مدیریت تولید و عملیات، دوره چهارم، پیاپی(٦)، شماره (١)، بهار و تابستان ١٣٩٢
دریافت: ٩٠/١٠/٥ پذیرش: ٩١/٨/٢٨
صص: ٨٤- ٦٩

توسعه مدل EPQ با اعمال نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، محصول معیوب،کمبود و موجودی در جریان ساخت

سیداکبر نیلی‌پورطباطبایی[1*]، مهدی علی‌محمدی[2]

١- استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر اصفهان

٢-دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد

چکیده

تعیین اندازه بهینه دسته تولید، از جمله مسائلی است که همواره در مباحث برنامه‌ریزی تولید مورد توجه محققان قرار گرفته، به طوری که در این زمینه تاکنون مدل های فراوانی ارائه شده‌اند. از جمله مسائلی که کمتر مورد توجه قرار گرفته، مسأله خرابی ماشین است. بدیهی است که ماشین تولیدکننده ممکن است در زمان انجام ماشین کاری با خرابی‌های تصادفی مواجه شود که این موضوع ضرورت به کارگیری سیاست نگهداری و تعمیرات مناسب را توجیه می کند. در این مقاله با در نظر گرفتن فرضیاتی، از قبیل مجاز بودن کمبود، در نظر گرفتن موجودی در جریان ساخت و امکان تولید محصولات معیوب با قابلیت دوباره‌کاری و بدون قابلیت دوباره‌کاری، مدل مقدار اقتصادی تولید EPQ در حالت اتخاذ سیاست نگهداری وتعمیرات پیشگیرانه بررسی شده، و با مینیمم‌سازی هزینه کل سیستم، مدل جدیدی برای تعیین اندازه بهینه دسته تولید طراحی و با ارائه نمونه های عددی کاربرد آن تایید شده است.

واژه‌های کلیدی: موجودی در جریان ساخت، کمبود، محصولات معیوب، اندازه بهینه دسته تولید، نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه

* نویسنده مسؤول: akbarnilipour@yahoo.com

مقدمه

مدل مقدار اقتصادی تولید EPQ یک مدل ریاضی در زمینه مدیریت موجودی در یک سیستم تولید موجودی است که به عنوان یکی از عمومی ترین مدلهای Lot-sizing در زمینه مدیریت و کنترل موجودی‌ها در صنعت دارای کاربرد است (اوستریانگ و همکاران، ۱۹۸٦). این مدل را می توان توسعه‌ای از مدل مقدار اقتصادی سفارش EOQ دانست که با در نظر گرفتن نرخ تولید ثابت در مدل مقدار اقتصادی سفارش حاصل شده است (راستی و همکاران، ۲۰۱۱). به بیان دیگر، در صورتی که به جای خرید کالاهای مورد نیاز از تأمین کنندگان دیگر، در داخل شرکت به تولید آنها بپردازیم، غالبا از مدل مقدار اقتصادی تولید برای تعیین اندازه دسته-های بهینه تولید استفاده می‌کنیم. این مدل تاکنون به منظور انطباق با بخش عملیاتی شرکت‌ها با درنظرگرفتن حالت‌های مختلفی از جمله تولید محدود شده و ظرفیتهای انبار، تولید چند سطحی، تقاضای تصادفی، تولید تک ماشینی، انجام دوباره-کاری روی محصول معیوب، در نظر گرفتن موجودی در جریان ساخت و توسعه داده شده است (ناهمیاس،۱۹۹۳؛ سیلور، ۱۹۸۱و ۱۹۹۸).

صرف‌نظر از سطح پذیرش قابل قبول این مدل در حوزه های صنعتی، وجود تعدادی فرضیات غیر واقعی در آن، از جمله هزینه راه اندازی، هزینه نگهداری و نرخ تقاضا که برآمده از پارامتراهای ورودی مدل هستند موجب شده است که پژوهشگران به تحقیق و بررسی بیشتر در مورد کاربردهای عملی این مدل بپردازند (جابر و همکاران،۲۰۰٤).

هیک و سالامه (۲۰۰۱) یک مدل EPQ را برای حالتی که در آن درصد کالاهای معیوب دارای توزیع یکنواخت است، توسعه داده اند. فرض‌های اصلی که در مدل آنها به کار گرفته شده است، عبارتند از : سفارش‌های عقب افتاده مجاز بوده، همه کالاهای معیوب به منظور دستیابی به کیفیت مطلوب، تحت دوباره‌کاری قرار می گیرند و زمان دوباره کاری نیز در مدل در نظر گرفته شده است (هیک و سلامه،۲۰۰۱). چیو(۲۰۰۳) مدل هیک و سالامه (۲۰۰۱) را با الحاق این فرض توسعه داد که به جای تمامی کالاهای معیوب، تنها بخشی از آنها برای دستیابی به کیفیت مورد نظر تحت دوباره کاری قرار می‌گیرند و مقادیر باقیمانده با قیمت حراج به فروش می‌رسند. وی در مدل خود با در نظر گرفتن تقاضای عقب افتاده و یک نرخ تصادفی برای قطعات معیوب، ضایعات و دوباره‌کاری قطعات معیوب با قابلیت دوباره‌کاری، هزینه‌های سیستم را کمینه کرد (چیو، ۲۰۰۳). شوالر (۱۹۸۸) درصد مشخصی از یک دسته دریافت شده را به قطعات معیوب اختصاص داد و برای تشخیص و حذف قطعات معیوب، یک عملیات بازرسی با هزینه‌های ثابت و متغیر در نظر گرفت (شوالر، ۱۹۸۸). جمال و همکارانش (۲۰۰٤) مسأله مقدار اقتصادی تولید را با توجه به فرآیند دوباره‌کاری برای حالت تک محصولی بررسی کردند و مقدار اقتصادی تولید را در حالت تک محصولی به دست آوردند.

در بسیاری از مدل‌ها با در نظر گرفتن سفارش‌های عقب افتاده به عنوان یک فاکتور کلیدی به مدل‌سازی پرداخته‌اند. کاردناس بارون (۲۰۰۸، ۲۰۰۱) برای یک سیستم تولیدی تک مرحله‌ای به صورت جبری یک مدل EPQ با در نظر گرفتن سفارش‌های عقب افتاده،

یک مدل EPQ بدون در نظر گرفتن سفارش‌های عقب افتاده و همچنین، یک مدل EPQ با دوباره‌کاری ارائه کرده است. وی همچنین، شیوه نوینی پیشنهاد کرده است که می‌تواند مقدار تولید بهینه و سطح سفارش‌های عقب افتاده را با در نظر گرفتن هزینه-های سفارش‌های عقب افتاده به صورت خطی و ثابت محاسبه کند (کاردناس بارون، ۲۰۱۰). چانگ و همکارانش (۲۰۰۵) مدل EPQ با سفارش‌های عقب افتاده را با کاربرد یک روش ساده زوجی توسعه دادند. اسپیکاس (۲۰۰٦) نیز مدل EPQ با سفارش‌های عقب افتاده را با در نظر گرفتن دو نوع از هزینه‌های سفارش‌های عقب افتاده کلاسیک بدون مشتقات پیشنهاد کرده است. وی سفارش‌های عقب افتاده بسیار گران و سفارش‌های عقب افتاده جذاب را مشخص نموده و به آنالیز آنها پرداخته است. دریک و همکارانش (۲۰۰۱) برنامه‌ریزی دسته تولیدی را برای یک سیستم دو مرحله‌ای را که محصول نهایی در آن با کاربرد یک مدل EPQ با سفارش‌های عقب افتاده جزئی برنامه‌ریزی شده است، را در نظر گرفته‌اند. در پژوهش آنها تولید اجزا با کاربرد مدل‌های EPQ پایه‌ای بدون سفارش‌های عقب افتاده تحت کنترل است. آنها همچنین، یک استراتژی ذخیره موجودی بهینه بسته را برای یک مدل EPQ با سفارش‌های عقب افتاده جزئی در یک نرخ ثابت ارائه نموده‌اند (دریک و همکاران، ۲۰۱۱). شارما (۲۰۰۷) سفارش‌های عقب افتاده جزئی را در یک مدل که به آنالیز عامل بالقوه برای صرفه‌جوئی در هزینه‌ها می‌پردازد، به حساب آورد؛ با این شرط که با هدف حرکت از تولید متناوب به سمت تولید مداوم، نرخ تولید در یک مدل کلاسیک EPQ به منظور طولانی شدن فاز تولید در هر سیکل تولید ° موجودی،کاهش یابد.

چیو و همکارانش (۲۰۰۷) به ارائه روشی پرداختند که به منظور تعیین زمان بهینه اجرای فرآیند در یک مدل EPQ که با ضایعات، دوباره‌کاری و خرابی‌های تصادفی ماشین همراه است، کاربرد دارد. روزنبلت و لی (۱۹۸٦) یک مدل EPQ برای یک سیستم تولیدی که دربرگیرنده تولید معیوب است، پیشنهاد کرده‌اند. در مدل آنها فرض اصلی این است که سیستم تولیدی کالاهای ٪۱۰۰ نامعیوب را از نقطه شروع تولید تا یک نقطه زمانی که به صورت یک متغیر تصادفی است، تولید می‌کند. در این نقطه زمانی سیستم از کنترل خارج شده و تا پایان پریود تولید با یک درصد تولیدی شروع به تولید کالاهای معیوب می‌کند؛ با این فرض که توزیع زمان سپری شده تا لحظه‌ای که سیستم از کنترل خارج می‌شود، نمائی باشد. در مدل آنها همچنین، سفارش‌های عقب افتاده مجاز نیست (روزنبلت و لی، ۱۹۸٦).

در بسیاری از سیستم‌های تولیدی، WIP یا موجودی در جریان ساخت یکی از اجزای هزینه‌های موجودی بوده که معمولا در فرمول‌های Lot-Sizing در نظر گرفته نمی‌شود (راستی و همکاران، ۲۰۱۱). بوچر (۱۹۸٤) اولین کسی است که برای سیستم‌های تکنولوژی گروهی مقدار Lot-Size را با در نظر گرفتن موجودی در جریان ساخت محاسبه کرد (بوچر، ۱۹۸٤). سامادار و هیل (۲۰۰۷) در وضعیتی که زمان راه‌اندازی فرآیند کاهش می‌یابد، برای آنکه بتوانند به شرایط دقیقی دست یابند که در آن موجودی در جریان ساخت به بهبود یا عدم بهبود فرآیند منجر می‌شود، فرمول‌های ریاضی دقیقی ارائه کرده‌اند که واریانس تغییرات حاصل شده را به خوبی

توصیف می‌کند (سامادار و هیل، ۲۰۰۷).می‌توان گفت که تقریبا در تمام پژوهش‌های انجام شده موجودی در جریان ساخت دارای نوعی همبستگی با پارامترهای درون سیستمی از قبیل تعداد ماشین‌ها و نرخ فرآیند آنها، ظرفیت بافر میانی و همچنین، فرض‌های مربوط به نرخ خرابی و تعمیر ماشین است.

راستی و همکارانش (۲۰۱۱) به تعیین اندازه بهینه دسته تولید با در نظر گرفتن موجودی در جریان ساخت، محصول معیوب و دوباره‌کاری پرداخته‌اند. این مقاله، در واقع تعمیمی از مدل آنهاست که در آن انجام نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بر روی ماشین به منظور جلوگیری از وقوع خرابی حین فرآیند تولید و همچنین، مجاز بودن کمبود به صورت سفارش‌های عقب افتاده نیز در نظر گرفته شده است. در روش نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بر مبنای یک زمان‌بندی معین نگهداری از دستگاه‌ها و تجهیزات در دوره‌های زمانی خاص و به منظور اجتناب از وقوع خرابی‌های ناگهانی و تعمیرات برنامه‌ریزی نشده و افزایش عمر مفید دستگاه انجام می‌گیرد. در بخش پس تعریف مسأله به همراه فرضیات و پارامترهای مورد استفاده در آن ارائه شده است. در بخش ۳ بر مبنای فرضیات و پارامترهای تعریف شده مدل‌سازی مسأله انجام شده است. مثال‌های عددی در بخش ٤ گنجانده شده‌اند و سرانجام در بخش آخر نتایج مدل و زمینه‌های توسعه آینده آن بیان شده‌اند.

بیان مساله

یک فرآیند تولیدی تک محصولی و تک ماشینی در اینجا موردنظر است که به صورت دوره‌ای محصولی را تولید می‌کند. مواد اولیه مورد نیاز فرآیند به صورت دسته‌هایی با اندازه Q سفارش داده شده و به واحد تولیدی مورد نظر منتقل می‌شود. در هر دوره تولید، انباشته‌ای از محصول به اندازه Q که در ظرفی کنار ماشین قرار داده شده است، تحت ماشین‌کاری قرار می‌گیرد . فرآیند تولید بدین صورت است که پس از انجام عملیات بر روی یک دسته از مواد ورودی، علاوه بر تولید محصولات سالم درصدی محصول معیوب نیز تولید می‌شوند. با اتمام یک دوره ماشین‌کاری تمامی محصولات بازرسی می‌شوند تا سالم و یا معیوب بودن آنها مشخص گردد. محصولات سالم به ظرفی جداگانه انتقال یافته اما محصولات معیوب خود به دو دسته با قابلیت دوباره-کاری و بدون قابلیت دوباره‌کاری تقسیم می‌شوند. محصولات معیوب با قابلیت دوباره‌کاری بار دیگر وارد فرآیند شده و تحت ماشین‌کاری قرار می‌گیرند و به علت انجام ماشین‌کاری با دقت بیشتر در مرتبه دوم تماماً به محصولات سالم تبدیل و به ظرف محصولات سالم منتقل می‌شوند، اما محصولات معیوبی که قابلیت دوباره‌کاری ندارند به ظرفی دیگر انتقال یافته تا در پایان فرآیند به صورت ضایعات به فروش برسند. در اینجا کمبود موجودی به صورت سفارش‌های عقب افتاده مجاز است؛ به این صورت که در هر دوره می‌توان با در نظر گرفتن هزینه‌های تحمیلی به سیستم تا مقدار مجاز b کمبود داشت و در ابتدای دوره پسی به جبران آن پرداخت.

امکان ایجاد انقطاع هنگام تولید، از جمله اصلی‌ترین فرض‌های لحاظ شده در این مدل است. بر این اساس ماشینی که وظیفه آن انجام ماشین‌کاری بر روی قطعات خام است، بر مبنای سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در هر دوره از تولید در یک زمان مشخص توسط اپراتور متوقف شده و

بلافاصله توسط بخش نگهداری و تعمیرات سازمان طی یک متوسط زمانی تحت عملیات نت پیشگیرانه قرار گرفته و در ادامه فرآیند ماشین‌کاری قطعات خام دوباره به همان شکل اولیه از سر گرفته خواهد شد.

در این فرآیند، موجودی در جریان ساخت از سه جزء تشکیل می شود: قطعات خام، محصولات سالم و ضایعات که هر یک از آنها در ظروف جداگانه‌ای نگهداری می‌شوند که به منظور کاهش میزان حمل-ونقل در سیستم قطعات به صورت یکجا وارد ظرف‌ها شده و یا از آنها خارج می‌شوند. در هر دوره تقاضاهای مربوط به آن دوره به علاوه سفارش‌های عقب افتاده مربوط به دوره قبل از محصولات سالم موجود در انبار برآورده می‌شوند. در اینجا هدف دستیابی به یک میزان بهینه از تولید است به گونه‌ای که هزینه‌های کلی سیستم طی یک دوره در واحد زمان کمینه شود. بر این اساس پارامترهای مدل عبارتند از:

Q مقدار هر بار سفارش یا اندازه دسته تولید

D نرخ تقاضای محصول در واحد زمان

S زمان راه‌اندازی ماشین (دقیقه)

هزینه خرید یک واحد محصول خام

ω هزینه صرف شده برای تولید یک واحد محصول

$\overline{WIP}$ متوسط موجودی در جریان ساخت

T_M مدت زمان یک دوره

E هزینه ثابت هر بار راه‌اندازی فرآیند

b حداکثر میزان مجاز کمبود

M زمان ماشین‌کاری یک محصول (دقیقه)

P_1 نسبت قطعات معیوب با قابلیت دوباره‌کاری

P_2 نسبت قطعات معیوب بدون قابلیت دوباره‌کاری

Q_{EPQPM} اندازه بهینه دسته تولید در حالت اعمال سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه

π هزینه مواجهه با کمبود به ازای یک واحد وابسته به زمان

MTTR متوسط زمان لازم برای انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه (دقیقه)

γ نرخ هزینه نگهداری و تعمیرات ماشین در واحد زمان (واحد پول به واحد زمان)

θ هزینه بازرسی یک واحد محصول

$V_{\overline{WIP}}$ ارزش پولی متوسط موجودی در جریان ساخت

K مقدار کمبود در یک دوره

W متوسط موجودی انبار

i نرخ هزینه نگهداری موجودی در واحد زمان (واحد پول به واحد پول در واحد زمان)

$C_{\overline{WIP}}$ هزینه نگهداری متوسط موجودی در جریان ساخت در واحد زمان

C_o هزینه راه اندازی فرآیند در واحد زمان

C_s هزینه خرید در واحد زمان

C_H هزینه نگهداری محصول در انبار در واحد زمان

C_b هزینه مواجهه با کمبود در واحد زمان

C_R هزینه انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در واحد زمان

C_I هزینه بازرسی محصولات در واحد زمان

TC_{PM} تابع هزینه کل سیستم طی یک دوره در واحد زمان در حالت اعمال سیاست نت پیشگیرانه

فرضیات مدل

در این شرایط و به منظور مدلسازی فرضیات زیر در نظر گرفته شده‌اند:

انقطاع در حین فرآیند تولید برای انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بر روی ماشین مجاز بوده که پس از انجام آن، ماشین‌کاری قطعات خام مجدداً با همان شکل آغازین از سر گرفته خواهد شد.

در هر دوره برای تعیین سالم و یا معیوب بودن محصولات، یک بازرسی ۱۰۰درصد از آنها صورت گرفته، زمان این بازرسی در مدل صفر در نظر گرفته می‌شود. (در اکثر مدل‌های ارائه شده این زمان صفر در نظر گرفته می‌شود.).

به علت سادگی انجام محاسبات در اینجا فرض بر این است که قطعاتی که تحت دوباره‌کاری قرار می-گیرند، تماماً به محصولات سالم تبدیل می‌شوند(در نظر گرفتن این فرض مشکلی در جواب نهایی مدل ایجاد نخواهد کرد).

پارامترهایی از قبیل نرخ تقاضای محصول، زمان راه‌اندازی فرآیند، درصد قطعات معیوب و ... قطعی (غیر احتمالی) بوده، به صورت یک عدد ثابت در محاسبات در نظر گرفته می‌شوند.

زمان انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه به صورت یک متوسط زمانی در محاسبات مدل در نظر گرفته می‌شود (برای نمونه، اگر این زمان از توزیع نرمال با میانگین μ پیروی کند، می‌توان آن را با میانگین توزیع نرمال تخمین زد و در محاسبات وارد نمود).

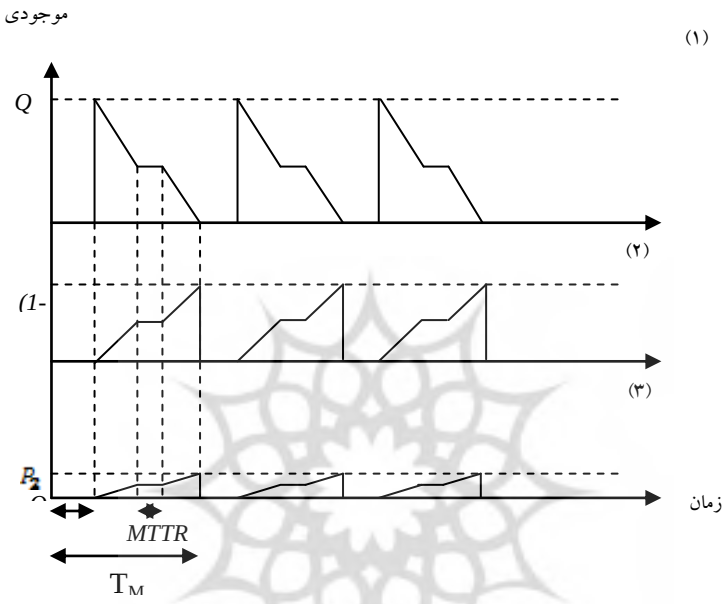
کمبود به صورت سفارش‌های عقب افتاده مجاز بوده، در ابتدای دوره پس جبران خواهد شد.

مدل ریاضی

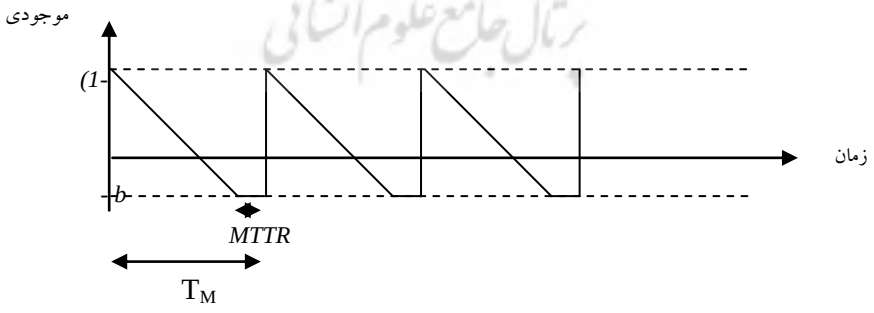
فرض کنید سازمان با توجه به مشخصات فنی ماشین و استانداردهای به کار رفته در ساخت آن به این نتیجه رسیده باشد که بهتر است سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه را درمورد آن به کار گیرد. در این حالت، ماشین پیش ازآنکه طی یک دوره تولید دچار خرابی تصادفی شود، بر اساس یک برنامه زمان بندی مشخص به صورت دوره‌ای تحت عملیات نگهداری قرار می‌گیرد. در این مدل فرض می‌کنیم در طی هر دوره تولید ماشین یک بار توسط اپراتور متوقف شده تا اقدامات لازم بر روی آن انجام گیرد. اکنون می‌خواهیم به بررسی رفتار موقعیت موجودی در جریان ساخت بپردازیم. در این حالت نمودارهای موقعیت قطعات خام، محصولات سالم و ضایعات طی یک دوره تولید به صورت شکل شماره ۱ خواهند بود. در شکل ۱- (۱) ابتدا ماشین در زمان S راه‌اندازی شده است و سپس قطعات خام که در ظرفی در کنار ماشین قرار داده شده‌اند، تحت عملیات ماشین‌کاری قرار گرفته‌اند. پس از گذشت زمانی مشخص از آغاز عملیات ماشین‌کاری قطعات خام، ماشین توسط اپراتور متوقف شده تا بلافاصله اقدامات نگهداری بر روی آن توسط پرسنل نت سازمان در متوسط زمانی MTTR انجام شود و پس از آن دوباره عملیات ماشین‌کاری بر روی قطعات خام از سر گرفته شده است تا زمانی که موجودی این قطعات به صفر رسیده است. شایان ذکر است که ماشین‌کاری بار اول بر روی کل قطعات خام و در ادامه بر روی P_1 قطعه خامی که قابلیت دوباره‌کاری را دارا بوده‌اند، انجام شده است (یعنی در مجموع روی $Q\,(1+P_{\downarrow}1)$ واحد قطعه خام) و بنابراین، موجودی محصولات سالم در پایان یک دوره به مقدار $Q\,(1-P_{\downarrow}2)$ واحد رسیده است. شکل‌های ۱- (۲) و ۱- (۳) نیز به ترتیب مربوط به موجودی

محصولات سالم و ضایعات هستند که با شروع فرآیند ماشین‌کاری نرخ افزایشی داشته و در پایان یک دوره به ترتیب به مقادیر $Q\ (1-P_{\downarrow}2)$ و QP_2 واحد رسیده‌اند.

همچنین، در این حالت نمودار موقعیت موجودی برای محصولات سالمی‌که به منظور تأمین نیازهای مشتریان و برآورده سازی سفارش‌های عقب افتاده مربوط به دوره قبل در انبار ذخیره می‌شوند به صورت شکل شماره ۲ است. در شکل ۲ در ابتدای هر دوره محصولات سالم موجود در انبار با نرخ تقاضای D مصرف شده‌اند که به علت مجاز بودن کمبود در مدل موجودی محصولات انبار در نهایت به b ° واحد رسیده است.



شکل ۱. نمودار موقعیت موجودی در جریان ساخت در حالت اعمال سیاست نت پیشگیرانه به ترتیب برای (۱) قطعات خام، (۲) محصولات سالم و (۳) ضایعات



شکل ۲. نمودار موقعیت موجودی برای محصولات سالم موجود در انبار در حالت اعمال سیاست نت پیشگیرانه

ابتدا مدت زمان یک دوره محاسبه می شود. زمان یک دوره (فاصله بین دو شروع عملیات) در این حالت از مجموع زمان‌های راه‌اندازی سیستم، زمان ماشین‌کاری روی $Q(1+P_1)$ واحد قطعه خام و همچنین، متوسط زمانی که صرف انجام عملیات نگهداری روی ماشین می‌گردد، حاصل می‌شود:

$$T_M = S + M(1+P_1)Q + MTTR \qquad (۱)$$

اکنون به محاسبه هزینه‌های سیستم طی یک دوره در واحد زمان پرداخته می شود. مجموع این هزینه‌ها عبارتند از:

(۲)

$$TC_{PM} = C_O + C_S + C_{\overline{WIP}} + C_H + C_b + C_R + C_I$$

هزینه راه‌اندازی فرآیند در واحد زمان

در هر دوره، ماشین با صرف هزینه ثابت E فرآیند تولید را آغاز می‌کند. بنابراین، هزینه راه اندازی فرآیند طی یک دوره در واحد زمان عبارت است از:

$$C_O = \frac{E}{T_M} \qquad (۳)$$

هزینه بازرسی محصولات در واحد زمان

هر محصول تنها یک بار بازرسی می شوند، زیرا با انجام یک بار بازرسی مشخص خواهد شد که محصول سالم است و یا اینکه معیوب بوده، نیاز به دوباره‌کاری نیاز دارد و یا اینکه معیوب بوده، به ضایعات تبدیل شده است. بنابراین، هزینه بازرسی محصولات طی یک دوره در واحد زمان برابر است با:

(٤):

$$C_I = \frac{\theta Q}{T_M}$$

هزینه نگهداری موجودی در جریان ساخت در واحد زمان

متوسط موجودی در جریان ساخت طی یک دوره در واحد زمان با توجه به شکل ۱ برای قطعات خام، محصولات سالم و ضایعات به صورت زیر محاسبه می شود:

(۵)

$$\overline{WIP} = \frac{\frac{1}{2}Q(MQ(1+P_1)+MTTR)}{T_M} + \frac{\frac{1}{2}Q(1-P_2)(MQ(1+P_1)+MTTR)}{T_M} + \frac{\frac{1}{2}QP_2(MQ(1+P_1)+MTTR)}{T_M}$$

بنابراین، با توجه به مقادیر و ω، ارزش پولی متوسط موجودی در جریان ساخت طی یک دوره در واحد زمان برابر است با:

(٦)

$$V_{\overline{WIP}} = \frac{\frac{1}{2}Q(MQ(1+P_1)+MTTR)}{T_M}\lambda + \frac{\frac{1}{2}Q(1-P_2)(MQ(1+P_1)+MTTR)}{T_M}\omega + \frac{\frac{1}{2}QP_2(MQ(1+P_1)+MTTR)}{T_M}\omega = \frac{\frac{1}{2}(\omega+\lambda)(M(1+P_1)Q^2+MTTRQ)}{T_M}$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

در نتیجه، هزینه نگهداری موجودی در جریان ساخت طی یک دوره در واحد زمان برابر است با

$$C_{\overline{WIP}} = \frac{\frac{1}{2} i(\omega+\lambda)(M(1+P_1)Q^2 + MTTRQ)}{T_M} \quad (۷)$$

هزینه نگهداری محصولات سالم موجود در انبار در واحد زمان

با توجه به شکل ۲ متوسط موجودی محصولات سالم در انبار برابر است با:

$$W = \frac{(1-P_2)^2 Q^2}{2D} \quad (۸)$$

بنابراین، هزینه نگهداری موجودی در انبار طی یک دوره در واحد زمان برابر است با :

$$C_H = \frac{i\omega \frac{(1-P_2)^2 Q^2}{2D}}{T_M} \quad (۹)$$

هزینه مواجهه با کمبود در واحد زمان

با توجه به شکل ۲ مقدار کمبود طی یک دوره برابر است با :

$$K = \frac{b^2}{2D} + MTTRb \quad ** (۱۰)$$

بنابراین، هزینه مواجهه با کمبود طی یک دوره در واحد زمان برابر است با:

**(۱۱)

$$C_b = \frac{\pi\left(\frac{b2}{2D} + MTTRb\right)}{T_M}$$

i هزینه خرید در واحد زمان

در هر دوره سفارشی به اندازه Q واحد خریداری می‌شود؛ پس هزینه خرید قطعات خام طی یک دوره در واحد زمان عبارت است از:

$$C_S = \frac{\lambda Q}{T_M} \quad (۱۲)$$

هزینه انجام عملیات نگهداری و تعمیرات یشگیرانه بر روی ماشین در واحد زمان

هزینه انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بر روی ماشین طی یک دوره در واحد زمان برابر است با :

$$C_R = \frac{\gamma.MTTR}{T_M} \quad (۱۳)$$

بنابراین، تابع هزینه کل سیستم طی یک دوره در واحد زمان در حالت اعمال سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه به صورت زیر خواهد بود :

(۱٤)

$$TC_{PM}$$

$$\frac{E}{T_M} + \frac{\theta Q}{T_M} + \frac{\frac{1}{2} i(\omega+\lambda)\,(M(1+P_1)Q^2 + MTTRQ)}{T_M}$$

$$+ \frac{i\omega \frac{(1-P_2)^2 Q^2}{2D}}{T_M} + \frac{\pi\left(\frac{b^2}{2D} + MTTRb\right)}{T_M} +$$

$$\frac{\lambda Q}{T_M} + \frac{\gamma.MTTR}{T_M}$$

روشن است که تابع فوق یک منحنی بر حسب متغیر Q بوده، چون از نوع هزینه‌ای است بایستی کمینه شود. بدین منظور برای به دست آوردن مقدار بهینه Q لازم است ریشه مشتق اول تابع فوق نسبت به Q محاسبه گردد بنابراین:

$$\frac{dTC_{PM}(Q)}{dQ} = 0 \quad (۱۵)$$

با مشتق گیری از تابع فوق (رابطه ۱٤) رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{dTC_{PM}(Q)}{dQ} = \frac{AQ^2 + BQ + C}{pM(1+P_1)Q + S + MTTR]^2} \quad (۱٦)$$

که در آن:

$$A=\frac{M^2(1+P_1)^2 i(\omega+\lambda)}{2}+\frac{M(1+P_1)i\omega(1-P_2)^2}{2D} \quad (۱۷)$$

$$B=(MTTR+S)[\frac{i\omega(1-P_2)^2}{D}+i(\omega+\lambda)M(1+P_1)] \quad (۱۸)$$

$$C=(MTTR+S)[\frac{i(\omega+\lambda)MTTR}{2}+\lambda+\theta]-M(1+P_1)[E+\pi(\frac{b^2}{2D}+MTTRb)+\gamma.MTTR] \quad (۱۹)$$

با مساوی صفر قرار دادن معادله درجه دوم موجود در صورت کسر مشتق اول تابع هزینه کل، ریشه Q مثبت آن برابر با مقدار بهینه است؛ یعنی:

$$AQ^2+BQ+C=0 \Rightarrow \quad (۲۰)$$

$$Q_{EPQPM}=\frac{-B+\sqrt{\Delta}}{2A} \quad (۲۱)$$

به طوری که:

$$\Delta=B^2-4AC \quad (۲۲)$$

بحث در وجود دو ریشه حقیقی متمایز با علامت‌های مختلف در عبارت مشتق اول تابع هزینه کل

در معادله درجه دوم هرگاه $\Delta>0$ باشد، معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز است، اگر $\Delta=0$ معادله یک ریشه حقیقی داشته و در صورتی که $\Delta<0$ باشد، معادله فاقد ریشه حقیقی است (در واقع، در این حالت معادله دو ریشه مختلط دارد).

پس در معادله فوق برای اثبات وجود دو ریشه حقیقی باید نشان داده شود $\Delta>0$ است.

با توجه به اینکه در معادله درجه دوم فوق (رابطه ۲۰) A به ازای تمامی مقادیر پارامترها یک عبارت همواره مثبت است (پارامترها همگی دارای مقدار مثبت هستند) و از طرفی، به ازای تمامی مقادیر همواره $B^2>0$. بنابراین، در صورتی که $0 < C$ باشد:

(۲۳)

$$C<0,\ A>0 \Rightarrow 4AC<0$$
$$\Rightarrow -4AC>0 \Rightarrow B^2-4AC>0$$
$$\Rightarrow 0=\Delta>0$$

(۲٤)

$$C=(MTTR+S)[\frac{i(\omega+\lambda)MTTR}{2}+\lambda+\theta]-M(1+P_1)[E+\pi(\frac{b^2}{2D}+MTTR.b)+\gamma.MTTR]<0$$

از طرف دیگر، در صورتی که شرط فوق برقرار باشد ، آنگاه $\frac{C}{A}<0$ و چون $\Delta>0$. در نتیجه، با توجه به قضایای اثبات شده در مورد روابط موجود میان ضرایب و ریشه‌های یک معادله درجه دو، معادله (۲۰) دارای دو ریشه حقیقی متمایز با علامت های مختلف بوده که ریشه مثبت آن برابر با مقدار Q بهینه موردنظر است.

شایان ذکر است که در اینجا چنانچه $\Delta=0$ است، با توجه به اینکه به ازای تمامی مقادیر پارامترها همواره $A > 0$ و $B > 0$ پس در نتیجه $Q_{EPQPM}=\frac{-B}{2A}<0$، خواهد بود که به علت

منفی شدن مقدار Q بهینه این حالت بررسی نمی‌شوند.

اثبات محدب بودن تابع هزینه کل

برای آنکه مقدار Q به دست آمده که برابر با ریشه مشتق اول تابع هزینه کل TC_{PM} است، نقطه مینیمم تابع باشد، لازم است که تابع هزینه یک تابع محدب باشد. به عبارت دیگر، باید مشتق دوم این تابع نسبت به Q مثبت باشد. بنابراین:

$$\frac{dTC_{PM}(Q)}{dQ}=\frac{AQ^2+BQ+C}{[M(1+P_1)Q+S+MTTR]^2}$$

با مشتق‌گیری مجدد از عبارت فوق و ساده کردن آن خواهیم داشت:

$$\frac{d^2TC_{PM}(Q)}{dQ^2}=\frac{[2A(MTTR+S)^2]Q}{[M(1+P_1)Q+S+MTTR]^4}-\frac{-2M^2(1+P_1)^2C]Q}{[M(1+P_1)Q+S+MTTR]^4}+\frac{+B(MTTR+S)^2}{[M(1+P_1)Q+S+MTTR]^4}-\frac{2M(1+P_1)(MTTR+S)C}{[M(1+P_1)Q+S+MTTR]^4} \quad (۲۵)$$

بدیهی است که عبارت موجود در مخرج کسر فوق به ازای تمامی مقادیر هموار مثبت است.اکنون نشان داده می شود که به ازای مقادیر مثبت تمامی جملات عبارت صورت کسر نیز همواره مثبت هستند. با توجه به شرط $C<0$ (رابطه ٤):

$$C<0\Rightarrow 2M^2(1+P_1)^2C<0 \quad (۲۶)$$
$$\Rightarrow -2M^2(1+P_1)^2C>0 \overset{A>0}{\Rightarrow}$$
$$2A(MTTR+S)^2$$
$$-2M^2(1+P_1)^2C>0$$

پس به ازای تمامی مقادیر مثبت Q، در مورد جمله اول صورت کسر خواهیم داشت:

$$[2A(MTTR+S)^2 - 2M^2(1+P_1)^2C]Q>0 \quad (۲۷)$$

$$B>0\Rightarrow B(MTTR+S)^2>0 \quad (۲۸)$$

$$C<0\Rightarrow 2M(1+P_1)(MTTR+S)C<0\Rightarrow -2M(1+P_1)(MTTR+S)C>0 \quad (۲۹)$$

به همین ترتیب، در مورد جملات دوم و سوم : بنابراین، صورت و مخرج کسر مشتق دوم تابع هزینه کل به ازای تمامی مقادیر مثبت Q همواره مثبت هستند و در نتیجه، تابع TC_{PM} یک تابع محدب بوده، نقطه Q_{EPQPM} نقطه مینیمم آن است.

نمونه‌های عددی

در اینجا به منظور نشان دادن کاربردهای عملی مدل نمونه‌های عددی متنوعی ارائه شده اند. در این نمونه ها سعی شده است میزان وابستگی Q بهینه به تغییرات پارامترهای MTTR، b، *i*، P_1 و P_2 با ثابت نگه داشتن سایر پارامترها نشان داده شود. اگر فرض بود مقادیر عددی سایر پارامترهای مدل به صورت زیر باشند:

$$M = 3(\min)\ ,\omega = 15(\$), \lambda = 10(\$)$$

$$D = 30(unit), S = 5(\min),\ \theta = 10(\frac{\$}{unit})$$

$$\pi = 100(\$/unit), \gamma = 40(\frac{\$}{\min}), E = 300(\$)$$

نتایج به دست آمده برای Q بهینه بر اساس تغییرات پارامترهای MTTR ، b ، i ، P_1 و P_2 در جدول ۱ ارائه شده است

:جدول ۱. اندازه بهینه دسته تولید به ازای مقادیر عددی پارامترها

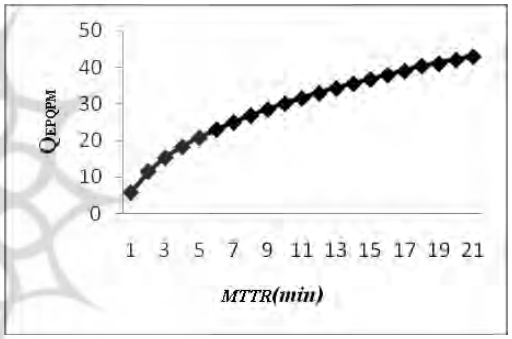
NUM.	MTTR (min)	b(unit)	i $\left(\frac{\$}{S.\min}\right)$	P_1	P_2	C	Q_{EPQPM}
۱	۵	۱۰	۰,۲	۰,۱	۰,۰۵	-۱۸۳۷۵	۲٤
۲	۱۰	۱۰	۰,۲	۰,۱	۰,۰۵	-۳۵۱۸۵	۳۲
۳	۱۵	۱۰	۰,۲	۰,۱	۰,۰۵	-۵۱۸۷۰	۳۸
٤	۲۰	۱۰	۰,۲	۰,۱	۰,۰۵	-٦۸٤۳۰	٤۳
۵	۲۵	۱۰	۰,۲	۰,۱	۰,۰۵	-۸٤۸٦۵	٤۸
٦	۳۰	۱۰	۰,۲	۰,۱	۰,۰۵	-۱۰۱۱۷۵	۵۲
۷	۲۰	۵	۰,۲	۰,۱	۰,۰۵	-۳۵۰۱۷,۵	۲۹
۸	۲۰	۱۵	۰,۲	۰,۱	۰,۰۵	۱۰۲۱۱۷,۵	۵٤
۹	۲۰	۲۰	۰,۲	۰,۱	۰,۰۵	-	٦٤
۱۰	۲۰	۲۵	۰,۲	۰,۱	۰,۰۵	-۱۳٦۰۸۰	۷۲
۱۱	۲۰	۱۰	۰,۰۵	۰,۱	۰,۰۵	۱۷۰۳۱۷,۵	۹٤
۱۲	۲۰	۱۰	۰,۱	۰,۱	۰,۰۵	-	٦٤
۱۳	۲۰	۱۰	۰,۱۵	۰,۱	۰,۰۵	-٦۹۳٦۷,۵	۵۱
۱٤	۲۰	۱۰	۰,۲۵	۰,۱	۰,۰۵	-٦۹۰۵۵	۳۸
۱۵	۲۰	۱۰	۰,۲	۰,۰۵	۰,۰۵	٦۸۷٤۲,۵	٤٤
۱٦	۲۰	۱۰	۰,۲	۰,۱۵	۰,۰۵	-٦۸۱۱۷,۵	٤۳
۱۷	۲۰	۱۰	۰,۲	۰,۲	۰,۰۵	-٦۵۲٤۰	٤۲
۱۸	۲۰	۱۰	۰,۲	۰,۱	۰,۰۱	-۷۱٦۲۰	٤۳
۱۹	۲۰	۱۰	۰,۲	۰,۱	۰,۱۵	-۷٤۸۱۰	٤٤
۲۰	۲۰	۱۰	۰,۲	۰,۱	۰,۲	-٦۸٤۳۰	٤٤
						-٦۸٤۳۰	
						-٦۸٤۳۰	

توجه شود که در تمامی نمونه‌های عددی ارائه شده شرط $C < 0$ برقرار است. همچنین، رفتار Q_{EPQPM} نسبت به برخی پارامترهای جدول شماره ۱ در شکل‌های شماره ۳ تا ۵ نشان داده شده‌اند.

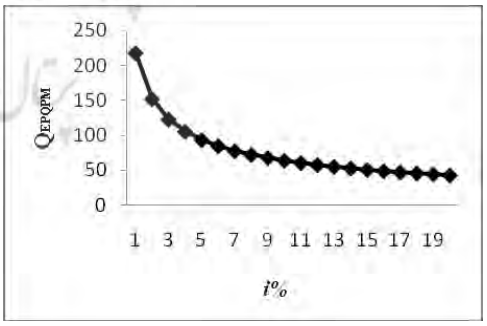
همان طور که در شکل‌های ۳ تا ۵ مشخص است، Q_{EPQPM} با پارامترهای MTTR و b رابطه مستقیم ولی با i رابطه عکس دارد. این نتایج را

می‌توان مستقیماً با مشتق‌گیری از Q_{EPQPM} نسبت به هر یک از این پارامترها نیز به دست آورد.

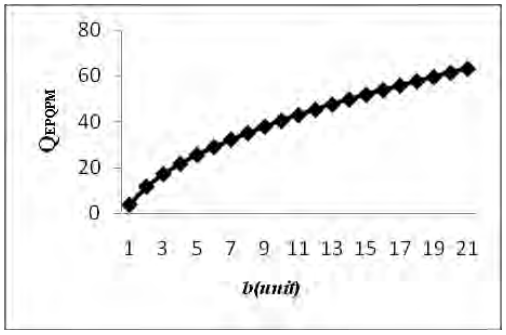
در شکل ۳ با افزایش زمان انجام تعمیرات پیشگیرانه بر روی ماشین، منحنی در ابتدا با یک شیب تند و در ادامه با شیب ملایمتری روند صعودی داشته است. این منحنی نشان می‌دهد که هر اندازه زمان انجام تعمیرات پیشگیرانه بر روی ماشین طولانی‌تر بوده، با دقت بیشتر و در سطح بالاتری انجام شود (همچنانکه موجب افزایش طول عمر و کارایی ماشین می‌شود) افزایش میزان تولید بهینه را نیز به دنبال خواهد داشت.



شکل ۳. نمودار رفتار Q_{EPQPM} بر اساس تغییرات $MTTR$



شکل ۴. نمودار رفتار Q_{EPQPM} بر اساس تغییرات i



شکل ۵. نمودار رفتار Q_{EPQPM} بر اساس تغییرات b

در شکل ٤ منحنی روندی کاملا نزولی داشته که این روند در ابتدا شدیدتر بوده، به تدریج ملایم شده است. با توجه به این منحنی می‌توان گفت برای مقادیر کمتر از ۱۰٪ افزایش درصد نرخ هزینه نگهداری موجودی در جریان ساخت، به شدت اندازه بهینه دسته تولید را تحت تأثیر قرار داده و موجب کاهش آن شده است، بنابراین، هزینه نگهداری موجودی در جریان ساخت، از جمله کلیدی‌ترین هزینه‌های محاسبه شده در این مدل است.

سرانجام در شکل شماره ۵ منحنی روندی صعودی داشته است؛ یعنی در حالتی که مدل از سیاست کمبود پس افت پیروی کند، با افزایش میزان سفارش‌های عقب افتاده مجاز، برای کمینه سازی تابع هزینه کل با مقدار تولید بیشتری از محصول مواجه خواهد بود.

مقایسه نتایج حاصل از تحلیل حساسیت مدل فوق با سایر مدل‌های مشابه ارائه شده در این زمینه گویای بروز اختلافاتی در نتایج است. برای نمونه همان طور که از جدول ۱ پیداست، اندازه بهینه دسته تولید در مدل فوق با افزایش پارامتر P_1 (نسبت محصولات

معیوب با قابلیت دوباره کاری) به طور ملایمی کاهش می‌یابد؛اکنونآنکه در مدلی که برای اولین توسط بوچر ارائه شد، تغییر این پارامتر هیچ گونه تأثیری بر روی اندازه بهینه دسته تولید (که در مدل بوچر GTOQ نامیده شده است)، ندارد. از طرف دیگر، در مدل ارائه شده توسط راستی و همکاران مشاهده می‌شود که با افزایش P_1 اندازه بهینه دسته تولید با شیب قابل ملاحظه‌ای روند صعودی دارد.

وقوع این گونه تفاوت‌ها در نتایج مدل‌ها را می-توان بر مبنای فرضیات در نظر گرفته شده برای آنها تفسیر نمود. برای مثال، با توجه به نتایج به دست آمده در این تحقیق، می‌توان ادعا نمود در نظر گرفتن فرض بروز انقطاع در حین تولید تأثیر قابل ملاحظه-ای بر جواب نهایی مدل دارد. در مورد سایر پارامترهای مدل‌ها نیز چنین تفاوت‌هایی در نتایج وجود دارد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله تعیین اندازه بهینه دسته تولید با در نظر گرفتن عواملی، همچون کمبود، موجودی در جریان ساخت، تولید محصولات معیوب با قابلیت دوباره-کاری و بدون قابلیت دوباره‌کاری و اعمال سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در مورد ماشین بررسی شد و مدل جدیدی برای دستیابی به میزان بهینه تولید ارائه گردید. متوقف ساختن موقتی ماشین در هر دوره تولید برای انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بر روی آن و وارد ساختن زمان انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در مدل به صورت یک متوسط زمانی، از جمله بارزترین تفاوت های این مدل با سایر مدل های ارائه شده است و همان طور که نتایج نشان می‌دهند در نظر گرفتن این عامل بر تعیین اندازه بهینه دسته تولید به طور قابل توجهی اثرگذار بوده است. انجام نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بر روی ماشین موجب افزایش طول عمر و کارایی ماشین شده و از بروز خرابی‌های ناگهانی در ماشین هنگام فرآیند تولید جلوگیری می-کند. پس لازم است کیفیت این تعمیرات در سطحی قابل قبول باشد. به منظور انطباق بیشتر این مدل با شرایط واقعی می‌توان انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بر روی ماشین را در حالت های متنوع‌تری در نظر گرفت (برای نمونه انجام آن در هر دو دوره تولیدی یک بار) و یا زمان لازم برای انجام آن را در برخی از دوره‌ها تغییر داد. باید توجه داشت که تجهیزات معمولا در دوران عمر خود دارای سه نوع نرخ خرابی هستند که این نرخ در ابتدای شروع به کارشان (به علت خرابی‌های ناشی از مونتاژ) نزولی بوده، در دوران عمر مفید ماشین تقریبا ثابت شده و در دوران فرسودگی آنها صعودی است . بنابراین، می‌توان زمان لازم برای انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه را با توجه به نرخ وقوع خرابی در ماشین در نظر گرفت. علاوه بر این وارد ساختن مباحث مربوط به اعتماد پذیری تجهیزات بر اساس توابع نرخ شکست آنها و در نظرگرفتن انواع دیگری از سیاست های نگهداری و تعمیرات ماشین‌آلات مانند نگهداری و تعمیرات اضطراری (EM)، نگهداری و تعمیرات اصلاحی (CM) و ... می‌تواند زمینه‌های توسعه آینده این مدل باشد؛ ضمن آنکه در این مقاله کلیه پارامترهای مدل به صورت قطعی در نظر گرفته شده‌اند که برای

توسعه این مدل می‌توان شکل احتمالی برخی از آنها را به کار برد.

منابع:

Boucher, T. O. (1984)." Lot sizing in group technology production systems", *International Journal of Production Research*, 22, 85˚93.

Cardenas Barron, L. E. (2008)." Optimal manufacturing batch size with rework in a single-stage production system ˚ a simple derivation", *Comput. Ind. Eng*. 55 (4) 758˚ 765.

Cardenas Barron, L. E. (2010). "The derivation of EOQ/EPQ inventory models with two backorders costs using analytic geometry and algebra", Applied Mathematical Modelling.

Cardenas Barron, L. E. (2001). "The economic production quantity (EPQ) with shortage derived algebraically", *Int. J. Prod. Econ*. 70 (3) 289˚292.

Cardenas Barron, L. E. (2001). "The economic production quantity without backlogging derived with algebra", *in: Sixth International Conference of the Decision Sciences Institute, Chihuahua, Mexico*.

Chang, S. K. J., Chuang, J. P. C., & Chen, H. J. (2005). "Short comments on technical note ˚ the EOQ and EPQ models with shortages derived without derivatives", *Int. J. Prod. Econ*. 97 (2) 241˚243.

Chiu, S. W., Wang, S. L., & Chiu, Y. S. P. (2007). "Determining the optimal run time for EPQ model with scrap, rework, and stochastic breakdowns", *European Journal of Operational Research*, 180, 664˚676.

[Chiu, Y.P. (2003)." Determining the optimal lot size for the finite production model with random defective rate", *the rework process, and backlogging. Engineering Optimization*, 35 (4),427˚437.

Drake, M. J., Pentico, D. W., & Toews, C. (2011). "Using the EPQ for coordinated planning of a product with partial backordering and its components", *Mathematical and Computer Modelling*, 53 359 375.

Hayek, P. A., Salameh, M. K. (2001). "Production lot sizing with the reworking of imperfect quality items produced", *Production Planning and Control*, 12 (6), 584˚590.

Jaber, M. Y., Nuwayhid, R. Y., & Rosen, M. A. (2004). "Price driven economic order systems from a thermodynamic point of view", *International Journal of Production Research*, 42 (24),5167˚5184.

Jamal, A. M. M., Sarker, B. R., & Mondal, S. (2004). "Optimal manufacturing batch size with rework process at a single-tage production system", *Computers & Industrial Engineering*, 47-77, 89-89.

Nahmias, S. (1993). "Production and operations analysis", *2nd ed. Burr Ridge: Irwin.*

Osteryoung, J. S., McCarty, D. E., & Reinhart, W. J. (1986)." Use of EOQ model for inventory analysis", *Production Inventory Management Journal (3rd Quarter)*, 39˚45.

Rasti, M. B., Jahanbazi, M., & Bijari, M. (2011). "Effects of imperfect products on lot sizing with work in process inventory", *Applied Mathematics and Computation*, 217, 8328-8336.

Rosenblatt, M. J., Lee, H. L. (1986). "Economic production cycles with imperfect production processes", *IEE Transactions* 18, 48˚55.

Samaddar, S., Hill, C. A. (2007). "Controlling adverse effect on work in process inventory while reducing machine setup time", *European Journal of Operational Research*, 180, 249˚261.

Schwaller, R. L. (1988). "EOQ under inspection costs", Production *and Inventory Management*, 29, 22˚35.

Sharma, S. (2007). "Minimizing the difference between intermittent and continuous production with back orders", *Journal of Engineering Manufacture*, 221 (11), 1617˚ 1623.

Silver, E. A. (1981). "Operations research in inventory management: a review and critique", *Operations Research*; 29: 628˚ 45.

Silver, E. A., Pyke, D. F., & Peterson, R. (1998)." Inventory management and production planning and scheduling", *3rd ed. New York: Wiley*.

Sphicas, G. P. (2006)." EOQ and EPQ with linear and fixed backorder costs: two cases identified and models analyzed without calculus", *Int. J. Prod. Econ*. 100 (1) 59˚ 64.

پی نوشت:

1- Osteryoung, J. S., McCarty, D. E., & Reinhart, W. J. (1986) .2- Rasti, M. B., Jahanbazi, M., & Bijari, M. (2011).
3- Nahmias, S. (1993).
4- Silver, E. A. (1981).
5- Silver, E. A., Pyke, D. F., & Peterson, R. (1998).
6- Jaber, M. Y., Nuwayhid, R. Y., & Rosen, M. A. (2004).
7- Hayek, P. A., Salameh, M. K. (2001).
8- Chiu, Y.P. (2003).
9- Schwaller, R. L. (1988).
10- Jamal, A. M. M., Sarker, B. R., & Mondal, S. (2004).
11- Cardenas Barron, L. E. (2001),(2008),(2010).
12- Chang, S. K. J., Chuang, J. P. C., & Chen, H. J. (2005).
13- Sphicas, G. P. (2006).
14- Drake, M. J., Pentico, D. W., & Toews, C. (2011).
15- Sharma, S. (2007).
16- Chiu, S. W., Wang, S. L., & Chiu, Y. S. P. (2007).
17- Rosenblatt, M. J., Lee, H. L. (1986).
18- Rasti, M. B., Jahanbazi, M., & Bijari, M. (2011).
19- Boucher, T. O. (1984).
20- Samaddar, S., Hill, C. A. (2007).
21- Rasti, M. B., Jahanbazi, M., & Bijari, M. (2011).

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی