فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی کاربردی/ سال اول/ شماره اول/ صفحات ۱۴۵-۱۲۵

بررسی رفتار آشوبی رشد اقتصادی در ایران و بازسازی فضای فاز

محمدنبی شهیکی تاش*
استادیار اقتصاد دانشگاه سیستان و بلوچستان، mohammad_tash@yahoo.com
خدیجه دینارزهی
کارشناس ارشد اقتصاد دانشگاه سیستان و بلوچستان،
khadijeh.dinarzehi@gmail.com

تاریخ دریافت: ۹۱/۱۱/۰۷ تاریخ پذیرش ۹۲/۱/۲۶

چکیده

سیستم‌های غیرخطی پویا، رفتارهای متفاوتی از خود نشان می‌دهند به طوری که در تفسیر بسیاری از پدیده‌های اقتصادی به ظاهر تصادفی، می‌توان این دسته از سیستم‌ها را به کار گرفت. نظریه آشوب یک رویکرد جدید برای بررسی روند تغییرات سیستم‌های غیرخطی پویا در بازارهای پولی و مالی ارائه می‌کند. این مقاله با استفاده از نظریه آشوب، آزمون BDS و بوت استرپ، ماکزیمم نمای لیاپانوف، نمای هرست و بازسازی فضای فاز و با بکارگیری داده‌های فصلی طی سال‌های ۱۳۳۸ تا ۱۳۸۹ به بررسی وضعیت رفتار رشد اقتصادی در ایران پرداخته است. هدف از انجام این پژوهش پاسخ به این سوال است که آیا رشد اقتصادی در ایران دارای یک توزیع یکنواخت مستقل است یا از یک فرایند غیرخطی (تصادفی یا آشوبی) تبعیت می‌کند. نتایج حاصل از آزمون BDS و نمای هرست نشان می‌دهند که رشد اقتصادی دارای فرایندی غیرخطی است. همچنین نتایج حاصل از دو آزمون آشوبی شامل ماکزیمم نمای لیاپانوف و بازسازی فضای فاز، وجود آشوب در GDP را تایید نموده‌اند.

واژه‌های کلیدی: نظریه آشوب، آزمون BDS، بوت استرپ، نمای هرست، ماکزیمم نمای لیاپانوف، فضای فاز، رشد اقتصادی.

طبقه بندی JEL: O40, E32

---

* نویسنده مسئول

۱-مقدمه

تاکنون این دیدگاه وجود داشته است که سری‌های زمانی اقتصادی به خصوص سری‌های اقتصاد کلان و سری‌های بازارهای پولی و مالی از یک فرایند تصادفی پیروی می‌کنند و در نتیجه تغییرات آن‌ها قابل پیش‌بینی نیست. پیشرفت چشمگیر در ابزارهای محاسباتی در دهه‌های اخیر، امکان به‌کارگیری نظریه‌های مبتنی بر وجود الگوهای غیرخطی معین یا آشوبی به ظاهر تصادفی را فراهم آورده است.

هدف نظریه آشوب[1] بررسی امکان وجود نظم نهفته در سیستم‌های بسیار پیچیده‌ای است که در صورت موفقیت اجازه می‌دهند تا روند آتی حرکت آن‌ها بر خلاف باورهای قبلی پیش‌بینی شود. در نظریه آشوب، بیان می‌شود که سیستم‌های پیچیده صرفاً ظاهری پر آشوب دارند و در نتیجه نامنظم و تصادفی به نظر می‌رسند، در حالی که در واقعیت تابع یک جریان معین با یک فرمول ریاضی مشخص هستند. از همین رو موضوع آشوب در ریاضیات معمولاً تحت عنوان آشوب معین مطرح می‌شود که بر پایه نظریه رشد غیرخطی با بازخورد شکل گرفته است.

در حقیقت، نظریه آشوب امکان مطالعه دقیق‌تر ویژگی‌های رفتاری بسیار پیچیده متغیرهای اقتصادی را که با ابزارهای متداول میسر نیست، فراهم می‌کند. با وجود توسعه روش‌های گوناگون در ادبیات اقتصاد سنجی و روش‌های محاسباتی به منظور کشف فرایند آشوبی، هنوز نمی‌توان ادعا کرد که این روش‌ها به خوبی قادر به تمایز یک فرایند خطی دارای اختلالات تصادفی از یک فرایند غیر خطی معین (آشوب) باشند. اما با وجود چنین کاستی در پژوهش‌های تجربی، می‌توان به طور کلی چنین نتیجه گرفت که با توجه به احتمال وجود فرایند آشوبی در سری‌های اقتصادی، اعمال روش‌های استاندارد و متداول در اقتصادسنجی یعنی به‌کارگیری مدل‌های خطی در برآورد و پیش‌بینی این سری‌ها ناکافی بوده و در برخی موارد می‌تواند نتایج گمراه‌کننده‌ای به دنبال داشته باشد. از لحاظ سیاست‌های تثبیت اقتصادی نیز، می‌توان نتیجه گرفت که در اعمال چنین سیاست‌هایی باید دقت بیشتری صورت گیرد. زیرا، اگر فرایند آشوبی در برخی سری‌های اقتصاد کلان وجود داشته باشد، اعمال برخی سیاست‌های نامناسب و نابهنگام ممکن است منجر به ایجاد

[1] Chaos theory

اغتشاش و بی‌نظمی در روند متغیرها شده و شرایط پیچیده حاکم بر آن‌ها را به مراتب پیچیده‌تر و در نتیجه غیر قابل کنترل کند.

کاربرد مدل آشوب، در مدل‌های اقتصاد کلان از سه جنبه دارای اهمیت می‌باشد. اول اینکه برای توجیه ادوار تجاری، در صورت وجود فرایندهای آشوبی در متغیرهای اقتصاد کلان، دیگر لزومی به فرض وجود شوک‌های برون‌زا نخواهد بود. صرف نظر از وجود یا عدم وجود شوک‌های برون زا، صرف وجود روابط غیر خطی معین در مدل نیز می‌تواند منجر به ایجاد نوسانات تولید شود. دوم اینکه سیاست‌های پولی انقباضی در جهت کنترل سطح قیمت‌ها (که از دیدگاه کلاسیک به علت بی‌اثر بودنشان بر سطح تولید سیاست‌هایی مطلوب تلقی می‌شوند)، در صورت وجود فرایندهای آشوبی در مدل می‌توانند نابسامانی‌های جدی در وضعیت اقتصاد ایجاد کنند. سوم اینکه مسئله اشتغال کامل و رسیدن به آن، چه به صورت مجانبی و یا در حالت دوران حدی، می‌تواند به استراتژی هدف‌گذاری کوتاه مدت برای اعمال سیاست‌های پولی بستگی پیدا کند. این نکته از لحاظ تفاوت بین دو دیدگاه کلاسیک‌ها و کینزین‌ها در اقتصاد کلان بسیار اهمیت دارد، زیرا تاکنون خواص اصلی و بلندمدت مدل‌ها به کلاسیک‌ها و مسائل مربوط به نوسانات کوتاه مدت به کینزین‌ها نسبت داده می‌شد. ارایه راهکارهای سیاستی نیز با توجه به همین روش سنتی و متداول صورت می‌گرفت، به این ترتیب که سیاست‌های مالی و پولی تنها در کوتاه مدت و با فرض‌ها و شرایط خاص توصیه می‌شدند. در نتیجه، بحث‌های مربوط به اثرگذاری سیاست‌های تثبیت بر سطح تولید نه تنها محدود به کوتاه مدت نمی‌شوند، بلکه به صورت جزء جدا نشدنی از خواص اصلی مدل‌های اقتصاد کلان به شمار می‌آیند.

پژوهش‌های تجربی که تاکنون با استفاده از روش‌های آزمون یاد شده برای تعیین وجود آشوب در سری‌های اقتصادی انجام شده است، نتایج سازگار و هماهنگی نداشته است. به عنوان مثال فرانک و گنسی[1] (۱۹۸۸) وجود فرایند غیرخطی آشوبی در تولید ناخالص ملی ژاپن و همچنین گسن و ایرکال[2] (۱۹۹۶) وجود آشوب در بازار نرخ ارز اسپانیا را اثبات نموده‌اند. اما مطالعاتی چون براک و سایر[3] (۱۹۸۸) وجود آشوب در تولید ناخالص ملی آمریکا و همچنین مشیری و دیگران (۲۰۰۰) در مصرف کل آمریکا و کانادا را رد نموده

[1] Frank & Gencay
[2] Gecen & Erkal
[3] Brock & sayer

است. این نتایج متفاوت در آزمون‌ها را تا حدودی می‌توان به استفاده از روش‌های متفاوت با فرضیه‌های صفر متفاوت مربوط دانست.

اکنون در این تحقیق به دنبال پاسخ به این سوال هستیم که رشد اقتصادی به عنوان یکی از مهم‌ترین متغیرهای کلان اقتصادی در ایران از یک روند تصادفی و خطی تبعیت می‌کند یا روندی غیرخطی و آشوبناک دارد. همچنین چگونه می‌توان پویایی‌های متغیرهای غیرخطی را مدل‌سازی نمود. برای نیل به این هدف در ادامه ابتدا به مبانی نظری مقاله اشاره می‌شود و پس از آن به بررسی رفتار رشد اقتصادی در ایران بر اساس معیار BDS، نمای لیاپانوف و نمای هرست پرداخته می‌شود.

۲-مبانی نظری

در این مقاله از دو روش بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف[۱] (LLE) و بازسازی فضای فاز[۲] برای اثبات یا عدم اثبات آشوب در سری زمانی GDP و از تحلیل آزمون R/S یا نمای هرست[۳] (HE) و آزمون BDS برای تشخیص تصادفی و غیرتصادفی بودن سری زمانی GDP استفاده شده است. در ادامه اشاره‌ای به مبانی نظری هر یک از روش‌های مذکور خواهیم داشت.

۲-۱- آزمون BDS

آزمون BDS یک گام ابتدایی است برای تعیین اینکه آیا فرایند سری زمانی دارای مشاهدات با توزیع یکنواخت مستقل می‌باشد یا خیر. براک، دچرت و شینکمن[۴] (۱۹۸۷) آزمونی از فرض توزیع مستقل یکسان[۵] (i.i.d) مبتنی بر انتگرال همبستگی[۶] گراسبرگر و و پروکاچیا (۱۹۸۳) ارائه کردند. فرضیه صفر این آزمون، مبتنی بر i.i.d بودن سری زمانی است و فرضیه مقابل آن، به این ترتیب است که سری زمانی همبسته خطی یا غیر خطی باشد. در این رویکرد، برای یک سری زمانی مانند x که $\{x_t, t=1,...,T\}$ ابتدا m مقدار پیشین در نظر گرفته می‌شود، یعنی:

---

[1] Largest lyapunov exponent
[2] Reconstruction phase space
[3] Hurst exponent
[4] Brock, Dechert and Scheinkman
[5] Independent and identical distribution
[6] Correlation Integral

یک-پیشینه	$\{x_t^1 = x_t\}$
دو-پیشینه	$\{x_t^2 = (x_t, x_{t-1})\}$
سه-پیشینه	$\{x_t^3 = (x_t, x_{t-1}, x_{t-2})\}$
⋮	⋮
m-پیشینه[۱]	$\{x_t^m = (x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \ldots, x_{t-m+1})\}$

به ازای هر جفت نقطه، احتمال آنکه فاصله بین این دو نقطه کمتر یا مساوی ε باشد عددی ثابت است که با $C_1(\varepsilon)$ نمایش می‌دهیم. به همین ترتیب احتمال اینکه نقاط موجود در فضای m بعدی در فاصله کمتر یا مساوی ε از هم قرار بگیرند به عنوان $C_m(\varepsilon)$ تعریف می‌شود. که m همان بعد محاط یا تعداد نقاط پیاپی در مجموعه مورد نظر است.

$$\begin{aligned}
P_1 &= P(\|x_t - x_s\| < \varepsilon) \to C_1(\varepsilon) \\
P_2 &= P(\|x_{t-1} - x_{s-1}\| < \varepsilon,\ \|x_t - x_s\| < \varepsilon) \to C_2(\varepsilon) \\
&\vdots \\
P_m &= P(\|x_{t-m+1} - x_{s-m+1}\| < \varepsilon, \ldots,\ \|x_t - x_s\| < \varepsilon) \to C_m(\varepsilon)
\end{aligned} \qquad (۱)$$

به طوری که، x_t^m و x_s^m سری‌های زمانی با m مقدار پیشین هستند. زمانی که مشاهدات $\{x_t\}$ دارای توزیع یکنواخت مستقل باشند، داریم: $p_m = p_1^m$ یعنی با شرط استقلال مشاهدات می‌توان نوشت:

$$C_m(\varepsilon) = C_1^m(\varepsilon) \qquad (۲)$$

$C_m(\varepsilon)$ همبستگی جمعی[۲] (انتگرال همبستگی) یا تعداد نقاط موجود در فضای m بعدی است که فاصله‌ای کمتر از مقدار کوچک و معین ε از یکدیگر دارند. اگر سری زمانی از یک فرایند تصادفی نتیجه شده باشد، با افزایش بعد محاط[۳]، نقاط موجود در فضای حالت[۴] m بعدی، در تمام جهات پراکنده خواهند شد ولی اگر سری از یک فرایند معین نتیجه شده باشد، نقاط به سمت زیر مجموعه‌ای از فضای جاذب[۵] جذب می‌شوند. در این وضعیت، با

[1] m-history
[2] Correlation Sum
[3] Embedding dimension
[4] State space
[5] Attractor space

افزایش بعد محاط، بعد جاذب در فضای حالت از محدوده‌ای فراتر نخواهد رفت و عددی کوچک‌تر از m خواهد بود. بعد همبستگی[1] طبق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$D^m = \lim_{\varepsilon \to \infty} \frac{\log C_m}{\log \varepsilon}$$

در یک سیستم آشوبناک به ازای مقدار مشخص ε، با افزایش m، از تعداد نقاطی که در فضای حالت فاصله‌ای کمتر از ε دارند کاسته شده، در نتیجه، $C_m(\varepsilon)$ کاهش یافته و به دنبال آن مقدار بعد همبستگی به یک حد اشباع[2] همگرا می‌شود، در حالی که در یک سیستم تصادفی، با افزایش m، D^m نیز افزایش می‌یابد.

به هنگام استفاده از داده‌های نمونه، $C_1(\varepsilon)$ و $C_m(\varepsilon)$ مستقیماً قابل مشاهده نبوده و تنها می‌توان آن‌ها را با اطلاعات نمونه تخمین زد؛ بنابراین وجود خطا در برقراری رابطه فوق قابل انتظار است. هر چه خطا بیشتر باشد خطا با احتمال کمتری توسط تغییرات نمونه تصادفی تولید می‌شود. آزمون BDS یک مبنای رسمی برای قضاوت در مورد اندازه این خطا ارائه می‌کند. برای تخمین احتمال یک بعد مشخص، تمام مجموعه‌های ممکن قابل استخراج از نمونه را بررسی کرده، تعداد مجموعه‌هایی که شرط ϵ را برآورده می‌کنند شمرده می‌شوند. نسبت تعداد مجموعه‌هایی که شرط را برآورده می‌کنند به تعداد کل مجموعه‌ها، تخمین احتمال را به دست می‌دهد. اگر یک نمونه با n مشاهده از سری x_t داشته باشیم می‌توان نوشت:

$$C(\varepsilon, m) = \frac{1}{T_m(T_m - 1)} \sum_{i,j=1}^{T_m} H\left(\left\| x_i^m - x_j^m \right\|\right) \tag{۳}$$

که این معادله همان انتگرال همبستگی با بعد m است که همبستگی فضایی بین T نقطه پراکنده در فضای m بعدی را اندازه‌گیری می‌کند و از بین آن‌ها بخشی از نقاط دو تایی m بعدی یعنی $\left(x_t^m, x_s^m\right)$ که فاصله‌شان کمتر یا مساوی ε است را انتخاب می‌کند. $T_m = T - m + 1$ تعداد m مقدار پیشین دنباله $X_t^m = \left(X_t, X_{t-1}, \ldots X_{t-m+1}\right)$ است که از نمونه با طول زیر ساخته شده است:

---

[1] گراسبرگر و پروکاچیا (1983) الگوریتم بعد همبستگی را برای جستجوی رفتار آشوبناک در سری زمانی پیشنهاد کرده‌اند که این الگوریتم، بعد سیستم مولد داده‌ها را تخمین می‌زند.

[2] Saturation Limit

$$T;H(\|X-Y\|)=\prod_{s=1}^{m}H(|X_s-Y_s|) \tag{۴}$$

به طوری که m بعد محاط و H نیز تابع هوی‌ساید[1] است:

$$H(\|X_i-Y_j\|)=\begin{cases}1 & \text{if }: \|X_i-X_j\|<\varepsilon\\ 0 & \text{if }: \|X_i-X_j\|\geq\varepsilon\end{cases} \tag{۵}$$

از این تخمین نمونه‌ای برای ساختن آماره آزمون استقلال استفاده می‌شود.

$$b_{m,T}(\varepsilon)=C_{m,T}(\varepsilon)-C_{1,T}^{m}(\varepsilon) \tag{۶}$$

عبارت دوم $m-1$ مشاهده آخر از نمونه را حذف می‌کند به طوری که تعداد عبارت‌های دو آماره $C_{m,T}$ و $b_{m,T}$ یکی می‌شود. در واقع براک و همکاران ( )۱۹۹۶ نشان دادندکه:

$$\sqrt{T-m+1}\left(\frac{b_{(m,T)}(\varepsilon)}{\sigma_{(m,T)}(\varepsilon)}\right)\to N(0,\sigma_m^2)\qquad \text{with}\ \ T_m\to\infty \tag{۷}$$

یعنی $b_{m,T}$ به توزیع نرمال استاندارد با میانگین صفر و واریانس σ_m^2 همگرا می‌شود.

$$\sigma_{m,T}(\varepsilon)=4\left(k^m+2\sum_{j=1}^{m-1}k^{m-j}C_1^{2j}+(m-1)^2C_1^{2m}-m^2kC_1^{2m-2}\right) \tag{۸}$$

که C_1 می‌تواند با استفاده از $C_{1,m}$ تخمین زده شود. k احتمال اینکه هر سه تایی از مشاهدات در فاصله‌ای کمتر از ε یا مساوی از آن قرار گیرند. به این ترتیب آماره BDS به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$W(\varepsilon,m)=\frac{T_m^{\frac{1}{2}}\left[C(\varepsilon,m)-(C(\varepsilon,1))^m\right]}{\sigma_m(\varepsilon)} \tag{۹}$$

تحت فرض صفر، x_t دارای توزیع مستقل یکنواخت نرمال با میانگین صفر و واریانس یک می‌باشد. توجه داشته باشید که $W(\varepsilon,m)$ تابعی از دو پارامتر مجهول بعد محاط m و شعاع ϵ می‌باشد. با در نظر گرفتن ویژگی‌های یک نمونه کوچک برای آماره BDS، رابطه مهمی بین انتخاب m و ε وجود دارد. برای یک m معلوم، ϵ نمی‌تواند خیلی کوچک باشد زیرا در غیر این صورت تعداد جفت نقاط کافی x_i و x_j وجود نخواهند داشت که فاصله بیشینه بین آن‌ها کمتر یا مساوی با ε باشد (شرط لازم برای محاسبه انتگرال همبستگی).

[1] Heaviside

این مقادیر کوچک ε به دلیل مسئله نویز (آشوب نویزی)، منجر به شیبی نزدیک به m می‌شوند (براک و همکاران، ۱۹۸۷). از سوی دیگر ε نباید خیلی بزرگ باشد زیرا انتگرال همبستگی مشاهدات زیادی را در بر می‌گیرد.

بارنت و چوی[1] (۱۹۸۹) انتخاب مقدار کوچک برای ε (که نزدیک صفر نباید باشد) پیشنهاد کرده‌اند. روش آن‌ها با استفاده از یک حد پایین، از داده‌ها در برابر نویز محافظت می‌کند. هسیه[2] (۱۹۸۹) ε را در قالب چندین انحراف معیار سری زمانی تعریف کرده است. این مقادیر ε به ترتیب عبارتند از: ۰/۵۰، ۰/۷۵، ۱/۰۰، ۱/۲۵، ۱/۵۰.

براک، هسیه و لبارون[3] (۱۹۹۲) از مقادیر ۰/۲۵، ۰/۵۰، ۱/۰۰، ۱/۵۰ و ۲/۰۰ برای ε استفاده کرده‌اند. لی و همکاران[4] (۱۹۹۳) نشان داده‌اند که انتخاب ε تا آن اندازه حیاتی است که انتخاب محدوده‌های مقادیر مختلف برای ε می‌تواند منجر به نتایج متفاوت گردد. برای محاسبه آماره آزمون BDS چهار رویکرد برای انتخاب ε وجود دارد:

۱. ε به گونه‌ای محاسبه می‌شود که تضمین کند تا تعداد معینی از کل تعداد جفت‌های نقاط نمونه در شرط ε قرار گیرند

$$\left|x_i - x_j\right| \le \varepsilon$$

۲. ε به عنوان یک مقدار ثابت در سری زمانی داده‌ها در نظر گرفته می‌شود.

۳. ε به عنوان چندین انحراف معیار[5] از سری زمانی محاسبه می‌شود.

۴. ε به عنوان کسری از محدوده سری زمانی محاسبه می‌شود (تفاوت بین ماکزیمم و مینیمم مقدار سری).

پیش‌فرض برای تعیین ε روش اول یا همان کسری از جفت‌ها است. زیرا این روش نسبت به توزیع‌های مختلف سری زمانی خیلی پایدار است. مقدار اولیه تعیین شده برای ε زمانی که ابعاد آزمون کوچک است برابر با ۰/۷ می‌باشد. اما برای آزمون ابعاد بزرگ‌تر باید مقدار ε افزایش یابد تا قدرت آزمون زیاد شود. می‌توان آماره آزمون BDS را برای همه ابعاد (از ۲ تا مقدار تعیین شده) با استفاده از مقدار یکسانی از ε محاسبه نمود. اما باید توجه کرد که استفاده از ε یکسان به دلیل افزایش کارایی محاسباتی است. اما بهتر آن است که ε برای

---

1 Barnett & Choi
2 Hsieh
3 Brock, Hsieh and Lebaron
4 Liu et al
5 Std error

هر بعد همبستگی برای افزایش قدرت آزمون تغییر کند. که این خود البته موجب افزایش زمان محاسبات می‌گردد. قابل ذکر است که اگر حجم نمونه کم باشد، می‌توان با استفاده از بوت استرپ[1] به باز نمونه‌گیری[2] اقدام نمود. از این رو در ادامه به اجمال به چگونگی باز نمونه‌گیری در این مقاله اشاره می‌شود.

روش‌های باز نمونه‌گیری روش‌هایی هستند که با حداقل هزینه، خطای نمونه‌گیری را نسبت به روش‌های مرسوم کاهش می‌دهند. در باز نمونه‌گیری سه روش سنتی و یک روش مدرن وجود دارد. روش‌های سنتی عبارتند از: روش اعتبار تقاطعی[3]، روش جک نایف[4] و روش دلتا[5]. روش مدرن باز نمونه‌گیری، بوت استرپ نام دارد. بوت استرپ را می‌توان در دو حالت استفاده کرد.

بوت استرپ روشی ساده اما در عین حال قوی برگرفته از روش نمونه‌گیری مونت‌کارلو[6] است که برای تعیین دقت آماری یا برآورد کردن توزیع از روی آماره‌های نمونه به کار گرفته می‌شود. در این روش ابتدا از داده‌ها باز نمونه‌گیری همراه با جایگذاری انجام می‌شود. اندازه باز نمونه، باید برابر اندازه مجموعه داده اصلی باشد. سپس آماره مورد نظر با استفاده از باز نمونه به دست آمده از مرحله اول محاسبه می‌شود و این کار چندین بار تکرار می‌شود تا جواب دقیق‌تری به دست آید. به عبارت دیگر بوت استرپ نمونه‌گیری است درون یک نمونه. از این رو بوت استرپ با تکیه بر نمونه شخصی انجام می‌شود که اغلب، آن نمونه شخصی تنها منبعی است که یک محقق برای تحقیق دارد و این بر اهمیت روش بوت استرپ می‌افزاید. اصل برابری بوت استرپ این را بیان می‌کند که برآورد نمونه گرفته شده با روش بوت استرپ با برآورد نمونه اصلی برابر است.

فرض کنید $Z=\{Z_1,Z_2,Z_3,...,Z_n\}$ مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی و مستقل و هم توزیع با تابع توزیع نمونه گیری تجمعی F_θ و کمیت تصادفی مورد نظر $T=t(Z,F_\theta)$ باشد. روش بوت استرپ بر اساس ایده باز نمونه‌گیری از داده‌ها برای تعیین مشخصات توزیع نمونه‌ای T بدون فرض معلوم بودن F_θ است. افرون[7](۱۹۹۵) الگوریتمی برای برآورد

---

[1] Bootstrap
[2] Resampling
[3] Cross-validation
[4] Jackknife
[5] Delta-method
[6] Montecarlo
[7] Efron

مشخصات توزیع نمونه‌ای T به عنوان برآوردگر پارامتر مورد نظر θ و بر اساس مشاهدات مستقل به صورت زیر پیشنهاد نمود:

الف) تعیین تابع توزیع تجربی طبق معادله ۱۰.

$$F_n(z) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I(Z_i < z) \qquad (۱۰)$$

ب) یافتن $Z^* = \{Z_1^*, Z_2^*, Z_3^*, ..., Z_n^*\}$ به عنوان نمونه بوت استرپ از F_n به روش نمونه گیری تصادفی ساده با جایگذاری از z.

ج) محاسبه آماره بوت‌استرپ $T^* = t(Z^*, F_\theta)$.

د) اریب، واریانس و توزیع T بوت استرپ به صورت زیر برآورد می‌شوند:

$$G^*(t) = P(T^* \le t)$$
$$Var(T^*) = E\{T^* - E(T^*)\}^2 \qquad (۱۱)$$
$$Bias(T^*) = E(T^*) - T$$

که E^*، Var^* و P^* به ترتیب امید ریاضی، واریانس و احتمال شرطی بوت‌استرپ به شرط z است. که اگر این سه مورد (E^*، Var^* و P^*) جواب های صریحی نداشته باشند، با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو و تکرار B بار مراحل" ب" و"ج" و محاسبه $\{T_1^*, ...T_B^*\}$، E^*، Var^* و P^* به ترتیب به صورت زیر برآورد می‌شوند:

$$\hat{G}^*(t) = \frac{1}{B}\sum_{i=1}^{B} I(T^* \le t)$$
$$Var(T^*) = \frac{1}{B-1}\sum_{i=1}^{B}\left(T^* - E(T^*)\right)^2 \qquad (۱۲)$$
$$Bias(\hat{T}^*) = \hat{E}(T^*) - T$$

که در آن $\hat{E}(T^*) = \frac{1}{B}\sum_{i=1}^{B} T_i^*$ است.

۲-۲-آزمون هرست

نمای هرست ابزاری مناسب جهت تشخیص یک سری زمانی غیر تصادفی از یک سری تصادفی، بدون در نظر گرفتن نوع توزیع آن است. روش مطالعه و آزمون هرست به تدریج به

سایر پدیده‌ها نیز که در ظاهر تصادفی به نظر می‌رسند ولی ممکن است از یک الگوی منظمی برخوردار باشند، تعمیم داده شده است. روش انجام آزمون به شرح زیر است:[1]

یک سری زمانی مانند $\{x_t\}$ را در نظر بگیرید. ابتدا مقیاس داده‌ها به صورت زیر تغییر یافته و یا به عبارتی نرمال می‌شوند.

$$Z_r = (x_r - x_m), \quad r = 1,\dots, n \qquad (۱۳)$$

که در آن x_m میانگین سری است. در مرحله بعد، سری زمانی جدیدی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Y_r = (Z_1 + Z_r) \quad r = 2,\dots,n \qquad (۱۴)$$

از آنجا که میانگین Z صفراست، آخرین مقدار Y، یعنی Y_n، همیشه صفر خواهد بود. دامنه تعدیل شده برابر خواهد بود با :

$$R_n = \max(Y_1,\dots, Y_n) - \min(Y_1,\dots, Y_n) \qquad (۱۵)$$

بدیهی است که چون میانگین Y صفر است، حداکثر آن همیشه بزرگ‌تر یا مساوی صفر و حداقل آن همیشه کوچک‌تر یا مساوی صفر خواهد بود. بنابراین، دامنه تعدیل شده (R_n) همیشه غیر منفی خواهد بود. هرست با استفاده از قاعده نصف در آمار[2] رابطه زیر را تعریف کرد.

$$\left(\frac{R}{S}\right)_n = a.n^H \qquad (۱۶)$$

که در آن، R همان دامنه تجدید مقیاس شده، S انحراف معیار سری زمانی، a عدد ثابت، n تعداد مشاهدات و H نمای هرست هستند. فرمول بالا را می‌توان به طور تقریبی به صورت زیر نوشت:

$$\log\left(\frac{R}{S}\right)_n = \log a + H\log(n) \qquad (۱۷)$$

در عمل، می‌توان با انجام یک رگرسیون ضریب نمای هرست (H) را برآورد کرد. طبق نتایج هرست، اگر، مقدار نمای هرست برابر با ۰/۵ شد دلالت بر یک فرآیند مستقل دارد. اگر، نمای هرست بین ۰/۵ و ۱ قرار گرفت، دلالت بر یک سری زمانی دوام‌دار با حافظه بسیار

---

[1] کتاب Edgar Peters منبع مناسبی برای این آزمون و کاربردهای آن در بازارهای مالی است.

[2] این قاعده بر پایه قاعده انیشتن تعریف شده است. طبق این قاعده، فاصله‌ای که یک عنصر تصادفی می‌پیماید تابعی از ریشه دوم زمانی که برای اندازه‌گیری آن صرف شده است. یعنی $R=T^{.5}$ ، که در آن R فاصله پیموده شده و T شاخص زمان است.

طولانی دارد. در نهایت اگر، نمای هرست برابر با یک مقدار مثبت ولی کمتر از ۰/۵ شد، دلالت بر بی‌دوام بودن فرایند دارد. مطالعات نشان داده‌اند که بسیاری از سری‌های موجود در طبیعت و برخی سری‌های اقتصادی به ویژه در بازار سرمایه تصادفی نبوده دارای حافظه و دوام نسبتاً بلند مدت هستند.

۲-۳- ماکزیمم نمای لیاپانوف

آزمون نمای لیاپونوف بر اساس این ویژگی سری‌های آشوبی است که نقاط مجاور در این سری‌ها به مرور زمان از هم جدا شده و نسبت به هم واگرا می‌شوند. نمای لیاپونوف این واگرایی را به وسیله یک تابع نمایی اندازه‌گیری می‌کند. محاسبه نمای لیاپونوف از طریق اندازه‌گیری مقدار کشیدگی یا خمیدگی که در حرکت سیستم رخ می‌دهد، انجام می‌شود. در واقع، در این روش، سرعت متوسطی که مسیرهای انتقالی دو نقطه‌ای که در ابتدا به هم نزدیک بوده‌اند به طور نمایی از یکدیگر منحرف می‌شوند، محاسبه می‌شود. اگر بزرگ‌ترین نمای محاسبه شده لیاپونوف مقدار مثبتی داشته باشد، سیستم دارای رفتار آشوبی است و بالعکس. می‌توان نشان داد که نمای لیاپونوف به صورت زیر نیز قابل ارایه است:

$$\lambda(x_0) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \log\left|\frac{df^n(x_0)}{dx_0}\right|$$

λ به نمای لیاپونوف معروف است. که در آن، عبارت داخل |.| مشتق تابع f [1] است. برای سری‌های آشوبناک مقدار توان لیاپونوف مثبت و در غیر این صورت منفی است.

۳- بررسی رفتار رشد اقتصادی در ایران

---

[1] اگر بین X_nوX_{n+1} رابطه تبعی زیر وجود داشته باشد:

$$X_{n+1} = f(X_n)$$

می‌توان فاصله بین $f^n(X_0)$و$f^n(X_0 + \varepsilon)$ را با تابع نمایی $\varepsilon e^{n\lambda(X_0)}$ نشان داد. به عبارت دیگر:

$$\varepsilon e^{n\lambda(x_0)} = |f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)|$$

که در آن $e^{n\lambda(x_0)}$ در واقع، میانگین اختلاف بین نقاط مجاور در هر تکرار را نشان میدهد. λ به نمای لیاپونوف معروف است. حد رابطه بالا به صورت زیر است:

$$\lambda(x_0) = \lim_{\varepsilon\to 0}\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \log\left|\frac{f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)}{\varepsilon}\right|$$

و یا

$$\lambda(x_0) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \log\left|\frac{df^n(x_0)}{dx_0}\right|$$

نتایج آزمون BDS برای داده‌های خام سری زمانی رشد GDP برای بعد محاط ۲ تا ۶ در جدول یک نشان داده شده است. آماره Z (آزمون BDS تقسیم بر انحراف معیار) ارائه شده در این جدول برای سنجش فرضیه صفر آزمون به کار می‌رود. مقادیر بزرگ این آماره و یا کوچک بودن مقدار احتمال آزمون (مقدار صفر) فرضیه صفر مبنی بر توزیع یکنواخت مستقل (تصادفی بودن) را رد می‌کند و فرضیه مقابل آن یعنی داده‌ها وابستگی عمومی (غیر خطی تصادفی و غیر خطی آشوبی) را می‌پذیرد. البته نتیجه این آزمون که در جداول ۱، ۲ و ۳ ذکر شده، تنها موید این مسئله است که رشد اقتصادی ایران دارای فرایند غیر خطی است؛ و آشوبناکی آن هنوز تائید نشده است.

جدول (۱): نتایج آزمون BDS با انتخاب گزینه اول برای ε (Fraction of Pairs)

بعد محاط	آماره BDS	انحراف معیار	آماره z	Normal Prob.	Bootstrap Prob.
۲	۰.۱۵۵۵۹	۰.۰۱۰۲۳۱	۱۵.۲۰۷۰۴	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۳	۰.۲۴۹۹۴	۰.۰۱۶۴۹۱	۱۵.۱۵۶۵۷	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۴	۰.۳۰۴۱۹	۰.۰۱۹۹۱۶	۱۵.۲۷۳۴۹	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۵	۰.۳۲۵۵۹	۰.۰۲۱۰۵۵	۱۵.۴۶۳۶۲	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۶	۰.۳۳۲۴۰	۰.۰۲۰۵۹۹	۱۶.۱۳۶۷۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
Raw epsilon		۱۹۴۸۳۶.۲			
Pairs within epsilon		۱۹۱۶.۰۰۰	V-Statistic	۰.۷۰۸۵۸۰	
Triples within epsilon		۷۵۷۳۴.۰۰	V-Statistic	۰.۵۳۸۶۱۸	
بعد محاط	C(m,n)	C(m,n)	C(1,n-(m-1))	C(1,n-(m-1))	C(1,n-(m-1))^k
۲	۸۶۸.۰۰۰۰	۰.۶۸۰۷۸۴	۹۲۴.۰۰۰۰	۰.۷۲۴۷۰۶	۰.۵۲۵۱۹۹
۳	۸۱۵.۰۰۰۰	۰.۶۶۵۳۰۶	۹۱۴.۰۰۰۰	۰.۷۴۶۱۲۲	۰.۴۱۵۳۶۵
۴	۷۷۲.۰۰۰۰	۰.۶۵۶۴۶۳	۹۰۶.۰۰۰۰	۰.۷۷۰۴۰۸	۰.۳۵۲۲۷۶
۵	۷۳۲.۰۰۰۰	۰.۶۴۸۹۳۶	۹۰۰.۰۰۰۰	۰.۷۹۷۸۷۲	۰.۳۲۳۳۴۶
۶	۶۹۶.۰۰۰۰	۰.۶۴۳۸۴۸	۸۹۰.۰۰۰۰	۰.۸۲۳۳۱۲	۰.۳۱۱۴۴۸

منبع: یافته‌های تحقیق

جدول(۲): نتایج آزمون BDS با انتخاب گزینه انحراف معیار برای ε (۰/۷ مقدار انحراف معیار)

بعد محاط	آماره BDS	انحراف معیار	آماره z	Normal Prob.	Bootstrap Prob.
۲	۰.۱۸۰۳۳	۰.۰۰۵۹۲۹	۳۰.۴۱۵۹۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۳	۰.۲۲۹۱۳	۰.۰۰۵۳۳۰	۴۲.۹۸۶۳۶	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۴	۰.۲۳۰۱۷	۰.۰۰۳۵۹۵	۶۴.۰۳۳۰۵	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۵	۰.۲۱۵۷	۰.۰۰۲۱۲۳	۱۰۱.۶۲۸۶	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۶	۰.۱۹۴۰۲	۰.۰۰۱۱۶۱	۱۶۷.۱۵۱۷	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
Raw epsilon		۸۹۸۷۲.۴۲			
Pairs within epsilon		۱۰۶۲.۰۰۰	V-Statistic	۰.۳۹۲۷۵۱	
Triples within epsilon		۲۴۶۶۶.۰۰	V-Statistic	۰.۱۷۵۴۲۴	
بعد محاط	C(m,n)	C(m,n)	C(1,n-(m-1))	C(1,n-(m-1))	C(1,n-(m-1))^k
۲	۴۲۶.۰۰۰۰	۰.۳۳۴۱۱۸	۵۰۰.۰۰۰۰	۰.۳۹۲۱۵۷	۰.۱۵۳۷۸۷
۳	۳۶۲.۰۰۰۰	۰.۲۹۵۵۱۰	۴۹۶.۰۰۰۰	۰.۴۰۴۸۹۸	۰.۰۶۶۳۸۰
۴	۳۰۷.۰۰۰۰	۰.۲۶۱۰۵۴	۴۹۳.۰۰۰۰	۰.۴۱۹۲۱۸	۰.۰۳۰۸۸۶
۵	۲۶۱.۰۰۰۰	۰.۲۳۱۳۸۳	۴۹۱.۰۰۰۰	۰.۴۳۵۲۸۴	۰.۰۱۵۶۲۷
۶	۲۱۹.۰۰۰۰	۰.۲۰۲۵۹۰	۴۸۹.۰۰۰۰	۰.۴۵۲۳۵۹	۰.۰۰۸۵۶۸

منبع: یافته‌های تحقیق

جدول (۳): نتایج آزمون BDS با انتخاب گزینه کسر محدوده (گزینه آخر) برای ٤

بعد محاط	آماره BDS	انحراف معیار	آماره z	Normal Prob.	Bootstrap Prob.
۲	۰.۰۴۲۵۳	۰.۰۰۲۶۴۴	۱۶.۰۸۹۱۸	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۳	۰.۰۶۸۹۴	۰.۰۰۵۵۴۳	۱۲.۴۳۶۰۶	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۴	۰.۰۷۵۳۱	۰.۰۰۸۷۰۲	۸.۶۵۴۵۲۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۱۴
۵	۰.۰۵۷۷۸	۰.۰۱۱۹۵۲	۴.۸۳۴۱۵۱	۰.۰۰۰۰	۰.۰۴۱۸
۶	۰.۰۲۲۷۶	۰.۰۱۵۱۹۰	۱.۴۹۸۳۳۰	۰.۱۳۴۰	۰.۴۲۴۴
Raw epsilon	۳۳۳۳۴۴.۲				
Pairs within epsilon	۲۵۰۸.۰۰۰		V-Statistic	۰.۹۲۷۵۱۵	
Triples within epsilon	۱۲۲۲۹۰.۰		V-Statistic	۰.۸۶۹۷۲۳	
بعد محاط	C(m,n)	C(m,n)	C(1,n-(m-1))	C(1,n-(m-1))	C(1,n-(m-1))^k
۲	۱۱۷۸.۰۰۰	۰.۹۲۳۹	۱۱۹۷.۰۰۰	۰.۹۳۸۸۲۴	۰.۸۸۱۳۹۰
۳	۱۱۳۰.۰۰۰	۰.۹۲۲۴	۱۱۶۲.۰۰۰	۰.۹۴۸۵۷۱	۰.۸۵۳۵۱۳
۴	۱۰۸۴.۰۰۰	۰.۹۲۱۷	۱۱۲۸.۰۰۰	۰.۹۵۹۱۸۴	۰.۸۴۶۴۶۱
۵	۱۰۴۲.۰۰۰	۰.۹۲۳۷	۱۰۹۶.۰۰۰	۰.۹۷۱۶۳۱	۰.۸۶۵۹۷۹
۶	۱۰۰۲.۰۰۰	۰.۹۲۶۹	۱۰۶۳.۰۰۰	۰.۹۸۳۳۴۹	۰.۹۰۴۱۶۰

منبع: یافته‌های تحقیق

از آزمون نمای هرست هم برای اطمینان از غیر خطی بودن استفاده شده است. طبق الگوریتم بیان شده در نمای هرست برای GDP، نمای هرست دقیقاً ۹۸/. برآورد می‌شود که این مقدار (عددی بین ۵/. و ۱) بر عدم تصادفی بودن رشد اقتصادی دلالت داشته و موید آن است که سری زمانی مورد مطالعه، دوام‌دار با حافظه بسیار طولانی می‌باشد. همچنین تخمین بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف (LLE) در جدول ۴ آورده شده است. برای همه بعدهای ۲ تا ۱۱، LLE مثبت است که این شاهدی قوی بر آشوبناکی سری زمانی رشد اقتصادی است.

جدول (۴): بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف به ازای بعدها محاط مختلف

بعد محاط	بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف
۲	۴/۳۳
۳	۳/۹۵
۴	۳/۷۱
۵	۳/۴۲
۶	۳/۲۴
۷	۳/۰۸
۸	۲/۹۳
۹	۲/۷۴
۱۰	۲/۶۰
۱۱	۲/۴۹

منبع: یافته‌های تحقیق

۴- بازسازی فضای فاز

در راستای مطالعه خواص هندسی و دینامیکی یک سیستم معین می‌توان از توصیف فضای حالت استفاده کرد. اما در بسیاری از فرایندهای عملی به ندرت می‌توان تمام متغیرهای پویا سیستم را اندازه‌گیری کرد و تنها سری اسکالر از مشاهدات سیستم در دسترس است. رفتار دینامیکی حاکم بر این فرایندها از این سری‌های اسکالر به طور مستقیم قابل تشخیص نیست. بنابراین، یکی از اساسی‌ترین گام‌ها در تحلیل سری‌های زمانی حاصل از یک فرایند غیرخطی، بازسازی فضای حالت با ابعاد محدود با استفاده از این سری‌هاست، به طوری که با فضای حالت فرایند مولد داده‌ها معادل است.

مسئله بازسازی فضای حالت از سری زمانی را می‌توان به وسیله نظریه محاط حل نمود. در واقع، نقاط روی جاذب سیستم رابطه‌ای یک به یک با اندازه‌گیری‌های انجام شده از متغیرهای دینامیکی سیستم دارند. از طرفی، این نقاط حاوی اطلاعات کامل در مورد حالت فعلی سیستم هستند. بنابراین، وجود رابطه یک به یک بدین معناست که حالات فضای فاز به وسیله اندازه‌گیری‌های انجام شده، قابل شناسایی است. از این رو، بایستی به دنبال نگاشتی از جاذب سیستم به فضای بازسازی شده بود، به طوری که این نگاشت یک به یک بوده و اطلاعات سیستم را حفظ نماید و این در واقع تعریف مفهومی محاط است. بر اساس

تئوری تیکنز[1]، اگر سری زمانی از یک سیستم دینامیکی معین به دست آمده باشد، آن گاه یک اسکالر m با نام بعد محاط و یک اسکالر τ با نام زمان تأخیر (که تأخیر دلخواه است) و یک تابع f وجود دارند به نحوی که داریم:

$$y(t+1)=f\left[y(t), y(t-\tau), y(t-2\tau),..., y(t-(m-1)\tau\right] \qquad (۱۸)$$

اگر داده‌های موجود در سری زمانی، آشوبناک باشند، تابع f لزوماً غیر خطی است. ابتدا به معرفی دو پارامتر مطرح شده در تئوری تیکنز می‌پردازیم، در راستای بازسازی فضای حالت، بردارهای تأخیر جایگزین بردارهای حالت می‌شوند. همان‌طور که می‌دانیم بردارهای حالت در سیستم‌های دینامیکی که معادلات دیفرانسیلی حاکم بر آن‌ها مشخص می‌باشند تعریف می‌شوند. در این جا برای تشکیل بردارهای تأخیر دو نکته حائز اهمیت است. یکی تعداد مؤلفه‌های موجود در این بردارها که همان بُعد محاط می‌باشد و دیگری فاصله زمانی بین هر دو مؤلفه که همان زمان تأخیر می‌باشد؛ بنابراین بردارهای تأخیر که از سری زمانی با طول N ساخته می‌شوند، به شکل زیر می‌باشند:

$$y_i(t)=\left[y(t), y(t-\tau), y(t-2\tau),..., y(t-(m-1)\tau\right]^T \qquad (۱۹)$$

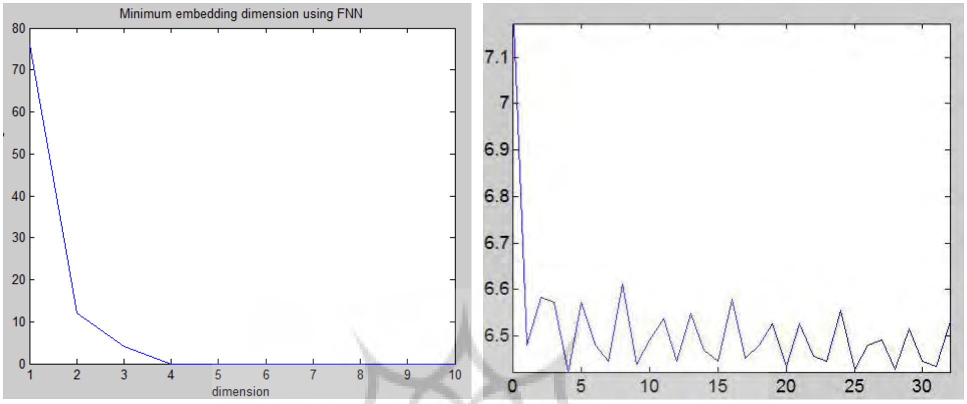
که m بعد محاط است و τ زمان تأخیر است. برای بازسازی فضای فاز تعیین این دو پارامتر مهم است. انتخاب مناسب τ و m تضمین می‌کند که بازسازی جاذب از دیدگاه توپولوژیکی هم‌ارز با جاذب اصلی و دینامیک مشاهده ناپذیر در فضای فاز است. پارامتر تأخیر با استفاده از اولین مینیمم تابع اطلاعات متقابل[2] تعیین می‌شود. تابع اطلاعات، همبستگی آماری میان دو متغیر تصادفی را که هر یک از آن‌ها دارای توزیع احتمال مشابه هستند را اندازه‌گیری می‌کند. پارامتر بعد محاط با استفاده چندین روش قابل انجام است. روش مورد استفاده در این مقاله استفاده از روش شمارش نزدیک‌ترین همسایه کاذب[3] (FNN) است. به طور شهودی این روش مبتنی است بر این که زمانی بعد محاط درست تعیین می‌شود که درصد همسایگان نزدیک کاذب (FNN) به صفر می‌رسد (یعنی جاذب به طور کامل باز می‌شود).

در این مقاله مینیمم بعد محاط با استفاده از تابع FNN در محیط متلب[4] به دست آمده است. همان‌طور که در شکل ۱-ب مشاهده می‌شود بعد محاط بهینه برابر ۴ است. البته با

---

[1] F. Takens
[2] Minimum of the mutual information function
[3] False nearest neighbor method
[4] Matlab

توجه به آن که مقدار خطا روش FNN برابر با ۱۰ در نظر گرفته شده است، بنابراین بعد محاط کمینه جایی در نظر گرفته می‌شود که تعداد همسایه‌های کاذب نزدیک مقدار تولرانس شوند. همان گونه که در شکل مشاهده می‌گردد، این مقدار برابر با ۲ می‌باشد.

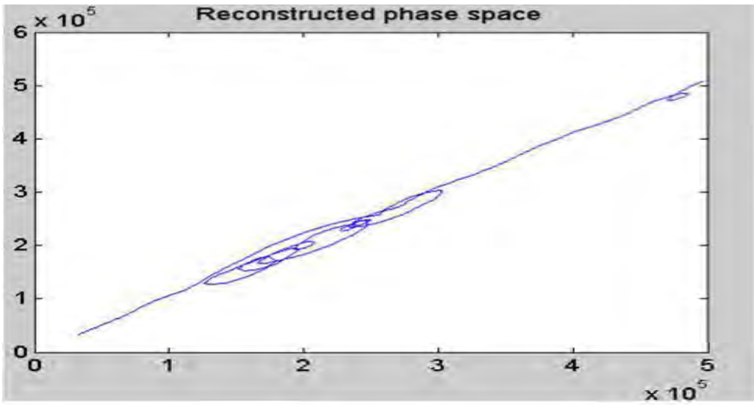


(ب) (الف)

شکل (۱): (الف) تابع اطلاعات متقابل برای زمان تأخیر. (ب) مینیمم بعد محاط با استفاده از Cao.

منبع: یافته‌های تحقیق

برای بدست آوردن زمان تأخیر اولین نقطه مینیمم تابع اطلاعات متقابل همان τ است. که در شکل ۱- الف این مقدار مساوی ۲ است. با داشتن دو پارامتر τ و m فضای فاز بازسازی می‌شود. که در شکل ۳ می‌بینید. همان‌طور که در شکل نیز می‌بینید یک الگوی مشخصی از GDP در فضای فاز بازسازی شده داریم. که این بیانگر وجود آشوب در فرایند رشد اقتصادی است.



شکل (۲): بازسازی فضای فاز

منبع: یافته‌های تحقیق

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

همان‌طور که در این مقاله نشان داده شد، رشد GDP می‌تواند از یک فرایند آشوبی تبعیت کند. نتایج حاصل از BDS و نمای هرست غیر خطی بودن فرایند را تایید کرد. همچنین مثبت بودن نمای لیاپانوف و بازسازی فضای فاز، آشوبی بودن سری زمانی را تائید نمود. نکته‌ای که در اینجا قابل بیان است مسئله کمبود داده‌های GDP است. با داشتن داده‌های بیشتر نتایج بازسازی فضای فاز به سمت و سوی دقیق‌تری خواهد رفت. با داشتن سری زمانی دارای تعداد $۱۰^{۲+۰/۴d}$ نقطه داده، می‌توان از بعد همبستگی نیز به عنوان آزمون کمکی دیگری برای آشوب استفاده کرد.

۶-پیشنهادها و توصیه‌های سیاستی

۱. با پذیرش رفتار غیرخطی برای متغیر رشد اقتصادی با توجه به آزمون‌های فوق، پیش‌بینی رشد اقتصادی باید مبتنی بر معادلات غیرخطی باشد؛ و هر الگوی‌سازی خطی منجر به خطای تصریح در برآورد مدل می‌شود. از این رو پیشنهاد می‌شود رویکرد حاکم در معادلات کشور که بیشتر خطی بوده به سمت غیرخطی تغییر کند.

۲. با توجه به بعد فرکتالی، باید تحلیل‌های مربوط به الگوهای رشد درون‌زا صورت پذیرد؛ و از رویکرد سنتی که مبتنی بر بعد واحد است به سمت بعد فرکتالی تغییر مسیر داد.

۳. با توجه به نتایج تحقیق، استفاده از مدل‌های سنتی پیش‌بینی بخصوص برای متغیر رشد اقتصادی و نرخ ارز قابل استناد نمی‌باشند. پیشنهاد می‌شود از مدل‌های غیرخطی مانند شبکه عصبی برای پیش‌بینی استفاده شود.
۴. در صورت پذیرش غیرخطی بودن و آشوبناکی رشد اقتصادی، توصیه سیاستی این تحقیق عدم هدف‌گذاری خطی برای رشد اقتصادی در برنامه‌ها و نگاهی نو به عوامل تاثیرگذار بر رشد اقتصادی می‌باشد.
۵. به طور کلی می‌توان چنین نتیجه گرفت که با توجه به احتمال وجود فرایند آشوبی در سری‌های اقتصادی، اعمال روش استاندارد و متداول در اقتصاد سنجی یعنی استفاده از مدل‌های خطی در برآورد و پیش بینی این سری‌ها، ناکافی بوده و در برخی موارد می‌تواند نتایج گمراه‌کننده‌ای به دنبال داشته باشد. از لحاظ سیاست‌های تثبیت اقتصادی نیز، می‌توان نتیجه گرفت که در اعمال چنین سیاست‌هایی باید دقت بیشتری صورت گیرد. زیرا، اگر فرایند آشوبی در برخی سری‌های اقتصاد کلان وجود داشته باشد، اعمال برخی سیاست‌های نامناسب و نابهنگام ممکن است منجر به ایجاد اغتشاش و بی‌نظمی در روند متغیرها شده و شرایط پیچیده حاکم بر آنها را به مراتب پیچیده‌تر و در نتیجه غیرقابل کنترل کند.

فهرست منابع

۱. مشیری، سعید (۱۳۸۱)، مروری بر نظریه‌های آشوب و کاربردهای آن در اقتصاد، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، صص ۳۰-۷۱.
۲. ایران‌پناه، نصرالله، محمدزاده، محسن (۱۳۸۴)، روش بوت استرپ بلوک مجزا در آمار فضایی، نشریه علوم دانشگاه تربیت معلم، جلد ۵، شماره ۴، ۶۵۳-۶۶۶.
۳. پری‌زنگه، مریم، عطایی، محمد، معلم، پیمان (۱۳۸۸)، بازسازی فضای حالت سری‌های زمانی آشوبی با استفاده از یک روش هوشمند، نشریه الکترونیک و قدرت مهندسی برق، سال اول، شماره ۲، صص ۳-۱۰.
۴. عرفانی، رضا (۱۳۸۷)، بررسی حافظه بلندمدت بورس اوراق بهادار، مجله پژوهش نامه علوم انسانی، دوره ۴۷، شماره ۹۷، بهار ۱۳۹۱، صص ۲۰۷-۲۲۶.

۵. بابازاده، محمود، علمی، ،سیامک، اتباعی، فرامرز، محمودزاده، ،سهیل (۱۳۸۹)، بررسی رفتار آشوب در بازار نرخ ارز ایران، پژوهشنامه علوم اقتصادی، شماره ۳۷، صص ۱۳-۳۲.
٦. بابازاده، محمد، معمارنژاد، عباس, علمی سیامک (۱۳۸۹)، ،بررسی ماکزیمم نمای لیاپانوف در نرخ ارز ایران با استفاده از تئوری آشوب، پژوهشنامه علوم اقتصادی، ۲۲، صص ۵۳-۷۵.
۷. خالوزاده، حمید، صدیق، حمید (۱۳۸۲)، ارزیابی روشهای پیش‌بینی‌پذیری قیمت سهام و تعیین میزان قابلیت پیش‌بینی در بازار بورس تهران، دوره ۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۸۲، صص ۶۱-۸۵.

1. Belaire-Franch J, Contreras-Bayarri D (2002), The BDS Test: a practitioner's guide. DT 02-01, University of Valencia. http://centros.uv.es/web/departamentos/D10/data/investigacion/PDF 132.pdf.
2. Eviews 6 User's Guide I &II.
3. F. Takens (1981), Detecting Strange Attractors in Turbulence, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 898, pp.366-400.
4. Kian-Ping, L., Muzafar Shah, H., Hock-Ann, L. (2004), Do Asian Stock Market Prices Follow Random Walk? A Revisit, IJMS 11, pp. 129-155, 2004.
5. Kriz, R. (2001), Chaos in GDP", Actya Polytechnica, Vol. 51, No/2001.
6. Kennel, MB & Brown, R. (1992), Determining Embedding Dimension for Phase Space Reconstruction Using a Geometrical Construction. Physical Review A, Vol. 45(6), pp.3403-3411.
7. Vald, S., Gheorghe, S. (2009), Nonlinear Analysis of BETFI Index Time Series Data, Bulletin UASVM-CN, 66(2)/2009.
8. Vald, Sorin (2010), Investigation of Behavior in Euro-Leu Exchange Rate, Journal of Applied Computer Science & mathematics, No.8(4)/2010.Suceava.