فصلنامه علمی ـ پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی سال هشتم، شماره ۲۰، بهار ۹۰
صفحات ۲۷ تا ۴۸

مسئله جایابی پوششی با در نظرگرفتن تراکم مشتریان و تقاضای از دست‌رفته با روش حل آلگوریتم ژنتیک

حسن شوندی *
مهدی مردانه خامنه**

چکیده

در شبکه‌های خدمت‌رسانی یا شبکه‌های توزیع محصولات، هر گره بیانگر یک ناحیه تقاضا است و میزان تقاضا برای آنها برآورد می‌شود. یال‌های شبکه نیز بیانگر راه‌های ارتباطی بین گره‌هاست که معمولا با فاصله بین دو گره یا زمان مسافرت بین آنها همراه است. در مسائل جایابی پوششی، هدف جایابی تعدادی خدمت‌دهنده در شبکه است به گونه‌ای که تقاضای مشتریان در شبکه تحت پوشش حداکثری خدمت‌دهنده‌ها قرار گیرد و معیار مورد نظر بهینه شود. در این مقاله، یک مدل جایابی با ساختار احتمالی که احتمال مراجعه تقاضا از یک گره به خدمت دهنده‌ها با توجه به فاصله آنها برآورد می شود توسعه می یابد. همچنین در مدل ارائه شده با فرض رقابتی بودن بازار بحث فروش از دست رفته در نظر گرفته شده است و با توجه به این موضوع هدف مدل حداقل کردن هزینه از دست دادن تقاضاها یا حداکثر کردن سود حاصل از پاسخگویی به این تقاضاهاست. بعد از ارائه مدل، یک الگوریتم ژنتیک برای حل مدل ارائه می‌شود. علاوه بر این از بحث طراحی آزمایشات و متدولوژی سطح پاسخ برای تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود تا عملکرد آلگوریتم ارتقاء یابد. نتایج محاسباتی نشان‌دهنده کارایی بسیار خوب آلگوریتم ژنتیک ارائه شده است.

کلمات کلیدی: جایابی، نظریه صف ، الگوریتم ژنتیک، تقاضای از دست رفته.

* استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف تهران، ایران (مسئول مکاتبات) E.Mail: shavandi@sharif.edu
** کارشناس ارشد مهندسی صنایع دانشگاه آزاد قزوین، ایران

مقدمه

امروزه اتخاذ تصمیمات مربوط به بحث جایابی در همه سطوح سازمان‌ها و شرکت‌ها و در تمام زمینه های اقتصادی، فرهنگی، اجتماعی، بهداشتی، نظامی و.... به طور تکراری و همیشگی وجود دارد. این خود یکی از دلایل و توجهات قوی برای تلاش‌های بسیار پژوهشگران جهت رسیدن به مدل‌های مناسب و کاربردی جایابی است. هدف اصلی در مسائل جایابی، تعیین مکان بهینه تسهیلات است، به طوری که هزینه کل را کمینه کند.

نظریه جایابی، تحقیقات زیادی را از سال ۱۹۶۰ به خود جلب کرد، به طوری که براندیو و چیو[۵] در سال ۱۹۸۹، ۵۰ نوع مسئله جانمائی را معرفی و روابط بین آنها را مورد بررسی قرار دادند و داسکین[۶] در سال ۱۹۹۵ روی جزئیات این مدل‌ها بحث کرده‌اند.

یکی از مدل های معروف جایابی، مدل جایابی حداکثر پوشش[۱] است. در این مدل تعداد مشخصی خدمت‌دهنده به گونه‌ای باید در شبکه جایابی شوند که پوشش گره‌های تقاضا حداکثر شود. هر گره‌ای که فاصله آن تا خدمت‌دهنده کمتر از شعاع پوشش استانداردی باشد، در مجموعه گره‌های قابل پوشش آن خدمت‌دهنده قرار می‌گیرد. همچنین هر گره می‌تواند تحت پوشش یک خدمت‌دهنده قرار گیرد. بعدها این مدل با در نظر گرفتن شرایط مختلف مانند ساختار احتمالی و نظریه صف توسعه یافت. اولین مدل احتمالی جایابی حداکثر پوشش مورد انتظار[۲] توسط داسکین در سال ۱۹۸۳ ارایه شد. در این مدل هدف ماکزیمم کردن پوشش مورد انتظار، با در نظر گرفتن احتمال مشغول بودن مراکز خدمت‌دهی به علت تقاضای زیاد بود. هوگان و روله[۱۰] در سال ۱۹۸۶ یک نسخه احتمالی دیگر از مدل جایابی حداکثر پوشش به نام مدل جایابی حداکثر دسترسی[۳] ارایه کردند. در این مدل تلاش شد تا تعداد محدودی مرکز خدمت دهی طوری جایابی شودکه جمعیت مورد پوشش حداکثر شده وتضمین شود که هر تقاضا ، یک مرکز خدمت‌دهی را با احتمال α در

1- Maximum Covering Location Problem (MCLP)
2- Maximum Expected Covering Location Problem (MEXCLP
3 - Maximum Available Location Problem (MALP)

فاصله پوشش خود قراردهد. هردو مدل جایابی حداکثر پوشش مورد انتظار و حداکثر دسترسی از یک سری فرضیات ساده‌کننده استفاده می‌کنند به طوری که محققان بعدی، در تحقیقات خود سعی در آزاد کردن این فرضیات داشتند. روله و هوگان [۱۹] درسال ۱۹۸۹ دو نوع مختلف از مدل جایابی حداکثر دسترسی با نامهای مدل جایابی حداکثر دسترسی(۱) و مدل جایابی حداکثر دسترسی(۲) تعریف کردند، که در مدل (۱) احتمال مشغول بودن مراکز خدمت‌دهی یکسان ولی در مدل (۲) احتمال مشغول بودن مراکز خدمت دهی به منطقه احداث آن بستگی داشت.

ماریانف و همکارانش [۱۴] در سال۲۰۰۷ با استفاده از نظریه صف مدل جایابی ارائه دادند که در آن اولویت مشتری برای انتخاب خدمت‌دهنده‌ها فاصله و زمان انتظار بود. روله و همکارانش [۲۰] در سال ۲۰۰۷ مدلی ارائه کردند که هدف این مدل حداقل کردن فروش از دست رفته یک کارخانه در رقابت با دیگر رقبا بود در حالتی که این کارخانه به علت اوضاع نامناسب بازار مجبور بود مراکز توزیع خود را کم کند. برمن و همکارانش [۳] در سال ۲۰۰۶ مدلی ارائه‌کردند که در آن مشتری وقتی به یک خدمت‌دهنده مراجعه می‌کرد و ظرفیت خدمت‌دهی پر بود جهت دریافت خدمت به نزدیک‌ترین خدمت‌دهنده بعدی مراجعه می‌کرد و اگر همه ظرفیت‌ها تکمیل بود فروش از دست رفته پیش می‌آمد و هدف مدل حداقل‌کردن تعداد فروش‌های از دست رفته بود. گرلیمینس و همکارانش[۹] سال ۲۰۰۹ یک مدل جایابی برای استقرار مراکزاورژانس با در نظر گرفتن حالت سه‌بعدی و حالتی که در زمان مراجعه تقاضا مرکز سرویس‌دهی در دسترس نباشد ارائه دادند در این مدل میزان سرویس‌دهی در مراکز مختلف یکی نیست و با توجه به نوع حوادث هر منطقه مختلف است. میچل و همکارانش[۱۵] در سال ۲۰۰۹ یک مدل جایابی با سرویس‌دهی نامحدود در یک محیط احتمالی با چند فاکتور ریسک ارائه دادند که باعث شد تقاضای هر ناحیه تصادفی باشد و با نواحی دیگر مرتبط باشد. برالدی و برونی [۲] درسال ۲۰۰۹ یک مدل احتمالی و یک روش حل برای سیستم های اورژانس متراکم ارائه دادند، آنها مفهوم عدم اطمینان در این مدل را بوسیله یک الگوی برنامه‌ریزی جدید که بر پایه محدودیت‌های احتمالی با ساختار دو مرحله‌ای

قدیمی بود، حل کردند. اسچمیر و دوارنر[22] در سال ۲۰۱۰ برای مدل جایابی مراکز اورژانس مدلی چند زمانه ارائه دادند که در آن مدت، زمان پیموده شده بوسیله آمبولانس در مناطق مختلف متغیر بود، در این مدل مکان آمبولانس طوری تعیین شد که از یک منطقه، پوشش استاندارد را به طور قطعی پشتیبانی کند.

توسعه مدل احتمالی جایابی با در نظر گرفتن صف و فروش از دست رفته

مدل ارائه شده، یک مدل جایابی گسسته است که نقاط تقاضا از معیار فاصله، جهت مراجعه به مراکز خدمت‌دهی استفاده می‌کنند و فرض بر این است که هر تقاضا به مرکز خدمت‌دهی با احتمالی که، تابعی از فاصله آن تا مرکز خدمت‌دهی است مراجعه می‌کند.

در این مدل فرض شده که در هر نقطه امکان استقرار تنها یک خدمت‌دهنده وجود دارد. و اگر یک متقاضی به مرکز خدمت‌دهی مراجعه کند و آن مرکز مشغول خدمت‌دهی به متقاضیان دیگر باشدو طول صف در این مرکز از یک حدی بیشتر باشد، این تقاضا با احتمال α منتظر دریافت خدمت می‌ماند و با احتمال $(1-\alpha)$ تقاضا از دست می‌رود. پس با توجه به این فرض، هدف مدل، حداقل کردن هزینه تقاضاهای از دست رفته یا حداکثر کردن سود حاصل از پوشش تقاضاها است. همچنین با توجه به محدودیت بودجه، تنها محدودیت مدل تعداد مراکز خدمت دهی قابل احداث است. همان طور که عنوان شد در این مدل امکان از دست رفتن تقاضا وجود دارد. مثالی که برای این مدل می توان در نظر گرفت، بازارهای رقابتی است که در آن تأمین‌کننده و مشتری در آن فعالیت می‌کنند و مشتری‌ها درمراجعه به تأمین‌کننده در برخی موارد که کالا در انحصار تأمین‌کننده خاصی باشد منتظر می‌ماند و در غیر این صورت جهت تأمین کالای مورد نیاز خود به تأمین‌کننده دیگری مراجعه می‌کند و منتظر تأمین‌کننده خاصی نمی‌ماند. در ادامه بر اساس این فرضیات، مراحل مدل سازی مسئله انجام می‌شود.

پارامترها و متغییر های تصمیم گیری

پارامترهای مسئله جهت مدل سازی به شرح ذیل تعریف می شوند:

n: تعداد نقاط تقاضا.

T: تعداد کل خدمت دهنده‌ها.

b: حداکثر طول صف.

φ_i : میزان تقاضای گره i (پواسان).

μ_j: میزان سرویس دهی خدمت دهنده j.

d_{ij}: فاصله گره i از خدمت دهنده j.

P_{ij}: احتمال مراجعه متقاضی i به مرکز خدمت دهی j.

α: احتمال منتظر ماندن متقاضی در صورتی که طول صف بیش از b باشد.

B_{ij}: میزان کسب درآمد از هر واحد تقا ضای گره i در صورت مراجعه به مرکز j.

C_{ij}: هزینه فرصت از دست رفته هر واحد تقا ضای گره i درصورت عدم مراجعه به مرکز خدمت دهی j.

ρ_j: احتمال اشغال بودن مرکز خدمت دهی j.

تنها متغیر تصمیم گیری مدل که همان جایابی یا احداث مراکز خدمت است به صورت ذیل تعریف می شود:

Y_j : متغیر صفر و یک است که در صورت احداث مرکز خدمت دهی در گره j مقدار یک گرفته و در غیر این صورت مقدار صفر می گیرد.

احتمال مراجعه یک تقاضا از نقطه i به گره دلخواه j، بر اساس تابع لاجیت[1] [۱۴]، به شکل ذیل تعریف می‌شود:

$$\mathbf{P_{ij}} = \frac{\mathbf{Y_j e^{-d_{ij}}}}{\sum_{\mathbf{k \in n}} \mathbf{Y_k e^{-d_{ik}}}} \qquad \forall i, j \in n \qquad (۱)$$

در رابطه (۱) هرچه d_{ij} مقدار بزرگی داشته باشد، یا به عبارتی دیگر فاصله بین دو گره i و j زیاد باشد، P_{ij} یا احتمال مراجعه تقاضای گره i به مرکز خدمت رسانی j کوچک تر خواهد بود. همچنین در رابطه (۱) احتمال P_{ij} برابر صفر خواهد بود، اگر

1- Logit function

در نقطه تقاضای j مرکز خدمت‌دهی جدید احداث نشود.
همچنین با توجه به نحوه تعریف P_{ij} می توان به راحتی نشان داد که:

$$\sum_{j\in n} P_{ij} = 1 \qquad \forall i\in n \qquad (۲)$$

پس لزومی ندارد که این رابطه به عنوان محدودیت به مدل اضافه شود.

تابع هدف مدل

همان طورکه در ابتدای تحقیق عنوان شد، تابع هدف مدل به دنبال حداقل کردن هزینه ناشی از تقاضاهای از دست‌رفته یا حداکثر نمودن سود حاصل از پاسخ به تقاضاها است. با توجه به اینکه تقاضای مراجعه‌کننده به یک مرکز خدمت‌دهی در صورتی که طول صف بیش از b نفر باشد با احتمال α منتظر می ماند و با احتمال $(1-\alpha)$ منصرف می شود، پس ابتدا باید احتمال اینکه طول صف بیش از b نفر باشد را محاسبه کنیم و با توجه به این احتمال، احتمال از دست رفتن تقاضا محاسبه می‌شود. در هر نقطه تقاضا امکان استقرار حداکثر یک مرکز خدمت‌دهی وجود دارد و با توجه به اینکه میزان تقاضا در گره‌های متقاضی از توزیع پواسون تبعیت کرده و میزان خدمت‌دهی نیز از توزیع نمایی پیروی می کند سیستم صف حاکم در هر مرکز خدمت‌دهی M/M/1 است، پس احتمال این که در یک مرکز خدمت‌دهی طول صف بیش از b نفر باشد از رابطه ذیل به دست می‌آید:

$$p\left(\text{احتمال اینکه طول صف درمرکز } j \text{ بیش ازنفر } b \text{ باشد}\right) = \rho_j^{\,b+2} \qquad (۳)$$

که در رابطه بالا ρ_j برابر احتمال مشغول بودن مرکز خدمت دهی j یا ضریب بهره وری است که (با توجه به M/M/1 بودن سیستم صف موجود) از رابطه ذیل به دست می آید:

$$\rho_j = \frac{\overline{\varphi_j}}{\mu_j} \qquad (۴)$$

در رابطه بالا μ_j برابر میزان سرویس دهی مرکز j و $\overline{\varphi_j}$ برابر میزان ورود تقاضا به مرکز j است که با توجه به اینکه به ازای هر گره i، φ_i میزان مراجعه متقاضیان به این گره فرض شده است و متقاضی گره i با احتمال P_{ij} به مرکز خدمت دهی j مراجعه می‌کند، پس میزان مراجعه به مرکز خدمت‌دهی j از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$\overline{\varphi_J} = \sum_i \varphi_i P_{ij} \qquad \forall j \in n \tag{۵}$$

در نتیجه با توجه به روابط بالا و توضیحات داده شده در ابتدای بخش، احتمال از دست رفتن تقاضا در مرکز j برابر است با:

$$\left(\rho_j{}^{b+2}\,(1-\alpha)\right) \tag{۶}$$

همان طور که اشاره شد در صورتی که تقاضایی در مرکزی پاسخ داده نشود سیستم دچار هزینه فروش از دست‌رفته خواهد شد، لذا برای حداقل کردن مجموع هزینه‌های ناشی از دست دادن تقاضاها در کلیه مراکز خدمت‌دهی از تابع هدف زیر استفاده می‌شود:

$$\boldsymbol{min}\sum_j\left[\left(\sum_i \mathbf{C}_{ij}\boldsymbol{p}_{ij}\boldsymbol{\varphi}_i\right)\left(\boldsymbol{\rho}_j{}^{b+2}\,(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})\right)\right] \tag{۷}$$

و اگر تابع هدف در پی حداکثرکردن سود ناشی از پاسخ به کل تقاضاها باشد، داریم:

$$\boldsymbol{max}\sum_j\left[\left(\sum_i \mathbf{B}_{ij}\boldsymbol{p}_{ij}\boldsymbol{\varphi}_i\right)\left(\left(\mathbf{1}-\boldsymbol{\rho}_j{}^{b+2}\right)+\boldsymbol{\rho}_j{}^{b+2}\boldsymbol{\alpha}\right)\right] \tag{۸}$$

مدل برنامه‌ریزی ریاضی

مدل برنامه ریزی ریاضی مسئله تعریف شده به صورت ذیل به دست می آید:

$$\boldsymbol{min}\sum_j\left[\left(\sum_i \mathbf{C}_{ij}\boldsymbol{p}_{ij}\boldsymbol{\varphi}_i\right)\left(\boldsymbol{\rho}_j{}^{b+2}\,(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})\right)\right] \tag{۹}$$

or

$$\boldsymbol{max}\sum_j\left[\left(\sum_i \mathbf{B}_{ij}\boldsymbol{p}_{ij}\boldsymbol{\varphi}_i\right)\left(\left(\mathbf{1}-\boldsymbol{\rho}_j{}^{b+2}\right)+\boldsymbol{\rho}_j{}^{b+2}\boldsymbol{\alpha}\right)\right] \tag{۱۰}$$

s.t.

$$\sum_j \mathbf{Y_j} = \boldsymbol{T} \tag{۱۱}$$

$$\boldsymbol{\rho}_\mathbf{j} = \frac{\sum_\mathbf{i} \mathbf{P_{ij}}\boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i}}{\boldsymbol{\mu}_\mathbf{j}} \qquad \forall \mathbf{j} \in \mathbf{n} \tag{۱۲}$$

$$\mathbf{P_{ij}} = \frac{\mathbf{Y_j e^{-d_{ij}}}}{\sum_{\mathbf{k}\in\mathbf{n}} \mathbf{Y_k e^{-d_{ik}}}} \qquad \forall \mathbf{i}, \mathbf{j} \in \mathbf{n} \tag{۱۳}$$

$$\mathbf{Y_j} \in \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\} \qquad \mathbf{j} \in \mathbf{n} \tag{۱۴}$$

محدودیت (۱۱) بیانگر محدودیت تعداد مراکز خدمت دهی قابل احداث است.

روش حل مدل

مدل ارائه شده در این مقاله، تعمیمی غیر خطی از مدل ساده و خطی پوشش مجموعه[1] است. گری و جانسون [۸] در سال ۱۹۷۹ ثابت کردند که مدل پوشش مجموعه یک مسئله با پیچیدگی بالا[2] است در نتیجه مدل ارائه شده در این مقاله نیز دارای پیچیدگی بالا است. پس با روش‌های حل کلاسیک نمی‌توان جواب بهینه آن را به دست‌آورد و لازم است یک روش حل فوق ابتکاری برای آن ارایه شود. با توجه به پیشینه مناسب استفاده از الگوریتم ژنتیک در مسایل جایابی، در این تحقیق نیز از این الگوریتم استفاده می‌شود.

مرور ادبیات کاربرد الگوریتم ژنتیک در مسائل جایابی

الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم جستجو برای یافتن جواب‌های نزدیک به بهینه در مسائلی با فضای حل گسترده است . این الگوریتم برای اولین بار روی مسائل جایابی ـ تخصیص توسط هسیج و گود چایلد[۱۱] در سال ۱۹۸۶ به کار برده شد. گنگ و همکارانش[۷]در سال ۱۹۹۹ از یک ژنتیک برای تخصیص m ماشین به m محل استفاده کردند و مقایسه‌ای بین این الگوریتم و دیگر روش‌های حل زمان‌بر انجام دادند. مورنو و همکارانش[۱۶] در سال ۱۹۹۴ ژنتیک را برای مسائل p-median به‌کار بردند. کراتیکا و همکارانش[۱۳] در سال ۲۰۰۱ یک ژنتیک برای یک مثال ساده جایابی کارخانه به‌کار بردند و بزکایا و همکارانش[۴] یک ژنتیک کارا برای مسائل p-median توسعه دادند و ثابت کردند که این الگوریتم نسبت به دیگر الگورتیمهای ارائه شده کارایی بیشتری دارد. جارامیلو و همکارانش[۱۲] در سال ۲۰۰۲ مقایسه‌ای از عملکرد ژنتیک روی انواع مسائل مختلف جایابی داشتند. ایتوگ و سایدام[۱] یک ژنتیک ترکیبی را برای مسائل جایابی حداکثر پوشش مورد انتظار با استفاده از الگوریتم تقریبی هایپروکوب[3] توسعه دادند . همچنین یک مقایسه بین ژنتیک بکاررفته روی مسائل جایابی حداکثر پوشش مورد انتظار و دیگر

1- Set Covering
2- Np-hard
3- hypercube

روش‌های و الگوریتم‌ها انجام و نشان دادند که حداقل یکی از ژنتیک های به‌کاربرده‌شده در این مدل به یک جواب نزدیک به بهینه با زمان حل قابل قبول منجر می‌شود. توپوگلو و همکارانش [۲۵] در سال ۲۰۰۷ یک ژنتیک جدید ارائه کردند و مقایسه‌ای بین ژنتیک ارائه‌شده و جستجوی ممنوع[1] انجام دادند. شوندی و محلوجی[۲۱] در سال۲۰۰۶ پس از ارائه مدل FQMCLP[2] و با توجه به شباهت این مدل به مسئله p-median یک ژنتیک مانند ژنتیک ارائه شده توسط بزکایا برای مدل p- median، برای مدل‌شان ارائه دادند. شینگ و همکارانش [۲۳] در سال ۲۰۰۷ یک ژنتیک برای مسائل جایابی ـ تخصیص ارائه کردند، آنها در این الگوریتم از تکنیک ساب گرادیان[3] برای حل کاراتر آن استفاده کردند. یانگ و همکارانش[۲۶] در سال ۲۰۰۷ یک ژنتیک برای جایابی ایستگاه های آتش‌نشانی که با استفاده از برنامه‌ریزی چند هدفه فازی بهینه می‌شد، ارائه کردند.

الگوریتم ژنتیک پیشنهادی

طرح کروموزوم[4]: با توجه به ماهیت جواب ها، کروموزوم‌ها به صورت یک رشته n تایی ۰ و۱ خواهند بود و یک های هر کروموزوم (نشان دهنده احداث مرکز خدمت‌دهی) به تعداد T است وکروموزوم های نسل اول طوری ایجاد می‌شوند که محدودیت (۱۱) رعایت شود.

طرح اولیه[5] : جمعیت[6] هر نسل به صورت کاملا تصادفی ایجاد می‌شود، احتمالی برای هر کروموزوم با توجه به مطلوبیت تابع هدف مربوط به آن اختصاص می‌دهیم. برای ایجاد نسل بعدی ابتدا بهترین کروموزوم را به نسل بعد انتقال می‌دهیم و دیگر کروموزوم‌ها با استفاده از دو عمل‌گر تقاطع[7] و جهش[8] ایجاد می‌شوند. احتمال استفاده هریک از عمل‌گرهای تقاطع و جهش را P_c و P_m در نظر می گیریم. همچنین الگوریتم به تعداد دفعات مشخص که جزء ورودیهای الگوریتم است تکرار می‌شود.

1- Tabu Search
2- Fuzzy Queuing Maximal Covering location problem
3- Sub gradient
4- Chromosome structure
5- Basic scheme
6- Pop_size
7- Crossover
8- Mutation

عمل‌گر تقاطع: در این عمل‌گر ابتدا با استفاده از دو استراتژی چرخه رولت[1] و انتخاب مسابقه‌ای[2] دو کروموزوم والد انتخاب می‌شوند. احتمال استفاده از دو استراتژی فوق Pcr و Pct و در نظرگرفته می‌شوند. بعد از انتخاب کروموزوم های والد، کروموزم های فرزند با استفاده از روش تقاطع دو نقطه‌ای تولید می‌شوند. بعد از اجرای این عمل‌گر یک مرحله اصلاح جواب‌ها نیز به منظور پرهیز از جواب غیر موجه انجام می‌شود.

عمل‌گر جهش: در این مرحله، مکان دو ژن از کروموزوم تعویض می‌شوند.

تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک پیشنهادی

در این بخش برای کاراتر شدن الگوریتم ارائه شده به تنظیم پارامترهای ژنتیک با استفاده از متدولوژی سطح پاسخ می‌پردازیم. متدولوژی سطح پاسخ ابزاری است که به وسیله آن می توان مقادیر بهینه سطوح مختلف یک آزمایش را در حالتی که سطوح اثرات متقابل روی هم دارند بدست آورد. در این قسمت تعداد جمعیت[3] ، احتمال استفاده ازعمل‌گر تقاطع و انتخاب مسابقه‌ای و تعداد تکرارهای الگوریتم[4] به‌عنوان متغیرهای ورودی و دقت جواب های به دست آمده و زمان حل را به عنوان متغیرهای پاسخ در نظر می‌گیریم. بازه مربوط به هر متغیر ورودی در جدول۱ آورده شده است.

جدول ۱. بازه هر متغیر ورودی

پارامترها	بازه هر متغیر ورودی
تعداد جمعیت	(n-T)-۲(n-T)
احتمال عملگر تقاطع(P_c) = ۱-احتمال عملگرجهش (P_m)	۰.۰–۰.۹۵
احتمال انتخاب مسابقه ای (P_{ct}) =۱-احتمال چرخه زولت(P_{cr})	۰.۰–۰.۵
تعداد تکرارهای الگوریتم	n-۲n

1- roulette wheel
2- tournament
3- pop size
4- number of iterations

متغیرهای ورودی را X_1، X_2، X_3 وX_4 در نظر می‌گیریم و ابتدا، میانه و انتهای هر بازه را با اعداد ۱- ،۰، ۱ مشخص می‌کنیم. برای دست یابی به نتایج رضایت بخش، ۳۰ مسئله با تعداد نقاط تقاضا ۳۰،۲۰،۱۰،۵و۴۰ در نظر گرفته می شوند. Y_1: اولین متغیر پاسخ (دقت جوابها) و Y_2: دومین متغیر پاسخ (زمان حل) در نظر گرفته می‌شود برای مقایسه درست مقادیر به دست‌آمده برای Y_1و Y_2 ، این مقادیر را براساس بهترین جواب‌ها نرمالایز می‌کنیم. ابتدا با استفاده از یک طرح 2^4 فاکتوریل CCD[1] با ۴ نقطه مرکزی، الگوریتم ژنتیک را اجرا می‌کنیم وبا کمک تحلیل واریانس به این نتیجه می رسیم که مدل درجه ۲ بهترین مدل برای این مسئله است. برای بدست آوردن سطوح آزمایش از یک طرح 2^4 فاکتوریل CCF[2] با $\alpha=1$ وبا ۴ نقطه مرکزی و ۸ نقطه برداری استفاده می‌کنیم [۱۷]. اجرای این طرح بوسیله نرم‌افزار Minitab انجام شده و سطوح به دست‌آمده در جدول (۲) آورده شده است.

1- central Composite Design
2- Central Composite Face

جدول ۲. نتایج آزمایش‌های RSM بروی الگوریتم

	متغیرهای ورودی				متغیرهای پاسخ	
اجراها	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2
۱	۱	−۱	۱	−۱	۰.۷۸۲	۰.۴۲۱
۲	۱	۰	۰	۰	۰.۹۲۳	۰.۳۴۶
۳	−۱	۱	−۱	۱	۰.۸۸۷	۰.۴۵۳
۴	۱	۱	−۱	۱	۰.۹۷۲	۰.۲۹۳
۵	۱	۱	۱	۱	۰.۹۱۹	۰.۲۸۷
۶	−۱	−۱	۱	۱	۰.۶۷۱	۰.۶۲۷
۷	۱	−۱	۱	۱	۰.۷۳۹	۰.۴۳۳
۸	−۱	−۱	۱	−۱	۰.۷	۰.۷۲۷
۹	−۱	−۱	−۱	−۱	۰.۷۶۸	۰.۷۰۹
۱۰	۱	۱	−۱	−۱	۰.۸۹	۰.۴۳۶
۱۱	۰	۰	۱	۰	۰.۹۰۶	۰.۴۵۶
۱۲	−۱	۱	−۱	−۱	۰.۸۵۷	۰.۶۲۵
۱۳	۱	−۱	−۱	۱	۰.۷۴۶	۰.۴۶۷
۱۴	۱	−۱	−۱	−۱	۰.۷۹۷	۰.۵۳۲
۱۵	۰	۰	−۱	۰	۰.۸۶۳	۰.۴۴۹
۱۶	۰	۰	۰	−۱	۰.۸۸	۰.۴۹۶
۱۷	−۱	−۱	−۱	۱	۰.۶۶۴	۰.۴۲۷
۱۸	−۱	۱	۱	−۱	۰.۸۸۲	۰.۵۷۳
۱۹	۰	۰	۰	۱	۰.۸۸۶	۰.۳۹۵
۲۰	−۱	۰	۰	۰	۰.۸۶۵	۰.۴۷
۲۱	۱	۱	۱	−۱	۰.۹۰۶	۰.۳۶۸
۲۲	۰	۰	۰	۰	۰.۹۱۴	۰.۴۶۱
۲۳	۰	۰	۰	۰	۰.۹۱۴	۰.۴۶۱
۲۴	۰	−۱	۰	۰	۰.۷۷	۰.۵۶۹
۲۵	−۱	۱	۱	۱	۰.۸۶	۰.۳۵۹
۲۶	۰	۰	۰	۰	۰.۹۱۴	۰.۴۶۱
۲۷	۰	۱	۰	۰	۰.۹۲۳	۰.۴۲۱
۲۸	۰	۰	۰	۰	۰.۹۱۴	۰.۴۶۱

با استفاده از نتایج جدول۲ معادله رگرسیون مورد نظر برای Y_2وY_1 به شکل زیر به دست می‌آید:

$$Y_1 = ۰.۷۸۶۶ + ۰.۰۲۹\ X_1 + ۰.۰۴۸\ X_2 - ۰.۰۰۴\ X_3 - ۰.۰۰۶\ X_4 + ۰.۰۹۸\ X_1X_1$$
$$- ۰.۲۴۳\ X_2X_2 + ۰.۰۸۹\ X_3X_3 + ۰.۰۸۷\ X_4X_4 - ۰.۰۰۴\ X_1X_2 + ۰.۰۰۰۲\ X_1X_3$$
$$+ ۰.۰۰۸\ X_1X_4 + ۰.۰۰۳\ X_2X_3 + ۰.۰۲۱\ X_2X_4 - ۰.۰۰۲\ X_3X_4 \quad (۱۵)$$

$$Y_2 = ۰.۴۵۹ - ۰.۰۷۷\ X_1 - ۰.۰۵۹\ X_2 - ۰.۰۰۸\ X_3 - ۰.۰۶۴\ X_4 - ۰.۰۴۱\ X_1X_1$$

$$+ ۰.۰۶۴\ X_2X_2 + ۰.۰۰۴\ X_3X_3 - ۰.۰۰۴\ X_4X_4 + ۰.۰۰۱\ X_1X_2 - ۰.۰۱۸\ X_1X_3 + ۰.۰۳۱\ X_1X_4 - ۰.۰۱۸\ X_2X_3 - ۰.۰۱۱\ X_2X_4 + ۰.۰۱۷\ X_3X_4 \qquad (۱۶)$$

نتایج تحلیل واریانس بدست آمده از Minitab برای Y_1وY_2 در جدول۳ و ۴ آورده شده است.

جدول ۳. تحلیل واریانس برای دقت جوابها(Y_1)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	14	0.239231	0.239231	0.017088	0.54	0.868
Linear	4	0.058289	0.058289	0.014572	0.46	0.764
Square	4	0.172706	0.172706	0.043176	1.36	0.300
Interaction	6	0.008236	0.008236	0.001373	0.04	1.000
Residual Error	13	0.412458	0.412458	0.031728		
Lack-of-Fit	10	0.166211	0.166211	0.016621	0.20	0.977
Pure Error	3	0.246247	0.246247	0.082082		
Total	27	0.651689				
S = 0.1781	R-Sq = 36.7%	R-Sq(adj) = 0.0%				

جدول ٤. تحلیل واریانس برای زمان حل(Y_2)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	14	0.289514	0.289514	0.020680	11.02	0.000
Linear	4	0.242936	0.242936	0.060734	32.37	0.000
Square	4	0.014115	0.014115	0.003529	1.88	0.174
Interaction	6	0.032462	0.032462	0.005410	2.88	0.052
Residual Error	13	0.024390	0.024390	0.001876		
Lack-of-Fit	10	0.022589	0.022589	0.002259	3.76	0.151
Pure Error	3	0.001801	0.001801	0.000600		
Total	27	0.313904				
S = 0.04331	R-Sq = 92.2%	R-Sq(adj) = 83.9%				

به دلیل آنکه هدف ما یافتن مقادیر بهینه پارامترهای ژنتیک است، به طوری که دو هدف دقت جوابها و زمان حل بهینه شوند، مسئله یک مدل برنامه ریزی دو هدفه با اهداف ناسازگار خواهد بود. برنامه ریزی آرمانی[1] یک روش مفید و قدرتمند برای این نوع مسائل است که در آن توابع هدف ناسازگارند. مکانیزم برنامه ریزی آرمانی بدین شکل است که این روش همواره سعی در حداقل کردن فاصله هر تابع هدف از مقدار آرمان خود دارد به شرط اینکه محدودیت های مدل نیز در نظر گرفته شود. به هر حال یکی از دغدغه های استفاده‌کنندگان روش برنامه ریزی آرمانی تعیین آرمان هر تابع هدف است. نظریه مجموعه فازی یک ابزار مفید برای

1 - Goal Programming

رفع این دغدغه است. برای اولین بار ناراسیمهان[۱۸] در سال ۱۹۸۰بحث استفاده از نظریه مجموعه فازی را در روش برنامه ریزی آرمانی مطرح کرد و تیواری و همکارانش [۲۴] در سال ۱۹۸۷ روی جنبه‌های مختلفی از حل مسائل تصمیم‌گیری با استفاده از روش برنامه ریزی آرمانی فازی بحث کردند آنها برای هر تابع هدف وزنی با توجه به اهمیتش در نظر گرفتند در این صورت مدل تبدیل به یک مدل تک هدفه می‌شود که مجموع حاصل‌ضرب درجه هر تابع هدف نسبت به ایده‌آلش در وزن تعیین شده است. در این تحقیق نیز از این روش استفاده می‌شود. ابتدا برای حل این مسئله جدول ۵ را که نشان دهنده حد بالا و پایین برای هر تابع هدف است را تهیه می کنیم.

جدول ۵ . مقادیر ایده آل شدنی هر تابع هدف

	Y_1	Y_2
Max Y_1	۱.۰۸۸	۰.۲۸۹
Max Y_2	۰.۵۹۱	۰.٤٦٤

توابع عضویت برای دو تابع هدف از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$\mu_{Y_1} = \begin{cases} 0 & Y_1 < .591 \\ \dfrac{Y_1 - .591}{1.088 - .591} & .591 < Y_1 < 1.088 \\ 1 & Y_1 > 1.088 \end{cases} \qquad (۱۷)$$

$$\mu_{Y_2} = \begin{cases} 0 & Y_2 < .289 \\ \dfrac{Y_2 - .289}{.464 - .289} & .464 < Y_2 < .289 \\ 1 & Y_2 > .464 \end{cases} \qquad (۱۸)$$

پس مدل به صورت ذیل خواهد شد:

$$Max\, Z = \sum_{j=1}^{n} w_j \alpha_j \qquad (۱۹)$$

$s.t.$

$$\mu_{Y_1} \geq \alpha_j \quad j = 1,2 \qquad (۲۰)$$

$$-1 \leq X_i \leq 1 \quad i = 1,2,\dots,4 \qquad (۲۱)$$

$$\alpha_j \epsilon [0,1]; \quad j = 1,2 \qquad (۲۲)$$

α_j, w_j به ترتیب نشان دهنده‌ی وزن و درجه مطلوبیت تابع هدف jام است. به دلیل آنکه دقت جواب‌ها از زمان حل بااهمیت‌تر است رابطه $w_1 = ۰.۷۵$, $w_2 = ۰.۲۵$ را انتخاب می‌کنیم. علاوه بر این یک تحلیل حساسیت روی w_1, w_2 با مقادیر $w_1 \pm ۰.۰۵$ و $w_2 \pm ۰.۰۵$ انجام شد و مشاهده شد که تغییر محسوسی در مقادیر بهینه به وجود نیامد. مقادیر بهینه به دست‌آمده برای پارامترهای ژنتیک در جدول ۶ آورده شده‌است.

جدول ٦. مقادیر بهینه پارامترهای الگوریتم ژنتیک

پارامترها	**ارزش بهینه**
تعداد جمعیت	۱.۵ (n-T)
احتمال تقاطع (P_c)	۰.۴۴۵
احتمال انتخاب مسابقه ای (P_{ct})	۰.۵
تعداد تکرارهای الگوریتم	۲n

مثال های عددی

برای ارزیابی عملکرد ژنتیک ارائه شده، الگوریتم را با توجه به پارامترهای بهینه بدست‌آمده در قسمت قبل، روی مثال های مختلف اجرا می‌کنیم بدین منظور ابتدا ژنتیک را به‌کمک نرم‌افزار Matlab کدنویسی می‌کنیم و به وسیله یک کامپیوتر با پردازش‌گر ۳۰۰۰ مگا هرتز و حافظه کوتاه مدت۵۱۲ مگا بایت اجرا می‌کنیم و در ادامه برای ارزیابی جواب‌های به‌دست آمده از Matlab از نرم افزار Lingo8 استفاده می‌کنیم و نتایج بدست آمده از Matlab وLingo8 را با هم مقایسه می‌کنیم. ازآنجا که مدل ارائه شده در این تحقیق یک مدل جدید است و مثال‌های استانداردی در این زمینه وجود ندارد ما به تولید مثالهای تصادفی با ۴۰،۳۰،۲۰،۱۰، ۵ =n می‌پردازیم. به ازای هر n، ۹ مثال تصادفی (در مجموع ۴۵ مثال) تولید و مقادیر بهینه را به‌وسیله ژنتیک و Lingo8 بدست می آوریم.

از آنجاکه هدف مدل حداکثرکردن سود حاصل از پاسخ‌گویی به کلیه نقاط تقاضاست ابتدا به تولید ماتریس متقارن B_{ij} به عنوان یکی از ورودیهای مسئله می‌پردازیم. این ماتریس به نحوی تولید می‌شود که خواص آن (متقارن بودن و صفر

بودن درایه های قطر اصلی) رعایت شود همچنین درایه‌های دیگر ماتریس یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه[۲۰-۰] باشد. ماتریس فاصله (d_{ij}) را نیز مانند ماتریس B_{ij} تولید می کنیم. Tو µ و b را نیز اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه[۲۰-۰]هستند. قابل ذکر است که در صورتیکه تولید این اعداد تصادفی منجر به ایجاد یک مسئله نشدنی شود به مثال دیگری ایجاد می‌شود. برای تولید این اعداد تصادفی از نرم افزار Excel استفاده می‌کنیم و با برقراری لینک بین Excel و دو نرم افزار Matlab و Lingo8 داده‌های ایجاد شده را به عنوان ورودیهای مسئله وارد می‌کنیم.

میانگین جواب های ۴۵ مثال که هر مثال ۵ بار تکرار شده در جدول ۷ آورده شده است. برای مقایسه جوابهای حاصله و ارزیابی مدل ارائه شده، از ستون A جدول ۷ و نمودارهای ۱و۲ استفاده می کنیم.

جدول ۷. مقایسه جواب‌ها برای مثال‌های مختلف

A	C	B	b	μ	T	n
-%۰.۱	۱	۱*	۲	۲۰	٤	
-%۰.۳	۱	۱	۲	۱۰	۲	
%۱.۸۰	۱	۱	۳	۱٤	۳	
%۰	۱	۱	٤	۱۸	٤	
%۰	۱	۱	۳	۱۰	۲	۵
%۰	۱	۱	۲	٦	۲	
%۲.۱۰	۱	۱	۲	۸	۳	
-%۱.۸	۱	۱	۲	۱٤	۳	
%۰	۱	۱	۱	۱۸	٤	
%۱	۱	٦۳	۳	۳۰	۵	
-%۰.۲	۱	۱	۲	۵۰	۹	
%۲.٤۰	۱	٤	۳	۵۰	۵	
%۰.۷۰	۱	۱۷	٤	۳۰	۷	
%۰	۱	۱	۳	۵۰	۷	۱۰
-%۰.۱	۱	۱	۳	٤۰	٦	
%۰	۱	۱	۲	۵۰	۸	
%۳.۱۰	۱	۱	۲	۵۰	۵	
%۵.۳۰	۱	۱	٤	٤۰	۷	
%۰.۷۰	۱	۲	٦	٦۰	۷	
%۳	۱	۷	۸	٤۰	۹	
%۳.٤۰	۱	۱	۱۰	۵۰	۱۱	
%٤	۱	۱	۱۲	٦۰	۱۳	
%۱.۸۰	۱	۳	۳	٤۰	۱۰	۲۰
%۵	۱	۱	۵	۵۰	۱۲	
%٤.۹۰	۱	۱۳	۷	٦۰	۸	
-%۳.۵	۱	۱۲	۳	۵۰	۷	
%۲.۳۰	۱	۱	٦	٦۰	۱۳	
%۲.۲۰	۱	۷	۸	٦۰	۹	
%۰.۷۰	۱	٤	۱۰	٦۰	۲۰	
%۰.۷۰	۱	۳	۱۰	۵۰	۱۵	
%۰.۷۰	۱	٤	۱۲	٦۰	۱۸	
%۰.٤۰	۱	۲	۹	٤۰	۲۱	۳۰
%۰.۱۰	۱	۲	٦	۵۰	۲٤	
%۰.۲۰	۱	۲	۳	٦۰	۲۷	
%۲.۷۰	۱	۵	۷	٦۰	۱۰	
%۱.۷۰	۱	۲	۸	۵۰	۲۰	
%۱.۷۰	۲	۱۱	۹	۷۰	۱۱	
%۱.۲۰	۲	٦۲	۱۲	۵۰	۱۵	
%۳.۱۰	۲	۷	۱۰	٦۰	۱۹	
%۱.۸۰	۱	۸	۱۳	۷۰	۲۳	
%۱	۱	۸	۱۰	۵۰	۲۷	٤۰
%۱.۹۰	۱	۲۰	۷	٦۰	۳۱	
%۱.۵۰	۱	٤	٤	۷۰	۳۵	
%۱.٤۰	۱	۹	۹	٦۰	۱۳	
%۳.٦۰	۱	۷	۱۰	۷۰	۲۷	

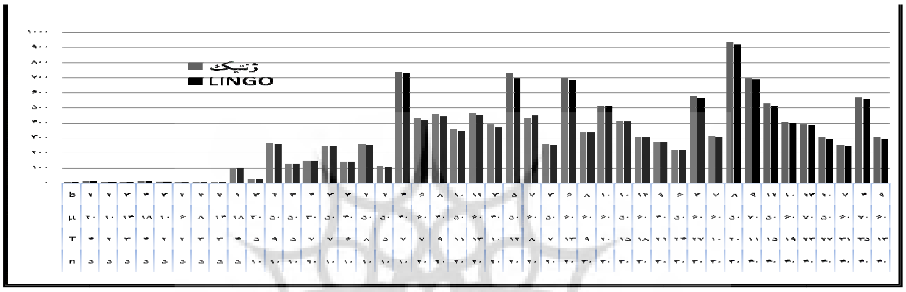
*در مثال‌هاي بالا زمان‌هاي زير يك ثانيه ۱ ثانيه در نظر گرفته شده است. α=۰.۵

B: میانگین زمان اجرای (به ثانیه) Lingo8 تا رسیدن به جواب.

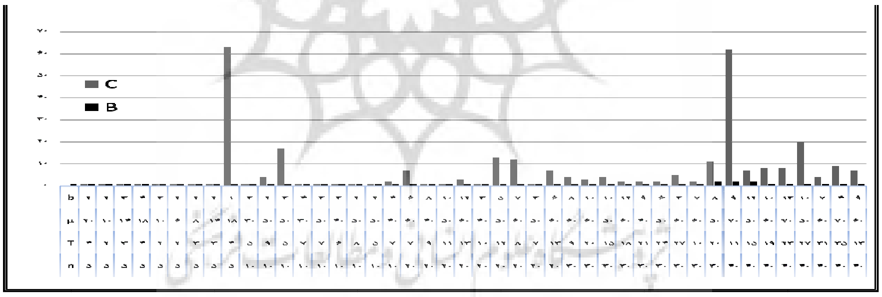
C: میانگین زمان اجرای (به ثانیه) الگوریتم ژنتیک تا رسیدن به جواب

A : میانگین نسبی درصد انحراف جوابهای ژنتیک نسبت به جوابهای Lingo8 که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\frac{\text{مقدار هدف تابع حاصل از ژنتیک} - \text{مقدار هدف تابع حاصل از } LINGO}{\text{مقدار هدف تابع حاصل از ژنتیک}} \qquad (۲۳)$$



نمودار۱. مقایسه تابع هدف حاصل از ژنتیک و LINGO



نمودار۲. مقایسه زمان حل حاصل از ژنتیک و LINGO

مقایسه

با تحلیل جواب های ثبت شده در جدول ۷ نتایج ذیل حاصل می شود:

۱ـ به طور کلی هرچه اندازه مسئله بزرگتر باشد مقادیرتابع هدف به‌دست آمده از الگوریتم ژنتیک نسبت به مقادیرتابع هدف بدست آمده از Lingo8 بهتر خواهند بود.

۲ـ با توجه به ستون A به این نکته می رسیم که در مسائل کوچکتر مقادیرتابع هدف

به‌دست آمده از الگوریتم ژنتیک نسبت به مقادیرتابع هدف بدست آمده از Lingo8 تفاوت قابل ملاحظه ندارند(البته نتایج الگوریتم ژنتیک کمی بهتر است) با بزرگتر شدن مسائل (۴۰و۳۰=n) تفاوت قابل ملاحظه بین مقادیرتابع هدف بدست آمده از الگوریتم ژنتیک نسبت به مقادیرتابع هدف به‌دست آمده از Lingo8 مشاهده می شود و جواب‌های الگوریتم ژنتیک خیلی بهتر از Lingo8 هستند.

۳ـ زمان حل الگوریتم ژنتیک در بیشتر موارد کمتر از یک ثانیه است ولی زمان های به‌دست آمده برایLingo8 قاعده مشخصی ندارند و دراکثر موارد زمان های حل طولانی‌تری نسبت به الگورتم ژنتیک دارند(علی الخصوص در مسائل بزرگتر).

۴ـ میانگین ستون A عدد ۱.۳۸٪ را نشان می دهد که این عدد نشان‌گر این مطلب است جواب‌های به‌دست آمده ازLingo8 به‌طورکلی ۱.۳۸٪ بهتر از جواب‌های الگوریتم ژنتیک است. همچنین میانگین ستون C و B به ترتیب ۱ و ۶ ثانیه است و این مطلب نیز نشان دهنده کارایی الگریتم ژنتیک ارائه شده از نظر زمان حل است.

نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در مدل های سنتی جایابی پوششی مسئله به صورت قطعی در نظر گرفته می شد، به‌طوری که یک نقطه تقاضا با توجه به فاصله‌ای که از خدمت دهنده داشت، مورد پوشش قرار می‌گرفت یا نمی‌گرفت. به بیان دیگر مسئله به صورت صفر و یک در نظر گرفته می‌شد. بنابراین محققان از ابزارهای مختلف جهت حل این مشکل استفاده کردند. یکی از این ابزارها استفاده از نظریه احتمال است که منجر به ارائه مدل های معروفی مانند QMCLP، MALP و MEXCLP و... شد.

در این تحقیق برای حل مشکل مطرح شده، نظریه صف به کار برده شد و سعی شدکه با استفاده از یک تابع خاص نمایی فاصله بین نقاط تقاضا و مراکز به احتمال مراجعه متقاضی به مراکز خدمت دهی تبدیل شود و با توجه به در نظر گرفتن فروش از دست رفته، تابع هدف برای حداقل کردن هزینه ناشی از دست رفتن تقاضا و یا حداکثر کردن سود حاصل از پاسخ‌گویی به تقاضاها بود. در پایان جهت تحقیقات آتی پیشنهادهای زیر ارائه می‌شود:

- برای واقعی تر شدن مدل‌های ارائه شده می‌توان مدل‌ها را با ساختار فازی توسعه داد.
- برای محاسبه احتمال مراجعه یک متقاضی به مراکز خدمت دهی می توان پارامترهای دیگری را به غیر از فاصله، مانند کیفیت خدمت دهی و ... در نظر گرفت.
- برای حل مدل ارائه شده می‌توان از الگوریتم هایی به غیر از ژنتیک استفاده نمود.
- در مدل حاضر بحث تقاضای از دست رفته مطرح شد، برای کامل‌تر شدن مدل می‌توان هزینه‌هایی مانند هزینه بی‌اعتباری مراکز در اثر از دست دادن تقاضا را به مدل اضافه کنیم.

منابع و مآخذ

1. Aytug Haldun, Saydam Cem (2002). "**Discrete Optimization Solving large-scale maximum expected coverage location problems by genetic algorithms:A comparative study**",European Journal of Operational Research 141, 480–494 .
2. Beraldi P., Bruni M.E. (2009). **"A probabilistic model applied to emergency service vehicle location"**;European Journal of Operational Research 196 323–331
3. Berman Oded. Huang Rongbing, Seokjin Kim and Mozart B. C. Menezes. (2007) " **A Locating capacitated facilities to maximize captured demand** ", IIE Transactions 1015–1029.39,
4. Bozkaya B., J. Erkut Zhang, E.,(2002)."An efficient genetic algorithm for the p-median problem", in: Z. Drezner, H.W. Hamacher (Eds.), Facility Location: Applications and Theory, Springer, Heidelberg. pp. 179–205.
5. Brandeau ML, Chui SS (1989). **"An overview of representative problems in location research. Management Science"**;35(6):645–74.
6. Daskin MS (1995)." **Network and discrete location: models, algorithms, and applications"**.Wiley. p. 6, 125. New York.
7. Gong Dijin, Yamazaki Genji, Gen Mitsuo, Weixuan Xu, (1999)." **A genetic algorithm method for one-dimensional machine location problems"**, Int. J. Production Economics 60-61 337-342.
8. Garey, M. R., and Johnson, D.S (1979). **"A Guide to the theory of NP-Completeness"**, Computers and Intractability. W. H. Freeman and Co. New York
9. Geroliminis Nikolas, Matthew G. Karlaftis, Alexander Skabardonis (2009). **"A spatial queuing model for the emergency vehicle districting and location problem"**;Transportation Research Part B 43 798–811.
10. Hogan K., ReVelle C., (1986). **"Concepts and applications of backup coverage"**, Management Science 32 1435–1444.
11. Hosage C.M., Goodchild M.F., (1986). **"Discrete space location–allocation solutions from genetic algorithm"**, Annals of Operations Research 6 35–46.
12. Jaramillo Jorge H., Bhadury Joy, Batta Rajan (2002). **"On the use of genetic algorithms to solve location problem"**, Computers & Operations Research 29 761-779.
13. Kratica J., Tosic D., Filipovic V., Ljubic I., (2001).**"Solving the simple plant location problem by genetic algorithm"**,Rairo OperationsResearch 35 127–142.
14. Marianov V, Rios M, Jose Icaza M (2007). **"Facility location for market capture when users rank facilities by shorter travel and waiting times"**. European Journal of Operational Research, doi; 10. 1016/ j. ejor. 2007.07.025

15. Michael Wagner.R,. Bhadury Joy, , Peng Steve. (2009). **"Risk management in uncapacitated facility location models with random demands"**;Computers & Operations Research 36 1002 – 1011.
16. Moreno-Perez J.A., J.M. Moreno-Vega, Mladenovic N., (1994).**"Tabu search and simulated annealing in p-median problem"**, in: Operational Research Society Conference, Canada, Montreal.
17. Myers RH, Montgomery DC(1995). **"Response surface methodology"**: Process and product optimization using designed experiments, John Wiley & Sons Inc.
18. Narasimhan R (1980). **"Goal programming in a fuzzy environment"**. Decision Sciences; 11: 325–336.17
19. ReVelle CS, Hogan K (1989). **"The maximum availability location problem"**. Transportation Science;23: 192– 200.
20. ReVelle Charles, Murray Alan T., Serra Daniel (2007).**" Location models for ceding market share and shrinking services"** The International Journal of Management Science 35 533 – 540.
21. Shavandi Hassan, Mahlooji Hashem (2006). **"A fuzzy queuing location model with a genetic algorithmfor congested systems"**, Applied Mathematics and Computation 181 440–456.
22. Schmid Verena. Doerner Karl F. (20۱۰)." **A Ambulance location and relocation problems with time-dependent travel times** ", European Journal of Operational Research 207 1293-1303.
23. Shing Doong-Hwang, Lai Chih-Chin, wu Chih-Hung (2007). **"Genetic subgradient method for solving location– allocation problems"**, Applied Soft Computing 7 373–386.
24. Tiwari RN, Dharmar S, Rao JR (1987). **"Fuzzy goal programming – An additive model"**. Fuzzy Sets and Systems; 24: 27–34.
25. Topcuoglu H., Corut F., Ermisb M., Yilmaz G. (2005). **"Solving the uncapacitated hub location problem using genetic algorithms"**, Computers & Operations Research 32 967–984.
26. Yang Lili, Jones Bryan F., Yang Shuang-Hua (2007)." **A fuzzy multi-objective programming for optimization of fire station locations through genetic algorithms** ", European Journal of Operational Research 181 903– 915.