۱۳۸۷ به بعد سهام و دیگر دارایی‌ها گزینه برتر سرمایه‌گذاری درنظر گرفته شده‌اند. بطور کلی اوراق مشارکت بعنوان دارایی بدون ریسک در تمامی دوره‌ها بعنوان یکی از دارایی‌های قابل اعتماد در سبد بهینه سرمایه‌گذار بحساب می‌آیند. مطابق نتایج مدل GBM سهم مسکن در کل دوره مورد مطالعه بیشتر از سایر مدل‌های برآوردی است.

جدول ٦. برآورد سهم بهینه سرمایه‌گذاری طی دوره ۱۳۹۲:۱۲-۱۳۷۸:۱-درصد

دوره	مدل	سهام	اوراق مشارکت	سکه	مسکن
۱۳۷۸-۱۳۸۳	ایستا	۰/۴۱	۰/۲۵	۰/۰۱	۰/۳۱
	GARCH	۰/۴۸	۰/۰۰۱	۰/۰۰۴	۰/۵۰
	GBM	۰/۲۵	۰/۴۳	۰/۰	۰/۳۰
۱۳۸۴-۱۳۸۷ رونق مسکن	ایستا	۰/۰	۰/۴۷	۰/۰۲	۰/۴۹
	GARCH	۰/۰	۰/۴۵	۰,۰۴	۰/۴۹
	GBM	۰/۰۰	۰/۵۰	۰/۰	۰/۵۰
۱۳۸۹-۱۳۹۲ رکود مسکن	ایستا	۰/۴۴	۰/۴۴	۰/۱۰	۰/۰
	GARCH	۰/۴۲	۰/۴۱	۰/۱۵	۰/۰
	GBM	۰/۳۹	۰/۴۰	۰/۱۹	۰/۰
کل دوره ۱۳۷۸-۱۳۹۲	ایستا	۰/۴۳	۰/۳۴	۰/۱۱	۰/۱۰
	GARCH	۰/۴۵	۰/۳۱	۰/۰۵	۰/۱۷
	GBM	۰/۳۸	۰/۳۴	۰/۰۵	۰/۲۱

منبع: محاسبات تحقیق با نرم افزار MATLAB

۷. نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادها

سرمایه‌گذاران سعی می‌کنند ثروت و دارایی خود را به نحو موثری مدیریت کنند تا بتوانند در مقابله با عواملی مانند تورم بیشترین بازدهی را با نگه‌داری ریسک در سطح مناسب کسب نمایند. مطالعه دقیق تجزیه و تحلیل سرمایه‌گذاری و اصول مدیریت پرتفوی می‌تواند باعث کارایی بیشتر و افزایش ثروت سرمایه‌گذار شود. هدف این مقاله تحلیل استراتژی تخصیص دارایی بهینه از یک سرمایه‌گذار ریسک‌گریز است. ثروت سرمایه‌گذار شامل دارایی‌های ریسکی و دارایی بدون ریسک بوده و سرمایه‌گذار مطلوبیت انتظاری کل ثروت را حداکثر می‌کند. در مطالعه حاضر مسکن نیز بعنوان یک دارایی در پرتفوی خانوار مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با توجه به این که مسکن دارایی مهمی در طول زندگی هر فرد محسوب می‌شود و از طرفی این دارایی بااهمیت در اکثر تحقیقات مربوط به انتخاب پرتفوی مناسب نادیده گرفته شده است، در این مطالعه سعی شده است با توجه به بازدهی و ریسک سایر دارایی‌ها، حضور مسکن و اثرگذاری آن در سبد دارایی خانوارها مورد بررسی قرار گیرد و چارچوب انتخاب پرتفوی برای خانوارها تبیین گردد. در مطالعه حاضر با استفاده از ترکیب مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی (GARCH) و فرآیند بروانی ژئومتریک (GBM) و مدل مارکویتز به برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار پرداخته شده است. برای این منظور از دارایی‌های قیمت سهام، قیمت مسکن، قیمت سکه و اوراق مشارکت طی دوره ۱۳۹۲-۱۳۷۸ با داده‌های ماهانه استفاده شده است. از نتایج مدل GBM و GARCH بعنوان متغیرهای ورودی در برآورد پرتفوی بهینه مارکویتز استفاده شده است.

نتایج تحلیل میانگین واریانس نشان می‌دهد که در دوره رونق بخش مسکن (۱۳۸۷-۱۳۸۴) مسکن بعنوان دارایی مسلط در بین دارایی‌های ریسکی بوده و بیشترین سهم دارایی را به خود اختصاص داده است. در طی دوره رکود بخش مسکن تلقی می‌شود، مسکن از سبد بهینه سرمایه‌گذاری خارج شده و به جای آن سهام و سکه دارایی مسلطی بحساب می‌آیند. طی دوره ۱۳۸۳-۱۳۷۸، در مدل GARCH نسبت به مدل ایستا، مسکن در سبد دارایی‌های خانوار سهم بالایی را نشان می‌دهد. بطور کلی می‌توان گفت که مطابق هر دو

مدل برآوردی؛ از دوره ۱۳۷۸ الی ۱۳۸۷ مسکن جزء گزینه سرمایه‌گذاری برتر شناخته شده است اما از سال ۱۳۸۷ به بعد سهام و دیگر دارایی‌ها گزینه برتر سرمایه‌گذاری درنظر گرفته شدند. بطور کلی اوراق مشارکت بعنوان دارایی بدون ریسک در تمامی دوره‌ها بعنوان یکی از دارایی‌های قابل اعتماد در سبد بهینه سرمایه‌گذار بحساب می‌آیند. همچنانکه در پیشینه تحقیق بررسی شد، مدل‌های دیفرانسیل تصادفی و ناهمسانی واریانس شرطی از جمله مدل‌های مهم در بررسی تخصیص بهینه دارایی‌ها به حساب می‌آید. نتایج این مطالعه نسبت به برتری این روش‌های پیش بینی سازگار با پیشینه تحقیق مورد مطالعه است.

با توجه به نتایج مطالعه، پیشنهادهای مرتبط با این تحقیق به شرح ذیل ارائه می‌شود:

- نوسان ادواری قیمت مسکن بر عملکرد بازارهای مالی و کل نظام اقتصادی، اثر تعیین‌کننده‌ای خواهد داشت. لذا به نظر می‌رسد تثبیت بازار مسکن شرط لازم برای برقراری رشد باثبات بلندمدت در بازار دارایی‌ها و کل نظام اقتصادی است. ضمنا با توجه به اثر ادوار تجاری و شوک‌های اقتصاد کلان بر سهم بهینه دارایی‌ها از سبد دارایی، این دارایی نقش مهمی در سبد دارایی بهینه ایفا می نماید.
- دوره شکل گیری حباب مسکن، بازار سهام دچار بیشترین آسیب می شود و بیشترین دوره کاهش سهم در پرتفوی را تجربه می کند و همین نتیجه برای بیان آسیب پذیری گسترده اقتصاد ملی از حباب بازار مسکن کفایت می کند و الزام تثبیت بازار مسکن را جهت تحقق رشد با ثبات بلند مدت اقتصادی اجتناب ناپذیر می سازد.
- بدیهی است که توجه به نرخ بهره دارایی‌های بدون ریسک مانند اوراق مشارکت و نرخ بهره بانکی می‌تواند از بروز تلاطم در بازارهای مرتبط مالی به هم مثل بازار سهام، ارز، مسکن و طلا جلوگیری نماید. لذا تصمیم‌گیرندگان و نهادهای سیاست‌گذار مانند بانک مرکزی و شورای پول و اعتبار و مسئولین پولی کشور بایستی این امر را مد نظر داشته باشند.

منابع و مأخذ

- حیدرپور، ا.، و پورشهابی،ف. (۱۳۹۱). تبیین آثار نااطمینانی اقتصادی بر متغیرهای کلان اقتصاد. فصلنامه مجلس و راهبرد، سال نوزدهم، شماره ۷۱.
- خداویسی، ح.، وملابهرامی، ا. (۱۳۹۱). مدلسازی و پیش بینی نرخ ارز براساس معادلات دیفرانسیل تصادفی. مجله تحقیقات اقتصادی، دوره ۴۷، شماره ۳.
- دهمرده، ن.، و صفدری، م.، و پورشهابی، ف.، (۱۳۸۸). مدل‌سازی نااطمینانی تورم در اقتصاد ایران. فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی، جلد ۱۷، شماره ۵۰، صص ۹۲-۷۷.
- رضایی پندری، ع.، و عادل آذر، م.، و رعیتی شوازی، ع.، (۱۳۹۰). به کارگیری الگوریتم ژنتیک برای انتخاب پرتفوی بهینه با اهداف غیرخطی. فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، سال شانزدهم، شماره ۴۸.
- قلی زاده، ع.، و طهوری متین، م. (۱۳۹۰). انتخاب سبد دارایی‌ها در دوره رکود و رونق بازار مسکن، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی، سال یازدهم، شماره سوم، پاییز ۱۳۹۰، صص ۹۰-۷۱.
- قلی زاده، ع. (۱۳۸۷). تقاضای دارایی مسکن، مبانی نظری و کاربردهای سیاستی. مجله برنامه و بودجه، شماره ۴۲.
- عبده تبریزی، ح.، و رادپور، م. (۱۳۹۲). مالی املاک و مستغلات. تهران، انتشارات نشر علم.
- منجمی، س.، و ابزری، م.، و رعیتی شوازی، ع. (۱۳۸۸). پیش بینی قیمت سهام در بازار بورس اوراق بهادار با استفاده از شبکه عصبی فازی و الگوریتم‌های ژنتیک و مقایسه آن با شبکه عصبی مصنوعی، فصلنامه اقتصاد مقداری، دوره ۶، شماره ۳، پاییز ۱۳۸۸، صص ۲۶-۱.

- Allen, E. (2007). Modeling with Ito Stochastic Differential Equations. university of Texas, USA ,published by springer, p.o, Box 17, 3300 AA.
- Auounsdottir, E. (2011). Modern Portfolio Theory: Does it work. ideas.repec.org.ir
- Bekkers N. & Ronald Q. and Lam Trevin W. (2009). Strategic Asset Allocation: Determining the Optimal Portfolio with Ten Asset Classes . Journal of Wealth Management, Vol 12, No 3, pp 61-77.
- Beth Rudoy, M. (2009). Multistage Mean-Variance Portfolio Selection in Cointegrated Vector Autoregressive Systems, A thesis Submitted to the Department of Electrical Engineering and Computer Science in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy at the Massachusetts Institute of Technology.

- Blitz, D. and Van V., P. (2010). Global Tactical Cross-Asset Allocation: Applying Value and Momentum Across Asset Classes. Journal of Portfolio Management, Forthcoming. Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=1079975.
- Butt, N. (2012). Approximate Methods for Dynamic Portfolio Allocation Under Transaction Costs. The University of Western Ontario, School of Graduate and Postdoctoral Studies.
- Campbell, J.Y. and L.M. Viceira. (2002). Strategic Asset Allocation. Oxford University Press: Oxford, UK and New York.
- Chinzara, Z. (2012). Macroeconomic Uncertainty and Conditional Stock Market Volatility in South Africa. The South African journal of economics. Wiley-Blackwell, ISSN 0038-2280, ZDB-ID 2812496. - Vol. 79.2011, 1, p. 27-49.
- Choi Hui W. (2000). Optimal Asset Allocation under GARCH, a thesis submitted in partial fulfillment of the requirement .for the degree of Master of Philsophy at the university of Hong Kong.
- Chopra, V. K. and Ziemba W.T .(1993). The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on optimal Portfolio Choice. Journal of Portfolio Management. 19(2), 6-11.
- Craine, R and Lochstoer, Lars.A and Syrtveit, K. (2000). Estimation of a Stochastic Volatility Jump Diffusion Model, Economic Analysis Review, Vol 15, No 1.
- Collins, Patrick & Stampf, J. (2009). Static vs. Dynamic Investment Policy: Matching Asset Management to Investor Risk Preferences. www.ideas.repec.org.
- Collomb, A. (2004). Dynamic Asset Allication by Stochastic Programming Methods ,A Dissertation Submitted to the Department of Management Science and Engineering and the Committee on Graduate Studies of Stanford University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philsophy.
- Constantinides, G.M., (2002). Rational Asset Prices. The Journal of Finance. 57 (4), 1567–1591.
- Dahle, E. and Drachmann, J. (2011). On Dynamic Asset Allocation Modeling andits Applicability for Institutional Investors, Copenhagen Business School - Department of Economic, Submitted: June 2011.
- Dimson, E., Marsh, P., Staunton, M., (2002). Triumph of the Optimists: 101 Years of Global Investment Returns.Princeton. University Press, Princeton, NJ.
- Enders, W. (1948). Applied Econometrics Times Series, Wiley series in probability and statistics, ISBN 9780470505397.
- Faber, Mebane T. (2007). A Quantitative Approach to Tactical Asset Allocation. Journal of Wealth Management. Spring 2007, update available at: http://ssrn.com/abstract=962461.

- Farzanegan, M.R. (2011). Oil Revenues Shocks and Government Spending Behaviour in Iran. Energy Economics. Volume 33, Issue 6, November 2011, Pages 1055–1069.
- Fernandez, A. & Gomez, S. (2007). Portfolio Selection Using Neural Networks, Computers & Operations Research. 34 (2007) 1177–1191.
- Floetotto, M. (2006). Housing and Portfolio Choice: A Life Cycle Simulation Model. diploma thesis.
- Bong-Gyu, Jang, & Kim, Kyeong Tae. (2015). Optimal reinsurance and asset allocation under regime switching. Journal of Banking & Finance, 2015, vol. 56, issue C, pages 37-47.
- Hubbard, D. (2007). How to Measure Anything: Finding The Value of Intangible in Business. John Wiley & Sons.
- Idzorek, Thomas M., (2006).Strategic Asset Allocation and Commodities, Ibbotson Associates, March 27.
- Ingersoll, Jonathan E. (1987). Theory of Financial Decision Making. Totowa, NJ: Rowman & Littlefield. ISBN 0847673596.
- Kierkegaard, K. (2006). Practical application of the Modern Portfolio Theory, Bachelor's Thesis within Business Administration,
- Kumar Mishra, S. & Panda, G. & Majhi, B. & Majhi, R. (2012). Improved Portfolio Optimization Combining Multi objective Evolutionary Computing Algorithm and Prediction Strategy. Proceedings of the World Congress on Engineering 2012 Vol I.
- Lin, He & Liang, Zongxia. (2013). Optimal dynamic asset allocation strategy for ELA scheme of DC pension plan during the distribution phase. Insurance: Mathematics and Economics, 2013, vol. 52, issue 2, pages 404-410
- Lin, He & Liang, Zongxia. (2015). Optimal assets allocation and benefit outgo policies of DC pension plan with compulsory conversion claims. Insurance: Mathematics and Economics, 2015, vol. 61, issue C, pages 227-234.
- Lisbao, P. (2000). Business Applications Of Neural Networks: The State of the Art of Real World Applications, Singapor. World Scientific: 64-۶6.
- Mantilla Garcia, D. & Lejon, C. & Persson, J. (2007). Optimal Portfolio Choice an Integrated Extreme Risk Management Approach. Thesis Msc. Risk and Asset Management, November 2007.
- Markowitz, H.M. (1952). Portfolio Selection. The Journal of Finance. 7 (1): 77-91
- Markowitz, H. (1987a). Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets, Basil Blackwell, New York.
- Markowitz, H. (1987b). Portfolio Selection, Wiley, New York.

- Merton, R. (1969). Lifetime Portfolio Selection Under Uncertainty: The Continuous-Time Case," Review of Economics and Statistics, 51, 247.
- Merton, R. (1971). Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model, Journal of Economic Theory, 3, 373{413.
- Merton, R., (1990). Continuous-Time Finance, Oxford, UK.
- Mossin, J .(1968). Optimal multiperiod portfolio policies. Journal of Business. 41 (2): 215–229. JSTOR 2351447.
- Nijssen, J.M. (2010). Dynamic Portfolio Choice , A Simulation Approach with an Application to Multiple Assets. A thesis submitted to the Delft Institute of Applied Mathematics in partial ful_llment of the requirements, for the degree Master of Science in Applied Mathematics.
- Oberuc, Richard E. (2011). Dynamic Portfolio Theory and Management. Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, Second Edition 2011.
- Pluciennik, P. (2010). Forecasting Financial Processes by Using Diffusion Models , Journal of Dynamic Economics Models , 51-60.
- Siegel, J. (2002). Stocks for the Long Run: The Definitive Guide to Financial Market Returns and Long-Term Investment Strategies. McGraw-Hill Trade, New York.
- Steiner, M. & Wittkemper, H. (1997). Portfolio Optimization with a Neural Network Implementation of the Coherent Market Hypothesis. European Journal of Operational Research. Volume 100, Issue 1, 1 July 1997, Pages 27–40.
- Schiess, D. (2007). Consumption and Portfolio Optimisation the End of the Life-Cycle, Dissertation of the University of St. Gallen, Graduate School of Business Administration, Economics, Law and Social Sciences (HSG) to obtain the title of Doctor Oeconomiae.
- Singleton, J. C. (2004). Core-Satellite Portfolio Management: A Modern Approach for Professionally Managed Funds. McGraw-Hill 2004.
- Zimmermann, H. & Neuneier, R. and Grothmann, R. .(2005). Active Portfolio-Management based on Error Correction Neural Networks., Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS 2001).

پرتال جامع علوم انسانی