مطالعات اسلامی: تاریخ و فرهنگ، سال چهل و دوم، شمارهٔ پیاپی ۸۵/٤،
پاییز و زمستان ۱۳۸۹، ص ۱۱۸-۸۳

آنالیز داده‌های رصدی و پارامترهای سیّاره‌ای محیی‌الدّین مغربی در رصدخانهٔ مراغه

(بررسی موردی پارامترهای ساختاری مدار سیّارهٔ زحل) *

سیّد محمّد مظفّری
مرکز تحقیقات نجوم و اخترفیزیک مراغه
Email: Mozaffari@RIAAM.ac.ir
دکتر غلامحسین رحیمی
دانشیار دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

محیی‌الدّین مغربی از معدود اخترشناسان ادوار میانه است که نظام نجومی وی تماماً مبتنی بر مقادیر جدیدی از پارامترهای سیّاره‌ای است که اندازه‌گیری داده‌های رصدی و فرآیندهای محاسبه‌ای برای تعیین مقدار آنها در رصدخانهٔ مراغه انجام گرفته است. وی جزئیّات رصدها و محاسبات خود را در اثری به نام *تلخیص المجسطی* شرح داده است. در پژوهش حاضر، داده‌ها، محاسبات و مقدار نهایی محیی‌الدّین برای پارامترهای ساختاری مدار سیّارهٔ زحل (خروج از مرکز و موقعیّت نقطهٔ اوج دایرهٔ حامل) با کاربرد دو روش (الف) تحلیل عددی با توجّه به مقادیر نوین و (ب) مطالعهٔ انتقادی در بستر تاریخی بررسی می‌شود.

کلیدواژه‌ها: رصدخانهٔ مراغه، نجوم رصدی، زحل، مقابله میانگین، خروج از مرکز، اوج

*- تاریخ وصول: ۱۳۸۹/۱۱/۲۵؛ تاریخ تصویب: ۱۳۹۰/٤/۲۰

محیی‌الدّین مغربی (وفات ربیع الأوّل ٦٨٢ق/ژوئن ۱۲۸۳م)[1] تنها دانشمندی است که اندازه‌گیری *تمام پارامترهای سیّاره‌ای* را در رصدخانهٔ مراغه تجدید نمود و در بسیاری موارد مقادیر جدیدی، متفاوت از مقادیر بطلمیوس و نیز منجمّان اوایل دورهٔ اسلامی، یافت. گویا همین مهارت وی در اندازه‌گیری‌های رصدی بود که ابن الفوطی، کتابدار رصدخانهٔ مراغه، وی را با عنوان «مهندس الرّصدی» خطاب کرده است (لقبی که کاربرد برای هیچ منجمّ دیگری تا آن روزگار سابقه نداشته است) (ابن الفوطی، ج.۵، ص. ۱۱۷). وی مقادیر نویافته را در آخرین زیج خود، *ادوار الأنوار*، به کار برد. در دورانهای بعد نویافته‌های محیی‌الدّین، که مشتمل بر مجموعه‌ای درخورتوجّه از پارامترهای

۱- ابن الفوطی (۵/ ۱۱۷) کنیه وی را «ابوالشکر» و مستوفی (۸۱۲) «ابوالکریم» آورده‌اند. غالباً وی را در رسالاتش «الأندلسی المغربی» می خوانده‌اند. تاریخ ولادت وی نامشخّص است. به رغم صراحت ابن‌الفوطی، سارتون (ج۲، بخش۱٦/۲–۱۰۱۵)، بروکلمان (٦۲٦/۱، ضمیمهٔ ۸٦۸/۱)، سوتر (۱۵۵)و سزگین (۲۹۲/٦) تاریخ وفات وی را به طور تقریبی ذکر کرده‌اند. (روزنفلد و احسان‌اوغلو (۲۲٦) تاریخ وفات را به اشتباه ۱۲۹۰م ثبت کرده است). زندگی محیی الدّین را دست کم می توان به سه دوره متمایز تقسیم نمود: الف. از کودکی در غرب اسلامی (قرطبه یا تونس؟) تا زندگی در سوریه (حلب) ب. روزگار خدمت ملک ناصر دوم در حلب ج. روزگار بین سقوط ملک ناصر دوم تا رفتن به مراغه، رفتن به بغداد و بازگشت به مراغه. تقریباً از مرحله الف زندگی وی، اطّلاعی در دست نیست؛ تنها از طریق ابن الفوطی می دانیم که وی مذهب مالکی داشته و به گفته ابن الفوطی در شهر خویش (هرچند ابن الفوطی از زادگاه وی نام نمی برد ولی وی را تونسی می داند) فقه را بر مذهب مالک بن انس فراگرفته بود. از مرحله ب زندگی محیی الدّین می دانیم که وی روزگاری را در حلب در خدمت ملک ناصر دوم (٦۳٤ یا ٦۳۵ق/۱۲۳۷م–٦۵۸ق/۱۲٦۰م)، از سلاطین ایّوبی گذرانید. بنابراین وی پس از سال ٦۳٤ یا ٦۳۵ ق در خدمت ملک ناصر دوم بوده است که در همین دوره نخستین اثر نجومی یا به بیان بهتر نخستین اثر نجومی تاریخدار خود، *تاج الأزیاج*، را نگاشته است (برای بررسی این زیج، نک. Dorce). پس از سقوط شهرهای سوریه به دست سپاه مغول، محیی‌الدّین به عنوان اسیر یا میهمان هلاکو به رصدخانه مراغه فرستاده می‌شود. خلاصی محیی‌الدّین از مرگ به دلیل احترام مغولان به منجمان بوده است (برای شرح واقعه، نک. ابن عبری، ۲۸۱–۲۸۰). پس از دوره‌ای حدوداً ۱۵ ساله از رصدهای منظم در مراغه (به گواهی رصدهای تاریخدار مذکور در تلخیص *المجسطی*)، وی مدّت زمانی به خدمت «الصاحب شرف الدّین هارون بن الصّاحب شمس الدّین» در بغداد می‌گذراند و سپس به مراغه باز می گردد. از کلام ابن الفوطی نیز چنین بر می آید که رفتن او از مراغه از روی نارضایی صورت گرفته، زیرا آورده است که پس از بازگشت، مورد احترام بسیار قرار گرفت و دستمزد حکومتی به او پرداخت شد (ابن الفوطی، همانجا). برای آثار وی، نک. منابع پیش گفته.

سیاره‌ای غیربطلمیوسی است، و اصولی که وی زیجهای خود را بر آنها منطبق نموده بود، به عنوان «رصد جدید ایلخانی» نامیده شد. برخی، همچون شمس‌الدّین محمّد وابکنوی، زیجهای محیی‌الدّین (به ویژه *ادوارالأنوار* وی) را مرادف «رصد ایلخانی» شمردند و اثر خواجه نصیر را به واسطه ابتنای آن به زیجهای سابق بر خود و عدم مطابقت داده‌های رصدی با مقادیر محاسبه شده از جداول زیج تنها «*زیج ایلخانی*» (و گاه «زیج خانی») نامیدند (برای نمونه، نک.: مقدّمهٔ زیج محقّق سلطانی وابکنوی، نسخهٔ ت: گ ۳ر نسخهٔ ی: گ٤پ. مقالهٔ۳، باب۳، فصل۱: ت:۵۳ر. ی:۹٦ر.، باب۹، فصل۵: ت:٦۰ر.، ی: ۱۰۸پ.، باب ۱۳، فصل٦: ت: ٦۷ر.، ی: ۱۲۰پ. و جاهای دیگر).

در ادوار میانه معمولاً اخترشناسان به پارامترها و کمیّتهای پایه‌ای که در تدوین و تنظیم جداول زیجهای خود به کار برده‌اند اشاره‌ای نمی‌کردند. این کمیّتها را یا باید از آنالیز جداول و یا با کمک منابع ثانویّهٔ تاریخی یافت.[۱] خوشبختانه محیی الدّین در یکی از آثار خویش به نام *تلخیص المجسطی* هم به رصدهایی که برای اندازگیری داده‌های خام اولیّه در رصدخانهٔ مراغه صورت داده اشاره نموده و هم فرآیند محاسباتی مبتنی بر روش و الگوهای بطلمیوسی برای استخراج پارامترهای سیّاره‌ای از داده‌های رصدی اولیّه را شرح داده است. در این رساله می توان به وضوح مشاهده نمود که چگونه یک منجمّ ادوار میانه از رصدهای سادهٔ خورشیدی برای تعیین طول سال اعتدالی و خروج از مرکز خورشید، که در نظام سیّاره‌ای بطلیموس نقش اولیّه را در تعیین پارامترهای سایر سیّارات ایفا می‌کنند، آغاز می‌کند و سامانهٔ نجومی خود را مرحله به مرحله با اتکّا به داده‌های رصدی و پارامترهای پیشین برمی‌سازد. نسخهٔ منحصر به فرد این اثر در کتابخانهٔ لیدن (MS. No. Or. 110) نگه‌داری می‌شود. صلیبا پیش از این در سه مقاله محتویات این اثر را معرّفی نموده و اندازه‌گیری‌های محیی‌الدّین

۱- برای بررسی تاریخچه، شیوه‌ها و رویکردها در آنالیز جداول نجومی که در این مقاله از آن پیروی شده است، نک.: Van Dalen, 1994.

در مـورد پارامترهـای خورشـید و خـروج از مرکـز مشـتری را ارایـه داده اسـت (Saliba 1983, 1985 and 1986). پژوهش حاضر اختصاصاً به ارایـه، بررسـی و آنـالیز روش محیی‌الدّین دربارهٔ تعیین خروج از مرکز زحل بر اساس شـرح وی در *تلخـیص المجسطی* می‌پردازد.

شایان ذکر اسـت کـه در ایـن مقالـه همـواره مفهـوم «خـروج از مرکـز» در حالـت زمین‌مرکزی مدّنظر است؛ یعنی با این فرض که سیّارات در مدار دایره‌ای به نام «حامـل» می‌چرخند، خروج از مرکز e بـه فاصـلهٔ مرکـز دایـرهٔ حامـل از مرکـز زمـین (= مرکـز دایرةالبروج) اطلاق می‌گردد. در الگوی بطلمیوسـی سـیّارات زبـرین، سـرعت میـانگین حرکت سیّاره روی دایرهٔ دیگری به نام «معدّل‌المسیر» سنجیده می‌شود کـه مرکـز آن در فاصـلهٔ e از مرکـز دایـرهٔ حامـل قـرار دارد؛ بنـابراین، مقـدار خـروج از مرکـز دایـرهٔ معدّل‌المسیر 2e خواهد بود. پارامتر e هرچند به لحـاظ مفهـومی بـا خـروج از مرکـز e′ سیّاره در مدار بیضوی الگوی کپلری و در حالت خورشـیدمرکزی قرابـت دارد، امّـا بـه لحاظ فنّی و کمّی با آن متفاوت است. در بند IV این مقاله که به بررسی انتقادی مقـادیر تاریخی و مقایسهٔ آن با مقادیر حقیقی خروج از مرکـز سـیّاره در حالـت زمـین مرکـزی اختصاص دارد، دو پارامتر e و e′ با یکدیگر مقایسه و نحـوهٔ اسـتخراج e از e′ توضـیح داده می‌شود.

رصدهای سه‌گانهٔ زحل توسّط محیی‌الـدّین و تعیـین خـروج از مرکـز مداری آن

برای تعیین پارامترهای حرکتی و ساختاری سیّارهٔ زحل، محیی‌الـدّین مغربـی، داده‌هـای عددی خام و اولیّهٔ خود را بر اساس سه رصد انتخاب می‌کند؛ این رویّـهٔ معمـول بـرای تعیین پارامترهای سیّاره‌ای بوده است، همچنانکه برای اندازه گیـری پارامترهـای قمـری

نیز، وی به رصد سه خسوف در رصدخانهٔ مراغه اشاره کرده بوده است. سه رصد برای هر سیّاره حدّاقل تعداد رصدهای موردنیاز برای تعیین پارامترهای بنیادین است (گ. ۱۲۲پ).

اندازه‌گیری بر اساس چهارچوب بنیادشده در *مجسطی* است (اندازه‌گیری خروج از مرکز زحل در *مجسطی*، XI,5) (بنگرید به Toomer, pp. 525ff؛ در *مجسطی* عربی، ترجمهٔ اسحاق بن حنین و ثابت بن قرّه، گ گ ۱٦۱پ.–۱٦۷ر.). تفاوتهای جزئی عمدتاً ناشی از کاربرد تابع ریاضی «سینوس» است که تنها استثنا در فرآیند عملیّات ریاضی محیی‌الدّین را نسبت به روش بطلمیوس، که از تابع وتر و قضیّهٔ منلائوس استفاده می‌کند، رقم می‌زند. روش بطلمیوس برای یافتن خروج از مرکز و مختصّات نقطهٔ اوج مداری سیّارات زبرین توسّط نویگه باؤر به خوبی تشریح شده است (Neugebauer 1975, vol. 1, pp. 173–179; Pedersen, pp. 271ff.). مزیّت کار محیی‌الدّین (۱) به لحاظ مطالعهٔ تحلیلی (Analytical Study) در این است که وی، همانند بطلمیوس، با ارایهٔ مقادیر ورودی اولیّه، مقادیر میانه‌ای که در طیّ محاسبه به دست می‌آیند و مقدار نهایی امکان بررسی تطبیقی و فراهم آوردن یک مطالعهٔ انتقادی را فراهم می‌آورد؛ و لاجرم، این اطمینان حاصل می‌شود که هم اندازه‌گیری وی و هم مطالعهٔ حاضر بر بستری مطمئن صورت می‌پذیرد (Neugebauer, 1/173-179; Pedersen, 271ff). (۲) در بستر تاریخی (Historical Context)، مزیّت عمدهٔ کار وی با اشاره به این نکته مشخّص می‌شود که دستِکم از روزگار بطلمیوس (۱۳۷م) تا روزگار محیی‌الدّین، به جز مقدار 6;31° برای تعدیل مرکز سیّاره، منتسب به ابن الأعلم (و. ۹۸۵م)، هیچ پارامتر *ساختاری* جدیدی برای سیّارهٔ زحل «گزارش» نشده است؛ بنابراین، پذیرش این فرض عقلانی است که برنامه‌های رصدی در این بازهٔ زمانی به مقدار جدیدی برای هر یک از پارامترهای ساختاری سیّارهٔ زحل منجر نشده بوده است (ناگفته پیداست که در اینجا به

این پیش‌فرض حدّاقلّی قایل شده‌ایم که اصولاً برنامه‌های رصدی خاصّی برای این منظور تدارک دیده شده باشد؛ از خلال متون برجای‌مانده، دستِ‌کم در دوران اسلامی، از حد. ۷۰۰م تا ۱۳۰۰م نمی‌توان اشاره‌ای به برنامه(ها)ی رصدی خاصّ برای تعیین پارامترهای سیّاره‌ای دست یافت). جدول۱ و توضیحات ذیل آن مقادیر خروج از مرکز سیّاره را در چهار زیج بزرگ دوران اسلامی، ابن الأعلم، ابن یونس، *ایلخانی* و محیی‌الدّین مغربی، نشان می‌دهد که به ترتیب سه برنامهٔ نظامدار رصدی را در دوران اسلامی نمایندگی می‌کنند: آل بویهٔ عراق، فاطمیان مصر و مراغه در دوران ایلخانی.

جدول۱

	بطلمیوس	ابن الأعلم (۱)	ابن یونس (۲)	*زیج ایلخانی* (۳)	محیی‌الدّین المغربی (٤)
بیشینه مقدار تعدیل مرکز	6;31	5;48	[P]	[P]	6;13
خروج از مرکز	3;25	[3;2,22]	[P]	[P]	3;15

(۱) جدول تعدیل مرکز زحل مربوط به ابن الأعلم در *زیج اشرفی* حفظ شده است (در مورد زیج ابن‌الأعلم، نک. توضیحات تاریخی در بند IV پایین)، گ ۲۳۳پ.: مقدار min=0;12 به ازای مرکز مطلق در بازهٔ $c \in [78-61°]$ و max=11;48 به ازای $c \in [253-258°]$. جدول نامتقارن است و از آنجا بیشینه مقدار تعدیل مرکز q_{max}=5;48. بنابراین، خروج از مرکز زحل در نزد ابن الأعلم باید حدود e≈3;2,22 بوده باشد.

(۲) جدول تعدیل مرکز زحل در *زیج الحاکمی الکبیر*، نسخهٔ خطّی، لیدن، ش. Or.143، صص.۱۸۰–۱۷۸: جدول متقارن تنظیم شده است و مقدار بطلمیوسی q_{max}=6;31 را به ازای $c \in [90-94°]$ به دست می‌دهد که با نماد [P] در جدول بالا

مشخّص شده است.

(۳) جدول در *زیج ایلخانی*، نسخهٔ کالیفرنیا، ص. ۹۹ و نسخهٔ تهران، گگ ۵۰ر.–۵۱پ.، مقدار min=0;28 را به ازای $c \in [76-80°]$ و مقدار max=13;32 را برای $c \in [251-256°]$ به دست می‌دهد. نتیجه آنکه جدول، هرچند نامتقارن تنظیم شده، امّا بطلمیوسی است.

(٤) مقدار محیی‌الدّین در *تلخیص المجسطی* (موضوع این مقاله) و به کار رفته در زیج *ادوار الأنوار* (همچنین جداول وی در *زیج محقّق سلطانی* وابکنوی، نسخهٔ ت، گ. ۱۵۷ر.، و *زیج اشرفی*، گگ ٢٤٤ر.–٢٤٥ر.، حفظ شده است).

حال در بندهای ذیل (I–III) گام به گام به شرح انتقادی روش محیی‌الدّین و مقایسهٔ آن با مقادیر حقیقی می‌پردازیم. در بند پایانی (IV)، ضمن توضیح چگونگی روش تبدیل داده‌های مدرن خورشیدمرکزی به داده‌های زمین‌مرکزی به منظور مقایسه آن با مقادیر تاریخی، مقدار محیی‌الدّین برای خروج از مرکز زحل را با مقدار زمین‌مرکزی آن در روزگار وی مقایسه می‌کنیم.

I. محاسبهٔ کمیّتهای ورودی

چنانکه یاد شد، مقادیر ورودی برای تعیین مقدار خروج از مرکزْ وضعیّت دایرهٔ البروجی (طول λ و عرض β) سیّاره در سه وضعیّت مقابلهٔ آن با خورشید میانگین است؛ یعنی هنگامی که فاصلهٔ زاویه‌ای سیّاره از خورشید میانگین روی دایره البروج به $\overline{\eta} = 180°$ رسیده باشد. برای به دست آوردن وضعیّت سیّاره در هنگام رصد می‌توان به روش اندازه‌گیری مستقیم با ابزار رصدی متوسّل شد؛ ابزار رصدی مورد استفاده برای این کار نیز معمولاً ذات‌الحلق (یکی از شش ابزار کلاسیک نجوم رصدی در ادوار میانه) بوده است، همانگونه که بطلمیوس برای اندازه‌گیری مقادیر رصدی در سراسر

مجسطی از آن استفاده کرده بوده است.[۱] می‌دانیم نمونه‌ای از ذات الحلق در رصدخانهٔ مراغه ساخته شده بوده است؛[۲] امّا جای شگفتی است که محیی‌الدّین در هیچ جا به کاربرد این ابزار اشاره نداشته است.[۳] در عوض، وی از روشی استفاده می‌کند که در آن تنها به اندازه‌گیری ارتفاع نصف‌النّهاری سیّاره در سه موضع نزدیک به زمان مقابله بسنده شده است. زمان رصد، t، توسّط نوعی ساعت آبی به نام پنگان/بنکام اندازه‌گیری می‌شود و ارتفاع نصف‌النّهاری سیّاره، h_{max}، با ربع دیواری برافراشته شده در امتداد نصف‌النّهار مراغه و بر میانگاه ساختمان رصدخانه (طبق گفتهٔ محیی‌الدّین، ربع از جنس مس بوده است) به دست می‌آید. حال با این دو دادهٔ خام ورودی، داده‌های اولیّه، یعنی λ و β محاسبه و زمان مقابلهٔ میانگین سیّاره با خورشید، T، تعیین می‌شود. این کار در سه زمان تکرار می گردد تا سه مجموعه داده (λ,β,T) به دست می‌آید. برای پرهیز از اطناب مرحله مقدّماتی کار یعنی، روش تبدیل (۱) $(t, h_{max}) \rightarrow (\lambda,\beta,T)$ برای رصد اوّل توضیح داده می‌شود تا چشم‌اندازی از آن به دست داده شود. شایان ذکر است که خود محیی‌الدّین روش خود را توضیح نمی‌دهد و تنها به ذکر داده‌های هر مرحله از محاسبه اکتفا کرده است. امّا با توجّه به توضیحات وی برای تعیین مختصّات ماه از زمان رصد و ارتفاع نصف‌النّهاری می‌توان روش وی را بازسازی نمود. در هر مرحله، مقادیر حاصل با مقادیر مدرن مقایسه شده است. در پایان، مجموعهٔ داده‌های اولیّه برای تمام رصدها به همراه مقادیر حقیقی که از محاسبات امروزین به دست آمده است،

۱- شرح آن در مجسطی، V,1؛ نک.: Toomer, 219.

۲- توسّط مؤیّدالدّین العرضی (وفات ۱۲٦٦م در مراغه)، شرح آن در رسالهٔ فی کیفیّهٔ الإرصاد، ترجمه و شرح آلمانی: Seemann, 30ff.

۳- وی حتّی برای اندازه‌گیری طول دایرةالبروجی خورشید برای به دست آوردن خروج از مرکز آن از روشی که در ادامه توضیح داده می‌شود استفاده کرده است. نک. آنالیز صلیبا از روش و مقادیر محیی‌الدّین برای خروج از مرکزی خورشید بر اساس همین رسالهٔ تلخیص المجسطی در Saliba 1983.

فهرست می‌گردد (*تلخیص المجسطی*، مقالهٔ ۸، فصل ۲: گ‌گ ۱۲۳ر–۱۲۳پ). در بخش اصلی پژوهش (بندهای II و III پایین) روش تعیین خروج از مرکز زحل و مراحل آن با استفاده از همان مقادیر اولیّه می‌آید (*تلخیص‌المجسطی*، مقالهٔ ۸، فصل ۳: گ‌گ ۱۲٤ر–۱۲٦پ).

گام۱: محاسبه وضعیّت سیّاره نسبت به دایره البروج؛ روش و تحلیل مقادیر

در فصل۲ مقالهٔ ۸ رسالهٔ *تلخیص المجسطی*، مؤلّف زمان نخستین رصد را لحظهٔ گذر نصف‌النّهاری خورشید در روز پنج شنبه، ۱۹ دی ٦۳۲ یزدگردی (= ۲۵ اکتبر ۱۲٦۳م، JD=2182666) ذکر می‌کند که در آن لحظه زحل با $h_{max} = 65°$ روی نصف‌النّهار مراغه قرار داشته است. زمان محسوب پس از گذر نصف‌النّهاری خورشید در همان روز تا لحظهٔ رصد با استفاده از پنگان به دست می‌آید که محیی‌الدّین آن را به «دائر» تبدیل می‌کند؛ «دائر» به معنای چرخش زاویه‌ای گنبد سماوی در زمان t (به ازای هر ساعت = ۱۵ درجه) است، یعنی نوعی زمان‌شماری بر حسب درجهٔ چرخش، بنابراین برای سهولت آن را به t° نشان می‌دهیم (در زمان رصد: $t° = 182;3,58°$).

پیش از این مختصّات مداری خورشید (خروج از مرکز e و سرعت زاویه‌ای متوّسط $\overline{\omega}$) به وسیلهٔ محیی‌الدّین محاسبه شده است، بنابراین وضعیّت خورشید بر اساس جداول به سادگی به دست می‌آید. در لحظهٔ رصد، خورشید در $\lambda_{\odot}$=♏ 9;27,12 قرار داشته است.[۱] با استفاده از جدول، مطالع مستقیم (RA, Right Ascension) خورشید،

۱. توضیح اینکه استفاده از نمادهای بروج ۱۲گانه برای تطابق با متن تاریخی است (در اینجا منظور ۹ درجه و ۲۷ دقیقه و ۱۲ ثانیه از برج عقرب)؛ توضیح دیگر اینکه، در فرآیند محاسبه، مقادیر شصتگانی به صورت امروزین درخواهد آمد، یعنی مقادیر کسری شصتگانی با «کاما» از یکدیگر جدا می‌شوند و مقادیر صحیح شصتگانی نیز با «نقطه کاما» از مقادیر کسری آن منفصل می‌گردند (در اینجا $219;27,12° = 219+27×60^{-1}+12×60^{-2}$ = ۲۱۹ درجه و ۲۷ دقیقه و ۱۲ ثانیه).

یعنی وضعیّت آن روی استوای سماوی، بر حسب $\lambda_{\odot}$ به دست می‌آیـد (ایـن کمیّـت را می‌توان با محاسبه‌ای ساده نیز به دست آورد: $(\lambda_{\odot} \rightarrow RA(\lambda_{\odot}))$. با t° و $RA(\lambda_{\odot})$ کمیّـت دیگری به نام وسط السّماء (mid-heaven) یا درجـۀ ممـرّ (transit)، یعنـی درجـه‌ای از دایـره البروج که همزمان با زحل روی نصف‌النّهار مراغه قرار گرفته است، λ_{mid} محاسبه می‌شود:

$$\left.\begin{matrix} \lambda_{\odot} \rightarrow RA(\lambda_{\odot}) \\ t^{\circ} \end{matrix}\right\} \rightarrow RA(\lambda_{mid}) \rightarrow \lambda_{mid} \qquad (۲)$$

مراحل کار با مقادیر عددی چنین است (مقادیر دقیق درون [] داده شده است تـا بـا مقادیر محیی‌الدّین و روش رند کردن وی مقایسه گردد):[۱]

$$\begin{array}{rl} t \rightarrow & t^{\circ} = 182;3,58^{\circ} \\ \lambda_{\odot} = \text{♏}\ 9;27,12 \rightarrow & RA(\lambda_{\odot}=219;27,12^{\circ}) = 307;2;34^{\circ}\ [307;2,32^{\circ}] \\ \hline \rightarrow & RA(\lambda_{mid}) = 129;6,32^{\circ} \\ \rightarrow & \lambda_{mid} = \text{♉}\,11;33 = 41;33^{\circ} \qquad [41;33,21^{\circ}] \end{array}$$

حال می‌خواهیم ارتفاع λ_{mid} را به دست آوریم. برای این کار ابتدا میـل آن را نسـبت بـه اسـتوای سـماوی از رابطـۀ (۳) $\delta(\lambda)=\arcsin(\sin(\lambda).\sin(\varepsilon))$ محاسـبه مـی‌کنـیم. محیی‌الدّین مقدار میل کلّی، بیشینه فاصلۀ زاویه‌ای دایرۀ البـروج از اسـتوای سـماوی، را $\varepsilon=23;30^{\circ}$ به دست آورده بوده است.[۲] مقادیر میل محاسبه شده بر اسـاس تـابع بـالا در جدول مقالۀ۳، فصل۱ رسالۀ *تلخیص المجسطی* (گ ۳۲ر) به ازای تغییرات یک درجـه‌ای λ تنظیم شده است. مقادیر کسری را می‌توان با تعدیل خطّی در همان جدول بـه دسـت

---

۱. در ادامه باید توجّه داشت که مبدأ اندازه‌گیری RA در سنّت مراغه اوّل جدی (انقلاب زمسـتانی) اسـت نـه اوّل حمل (اعتدال بهاری). هرچند، در نتیجۀ محاسبه بی‌تأثیر است.

۲. بر اساس اندازه‌گیری بیشینه و کمینه مقدار ارتفاع نصف‌النّهاری خورشید در طیّ سال ٦٣٣ یزدگردی [تلخـیص، مقالۀ ۳، فصل ۱: گگ ۳۱ر.–۳۱پ]: ۵ تیر ٦٣٣ یزدگـردی (= ۱۳ آوریـل ١٢٦٤م؛ JD=2182837): 76;9,30 و ۳ اسفند ٦٣٣ یزدگردی (= ۷ دسامبر ١٢٦٤م؛ JD=2183075): 29;9,30. بر اسـاس ایـن مقـادیر، میـل کلّـی $\varepsilon = 23;30^{\circ}$ و عرض جغرافیایی مراغه $\varphi = 37;20,30^{\circ}$ محاسبه شده اسـت. مقـادیر حقیقـی: $\varepsilon = 23;32^{\circ}$ و عـرض جغرافیایی مراغه در موضع رصد $\varphi = 37;23,46^{\circ}$.

آورد. اگرچه با توجّه به دقّت به کار رفته در تنظیم جدول، تعدیل خطّی مقداری جز $\delta(41;33)=15;20,16°$ به دست نمی‌دهد که با رند کردن آن مقدار رند شدهٔ $15;20°$ مذکور در متن حاصل خواهد شد. حال ارتفاع هر نقطه از دایرهٔ البروج را می‌توان به سادگی از (٤) $h(\lambda)=90-\varphi+\delta(\lambda)$ به دست آورد که در آن $\varphi=37;20,30°$ عرض جغرافیایی مراغه، بر حسب اندازه‌گیری محیی‌الدّین، است. در رصد اوّل: $h(41;33) \approx 68°$. شکل ۱ پیکربندی آسمان مراغه را در زمان رصد به دست می‌دهد. شکل ۲ بازنمایی ساده‌ای از شکل ۱ است که در آن دوایر مرجع و اجزایی که در محاسبهٔ مختصّات سیّاره به کار گرفته می‌شوند، نشان داده شده است. T درجهٔ ممرّ یا وسط‌السّماء است. سیّاره (h) در نقطهٔ Σ روی نصف‌النّهار TQS قرار دارد. اگر از Σ به دایرهٔ البروج APT عمود کنیم، نقطهٔ P وضعیّت سیّاره را نشان خواهد داد: عرض $P\Sigma=\beta$ و طول $AP=\lambda$. هر دو مقدار با حلّ مثلّث کروی $TP\Sigma$ به دست می‌آیند.

$T\Sigma$ اختلاف ارتفاع درجهٔ وسط‌السّماء و ارتفاع سیّاره است: $T\Sigma=\Delta h=3°$. مقدار زاویهٔ ΥTQ از حلّ مثلّث کروی ATQ به دست می‌آید که در آن $TAQ=\varepsilon=23;30°$، $AT=\lambda_{mid}=41;33°$ و $TQ=\delta(41;33)=15;20°$؛ حال، با به کار بردن قاعدهٔ تانژانتها $\angle ATQ = \arccos(\tan(\delta)/\tan(\lambda_{mid})) = 71;58,42°$ (محیی‌الدّین با به کار بردن جداول مطالع مستقیم و مایل خویش (*تلخیص المجسطی*، مقالهٔ ۳، فصل ۲: گ‌گ ۳٤پ–۳٦ر) مقداری نزدیک ارایه داده است؛ یعنی، $71;58,36°$). محیی‌الدّین زاویهٔ ATQ را «تمام میل مطالع» خوانده است که در اینجا یک اصطلاح قراردادی است. پس، با قاعدهٔ سینوسها خواهیم داشت:

$$\beta = \arcsin(\sin(\Delta h).\sin(\angle \Sigma TP)) \approx -2;51° \qquad [-2;51,10°] \tag{5}$$

لحاظ نمودن مقدار منفی به این خاطر است که می‌دانیم سیّاره در سمت جنوب دایرهٔ البروج قرار گرفته است ($h_{mid}>h_{max}$).

برای محاسبهٔ طول سیّاره، $AP=\lambda$، از آنجا کـه $AT=\lambda_{mid}=41;33°$ تنهـا بایـد مقـدار قوس PT را به دست آورد که تفاضل طول درجهٔ وسطالسّـماء را از طـول سـیّاره، $\Delta\lambda$، نشان می‌دهد. برای این منظور، محیی‌الدّین از روش جالبی استفاده می‌کنـد کـه پـیش از این برای محاسبهٔ وضعیّت ماه در تربیع آخر نیز استفاده شـده اسـت (*المغربـی*، مقالـه۵، فصل۹: گ: ۷٦پ): هریک از کمانهای $P\Sigma$ و $T\Sigma$ را به اندازهٔ ۹۰ درجه امتداد می‌دهیم تا به نقاط P' و T' برسیم ($PP'=TT'=90°$، $\Sigma P'=90-\beta$ و $\Sigma T'=90-\Delta h$). داریم:

(٦) $\angle\, \Sigma P'\, T' = 90°–PT = 90°–\Delta\lambda$ پس برای محاسبهٔ زاویهٔ $\Sigma P'T'$ مطابق قاعـدهٔ سینوسها داریم:

$$\angle\, \Sigma P'\, T' = \arcsin(\cos(\Delta h)/\cos(\beta))$$
$$= 89;2° \qquad [89;3,46°]$$
$$\rightarrow \Delta\lambda = 0;58°.$$

و از آنجا: (۷) $\lambda = AT – \Delta\lambda = 40;35°$ بنابراین، در گام نخسـت، مختصّـات سـیّاره ((۵)و(۷)) در لحظهٔ رصد از روش بالا به دست می‌آید.

ابتدا در جدول زیر مختصّات محسوب سیّاره و خورشید را با مختصّات حقیقی آنهـا در زمانهای یاد شده مقایسه می‌کنیم:

		h			⊙	
		h	λ	β	λ	$\overline{\lambda}$
محیی‌الدّین	وقت رصد :	65°	40;35°	–2;51°	219;27,12°	220;28,20°
	نصف‌النّهار :					
مقادیر مدرن		65;9	40;25,30	–2;35,33	219;28,12	
	خطا :	–0;9	+0;9,30	–0;15,17	–0;1	

$\overline{\lambda}$ موقعیّت خورشید میانگین را نشان می‌دهد؛ یعنی، وضعیّت آن روی دایرهٔ البـروج بدون درنظر گرفتن تعدیل ناشی از خروج از مرکز. این مقدار از طریـق محاسـبهٔ خطّـی مقادیر انباشتی افزایش طول خورشید بسته به زمان، با کمک جداول حرکـت میـانگین،

به دست می‌آید.

در ابتدا باید گفت که روش محیی‌الدّین – هرچند نامعمول، ولی– از اساس درست است. مقادیر خطا، به غیر از عرض سیّاره، زیر ′۱۰ قرار می‌گیرد. عموماً چنین پذیرفته شده است که ابزارهای نجومی ادوار میانه دقّتی در حدود ′۱۰± داشته‌اند (van Dalen, 327) که این همتراز با دقّت بهترین جداول نجومی موجود از همان روزگاران است (برای نمونه، زیجهای محیی‌الدّین). بنابراین، با کاربرد ابزارهای نجومی ادوار میانه نیز این میزان خطا قابل مشاهده نبوده است؛ البتّه با قید این فرض که خود آن ابزارها کاملاً دقیق و به دور از هر گونه خطای «سیستماتیک» ساخته و بدون خطای عملیّاتی نیز به کار گرفته شده باشند که این البتّه فرضی بعید است. احتمالاً عدم اطمینان به ذات الحلق ساخته شده در رصدخانه یا اجتناب از خطاهای ناخواسته ناشی از کاربرد ابزارها موجب توسّل محیی‌الدّین به این روش شده است. محیی‌الدّین تنها به ربع دیواری رصدخانه (که در منابع از آن به «ربع الأعلی» نام برده می‌شود) اطمینان داشته و همهٔ اندازه‌گیریهای ارتفاع نصف‌النّهاری را با آن انجام داده بوده است.

بهترین مقدار با خطای تنها یک دقیقهٔ قوسی برای $\lambda_{\odot}$ به دست آمده است. از آنجا که خورشید نقش محوری در تعیین کمیّات سامانه‌های سیّاره‌ای بطلمیوسی دارد، چنین دقّتی شایان توجّه است. خطای مقادیر ε و φ، که کمیّتهای زیرساختی روش محیی‌الدّین هستند، نیز کوچک (در حدّ دقیقه قوسی، نک. پانوشت ش ۲۲) است. در کلّ فرآیند محاسبه نیز خطای معنادار و چشمگیری (ناشی از رندکردن نادقیق، جابجایی مقادیر، اشتباه در محاسبه، بدخوانی اعداد ابجد، یا ...) وجود ندارد. بنابراین، همهٔ این موارد، چنانکه دیدیم، محاسبات وی را دستِ‌کم از خطای چشمگیر مصون ساخته است.

با این حال، اوّلین کمیّت ورودی، یعنی t، نیازمند بررسی است: $t° = 182;3,58°$ به معنای زمانی معادل 12;8,16 ساعت پس از گذر خورشید حقیقی از نصف‌النّهار مراغه

است (زمان ظاهری apparent time). در حالی که زمان میـانگین محلّـی (mean local time) در هنگام رصد 11;52 بوده اسـت. تفـاوت ایـن دو مقـدار همـان تعـدیل زمـان (equation of time) را نشان می‌دهد: 0;16 که بسیار به مقدار حقیقی تعـدیل زمـان در روز رصد، یعنی 0;15,41 نزدیک (و در حقیقت به مثابهٔ مقدار رند شدهٔ آن) است. ایـن در بادی امر دقّت راصد را در اندازه‌گیری زمان رصد توسّط پنگـان نشـان مـی‌دهـد. تـا جایی که تفاوت زمانی در محاسبهٔ مقادیر مـورد نظـر باشـد (چنانکـه در ادامـه، گـام۲، خواهیم دید) تعدیل زمان تأثیری ایجاد نمی‌کند، چون اختلاف بین زمان ظـاهری گـذر نصف‌النّهاری خورشید حقیقی تـا لحظـهٔ رصـد و زمـان میـانگین گـذر نصـف‌النّهـاری خورشید میانگین و لحظهٔ رصد برابر است.

گام۲: تعیین زمان مقابلهٔ وسط زحل با خورشید

حال می‌خواهیم در گام دوم با درنظر گرفتن مختصّـات سـیّاره و مختصّـات خورشـید، زمان مقابلهٔ زحل و خورشید را به دست آوریم. در رصد اوّل، سرعت زاویـه‌ای روزانـهٔ زحل برابر با ω=0;5 °/d است. محیی‌الدّین نمی‌گوید که این مقدار را چگونه بـه دسـت داده است؛ برای محاسبهٔ سرعت زاویه‌ای واقعی سـیّاره بایـد سـرعت میـانگین حرکـت نقطهٔ تدویر سیّاره و سرعت حرکت آنومالی آن را با تعدیلات سیّاره‌ای ناشی از خـروج از مرکز و شعاع فلک تدویر ترکیب نمود. ناگفته پیداست که این مهمّ باید تا زمـانی کـه پارامترهای سیّاره‌ای اندازه‌گیری شوند به تأخیر افتد؛ چون فعـلاً در نخسـتین مرحلـه از اندازه‌گیری خروج از مرکز سیّاره قرار داریـم. فـرض کنیـد محیـی‌الـدّین انـدازه‌گیـری وضعیّت دایرهٔ‌البروجی سیّاره را در نصف‌النّهار روز پسین یا پیشین اندازه‌گیـری کـرده و مقدار λ′ حاصل آمده باشد، در این صورت |λ–λ′| مساوی همان مقدار ω بر حسـب °/d است. در گـذر نصـف النّهـاری زحـل در تـاریخ چهارشـنبه، ۲٤ اکتبـر λ′=40;30,24°، بنابراین، ω=0;4,53°/d که با توجّه به استفادهٔ محیی‌الـدّین از مقـادیر رُنـد شـده، همـان

مقدار فوق‌الذّکر وی را نتیجه خواهد داد. (توجّه کنید که سیّاره در حال حرکت بازگشتی است و در هنگام مقابله با خورشید به وسط کمان حرکت بازگشتی خود خواهد رسید؛ به همین دلیل با گذشت زمان مقدار λ در حال کاهش است). از آنجا که زمان رصد تقریباً بین دو نصف‌النّهار متوالی واقع است، محیی‌الدّین مقدار $\lambda=40;37,30°$ $(=40;35°+0;5°/2)$، را در زمان گذر نصف‌النّهاری سیّاره در روز رصد ارایه می‌کند (مقدار حقیقی: $40;27,56°$؛ بازتولید همان خطای حدود $0;9,30°$ در جدول بالا).

می‌دانیم سرعت میانگین خورشید $\overline{\varpi} \approx 0;59,8°$ است. برای محاسبهٔ زمان مقابلهٔ سیّاره با خورشید میانگین، «مقابلهٔ وسطی»، باید سیّاره و خورشید کمانی معادل

$$\begin{aligned}\lambda-\overline{\lambda}_{\odot}-180° &= 40;37,30-40;28,20\\ &= 0;9,10°\end{aligned}$$

را بپیمایند. از آنجا که بردار کلّ حرکت سیّاره در هنگام مسیر بازگشتی مخالف بردار سرعت میانگین حرکت خورشید قرار می‌گیرد، سرعت نسبی آنها (که اصطلاحاً «بهت معدّل» خوانده می‌شود) برابر است با: $\omega=\omega+\overline{\varpi}_{\odot} = 0;5 + 0;59,8 = 1;4,8\ °/d$

حال مطلوب محاسبهٔ اختلاف زمانی لحظهٔ مقابلهٔ میانگین و نصف‌النّهار روز رصد است؛ به طور ساده داریم: $\Delta t = (\lambda-\overline{\lambda}_{\odot}-180)/\omega = 3;25,49\ h \approx 3;26\ h$

پس، مقابلهٔ وسطی در 3;26 ساعت پس از گذر نصف‌النّهاری خورشید رخ داده است. برای تعیین وضعیّت سیّاره و خورشید میانگین در لحظهٔ مقابلهٔ وسطی، باید مقدار سیر آنها را در بازهٔ زمانی 3;26 ساعت به مختصّات نصف‌النّهاری آنها، که در جدول بالا و سطور پیشین ارایه شده است، افزود:

$$\begin{aligned}\overline{\lambda}_{\odot} = \overline{\lambda} + \Delta t.\omega &= 220;28,20+3;26\times59;8\\ &= 220;36,48\\ \lambda &= 40;36,48\end{aligned}$$

و در نهایت، زمان دقیق مقابلهٔ وسطی بر حسب سال، روز و ساعت از مبدأ تاریخ

یزدگردی برابر خواهد بود با:

631 ^{y} 289 ^{d} 3;26 ^{h}
AD 1263 Oct. 25, 15;26 h زمان میانگین نصف‌النّهار مراغه

مقابلهٔ خورشید میانگین در الگوی کپلری با سیّاره در همان روز رخ داده بوده است:

631 ^{y} 289 ^{d} 3;26 ^{h}
AD 1263 Oct. 25, 11;48 h

یعنی، اختلاف حدود ۳/۵+ ساعت.

در اینجا باید به نکتهٔ مهمّی اشاره نمود: دقّت (میزان خطای) مقادیر ورودی و مقادیر محاسباتی، که پیشتر بدان اشاره کردیم، تنها عامل تعیین کننده برای تعیین زمان مقابلهٔ زحل با خورشید میانگین نیست. تا جایی که هدف تنها تعیین مختصّات سیّاره در زمان رصد باشد، می‌توان مقدار و منشأ خطاها را یافت، مسیر محاسبات را دنبال نمود و مقادیر نسبتاً دقیق محیی‌الدّین را ستود؛ چون، در آنجا ما مستقیماً با پدیده‌ای رصدی درگیر هستیم که بداهتاً مرئی و مشهود است. در حالی که برای تعیین زمان مقابلهٔزحل با خورشید میانگین با پدیدهٔ رصدی و مشهود مواجه نیستیم؛ خورشید میانگین یک نقطهٔ موهوم است و مقابلهٔ وسطی، جدایی زاویه‌ای یک سیّاره را با یک نقطهٔ موهوم نشان می‌دهد، با قید این نکته که مختصّات هر دو تماماً زمین‌مرکزی محاسبه شده است. بنابراین، زمان مقابله باید مستقیماً در چارچوب هندسی الگوی بطلمیوسی سیّارات محاسبه شود و لاجرم از محدودیّتهای آن متأثر گردد. بنابراین، اختلاف ۳/۵+ ساعت تفاوت ماهوی یک الگوی هندسی دقیق سیّاره‌ای (یعنی، الگوی کپلری با مدارات بیضوی) و یک الگوی اولیّه و خام (الگوی بطلیموسی) را نشان می‌دهد. در این بستر باید اختلاف ۳/۵+ ساعت را نسبتاً «اندک» یا «قابل اغماض» دانست.

جمع بندی داده‌های اولیّه. با روش فوق‌الذّکر مختصّات سیّاره و زمان مقابلهٔ وسطی بر اساس تاریخ یزدگردی در سه زمان مختلف به دست می‌آید. این زمانها به گونه‌ای انتخاب می‌شود که اختلاف قابل ملاحظه‌ای بین آنها وجود داشته باشد تا امکان

اندازه‌گیری دقیق خروج از مرکز سیّاره حاصل شود. مقادیر اولیّهٔ محیی‌الدّین در جدول۱ فهرست و با مقادیر حقیقی (اعداد ضخیم سطر سوم در ردیف مربوط به هر رصد) مقایسه شده است.

چنانکه از جدول۱ برمی‌آید، خطا در محاسبهٔ مختصّات سیّاره در رصد دوم از مقادیری که پیش از این مورد بحث قرار گرفت، کمتر شده و در رصد سوم به کمترین مقدار خود رسیده است: طول سیّاره اختلاف کمتر از یک دقیقه قوسی و عرض سیّاره اختلافی در حدّ ٤ دقیقهٔ قوسی را با مقادیر حقیقی در زمان رصد نشان می‌دهد. همین امر در مورد خطا در محاسبهٔ زمان مقابلهٔ وسطی و طول سیّاره و خورشید در آن لحظه نیز مشهود است: خطایی کمتر از ۰/۵− ساعت و کمتر از یک دقیقهٔ قوسی.

جدول۱

	سیّاره در وقت رصد				در لحظهٔ مقابلهٔ وسطی	
Date	t	h_{max}	λ	β	T	$\lambda = \bar{\lambda}_{\odot} + 180$
Thursday, 19 Diy 632 Y 25 Oct. 1263 AD JD=2182666	12;8^h 12;4	69° 69;9	40;35° 40;25,30	–2;51° –2;35,33	631 y 289 d 3;26 h AD 1263 Oct. 25,15:26 AD 1263 Oct. 25,11:48	40;36,48°
Thursday, 5 ’Isfandārmadh 635 Y 9 December 1266 JD=2183807	11;48,53 11;48,44	74;41 74;47	82;54 82;45,54	–1;57 –1;9,12	634 y 332 d 23;36 h AD 1266 Dec. 7, 11:36 AD 1266 Dec. 7, 8:30	83;6,36 82;59,0
Monday, 22 Urdībihisht 642 27 February 1273 JD=2186058		60;50 60;43	165;0 165;0,55	+2;27 +2;23	641 y 52 d 10;34 h AD 1273 Feb. 27, 22:34 AD 1273 Feb. 27, 23:00	164;55,31 164;56,25

II. اندازه‌گیری خروج از مرکز زحل

پس از استخراج مقادیر اولیّه، محیی‌الدّین در مقالهٔ ۸، فصل ۳ رسالهٔ *تلخیص المجسطی* (گ‌گ ۱۲٤ر–۱۲٦پ) به روش استخراج خروج از مرکز می‌پردازد. مقادیر حرکت میانگین $\Delta\overline{\lambda}$، حرکت حقیقی $\Delta\lambda$ سیّاره و اختلاف زمانی ΔT بین دو رصد متوالی در جدول ۲ زیر داده شده است. (مقدار حرکت میانگین از سرعت میانگین مرکز تدویر سیّاره و ΔT به دست می‌آید).

جدول ۲

	ΔT	$\Delta\overline{\lambda}$	$\Delta\lambda$
$1 \rightarrow 2$	3 y 43 d 20;10 h	38;10,36°	42;29,48°
$2 \rightarrow 3$	6 y 84 d 10;58 h	76;14,44	81;48,55

قبل از آغاز فرآیند محاسبه، مؤلّف رساله پیکربندی مداری سیّاره را در شکلی ترسیم و موقعیّت سیّاره را در زمان سه رصد سابق‌الذّکر نسبت به دایرهٔ البروج مشخّص می‌سازد که در شکل۳ بازسازی شده است.[1] موقعیّت حقیقی سیّاره نسبت به دایرهٔ البروج، در شکل۳ دایرهٔ بیرونی KLMO به مرکز N، سنجیده می‌شود. در رصدهای سه‌گانه، سیّاره به ترتیب در نقاط K، L و M قرار داشت. کمان AK طول حقیقی سیّاره در رصد اوّل (جدول۱) و کمانهای KL و LM تفاضل طول حقیقی سیّاره بین دو رصد متوالی (مقادیر $\Delta\lambda$ در جدول۲) را نشان می‌دهد. طبق الگوی بطلیموسی، مرکز فلک تدویر سیّارات زبرین روی مسیری دایره‌ای شکل به نام فلک حامل (دایرهٔ نقطه‌چین، EZH، به مرکز D) حول نقطه‌ای به نام معدّل‌المسیر (T) با سرعت ثابت حرکت می‌کند. از آنجا که مرکز فلک حامل (نقطهٔ D) بر نقطهٔ معدّل‌المسیر (T) منطبق نیست، برای

۱. برای تبدیل حروف ابجد اشکال موجود در نسخه به حروف لاتین از استاندارد ارایه شده توسّط کندی پیروی شده است: Kennedy 1991/2, p.21.

تعیین مقدار حرکت میانگین سیّاره، باید مسیر حرکت آن را در دایرهٔ معدّل المسیر روی دایرهٔ حامل تصویر نمود. کمانهای EZ و ZH مقدار جابجایی میانگین سیّاره را بین دو رصد متوالی (مقادیر $\Delta\bar{\lambda}$ در جدول۲) نشان می‌دهد. کمانهای AB و BC تصویر کمانهای EZ و ZH روی دایرهٔ حامل هستند. هدف تعیین طول NT است در حالتی که شعاع دایرهٔ حامل مساوی 60^p درنظر گرفته شود (^{p} یک واحد اختیاری است). اندازهٔ کمانهای AB و BC نامعلوم است. اگر خطّ مرتسّم از مرکز زمین D و مارّ بر نقاط E، Z و H را به دایرهٔ البروج امتداد دهیم، کمانهای EZ و ZH دو کمان RX و XΘ را روی دایرهٔ البروج مشخّص خواهند ساخت. مقدار کمانهای RK، XL و ΘM نیز نامعلوم است. تعیین اندازهٔ کمانها به دانستن مقدار NT و نیز فاصلهٔ زاویه‌ای نقاط E، Z و H از نقطهٔ O بستگی دارد. (خطّ QO خطّ اوج–حضیض سیّاره است.) با این حال، می‌دانیم که مقدار جابجایی مکان میانگین سیّاره بین دوایر حامل و معدّل‌المسیر، یعنی تفاوت اندازهٔ کمانهای AB و BC از کمانهای EZ و ZH، اندک است؛ و از این رو، کمانهای RK، XL و ΘM، که در شکل با اغراق ترسیم شده است، مقدار کمی دارند.

برای سادگی کار، محیی‌الدّین شکل دیگری رسم می‌کند (شکل٤) که در آن دایرهٔ ABC دایره معدّل‌المسیر است و مرکز زمین نیز در نقطهٔ D قرار دارد. نقاط A، B و C موقعیّت سیّاره را در هر یک از رصدها نشان می‌دهد (در حالت مقابله با خورشید، سیّاره و مرکز دایره تدویر آن بر هم منطبق می‌شوند). پس اندازهٔ زوایای ADB و BDC به مقدار $\Delta\lambda$ و کمانهای AB و BC به مقدار $\Delta\bar{\lambda}$ را هستند. خطّ DC را امتداد می‌دهیم تا در سوی دیگر دایرهٔ حامل را در نقطهٔ E قطع کند. نقاط A، B و E را به هم متصّل و از نقطهٔ A خطّ AZ را بر خطّ BE عمود می‌کنیم.

می‌دانیم $\angle BEC = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2}(76;14,44) = 38;7,22°$ و $\angle BDE = 180 - \angle BDC = 180 - 81;48,55 = 98;11,5°$.

پس، $\angle DBE = 180 - 38;7,22 - 98;11,5 = 43;41,33°$. اگر فرض کنیم $DE=60^p$، در این صورت با کاربرد قانون سینوسها در مثلّث مسطّح BDE داریم:

$$EB = \frac{\sin \angle BDE}{\sin \angle DBE}.DE = 86;6,7^p \quad [85;58,22^p]$$

در مثلّث ADE:

$$\angle AED = \tfrac{1}{2}(AB + BC) = \tfrac{1}{2}(38;10,36 + 76;14,44) = 57;12,40°$$ و

$$\angle ADE = 180 - (\angle ADB + \angle BDC) = 180 - (42;29,48 + 81;48,55) = 55;41,17°$$

. پس، $\angle EAD = 67;6,3°$. با کاربرد قانون سینوسها داریم:

$$AE = \frac{\sin \angle ADE}{\sin \angle EAD}.DE = 53;47,54 \quad [53;47,55]$$

در مثلّث AZE: $\angle AEZ = \tfrac{1}{2} AB = 19;5,18°$ و $\angle AZE = 90°$. در نتیجه، $\angle EAZ = 70;54,42°$. پس،

$$AZ = AE \sin \angle AEZ = 17;35,36^p$$
$$ZE = AE \sin \angle EAZ = 50;50,25^p$$

بنابراین اندازهٔ طول AB به سادگی به دست می‌آید:

$$AB = \sqrt{AZ^2 + (BE - ZE)^2} = 39;24,25,9^p$$

تا اینجا همهٔ اندازه‌گیری‌ها بر اساس فرض $DE=60^p$ انجام گرفته است در حالی که DE شعاع دایره نیست. در حالی که همهٔ فواصل باید بر اساس این فرض که شعاع R دایرهٔ حامل مساوی 60^p است انجام پذیرد تا در نهایت خروج از مرکز نیز بر اساس همین مقیاس بیان شود. برای تبدیل دو واحد به یکدیگر مقدار خطّ AB بر اساس R=60 محاسبه می‌شود. به طور ساده داریم:

$$AB = \mathrm{Crd}(\mathrm{arc}\ AB) = 2\mathrm{Sin}(\frac{\mathrm{arc}\ AB}{2}) = 39;14,35,2 \quad [\ldots,1]$$

پس، به این ترتیب، مقیاسی برای تبدیل دو واحد به دست می‌آید. حال می‌توانیم مقدار DE را با فرض $R=60^p$ به دست آوریم.

$$DE = \frac{39;14,35,2}{39;24,25,9} \times 60 \approx 59;45 \qquad (۱)$$

به همین صورت: $AE = \frac{39;14,35,2}{39;24,25,9} \times 53;47,54 \approx 53;34,28,22$

مقدار اخیر وتر کمان AE را نشان می‌دهد که از آن می‌توان به سادگی اندازهٔ کمان AE را به دست آورد:

$$\mathrm{Arc}\ AE = 2\mathrm{Arcsin}(53;34,28,22/2) = 52;59,58° \quad [53;1,58°]$$

پس: $\mathrm{Arc\ EABC} = 167;25,18°$ و:

$$\mathrm{EC} = \mathrm{Crd}\ (\mathrm{Arc\ EABC}) = 2\mathrm{Sin}(167;25,18°/2) = 119;16,41 \quad [\ldots,40] \qquad (۲)$$

بنابراین از (۱) و (۲): $\mathrm{DC} = \mathrm{EC} - \mathrm{DE} = 59;31,41$

خطّ EDC دایره را به دو قطاع تقسیم کرده است؛ از آنجا که $\mathrm{Arc\ EABC} < 180°$، واضح است که مرکز دایره معدّل‌المسیر باید در قطاع زیرین قرار گیرد (در شکل۳، مرکز این قطاع با دایرهٔ کوچک منفرد نشان داده شده است). مرکز دایرهٔ معدّل‌المسیر را H می‌نامیم و خطّ DH را رسم می‌کنیم و آن را امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقاط T و Y قطع کند (شکل٤). بدیهی است که نقطهٔ T اوج مداری سیّاره و نقطهٔ Y حضیض آن را نشان می‌دهد. از نقطهٔ H خطّ HL را بر خطّ CE عمود می‌کنیم (نقطهٔ K) و آن را امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقطهٔ L قطع کند. این خطّ قوس CBAE را در نقطهٔ L به دو قوس مساوی تقسیم می‌کند (CL=LE). شعاع دایره HD=R=60. بنابراین:

$$\begin{aligned} \mathrm{CD} \times \mathrm{DE} &= \mathrm{TD} \times \mathrm{DY} \\ &= (\mathrm{R} + \mathrm{HD})\ (\mathrm{R} - \mathrm{HD}) \end{aligned}$$

و در نتیجه: (۳) $HD = 6;34,21.25 \approx 6;34,21$ $\sqrt{60^2 - 59;45 \times 59;31,41}$

مقدار HD خروج از مرکز سیّاره است، یعنی میزان جابجایی مرکز دایرهٔ معدّل‌المسیر از مرکز زمین. در الگوی بطلمیوسی (نک.: شکل۳)، مرکز دایرهٔ حامل در میانگاه HD قرار می‌گیرد. پس، مطابق اندازه‌گیری محیی‌الدّین خروج از مرکز دایرهٔ حامل $e \approx 3;17,11$ و خروج از مرکز دایرهٔ معدّل‌المسیر $2e \approx 6;34,21$ است.

می‌دانیم $EK = 1/2\ EC = 59;38,20$ ، پس: $DK = DE - EK = 0;6,40$

$$\sin \angle LHY = DK / HD$$
$$\angle LHY = 0;58,11° \qquad [0;58,7°]^{1}$$

1

حال فاصلهٔ زاویه‌ای میانگین سیّاره در سه رصد (یعنی، فاصلهٔ مرکز دایرهٔ تدویر) از نقطهٔ حضیض Y به سادگی به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \text{Arc } AY &= 31;40,52° \\ \text{Arc } BY &= 6;29,44° \\ \text{Arc } CY &= 82;44,28° \end{aligned} \qquad (٤)$$

تا اینجا پارامتر اصلی مدار زحل، یعنی خروج از مرکز، و موقعیّت سیّاره در سه رصد نسبت به خطّ کاردینال اوج–حضیض را مشخّص ساختیم. همهٔ محاسبات بر اساس داده‌های رصدی فهرست شده در جدول۱ و بر طبق فرضهای الگوی بطلمیوسی سیّارات زبرین محاسبه گردید. در حقیقت، محیی‌الدّین با درنظر داشتن یک الگوی سیّاره‌ای از پیش آماده شده تنها به اندازه‌گیری پارامتر اصلی آن پرداخته است. باید توجّه داشت که اگرچه همین فرآیند برای تعیین خروج از مرکز سیّارات در *مجسطی* طیّ شده است، امّا در آنجا بطلمیوس هم می‌بایست با اتکّا به داده‌های رصدی به ساخت الگو و ارایه فرضیّات سیّاره‌ای قابل قبول (مهمّترینشان منتصف ساختن خروج از مرکز دایرهٔ معدّل مسیر به منظور توجیه و پیش‌بینی همزمان موقعیّت سیّارات و طول کمان حرکات بازگشتی) می‌پرداخت و هم مقدار پارامترها را اندازه‌گیری می‌نمود.

۱. در متن: صفر نح نا = 0;58,51 (مسامحه در نقطه‌گذاری اعداد ابجد).

محییالدّین در ادامه به تکمیل محاسبات می‌پردازد تا مقدار نهایی e و نیز موقعیّت دقیق خطّ اوج–حضیض را نسبت به دایرهٔ البروج مشخّص سازد. مؤلّف رساله با ارایه عنوان «فصل» محاسبات بعدی را از محاسبات پیشین جدا می‌کند که فقط به منظور توجّهٔ مخاطب به تغییر بحث است و همهٔ مطالب کماکان در ذیل فصل۳ مقالهٔ ۸ رسالهٔ *تلخیص المجسطی* قرار دارند.

پیش از این فرض کردیم که مقدار کمانهای RK، LX و MΘ بسیار کوچک است که می‌توان در محاسبه از آن صرف نظر نمود. حال می‌خواهیم مقدار این کمانها را در هر حالت به دست آوریم. مؤلّف رساله سه شکل (نک.: شکل٦ الف–ج) رسم می‌کند که در حقیقت بزرگنمایی بخشهای مختلف شکل۳ هستند.

زاویه‌های STN در هر شکل به ترتیب مساوی کمانهای AY، BY و CY در شکل۵ هستند که پیشتر به دست آوردیم. همچنین $ND = DT = e$. بنابراین در هر سه شکل داریم:

$$D\Sigma = e \sin \angle STN$$
$$T\Sigma = e \cos \angle STN$$
$$NS = 2\, D\Sigma$$
$$TS = 2\, T\Sigma$$

مقادیر در سه حالت به صورت زیر هستند:

	1	2	3
DΣ	1;43,33	0;22,18	3;15,36
TΣ	2;47,48	3;15,55	0;24,55
NS	3;27,6	0;44,37	6;31,11
TS	5;35,35	6;31,49	0;49,50

در همهٔ موارد، تفاوت مقادیر محاسبه شده با مقادیر مندرج در متن به صورت کج نوشته شده است. برای حالتهای دوم و سوم، به وضوح، تفاوتْ بسیار ناچیز و ناشی از روش رند کردن است. در کلّ خطاهای محاسباتی در حدّ چند دقیقه نمی‌تواند بقیّهٔ

مسیر محاسبه را چندان درگیر کند.[1] برای محاسبهٔ SE، SZ و SH در هر حالت باید شعاع دایرهٔ معدّل‌المسیر ($TE = TZ = TH = 60^p$) را از TS محاسبه شده برای هر حالت کم نمود. مقادیر محیی‌الدّین چنین است:

$$SE = 54;16,26$$
$$SZ = 53;28,12$$
$$SH = 59;10,12$$

مقادیر DΣ در هر حالت به ترتیب مساوی جیب زوایای DAΣ، DBΣ و DCΣ است. بنابراین، مقدار این زوایا به صورت زیر دست می‌آید:

$$\angle DA\Sigma = 1;39,\ 5^\circ \qquad [1;38,54^\circ]$$
$$\angle DB\Sigma = 0;21,18^\circ \qquad [0;21,18^\circ]$$
$$\angle DC\Sigma = 3;\ 6,52^\circ \qquad [3;\ 6,53^\circ]$$

مقادیر صحیح بر اساس محاسبهٔ پیشین درون [] داده شده است، چنانکه گفتیم اشتباهات مؤلّف رساله تأثیر محسوسی بر نتایج نداشته است، به ویژه آنکه در گام بعدی، مقدار زاویه در حالت اوّل تا حدّ دقیقهٔ قوسی رند شده است. از آنجا که زوایای مجاور نقطهٔ Σ همواره قایمه است، زوایای زیر به سادگی به دست می‌آیند:

$$\angle AD\Sigma = 88;21^\circ$$
$$\angle BD\Sigma = 89;38,42^\circ$$
$$\angle CD\Sigma = 86;53,\ 8^\circ$$

جیب این زوایا به ترتیب مقدار AΣ، BΣ و CΣ را به دست می‌دهد:

---

۱. در حالت اوّل، محیی‌الدّین $Sin(31;40,52^\circ)=31;50,41$ (به ابجد: «لا ن ما») را در محاسبه وارد می‌کند، در حالی که مقدار درست 31;30,41 (به ابجد: «لا ل ما») است. چنانکه در تمام محاسبات تاکنون دیده‌ایم، محاسبهٔ مقدار توابع مثلّثاتی برای زوایا با دقّت بالایی صورت گرفته است که اگرچه تحسین‌برانگیز است امّا شگفت‌آور نیست. به نظر می‌رسد مؤلّف در اینجا در ثبت مقدار ابجد مسامحه کرده است، چرا که خطاهایی نظیر تبدیل یج (= ۱۳) به یح (= ۱۸)، نح (= ۵۸) به یج (۱۳)، ل (= ۳۰) به ن (= ۵۰) و ... به دلیل نوع نگارش و درج نقطه‌ها بسیار متواتر بوده است (به ویژه از سوی کاتبان). همین امر منجر به آن شده است تا وی برای حالت اوّل $D\Sigma=1;44,39$ و $NS=3;29,18$ را به دست دهد. همچنین، وی $Cos(31;40,52^\circ)=51;3,33$ به دست می‌دهد که کاملاً درست است، امّا مقادیر نهایی را به صورت $T\Sigma=2;51,47$ و $TS=5;43,34$ ثبت کرده است.

$$A\Sigma = 59;58,30$$
$$B\Sigma = 59;59,56$$
$$C\Sigma = 59;54,41$$

با کاستن مقدار TΣ در هر حالت از مقادیر بالا، AS، BS و CS به دست می‌آید:

$$AS = 57;\ 6,42 \quad [57;10,42]$$
$$BS = 56;44,\ 2 \quad [56;44,\ 1]$$
$$CS = 59;29,47 \quad [59;29,46]$$

در مرحلهٔ آخر از مقدار NS در هر حالت برای محاسبهٔ زوایای KNR، XNL و ΘNM استفاده می‌کنیم:

$$\angle KNR = \angle NES - \angle NAS = \mathrm{ArcTan}\,(NS/ES) - \mathrm{ArcTan}\,(NS/AS)$$
$$= 0;10,57° \quad [0;11,4°]$$
$$\angle XNL = \angle NZS - \angle NBS = \mathrm{ArcTan}\,(NS/ZS) - \mathrm{ArcTan}\,(NS/BS)$$
$$= 0;1,52° \quad [0;2,45°]$$
$$\angle \Theta NM = \angle NHS - \angle NCS = \mathrm{ArcTan}\,(NS/HS) - \mathrm{ArcTan}\,(NS/CS)$$
$$= 0;2,4° \quad [0;2,3°]$$

بنابراین، نشان دادیم که فرض اولیّه مبنی بر کوچک بودن مقادیر این زوایا صحیح است.

حال می‌خواهیم با مقادیر جدیدی که به دست آورده‌ایم، دوباره فرآیند تعیین خروج از مرکز سیّاره را تکرار کنیم. زوایای کوچکی که در بالا حساب کردیم مقادیر کمانهای KR، LX و MΘ هستند. از شکل ۳ واضح است که Arc KL < Arc RX. حال مقادیر کمانهای RX (= KL+RK+LX) و XΘ (= LM–LX+MΘ) را حساب می‌کنیم. مقادیر این کمانها تصویر اندازهٔ حرکت یکنواخت سیّاره روی دایرهٔ معدّل‌المسیر را در امتداد دایرهٔ البروج به دست می‌دهد. قبلاً با فرض اینکه کمانهای KL، RX و LM، XΘ برابر هستند، مقادیر این کمانها را تصویر اندازه حرکت مرکز تدویر سیّاره روی دایرهٔ حامل درنظر گرفتیم، با این فرض که *سیّاره با سرعت یکنواخت روی دایرهٔ حامل بچرخد*. حال، به فرض درست الگوی بطلمیوسی بازگشته‌ایم، یعنی *سیّاره روی دایره*

معدّل‌المسیر با سرعت یکنواخت می‌چرخد و حال، با در اختیار داشتن مقدار تصویر حرکت سیّاره بین دو رصد متوالی روی دایرهٔ البروج (اندازه کمانهای RX و XΘ)، می‌خواهیم خروج از مرکز دایرهٔ معدّل‌المسیر (مقدار NT) را به دست آوریم. محیی‌الدّین، همانند بطلمیوس، فرآیند محاسباتی بالا را در سه حالت تکرار می‌کند و مقادیر زیر را به دست می‌آورد:

$$\begin{aligned} 2e &= 6;31,50 \\ 2e &= 6;32,44 \\ 2e &= 6;32,52 \end{aligned} \qquad (۵)$$

و در نهایت همهٔ مقادیر را به صورت (٦) $2e = 6;30$ رند می‌کند که این آخرین مقدار ارایه شده توسّط وی برای خروج از مرکز دایرهٔ معدّل‌المسیر زحل است.

III. تعیین نقطهٔ اوج مداری زحل

در گام آخر، محیی‌الدّین مختصّات نقطهٔ اوج (Q در شکل ۳) را به دست می‌آورد که با تعیین آن پیکربندی مدار زحل کامل خواهد شد. برای این منظور، موقعیّت سیّاره را در رصد سوم درنظر می‌گیریم. دایرهٔ تدویر سیّاره، HYK، را به مرکز C رسم می‌کنیم (شکل۷). نقطهٔ H اوج میانگین («ذروهٔ وسطی») و نقطهٔ Y حضیض میانگین تدویر است که در امتداد خطّ مارّ از مرکز دایرهٔ حامل D و مرکز تدویر C می‌گذرد. اگر خطّی از مرکز زمین N به C متصّل کنیم، دو نقطهٔ تقاطع آن با دایرهٔ تدویر اوج و حضیض مرئی (نقطهٔ K) تدویر مشخّص خواهد کرد. شعاع تدویر سیّارهٔ بیرونی همواره رو به خورشید میانگین است، بنابراین سیّاره در هنگام مقابلهٔ وسطی با خورشید در نقطهٔ K قرار دارد. کمان HYK، فاصلهٔ زاویه‌ای سیّاره (نقطهٔ K) از اوج میانگین تدویر آنومالی میانگین $\overline{\alpha}$ (خاصّهٔ وسطی) سیّاره و فاصلهٔ زاویه‌ای آن از اوج حقیقی آنومالی حقیقی سیّاره α است. همهٔ زوایا و مقادیر خطوط درون مثلّث بزرگ TCN را پیشتر در بند II به دست آوردیم. اندازهٔ زاویهٔ TCN (کمان YK روی دایره تدویر یا همان زاویهٔ NCS

در شکل٦(ج)) اختلاف بین آنومالی میانگین و حقیقی سیّاره را به دست می‌دهد. محیی الدّین با مقدار $\angle$ TCN=6;9,25° و $\angle$ CTN=80;8,29°، مقدار فاصلهٔ زاویه‌ای مرکز تدویر سیّاره از حضیض مداری $\angle$ CNQ=86;17,54° و آنومالی میانگین $\overline{\alpha}=186;9,25°$ به دست می‌آورد (چنانکه از شکل۷ واضح است کمان YH نیم‌دایره است). بنابراین: (۱) $\overline{\lambda}=_{\odot}\overline{\alpha}+\overline{\lambda}$ از جدول۱، $\overline{\lambda}$ 344;55,31°=$_{\odot}$، پس، $\overline{\lambda}=158;46,6°$ که این فاصلهٔ مرکز تدویر سیّاره از نقطهٔ اعتدال بهاری (A) روی دایرهٔ معدّل‌المسیر، یا همان زاویهٔ ATC در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت، «وسط» سیّاره، است. دوباره از جدول۱، طول سیّاره، یعنی فاصلهٔ زاویه‌ای نقطهٔ اعتدال بهاری از تصویر نقطهٔ K روی دایرهٔ البروج، زاویهٔ ANK در خلاف جهت چرخش عقربه‌های ساعت، λ=164;55,31°، است، پس طول نقطهٔ Q، حضیض مداری سیاره λ_{Π}، برابر است با:

$$\lambda_{\Pi}=\lambda-\angle CNQ=78;37,37° \qquad (۲)$$

IV. بررسی انتقادی؛ مقایسه با مقادیر مدرن و توجیه در بستر تاریخی

عناصر مداری که پیش از این در بندهای I–III به دست آوردیم، در حالت زمین‌مرکزی و با در نظر گرفتن شکل دایره‌ای برای مدارات معنا داشت. در منظومهٔ شمسی سیّارات بر مدارات بیضوی به گرد خورشید می‌چرخند و خروج از مرکز این مدارات به معنای فاصلهٔ مرکز بیضی از نقطهٔ کانونی آن است، در حالتی که قطر اطول بیضی مساوی واحد در نظر گرفته شود: a=1. برای بصری سازی ساده‌ای از تبدیل پارامترهای خورشیدمرکزی به پارامترهای نظیر در حالت زمین‌مرکزی، شکل ۸ را در نظر بگیرید: سیّاره در مداری بیضوی حول خورشید (دایرهٔ ضخیم کوچک در مرکز شکل) با خروج از مرکز مدار e' می‌چرخد و خطّ $A'\Pi'$ خطّ اوج–حضیض سیّاره را نشان می‌دهد؛ زمین در مداری بیضوی با $A_0\Pi_0$ و خروج از مرکز e_0 حول خورشید می‌چرخد. (از این پس

داده‌های سیّاره‌ای برای حالت خورشیدمرکزی را با نماد «′» و داده‌های مدرن برای زمین را با زیرنوس «0» مشخّص می‌کنیم تا از داده‌های حاصل برای حالت زمین‌مرکزی متمایز گردند). تلفیق بردارهای e' و e_0 خروج از مرکز مـدار سـیّاره در حالـت زمـین‌مرکـزی، یعنی e، را نتیجه می‌دهد و خطّ اوج–حضیض سیّاره در این حالت $A\Pi$ است.

عناصر مداری خورشیدمرکزی سیّاره در زمان آخرین رصد محیی‌الـدّین (۲۷ فوریـهٔ ۱۲۷۳م). در جدول۳ داده شده است. Π' طول نقطهٔ حضـیض، Ω طـول گـرهٔ مـداری، i تمایل یا انحراف مدار سیّاره از دایرهٔ البروج (= صفحهٔ مداری زمین)، a طول قطر اطـول مدار بیضی، بر حسب اینکه فاصلهٔ مداری میانگین زمین تا خورشید برابر واحـد فـرض شود، و e' خروج از مرکز مدار بیضوی سیّاره است.

جدول۳

Saturn		Earth	
Π'	78;49,35°	Π_0	90;27,50°
Ω	107;17, 7		
i	2;30,55		
a	9.5550		~1
e'	0.0580		0.0170

حال می‌توان خروج از مرکز سیّاره را در حالت زمین‌مرکزی محاسبه نمود:

$$e = \sqrt{(e'\cos i)^2 + e_\circ^2 - 2(e'\cos i)e_\circ \cos(\Delta\Pi)} \quad , \ \Delta\Pi = \left|\Pi' - \Pi_\circ\right| \qquad (۱)$$

نتیجهٔ حاصل، $e \approx 3;22$، به مقدار محیی‌الـدّین $e \approx 3;15$ ((۵)و(٦) بنـد II) نزدیـک است. در رابطهٔ (۱) فرض کرده‌ایم که خروج از مرکز مدار بیضوی به اندازهٔ فاصلهٔ مرکز دایرهٔ حامل (نقطهٔ D در شکل۳) تا مرکز زمین (N) است؛ یعنی، مرکز مـدار بیضـوی در میانگاه مرکز زمین و نقطهٔ معدّل‌المسیر (T) قـرار بگیـرد. نویگـه‌بـائر نشـان داده اسـت (Neugebauer, 1, 147–8) که این وضع بهترین تطابق را با نتـایج بطلمیـوس در مـورد

خروج از مرکز و نقطهٔ اوج خورشید و سیّارات زبرین ایجاد می‌کند، کـه در اینجـا نیـز، چنانکه دیدیم، همان نتیجه به دست آمده است. محاسبه با عناصر میانگین مداری زحـل در زمان آخرین رصد زحل توسّط بطلمیوس، ۸ جـولای ۱۳٦م،(Toomer, 525) (نـک. جدول٤) مقدار e ≈ 3;36 را نتیجـه مـی‌دهـد کـه بـه انـدازهٔ 0;11 از مقـدار بطلمیـوس (e ≈ 3;25) تفاوت دارد. هر دو اخـتلاف 0;11– و 0;7– در مـورد نتـایج بطلمیـوس و محیی‌الدّین با توجه به نوع الگوهای سیّاره‌ای در *مجسطی*، ساختار ابتدایی آنها، روش و نحوهٔ محاسبهٔ مقادیر باید «کوچـک» تلقّـی شـوند. (بـا تبـدیل شـعاع مـداری از مقـدار مفروض R=60 به a=1، خطا در مقادیر بطلمیوس و محیی‌الدّین، به ترتیـب، در حـدود $۳ \cdot ۱۰^{-۳}$– و $۲ \cdot ۱۰^{-۳}$– خواهد بود). همچنین، به همـان دلایـل، مقـدار محیـی‌الـدّین را، هرچند دقّت اندکی بیش از مقدار بطلمیوس نشان می‌دهد، نمی‌توان بـه عنـوان بهبـودی جدّی بر مقدار بطلمیوسی دانست.

مقدار محیی‌الدّین برای خروج از مرکز زحل، چنانکـه دیـدیم، از مقـدار بطلمیـوس کوچکتر است؛ می‌دانیم که خروج از مرکز مدار بیضوی زحل و زمین با گذشـت زمـان در حال کاهش است؛ بنابراین، به لحاظ تاریخی انتظار می‌رود که منجمّان مقادیر کمتری برای خروج از مرکز زحل نسبت به مقدار بطلمیوس در *مجسطی* به دست آورده باشند. با این حال، شایان ذکر است که مقدار محیی‌الدّین، e = 3;15 ، در یکی از آثـار منتسـب به بطلمیوس نیز گزارش شده است. چنانکه در جـدول۱ در مقدّمـه دیـدیم، دسـتِ‌کـم نگارنده تنها یک مقدار دیگر برای خروج از مرکز زحل می‌شناسد که در طیّ ادوار میانهٔ اسلامی ارایه شده است: e ≈ 3;2,22، متعلّق به ابن الأعلم (حـدود ۹۸۰م.). شـایان ذکـر است که این مقدار از جداول تعدیل مرکز ابن الأعلم برای سیّارهٔ زحل بـه دسـت آمـده است؛[۱] منجمّان شیوه‌های مختلفی برای رند کردن مقادیر داشته‌اند کـه نمونـه‌ای از آن را

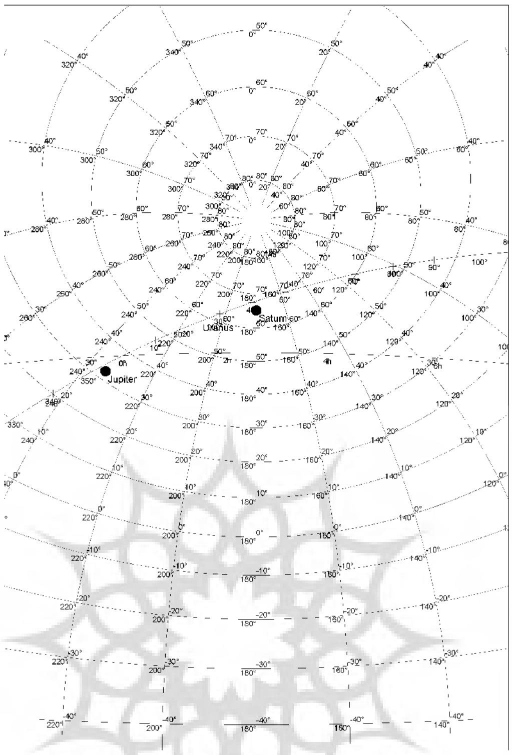
۱– زیج ابن‌الأعلم برجای نمانده است؛ امّا برخی از جداول وی در آثار دیگر حفـظ شـده کـه ایـن امـر اسـتخراج مقادیر پارامترهای نجومی وی را ممکن نموده است (نک: Kennedy 1977 و Mercier)؛ جـدول تعـدیل مرکـز

در محاسبات محیی‌الدّین دیدیم؛ از این رو، باید گفت که مقدار ابن الأعلم در حـدود e ≈ 3;2,22 بوده است. برای محاسبهٔ Π از شکل۸ بـه سـادگی مـی‌تـوان مقـدار زاویـهٔ (۲) $x = \arcsin\left(\frac{e_{\circ}}{e}\sin(\Delta\Pi)\right)$ را تعیـــین نمـــود، x=3;30,36°، و از آنجــــا Π=75;18,59° را بــه دســت آورد. مقـدار محیــی‌الـدّین، چنانکــه دیــدیم ((۲) بنـد III)، Π=78;37,37° بوده است. با مقایسـهٔ مقـدار Π وی بـا مقـدار Π′ در جـدول بـالا درمی‌یابیم که مقدار محیی الدّین برای طول نقطهٔ حضـیض زمـین‌مرکـزی زحـل تقریبـاً مساوی مقدار *خورشیدمرکزی* آن است (اختلاف حدود ′۱۲)؛ با این حـال، ایـن توافـق عددی را باید *تصادفی* انگاشت، چون دو کمیّت منطقاً نامربوطند. بطلمیوس برای لحظـهٔ سومین رصد از مقابلهٔ میانگین زحـل مقـدار Π=53° را بـه دسـت مـی‌دهـد، در حـالی کـه در آن زمـان حضـیض مـدار بیضـوی سـیّاره منطبـق بـر Π′≈57° (جـدول٤) بـود. محاســبه بــا مقــادیر میــانگین ســیّاره‌ای نیــز x=4° را نتیجــه مــی‌دهــد. بنــابراین، مقـــدار بطلمیـــوس بـــدون اختلافـــی شـــایان توجّـــه بـــه دســـت مـــی‌آیـــد (Toomer, p. 537; cf. Neugebauer 1975, table on page 147).

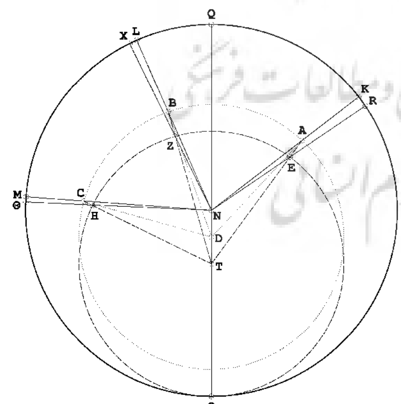
جدول٤

Saturn		Earth	
Π′	56;43,20°	Π_0	71; 3, 4°
Ω	97;17,41		
i	2;33,10		
a	9.5550		~1
e'	0.0617		0.0175

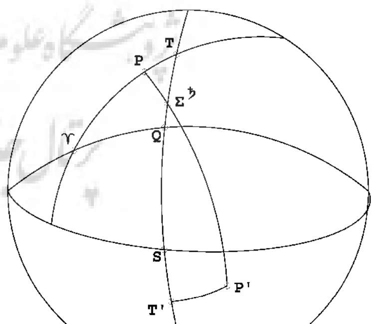
زحل متعلّق به ابن الأعلم در زیـج اشـرفی، گ. ۲۳۳پ.، min=0;12 بـرای مقـادیر c = 76–81° مرکـز سیّاره و max=5;48 برای c = 253–258° به دست می‌دهد (واضح است که جدول نامتقارن تنظیم شده است) که از آنجا بیشینه مقدار تعدیل مرکز qmax=5;48 و در نتیجه e ≈ 3;2,22 به دست می‌آید. مقادیر ابن الأعلـم بـرای تعـدیل مرکـز زحـل در زیجهـای غـرب اسـلامی، ابـن رقّـام، ابـن اسـحق و ایـن بنّـا، بـه کـار رفتـه بـوده اسـت (نک. Samsó, p. 273).



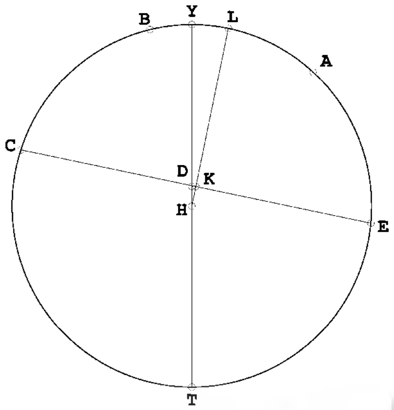
شکل ۱



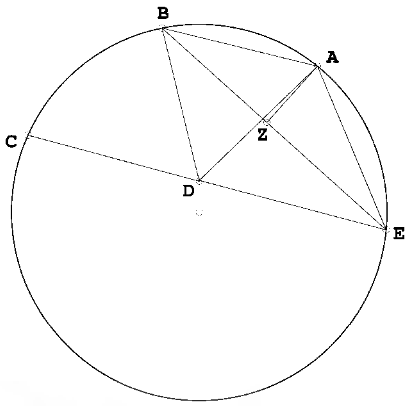
شکل ۳



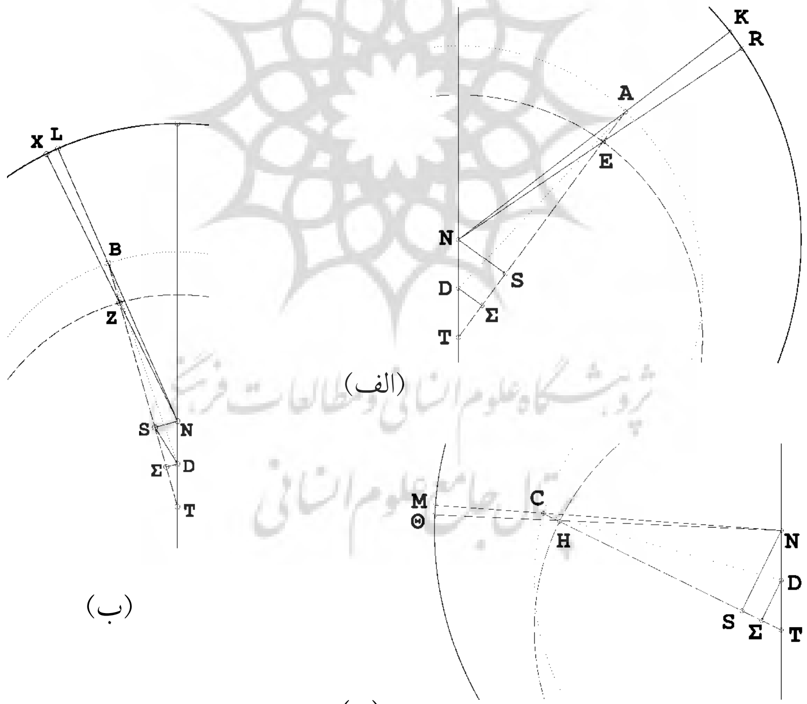
شکل ۲



شکل ٥



شکل ٤

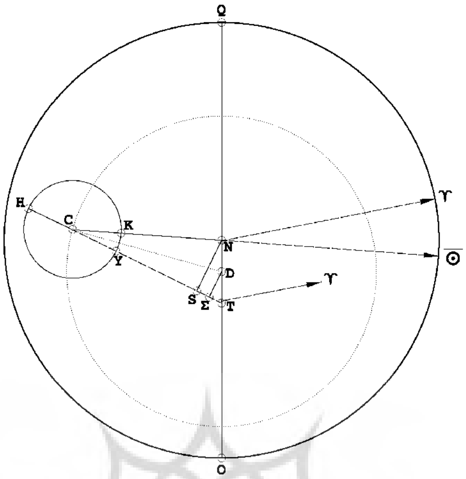


(الف)

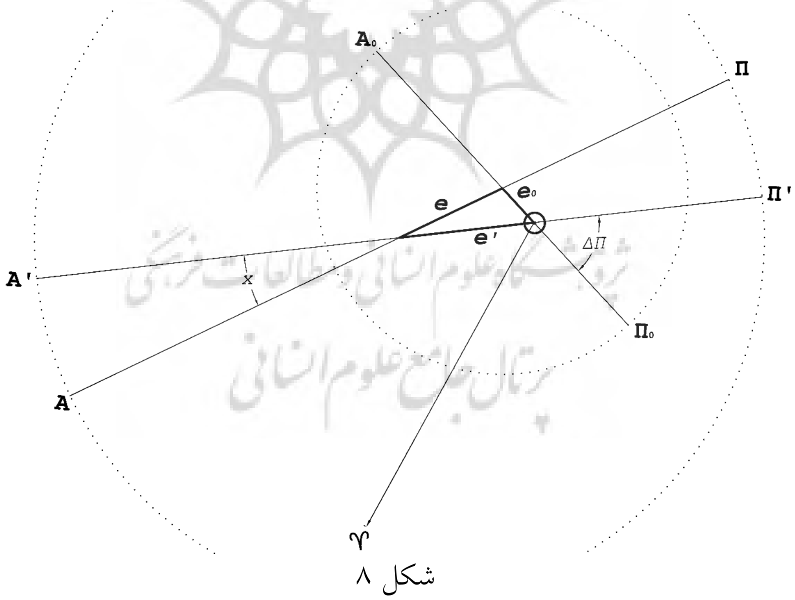
(ب)

(ج)

شکل ٦



شکل ۷



شکل ۸

کتابشناسی

ابن عبری، غریغوریوس ابوالفرج، *تاریخ مختصر الدّول*، بیروت، ۱۴۰۳ق/۱۹۸۳م.

ابن الفوطی، کمال الدّین ابوالفضل عبدالرزّاق بن احمد، ***مجمع الآداب فی معجم الألقاب***، به کوشش محمّد کاظم؛ تهران، ۱۴۱۶ق.

ابن یونس، ابوالحسن علی ابن عبدالرّحمن ابن احمد، *زیج الکبیر الحاکمی*، نسخهٔ خطّی، کتابخانهٔ لیدن، ش. Or. 143.

المغربی، محیی‌الدّین، *تلخیص المجسطی*، نسخهٔ خطّی، کتابخانهٔ لیدن، ش. Or. 110.

بطلمیوس، ***مجسطی***، ترجمهٔ عربی اسحاق بن حنین و ثابت بن قرّه، نسخهٔ خطّی، تهران، کتابخانهٔ سپهسالار، ش. ۵۹۴ (استنساخ در ۴۸۰ق. = ۸-۱۰۸۷م).

خازنی، عبدالرّحمن، *الزّیج المعتبر السّنجری*، نسخهٔ خطّی واتیکان، ش.Arabo, 761. نسخهٔ خلاصه به نام *وجیز الزّیج المعتبر السّنجری*، نسخهٔ خطّی، ترکیه، استانبول، کتابخانهٔ سلیمانیه، مجموعهٔ حمیدیّه، ش. ۸۵۹.

صوفی رازی، عبدالرّحمن ابن عمر، ۱۹۹۵، *العمل بالأصطرلاب*، مراکش، ایسیسکو (ISESCO).

کمالی، محمّد بن ابی عبدالله سنجر، *زیج اشرفی*، نسخهٔ خطّی، پاریس، کتابخانهٔ ملّی (Bibliothèque Nationale)، suppl. Pers. No. 1488.

مستوفی، حمدالله، *تاریخ گزیده*، به کوشش ادوارد براون، لندن، ۱۳۹۳ق/۱۹۱۰م.

نصیرالدّین طوسی و منجّمان مراغه، *زیج ایلخانی*، نسخهٔ خطّی دانشگاه کالیفرنیا، ش. ۱۰۱۷؛ نسخهٔ خطّی دانشگاه تهران، ش. ۱۶۵ مجموعهٔ حکمت.

وابکنوی بخاری، شمس‌الدّین محمّد، *زیج محقّق سلطانی*، نسخهٔ خطّی ی: ایران، کتابخانهٔ علومی یزد، بدون شماره؛ میکروفیلم آن در دانشگاه تهران، ش. ۲۵۴۶. نسخهٔ خطّی ت: ترکیه، کتابخانهٔ ایاصوفیا، ش. ۲۶۹۴.

Brockelmann, Karl, ***Geschichte der arabischen Literatur***, 3 Vols. and 2 Supplements, Leiden, 1937–1949.

van Dalen, Benno, 1999, “Tables of Planetary Latitude in the Huihui li (II)” in Yung Sik Kim and Francesca Bray (eds.), Current Perspectives in the

History of Science in East Asia, Seoul: Seoul National Library Press, pp. 316–329.

van Dalen, Benno, 1994, ***Ancient and medieval astronomical tables***, Utrecht: Universiteit Utrecht.

Dorcé, Carlos, 2002/3, “The Tāj Al-Azyāj of Muhyiddin Al-Maghribi: Methods of Computation” Suhayl, 3, 193–212.

Hockey, Thomas et al. (eds.), 2007, The Biographical Encyclopedia of Astronomers, London: Springer, London.

Jones, Alexander, 2004, Provisional translation of Ptolemy's Canobic Inscription, unpublished (privately communication).

Kennedy, Edward S, 1956, A Survey of Islamic Astronomical Tables, Philadelphia: American Society Publishing.

Kennedy, E. S., 1977, “The astronomical tables of Ibn al-’A^{c}lam” Journal for the history of Arabic sciences, 1, 13–23.

Kennedy, E. S., 1991/92 “Transcription of Arabic Letters in Geometric Figures”, Zeitschrift fur Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, 7: 21–22

King, David and Samso, Julio, 2001, “Astronomical Handbooks and Tables from the Islamic World” SUHAYL 2: 9–106

Leichter, Joseph G., 2004, The Zīj as-Sanjarī of Gregory Chioniades: Text, Translation and Greek to Arabic Glossary, Ph.D. thesis, Brown University, 2004, Under supervision of D. Pingree (unpublished, private communication).

Mercier, Raymond, 1989, “The parameters of the Zīj of Ibn al-’A^{c}lam” Archives Internationales d’Historie des Sciences 39, 22–50.

Mozaffari, S. Mohammad, 2009, “Wābkanawī and first scientific observation of an annular eclipse” The Observatory 139: 144–146.

Neugebauer, Otto, 1962, The Astronomical Tables of Al-Khwarizmi, Hist. Filos. Skr. Dan. Vid. Selsk. Vol. 4, no. 2, Copenhagen.

Neugebauer, Otto, 1975, A History of Ancient Mathematical Astronomy, Berlin-Heidelberg-New York: Springer–Verlag.

Paschos, Emmanuel A. and Sotiroudis, P. 1998, The Schemata of the stars; Byzantine astronomy from A.D. 1300, Singapore: River Edge & N.J. World Scientific.

Pederson, Olaf, 1974, A survey of Almagest, Odense: Odense University Press.

Pingree, David, 1964, “Gregory Chioniades and Palaeologan Astronomy” Dumbarton Oaks Papers 18, 133–160

Pingree, D., 1973, “The Mesopotamian Origin of Early Indian Mathematical Astronomy” Journal for the History of Astronomy 4: 1–12

Pingree, David (ed.), 1985, Zīj-i ’Alā‘ī, Astronomical Works of Gregory Chioniades, vol. 1, Amsterdam: Gieben.

Rao, N. K., 2005, “Aspects of prehistoric astronomy in India”, Bulletin of the Astronomical Society of India 30(4): 499–511

Rosenfeld, B. A. and Ihsanoglu E., 2003, Mathematicians, Astronomers, and other scholars of Islamic Civilization and their works, Istanbul: IRCICA.

Saliba, George, 1983, “An observational notebook of a thirteenth-century astronomer”, ISIS, 74 (1983), 388–401; Reprinted in Saliba 1994, pp. 163–176

Saliba, George, 1985 “Solar Observations at Maragha observatory”, Journal for the History of Astronomy 16: 113–122; Reprinted in Saliba 1994, pp. 177–186

Saliba, George, 1986, ‘‘The determination of new planetary parameters at the Maragha observatory”, Centaurus 29: 249–271; Reprinted in Saliba 1994, pp. 208–230

Samsó, Julio and Millás E., 1998, ‘‘The computation of planetary longitudes in the zīj of Ibn al-Bannā”, Arabic Science and Philosophy 8: 259–286; Reprinted in Samsó, J., Astronomy and Astrology in al-Andalus and the Maghrib, Aldershot: Ashgate, 2007, Trace VIII.

Sarton, George, Introduction to the History of Science, Vol. 2, Part 2, Baltimore, 1953

Sayili, Aydin, 1960, The Observatory in Islam, Ankara: Turk Tarih Kurumu Basimevi.

Sezgin, Fuat, 1978, Geschichte Des Arabischen Scrifttums, Leiden, vol. 6.

Seemann, H. J., 1929,“Die Instrumente der Sternwarte zu Maragha nach den Mitteilungen von al-ᶜUrÅī,” in Oskar Schulz (ed.), Sitzungsberichte der Physikalisch-medizinischen Sozietät zu Erlangen, 60: 15–126, Erlangen: Kommissionsverlag von Max Mencke.

Steele, J. M. and Stephenson, F. R., 1998, “Eclipse observations made by Regiomontanus and Walther”, Journal for the History of Astronomy, 29: 331–344

Súrya Siddhánta, ed. & tr. P. B. Deva Sastri and L. Wilkinson, Amsterdam: Philo Press, 1861 (Reprinted in 1974).

Suter, Heinrich, 1902, Die Mathematiker und Astronomen der Araber und Ihre Werke, Amsterdam.

Toomer, G. J. (ed.), 1998, Ptolemy’s Almagest, Princeton: Princeton University Press.