پژوهشنامهٔ بیمه(صنعت بیمه سابق)/سال‌بیست‌وششم/شمارهٔ ۳/پائیز ۱۳۹۰/شماره‌مسلسل۱۰۳/صفحات ۱ تا ۲۸

کاربرد یک مدل مرگ‌ومیر با چند عامل ریسک در فسخ قراردادهای بیمه عمر (مورد مطالعه: یک شرکت بیمه)

غدیر مهدوی[۱]
علی‌رضا دقیقی اصلی[۲]
نیّر لطفی[۳]

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۰۱/۱۴
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۰/۰۷/۱۱

چکیده

بیمه‌گران با بررسی عوامل مؤثر بر نرخ‌های مرگ‌ومیر، طبقه ریسکی مشتریان را تعیین کرده و نرخ بیمهٔ عمر تعیین می‌کنند. عوامل ریسک فوق، فقط در زمان انعقاد قرارداد مورد بررسی قرار می‌گیرد و به تأثیر تغییرات آنها در سال‌های بعد توجه نمی‌شود.

این مقاله بااستفاده از یک مدل زمانی گسسته با چند عامل ریسک که تغییرات عوامل در دوره‌ای دو ساله بعد از انعقاد قرارداد را مورد بررسی قرار داده، تأثیر وضعیت سلامتی بیمه‌شده در سال‌های بعد از انعقاد را مانند یک عامل ریسک وارد مدل کرده است تا تأثیر آن را بر فسخ قراردادهای بیمهٔ عمر بررسی کند. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که با ورود وضعیت سلامتی افراد به مدل، می‌توان در کنار دو عامل سن و جنس، نرخ حق بیمهٔ واقع‌گرایانه‌تری به‌دست‌آورد.

واژگان‌کلیدی: *وضعیت سلامتی، بیمهٔ عمر، زنجیرهٔ مارکف، عامل ریسک، فسخ*

۱. استادیار دانشگاه علامه طباطبائی(نویسنده مسئول) (Email: Mahdavi@Eco.ac.ir)
۲. استادیار دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی (Email: Daghighiasli@Gmail.com)
۳. کارشناس‌ارشد علوم آکچوئرال، دانشگاه علامه طباطبائی (Email: Nayyerlotfi@Yahoo.com)

۱. مقدمه

مدل‌های بررسی مرگ‌ومیر عمدتاً معطوف به سن و جنس افراد است؛ علاوه براین‌دو عامل، عامل‌های دیگری شامل وضعیت اجتماعی- اقتصادی افراد مانند سطح تحصیلات، میزان درآمد، شغل و شرایط تأهل افراد و عامل‌های رفتاری مانند شرایط سیگاری یا الکلی‌بودن، فعالیت جسمانی و میزان چاقی افراد در مرگ‌ومیر آنها دخیل است. امروزه بیمه‌گران از مدل‌هایی برای تخمین نرخ‌های مرگ‌ومیر و سایر ریسک‌های مرتبط با پوشش‌های بیمه‌ای مانند از کارافتادگی و ... استفاده می‌کنند که باتوجه به عوامل تأثیرگذار بر روی مرگ افراد، بیمه‌شدگان را به دسته‌های ریسکی گوناگونی تقسیم‌بندی کرده و نرخ‌های حق‌بیمه را باتوجه به این دسته‌های ریسکی تنظیم کنند. مهم‌ترین نتیجهٔ این کار تعیین و دریافت حق‌بیمهٔ منصفانه برای افراد تحت پوشش است. البته یک فرد، همواره در یک وضعیت ریسک و در نتیجه در یک دسته ریسک تعیین‌شده باقی نمی‌ماند؛ برای مثال فردی که سیگاری نبوده ولی سیگاری می‌شود. مطمئناً سطح ریسک مرگ این فرد با گذشت زمان و تغییر سبک زندگی او تغییر یافته است. در بیشتر مدل‌هایی که تاکنون ارائه‌شده و تأثیر عامل‌های ریسک را درنظرگرفته به این موضوع توجه نشده است. در واقع تأثیر تغییرات بعدی که در وضعیت ریسک افراد روی می‌دهد، وارد مدل نشده است. درحالی‌که برای تعیین حق‌بیمهٔ منصفانه‌تر و منطبق بر شرایط واقعی افراد باید به این موضوع توجه کافی داشته باشیم.

موضوع مهم دیگر، مسئله فسخ قراردادهاست. اگر بیمه‌گذار حق‌بیمهٔ تعیین‌شده توسط شرکت بیمه را تا پایان یک دورهٔ زمانی مشخص پرداخت نکند، قرارداد فسخ می‌شود. فسخ قراردادها روی توانایی شرکت بیمه در تأمین هزینه‌های تحت پوشش تأثیر بسزایی دارد. بدیهی است که افراد سالم‌تر نسبت به افراد ناسالم‌تر تمایل بیشتری برای فسخ قراردادهایشان دارند. ایجاد یک ساختار قیمت‌گذاری مناسب برای شرکت بیمه در بازاری رقابتی بسیار مهم است. برای ایجاد چنین ساختاری، شرکت‌ها باید در

برآورد نرخ‌های مرگ‌ومیر از مدلی استفاده کنند که مجموعه‌ای از عامل‌های مهم ریسک مرگ را در طول زمان درنظربگیرد. مدل مرگ‌ومیر وون و جونز[1] یکی از مدل‌های ارائه‌شده است که علاوه‌بر داشتن عامل‌های مهم ریسک مرگ به تأثیر تغییرات آنها در طول زمان نیز توجه داشته است. آنها مدل ارائه‌شده را در سال ۲۰۰۸ بسط دادند تا بتوانند وضعیت سلامتی فرد بیمه‌شده را نیز مانند یک عامل ریسک وارد مدل کنند و سپس از این مدل برای بررسی تأثیر فسخ قراردادها روی بیمهٔ عمر استفاده کردند. باتوجه به بررسی‌های آنها به‌نظرمی‌رسد فسخ قراردادهای بیمهٔ عمر باید تأثیر معنی‌داری روی میزان مرگ‌ومیر بیمه‌شده‌های یک شرکت بیمه و در نتیجه روی نرخ حق‌بیمهٔ سالیانه این افراد داشته باشد. در این مقاله از مدل آنها استفاده می‌کنیم تا نرخ‌های مرگ‌ومیر خریداران بیمه‌های عمر را در ایران براساس عامل‌های مهم ریسک مرگ در این کشور به‌دست‌آوریم و سپس به بررسی تأثیر فسخ قراردادها روی بیمه‌های عمر بپردازیم. دراین‌راستا سؤالات زیر مطرح می‌شود:

- مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر مرگ‌ومیر بیمه‌شده‌های ایرانی کدام‌اند؟
- آیا فسخ قراردادهای بیمهٔ عمر تأثیر معنی‌داری روی میزان مرگ‌ومیر بیمه‌شده‌های یک شرکت بیمه دارد؟
- آیا فسخ قراردادهای بیمهٔ عمر تأثیر معنی‌داری روی نرخ حق‌بیمهٔ سالیانه افراد بیمه‌شدهٔ یک شرکت بیمه دارد؟

برای پاسخ به سؤالات فوق از اطلاعات یک شرکت بیمه استفاده کرده و با استفاده از نرم‌افزار SPSS مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر مرگ‌ومیر بیمه‌شده‌های این شرکت را شناسایی کردیم. برای این کار از فرایند انتخاب متغیر مرحله‌ای[2] توصیف‌شده به‌وسیله

1. Kwon & Jones, 2006
2. Stepwise Variable Selection Process

هوسمر و لمشو[1] استفاده کردیم. پس از تعیین این عوامل افراد بیمه‌شده را برحسب آنها به گروه‌های ریسکی متفاوت تقسیم‌بندی کردیم. عوامل مذکور را در مدل مرگ‌ومیر وون و جونز[2] به‌کار برده و احتمالات مرگ افراد از هر طبقه ریسک را با استفاده از مدل رگرسیون لجستیک[3] برآورد کردیم. این برآوردها با استفاده از نرم‌افزار SAS انجام شد. در ادامه مدل مذکور را به روش وون و جونز[4] طوری بسط دادیم که بتوانیم وضعیت سلامتی افراد را نیز در مدل وارد کنیم. احتمالات مرگ افراد و سایر احتمالات انتقال از هر طبقهٔ ریسک به سایر طبقات در مدل بسط‌داده‌شده با استفاده از برنامهٔ نوشته‌شده با نرم‌افزارMATLAB برآورد شد. در انتها با استفاده از احتمالات برآوردشده به بررسی تأثیر فسخ قراردادها روی بیمه‌های عمر پرداختیم.

۲. پیشینهٔ تحقیق

اولین مدل ریاضی مرگ‌ومیر را آبراهام دموآور[5] در سال ۱۷۲۵ پیشنهاد داد. بعد از آن گامپرتز[6] در سال ۱۸۷۲ مدل خود را ارائه داد. در بیشتر این مدل‌ها فقط سن و جنس به‌عنوان عامل‌های تأثیرگذار روی مرگ‌ومیر استفاده شده است. براون و مک دید[7]، ۴۵ تحقیق صورت گرفته در زمینه عامل‌های ریسک مرگ‌ومیر در سنین بالا را بررسی کردند و ۱۲ عامل تأثیرگذار بر این موضوع شامل سن، جنس، مصرف الکل، تحصیلات، رفتارهای مربوط‌به سلامت فرد، درآمد، وضعیت تأهل، میزان چاقی، شغل، نژاد، مذهب و سیگاری‌بودن را شناسایی کردند.

1. Hosmer & Lemeshow, 2000
2. Kwon & Jones, 2006
3. Logistic Regression Model
4. Kwon & Jones, 2008
5. Abraham De Moiver
6. Gompertz
7. Brown & MacDaid, 2003

افتخاری[1] با استفاده از داده‌های یک شرکت بیمه به بررسی عوامل تأثیرگذار بر مرگ‌ومیر بیمه‌شده‌های این شرکت پرداخت. او عوامل سن، جنس، نوع شغل و تحصیلات فرد را به‌عنوان مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر مرگ‌ومیر افراد بیمه‌شده شرکت مذکور شناسایی کرد.

لی و کارتر[2]، داهل[3]، کیرنز و همکاران[4]، وون و جونز[5] و شلدون و لیو[6] از جمله افرادی هستند که مدل‌های مرگ‌ومیر تصادفی بااستفاده از فرایندهای مارکت ارائه دادند. داکس و مک دونالد[7] و شاپیرو و اسنایدر[8] از جمله افرادی هستند که به مسئلهٔ فسخ قراردادهای شرکت بیمه و تأثیر آن بر میزان مرگ‌ومیر شرکت بیمه توجه داشتند. آنها روش‌هایی برای قیمت‌گذاری محصولات بیمهٔ عمر با درنظرگرفتن فرض‌هایی برای نرخ‌های فسخ پیشنهاد دادند. نویسندگان همچنین مدلی ارائه دادند که میزان مرگ‌ومیر اضافی شرکت بیمه را با درنظرگرفتن فرض‌هایی برای نرخ‌های فسخ محاسبه می‌کند. آلبرت و همکاران[9] مطالعات تجربی انجام دادند تا رابطهٔ بین نرخ‌های مرگ‌ومیر و نرخ‌های فسخ را به‌دست‌آورند. تحقیقات آنها تفاوت نرخ‌های مرگ‌ومیر بین شرکت‌های با نرخ‌های فسخ متفاوت را آشکار کرد. شرکت‌های نمونه به گروه‌های با نرخ‌های فسخ کم، متوسط و زیاد تقسیم‌بندی شدند و مرگ‌ومیر هرکدام از این گروه‌ها بر حسب دوره، از زمان انتشار مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل آنها نشان داد که بین مرگ‌ومیر افراد در طبقهٔ شرکت‌های با تعداد قراردادهای فسخ‌شده کم

1. Eftekhari, 2009
2. Lee & Carter, 1992
3. Dahl, 2004
4. Cairns et al, 2005
5. Kwon & Jones, 2006
6. Sheldon & Liu, 2007
7. Dukes & MacDonald, 1980
8. Shapiro & Snyder, 1981
9. Albert et al, 1999

و متوسط تفاوت قابل توجهی وجود ندارد و حتی طبقهٔ شرکت‌های با قراردادهای فسخ‌شدهٔ متوسط برای همه دوره‌ها نرخ مرگ‌ومیر بهتری نسبت‌به شرکت‌های با قراردادهای فسخ‌شده کم دارد، درحالی‌که نرخ‌های مرگ‌ومیر بالاتر متناظر با شرکت‌های با میزان فسخ بالاتر است. جونز[1] مدل چند حالته‌ای ارائه داد که می‌تواند تأثیر فسخ داوطلبانهٔ قراردادهای بیمهٔ عمر را توضیح دهد. مدل، رفتارهای متفاوت افراد در فسخ قرارداد را که بستگی به سطح ریسک و وضعیت سلامت فرد دارد، درنظرمی‌گیرد. وی با یک مثال عددی نتایج جالب به‌دست‌آمده از این مدل را توضیح داد.

۳. داده‌ها و تحلیل آنها

۳-۱. داده‌ها

به‌منظور تحلیل فرضیات مرگ‌ومیر، باوجود یک منبع داده مناسب که علاوه‌بر داشتن عوامل مهم ریسک مرگ، روند تغییرات آنها را در طول زمان داشته باشد، بسیار ضروری است. ولی متأسفانه شرکت‌های بیمه در ایران مانند بسیاری از کشورهای دیگر این عوامل را فقط در زمان انعقاد قرارداد بررسی می‌کنند و به تغییرات آنها در طول زمان توجهی ندارند. در این مقاله از داده‌های یک شرکت بیمه، تعداد ۱۶۰۰ قرارداد بیمهٔ عمر و سرمایه‌گذاری منعقدشده تا سال ۱۳۸۷ را به روش نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب کردیم. از این تعداد ۹۲۰ قرارداد مربوط‌به آقایان و ۶۸۰ قرارداد مربوط‌به خانم‌هاست. افراد انتخاب‌شده بین ۲۵ تا ۷۰ سال سن دارند. تغییر عامل‌های ریسک مرگ آنها در طول زمان، با استفاده از تماس‌های تلفنی و پرسش از آنها در طی یک دورهٔ زمانی دو ساله انجام پذیرفت. به‌این‌ترتیب که وضعیت عامل‌های ریسک آنها در سال ۱۳۸۹ با استفاده از تماس‌های تلفنی از آنها پرسیده و ثبت شد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

1. Jones, 1998

۲-۳. عامل‌های ریسک موجود در داده‌ها

در فرم قرارداد بیمهٔ عمر شرکت بیمه مورد بررسی، سؤالات تقریباً کاملی از وضعیت اجتماعی- اقتصادی و همچنین وضعیت سلامتی افراد بیمه‌شده شامل مواردی همچون سن، جنس، وضعیت سیگاری‌بودن، میزان چاقی، وضعیت تأهل، میزان تحصیلات و میزان فشار خون وجود دارد. ما گروه‌های متفاوتی از این متغیرها و اثرات متقابل بین آنها را با استفاده از فرایند انتخاب متغیر مرحله‌ای توصیف‌شده هوسمر و لمشو[1] بررسی کردیم تا بتوانیم مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر مرگ بیمه‌شده‌ها در ایران را به‌دست‌آوریم. براساس بررسی‌های اولیهٔ محققین متغیرهای سن، جنس، وضعیت سیگاری‌بودن و میزان چاقی در سطح ۵ درصد معنی‌دار بودند. بنابراین این متغیرها انتخاب و وارد مدل شدند. در ادامه به تعریف این متغیرها می‌پردازیم. سن براساس سال تولد افراد محاسبه می‌شود. فرض کنید سن کامل فرد را با x نشان دهیم. سایر متغیرها را به‌این‌صورت تعریف می‌کنیم:

$$Z_{sex}=\begin{cases}0 & \text{در صورت زن بودن}\\ 1 & \text{در صورت مرد بودن}\end{cases},\quad Z_{smoking}=\begin{cases}0 & \text{در صورت غیرسیگاری‌بودن}\\ 1 & \text{در صورت سیگاری‌بودن}\end{cases},\quad Z_{Obesity}=\begin{cases}0 & \text{در صورت نرمال‌بودن وزن}\\ 1 & \text{در صورت ریسکی‌بودن وزن}\end{cases}$$

وضعیت سیگاری‌بودن فرد نشان‌دهنده این است که آیا این فرد در زمان حال سیگاری است یا نه. متغیر چاقی براساس شاخص تودهٔ بدنی[2] یک فرد است. افراد با شاخص BMI کمتر از ۱۸/۵ کم‌وزن و افراد با BMI بالاتر از ۲۵، چاق درنظرگرفته می‌شوند. بنابراین افرادی که در این دو گروه قرار می‌گیرند در معرض ریسک هستند. در این تحقیق افرادی را که در این دو گروه قرار گرفته‌اند به علت ریسک مرگ بالا در طبقهٔ افراد با وزن ریسکی قرار می‌دهیم و آنهایی را که شاخص BMI آنها بین ۱۸/۵ تا ۲۵ است را در طبقه

---

1. Hosmer & Lemeshow, 2000
2. Body Mass Index (BMI)

این شاخص به‌صورت نسبت وزن (برحسب کیلوگرم) بر توان دوم قد(برحسب متر) محاسبه می‌شود و واحد اندازه‌گیری آن برابر با kg/m^2 است.

افراد با وزن نرمال قرار می‌دهیم. همانطور که قبلاً نیز بیان شد عامل‌های ریسک زیادی در مجموعه اطلاعات شرکت بیمه مورد بررسی وجود دارد ولی شواهد ضعیفی مبنی‌بر اثرگذاری این عامل‌ها بر مرگ وجود دارد، بنابراین فقط ۲ عامل سیگاری‌بودن و چاقی را (علاوه بر سن و جنس) به‌عنوان عامل ریسک مرگ درنظرگرفتیم. هرکدام از این عامل‌ها، دو حالت دارد در نتیجه تعداد ۴ وضعیت ریسک وجود دارد. بنابراین چنانچه فرد در حالت بقاء باشد او یکی از چهار حالت اولیه و درغیراین‌صورت حالت پنجم یا وضعیت مرگ را دارد. لذا درحالت‌کلی ۵ وضعیت ریسک برای هر سن و جنس خواهیم داشت.

۴. مدل

۴-۱. مدل مرگ‌ومیر

برای به‌دست‌آوردن احتمالات مرگ‌ومیر افراد و ارزیابی تأثیر فسخ قراردادها روی بیمه عمر، از مدل وون و جونز[1] که بسط مدل مرگ‌ومیری است که در سال ۲۰۰۶ ارائه گردید، استفاده می‌کنیم. قالب مدل، یک زنجیرهٔ مارکف زمان گسستهٔ غیرهمگن[2] با ۵ وضعیت است. وضعیت‌های مختلف ممکن براساس عامل‌های ریسک موجود، در جدول ۱ آمده است. ماتریس انتقال که یک ماتریس ۵×۵ است و آن را با Q نشان می‌دهیم برای یک سن و جنس خاص به‌این‌صورت ارائه شده است:

جدول ۱. وضعیت‌های ممکن در مدل مرگ‌ومیر

$Z_{\text{چاقی}}$	$Z_{\text{سیگاری}}$	وضعیت j
۰	۰	۱
۰	۱	۲
۱	۰	۳
۱	۱	۴
	مرگ	۵

1. Kwon & Jones, 2008
2. Non-Homogeneous Discrete Time Markov Chain

$$Q(x, z_{sex}) = \begin{pmatrix} Q_{1,1}(x, Z_{sex}) & \cdots & Q_{1,5}(x, Z_{sex}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{5,1}(x, Z_{sex}) & \cdots & Q_{5,5}(x, Z_{sex}) \end{pmatrix}$$

هر درایه $Q_{i,j}$ که احتمال انتقال[1] نامیده می‌شود بیانگر احتمال این است که فردی با جنسیت Z_{sex} که در زمان حال (در سن x سالگی) در وضعیت i قرار دارد سال بعد (در سن $x+1$ سالگی) در وضعیت j قرار بگیرد. به‌عنوان‌مثال $Q_{1,2}(x, Z_{sex})$ نشان‌دهندهٔ احتمال این است که فردی با جنسیت Z_{sex} که در x سالگی در وضعیت ۱ قرار دارد سال بعد در وضعیت ۲ قرار بگیرد. همچنین $Q_{5,5}(x, Z_{sex})$ احتمال این است که فردی که در زمان حال در وضعیت ۵ یعنی وضعیت مرگ است سال بعد نیز در وضعیت مرگ قرار بگیرد که این احتمال نیز همواره برابر ۱ است. بنابراین درحالت‌کلی می‌توانیم احتمال انتقال را به‌این‌صورت تعریف کنیم:

$$Q_{i,j}(x, Z_{sex}) = P(\text{وضعیت } i \text{ در سن } x \text{ و } Z_{sex} \mid \text{وضعیت } j \text{ در سن } x+1)$$

احتمالات انتقال از وضعیت ۵ (مرگ) که یک وضعیت جاذب[2] است برابر است با:

$$Q_{5,j}(x, Z_{sex}) = \begin{cases} 0 & \text{به‌ازای } j=1,\ldots,4 \\ 1 & \text{به‌ازای } j=5 \end{cases}$$

سایر احتمالات انتقال براساس مدل رگرسیون لجستیک برآورد می‌شوند.

در مرحلهٔ اول برای برآورد این احتمالات ابتدا باید احتمالات انتقال دوسالانه را به‌دست‌آوریم؛ زیرا روند تغییرات عامل‌های ریسک را طی دو سال بررسی کرده‌ایم سپس از آنها برای برآورد احتمالات انتقال سالیانه استفاده کرده‌ایم. برای اینکار فرض کنید بردار q^{D*} نشان‌دهنده احتمال انتقال یک فرد به وضعیت مرگ طی دو سال، q^{S*} نشان‌دهنده احتمال انتقال یک فرد از یک وضعیت خاص سیگاری به وضعیت دیگر

1. Transition Probability

۲. وضعیت جاذب (Absorbing State)، وضعیتی است که وقتی فرد وارد این وضعیت می‌شود تا ابد در این وضعیت می‌ماند و امکان خروج از آن وجود ندارد.

سیگاری و q^{O_*} نشان‌دهنده احتمال انتقال از یک وضعیت وزنی به وضعیت دیگر وزنی طی دو سال باشد، برای مثال $q^{D}_{۱,۵}$ بیانگر احتمال انتقال یک فرد x ساله از وضعیت ۱ به وضعیت مرگ طی دو سال یعنی در سن $x+۲$ سالگی است یا $q^{S*}_{۰,۱}$ نشان‌دهندهٔ احتمال انتقال یک فرد x ساله از وضعیت غیرسیگاری به وضعیت سیگاری طی دو سال است، به‌طورمشابه $q^{O*}_{۰,۱}$ نیز نشان‌دهندهٔ احتمال انتقال یک فرد x ساله از وضعیت وزن نرمال به وضعیت وزن ریسکی طی دو سال است؛ یعنی وزن این فرد طی دو سال بیش از اندازه زیاد یا کم شده است. بنابراین نرخ‌های مرگ دو سالانه براساس ۴ وضعیت ریسک تعریف‌شده در جدول ۱ به‌این‌صورت ارائه شده است:

$$q^{D*}(z^{D};\hat{\beta}^{D})=\frac{\exp\{(\hat{\beta}^{D})'Z^{D}\}}{۱+\exp\{(\hat{\beta}^{D})'Z^{D}\}} \qquad \text{به‌ازای} \quad j=۱,۲,...,۴$$

به‌طوری‌که متغیرهای تأثیرگذار بر مرگ‌ومیر (Z^{D}) و ضرایب برآوردشده[۱] آنها $(\hat{\beta}^{D})$ برابر است با:

$$(Z^{D})'=(۱,Z_{sex},x.Z_{Smoking},x.Z_{Obesity})$$
$$(\hat{\beta}^{D})'=(-۵/۳۴۴۱,-۱/۳۹۸۴,۰/۰۶۶۹,۰/۰۳۴۲)$$

بنابراین نرخ مرگ‌ومیر دو سالانه با استفاده از مقادیر مناسب $Z_{Obesity}$ و $Z_{Smoking}$، برای هر سن و جنس خاص که با $q^{D^*}_{j,۵}(x;Z_{sex})$ نشان داده شده است برابر است با:

$$q^{D^*}_{j,۵}(x;Z_{sex})=q^{D*}(Z^{D};\hat{\beta}^{D})$$

برای به‌دست‌آوردن نرخ مرگ‌ومیر سالیانه از تقریب زیر استفاده می‌کنیم:

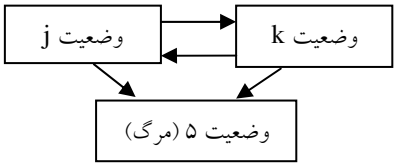
پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱. این ضرایب با استفاده از نرم‌افزار SAS محاسبه شده است.

برحسب متون آکچوئری می‌دانیم که $p_x \approx \sqrt{{}_{2}P_{x-\frac{1}{2}}}$ بنابراین نرخ مرگ‌ومیر سالیانه که با $Q_{j,5}(x;Z_{sex})$ نشان داده می‌شود برابر است با:

$$Q_{j,5}(x;Z_{sex}) = 1-\sqrt{1-q^{D^*}_{j,5}(x-\frac{1}{2};Z_{Sex})}$$

نمودار۱. مدل عامل ریسک (براساس مدل ارئه‌شده توسط وون و جونز)



$$j,k = 1,2,...,4, j \neq k$$

مدل مقاله اجازه می‌دهد بتوانیم تغییرات عامل‌های ریسک را در طول زمان وارد مدل کنیم تا بتوانیم برآوردهای دقیق‌تری داشته باشیم. تغییرات وضعیت‌های ریسک با استفاده از یک زنجیرهٔ مارکف صورت می‌گیرد (نمودار ۱).

برای عامل ریسک سیگاری‌بودن، احتمالات انتقال دو سالانه از وضعیت غیرسیگاری به سیگاری برای هر سن و جنس خاص به‌این‌صورت محاسبه می‌شود:

$$q^{S*}_{0,1}(Z^S_{0,1};\hat{\beta}^S_{0,1}) = \frac{\exp\{(\hat{\beta}^S_{0,1})'Z^S_{0,1}\}}{1+\exp\{(\hat{\beta}^S_{0,1})'Z^S_{0,1}\}}$$

به‌طوری‌که متغیرهای تأثیرگذار بر این انتقال و ضرایب برآوردشده آنها برابر است با:

$$(Z^S_{0,1})' = (1, x, Z_{sex}, Z_{obesity}, x.Z_{sex})$$

$$(\hat{\beta}^S_{0,1})' = (-1/4972, -0/0401, 2/7434, 0/5648, -0/0506)$$

مثل احتمالات مرگ، این مدل انتقال نیز شامل متغیرهای سن و جنس به‌عنوان متغیرهای مستقل است. بنابراین احتمال انتقال دو سالانه از وضعیت غیرسیگاری به وضعیت سیگاری برای سن و جنس و وضعیت ریسک خاص برابر است با:

$$q^{S^*}_{\circ,۱}(x, Z_{sex}, j) = q^{S^*}_{\circ,۱}(Z^S_{\circ,۱}; \hat{\beta}^S_{\circ,۱})$$

به‌طوری‌که j نشان‌دهندهٔ یک وضعیت ریسک تعریف‌شده در جدول ۱ است.

احتمالات انتقال سالیانه از وضعیت غیرسیگاری به وضعیت سیگاری که با $q^S_{\circ,۱}$ مشخص شده است نیز مانند تبدیل احتمالات مرگ دو سالانه به احتمال سالیانه، به‌طورتقریبی براساس این فرمول محاسبه می‌شود:

$$q^S_{\circ,۱}(x, Z_{Sex}, j) = ۱ - \sqrt{۱ - q^{S^*}_{\circ,۱}(x - \frac{۱}{۲}, Z_{sex}, j)}$$

احتمال اینکه هیچ تغییری در وضعیت سیگاری‌بودن فرد روی ندهد به شرط غیرسیگاری‌بودن در زمان انعقاد قرارداد و زنده‌ماندن طی دو سال برابر است با:

$$q^S_{\circ,\circ}(x, Z_{sex}, j) = ۱ - q^S_{\circ,۱}(x, Z_{Sex}, j)$$

احتمالات انتقال سالیانه از وضعیت سیگاری به وضعیت غیرسیگاری به‌وسیله $q^S_{۱,\circ}(x, Z_{Sex}, j)$ محاسبه می‌شود. همچنین احتمال اینکه هیچ تغییری در وضعیت سیگاری‌بودن فرد روی ندهد به شرط اینکه فرد در زمان انعقاد قرارداد سیگاری بوده و تا دو سال زنده بماند با $q^S_{۱,۱}(x, Z_{Sex}, j)$ مشخص می‌شود. برای برآورد $q^S_{۱,\circ}(x, Z_{Sex}, j)$ از بردار متغیرها و ضرایب برآوردشده زیر استفاده می‌کنیم:

$$(Z^S_{۱\circ})' = (۱, x, Z_{sex}, Z_{Obesity}, x.Z_{sex})$$

$$(\hat{\beta}^S_{۱\circ})' = (۷/۷۴۵۵, -۰/۲۴۸۵, -۹/۲۶۵۷, ۰/۵۶۰, ۰/۲۱۵۸)$$

احتمالات انتقال برای متغیر میزان چاقی نیز مانند سیگاری‌بودن محاسبه می‌شود. احتمالات انتقال سالیانهٔ متناظر برابر است با $q^O_{u,v}(x, Z_{Sex}, j)$ به‌طوری‌که $u, v \in \{\circ, ۱\}$. بردارها و ضرایب آنها برابر است با:

$$(Z^O_{\circ۱})' = (۱, x, Z_{sex}, Z_{Smoking}, Z_{sex}.Z_{Smoking})$$

$$(\hat{\beta}^O_{\circ۱})' = (-۱/۰۷۰۴, -۰/۰۲۰۷, -۰/۶۱۵۱, ۰/۹۷۷۵, ۱/۰۶۰۹)$$

$$(Z^O_{\circ۱})' = (۱, x, Z_{sex}, Z_{Smoking}, x.Z_{sex})$$

$(\hat{\beta}^{S}_{10})' = (3/7798, -0/1557, -4/1953, 1/5874, 0/1064)$

فرض کنید Y^{S}_{j} و Y^{O}_{j} به‌ترتیب نشان‌دهنده $Z_{Smoking}$ و $Z_{Obesity}$ در وضعیت j باشد. بنابراین احتمالات انتقال در بین وضعیت‌های ریسک با درنظرگرفتن استقلال بین وقوع تغییرات در عامل‌های ریسک مختلف به‌این‌صورت محاسبه می‌شود.

$$Q_{j,k}(x, Z_{sex}) = q^{S}_{Y^{S}_{j}, Y^{S}_{k}}(x, Z_{sex}, j) q^{O}_{Y^{O}_{j}, Y^{O}_{k}}(x, Z_{sex}, j) \times (1 - Q_{j,5}(x, Z_{sex}))$$

به‌ازای $j, k = 1, 2, ..., 4$

با استفاده از احتمالات محاسبه‌شده در بالا می‌توانیم ماتریس انتقال $Q(x, Z_{sex})$ را برای هر سن و جنس خاص به‌طورکامل برآورد کنیم. البته فرض می‌شود هیچ شخصی بعد از ۱۰۰ سالگی زنده نماند. یعنی: $Q_{j,5}(100, Z_{sex}) = 1$

به‌ازای $j = 1, 2, ..., 5$

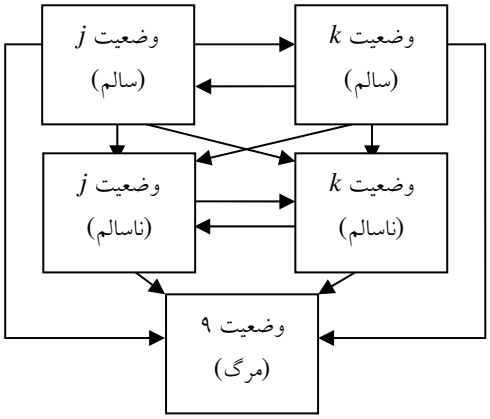
۲-۴. بسط مدل

مدل توصیف‌شده در بخش قبل در سال ۲۰۰۸ توسط وون و جونز بسط داده شد تا تأثیر وضعیت سلامتی فرد بر روی مرگ‌ومیر وارد مدل شود. دراین‌حالت هرکدام از وضعیت‌های ریسک توصیف‌شده در جدول ۱ به دو وضعیت «سالم» و «ناسالم» تقسیم‌بندی می‌شوند. فرض می‌شود وضعیت ناسالم یک وضعیت جاذب است و کسی که ناسالم باشد در این وضعیت می‌ماند و احتمال انتقال او به وضعیت سالم برابر با صفر است. ما از عبارت «وضعیت عامل‌های ریسک» برای توصیف عامل‌های ریسک در مدل اولیه و از عبارت «وضعیت‌های مدل بسط داده‌شده» برای توصیف عامل‌های ریسک در مدل بسط‌داده‌شده استفاده می‌کنیم. عبارات jh و ju به ترتیب نشان‌دهنده این است که فرد در وضعیت j قرار دارد و «سالم» یا «ناسالم» است؛

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

بنابراین درحالت‌کلی ۹ وضعیت برای مدل بسط‌داده‌شده وجود خواهد داشت.[۱] مدل بسط‌داده‌شده در نمودار ۲ توصیف شده است.

نمودار۲. مدل بسط داده‌شده (براساس مدل ارائه‌شده توسط وون و جونز[۲])



$$j,k = ۱,۲,...,۴, \quad j \neq k$$

ماتریس انتقال مدل بسط‌داده‌شده را که با T نشان می‌دهیم یک ماتریس ۹×۹ است و برای سن و جنس خاص و به‌ازای $j,k = ۱,...,۴$ به‌این‌صورت است:

$$T(x, Z_{sex}) = \begin{pmatrix} T_{۱h,۱h} & \cdots & T_{۱h,۴h} & T_{۱h,۱u} & \cdots & T_{۱h,۴u} & T_{۱h,۹} \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots & \\ T_{۴h,۱h} & \cdots & T_{۴h,۴h} & T_{۴h,۱u} & \cdots & T_{۴h,۴u} & T_{۴h,۹} \\ T_{۱u,۱h} & & T_{۱u,۴u} & T_{۱u,۱u} & & T_{۱u,۴h} & T_{۱u,۹} \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots & \\ T_{۴u,۱h} & \cdots & T_{۴u,۴h} & T_{۴u,۱u} & \cdots & T_{۴u,۴u} & T_{۴u,۹} \\ T_{۹,۱h} & \cdots & T_{۹,۴h} & T_{۹,۱u} & \cdots & T_{۹,۴u} & T_{۹,۹} \end{pmatrix}$$

---

۱. در مدل اولیه، ۴ وضعیت وجود داشت که با درنظرگرفتن دو وضعیت برای هرکدام از وضعیت عامل‌های ریسک در مدل اولیه، تعداد ۸ وضعیت خواهیم داشت. این وضعیت‌ها برای حالتی است که فرد زنده باشد، مورد آخر وضعیت مرگ است که با درنظرگرفتن آن، در کل تعداد ۹ وضعیت خواهیم داشت.

2. Kwon & Jones, 2008

به‌طوری‌که هر درایهٔ آن بیانگر احتمال انتقال سالیانهٔ یک فرد از یک وضعیت ریسک به وضعیت دیگر با درنظرگرفتن شرایط سلامتی فرد است؛ برای مثال $T_{۱h,۱h}$ نشان‌دهندهٔ احتمال این است که یک فرد سالم که در سن x سالگی در وضعیت ۱ قرار دارد در سن $x+$ ۱ سالگی نیز سالم بوده و در همان وضعیت باقی بماند. ستون آخر این ماتریس بیانگر احتمال انتقال افراد از هر وضعیت ریسک در مدل بسط‌داده‌شده به وضعیت مرگ در سال بعد است برای مثال $T_{۱u,۹}$ نشان‌دهندهٔ احتمال انتقال یک فرد ناسالم از وضعیت ۱ به وضعیت ۹ (مرگ) طی یک سال است. درحالت‌کلی احتمالات انتقال برای وضعیت‌های مدل بسط‌داده‌شده به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$T_{jh,kh}(x, Z_{sex}) = Pr(x+$۱ در سن kh و وضعیت Z_{sex} در سن x و وضعیت jh)

$T_{jh,ku}(x, Z_{sex}) = Pr(x+$۱ در سن ku و وضعیت Z_{sex} در سن x و وضعیت jh)

$T_{ju,ku}(x, Z_{sex}) = Pr(x+$۱ در سن ku و وضعیت Z_{sex} در سن x و وضعیت ju)

$T_{ju,kh}(x, Z_{sex}) =$ ۰ =(وضعیت ju در سن x و وضعیت Z_{sex} در سن kh و وضعیت $x+$۱)

و احتمالات مرگ به‌ترتیب برای افراد سالم و ناسالم برابر است با:

$T_{jh,۹}(x, Z_{sex}) = Pr(x+$۱ در سن ۹ و وضعیت Z_{sex} و وضعیت x در سن jh)، (وضعیت

$T_{ju,۹}(x, Z_{sex}) = Pr(x+$۱ در سن ۹ و وضعیت Z_{sex} و وضعیت x در سن ju)، (وضعیت

همچنین به‌خاطر داشته باشید فرد سالم در سال بعد یا در وضعیت سالم قرار خواهد داشت یا ناسالم ولی فرد ناسالم فقط می‌تواند در وضعیت ناسالم قرار بگیرد یعنی:

$T_{jh,k}(x, Z_{sex}) = Pr(x+$۱ در سن ku یا kh و وضعیت Z_{sex} و وضعیت x در سن jh =(وضعیت $T_{jh,kh}(x, Z_{sex}) +$

$T_{jh,ku}(x, Z_{sex})$

$T_{ju,k}(x, Z_{sex}) = T_{ju,ku}(x, Z_{sex})$

برای تعیین احتمالات انتقال در مدل بسط‌داده‌شده، ماتریس $Q_{۵\times۵}$ اولیهٔ مورد استفاده قرار می‌گیرد. باتوجه به اینکه وضعیت سلامتی افراد با استفاده از مجموعه داده‌های

موجود به‌دست‌نمی‌آید برای تعیین آنها چند فرض به‌صورت زیر درنظرمی‌گیریم (ر.ک به: Kwon & Jones, 2008):

– فرض می‌شود احتمال مرگ افراد ناسالم ۱۰ برابر افراد سالم است، یعنی:

$$T_{ju,۹}(x, Z_{sex}) = ۱۰ T_{jh,۹}(x, Z_{sex})$$

این انتخاب تا حدی اختیاری است. در واقع وون و جونز این مقدار را درنظرگرفتند تا نشان دهند ریسک مرگ افراد ناسالم به‌طور معنی‌داری بالاتر از ریسک مرگ افراد سالم است. البته باید توجه داشت که این انتخاب ممکن است منجربه مقادیر احتمال بالاتر از ۱ برای مرگ افراد ناسالم گردد. وون و جونز برای حل این مشکل پیشنهاد دادند می‌توان از تابعی از سن به جای یک مقدار ثابت استفاده کرد.

– فرض می‌شود همهٔ افراد ۲۵ ساله سالم هستند؛ زیرا در زمان انعقاد قرارداد تحت معاینات پزشکی قرار می‌گیرند و شرکت، افراد ناسالم را بیمه نمی‌کند. بنابراین:

$$T_{jh,۹}(۲۵, Z_{sex}) = Q_{j,۵}(۲۵, Z_{sex})$$

همچنین فرض می‌شود همه افراد در سن ۱۰۰ سالگی ناسالم هستند. بنابراین:

$$T_{ju,۹}(۱۰۰, Z_{sex}) = Q_{j,۵}(۱۰۰, Z_{sex})$$

برای افراد بین سنین ۲۵ تا ۱۰۰ سال نسبت افراد سالم به ناسالم طوری است که:

$$T_{jh,۹}(x, Z_{sex}) = \left\{ ۱ - \left(\frac{x - ۲۵}{۱۰۰ - ۲۵}\right)^{\rho} \times ۰/۹ \right\} Q_{j,۵}(x, Z_{sex}) \qquad (۱)$$

پارامتر ρ تعیین می‌کند با چه سرعتی نسبت افراد ناسالم افزایش می‌یابد.

– فرض می‌شود مقادیر $T_{jh,k}(x, Z_{sex})$ به‌ازای $k = ۱,۲,...,۴$ و برای هر x, j و Z_{sex} نسبتی از مقادیر $Q_{j,k}(x, Z_{sex})$ است. به طور مشابه فرض می‌شود مقادیر $T_{ju,k}(x, Z_{sex}) = T_{ju,ku}(x, Z_{sex})$ نسبتی از مقادیر $Q_{j,k}(x, Z_{sex})$ باشد. این دو فرض نشان می‌دهند که:

$$T_{jh,k}(x, Z_{sex}) = Q_{j,k}(x, Z_{sex}) \frac{۱ - T_{jh,۹}(x, Z_{sex})}{۱ - Q_{j,۵}(x, Z_{sex})} \qquad (۲)$$

به‌ازای $j, k = ۱,۲,...,۴$

$$T_{ju,\mathrm{ku}}(x,Z_{sex}) = Q_{j,\mathrm{k}}(x,Z_{sex})\frac{1-T_{ju,9}(x,Z_{sex})}{1-Q_{j,5}(x,Z_{sex})} \qquad (3)$$

به‌ازای $j,k = 1,2,...,4$

- فرض می‌شود نسبت مقادیر $T_{jh,\mathrm{ku}}(x,Z_{sex})/T_{jh,\mathrm{k}}(x,Z_{sex})$ به‌ازای $k = 1,2,...,4$ با بردار α نشان داده شود؛ بنابراین داریم:

$$\alpha_j(x,Z_{sex}) = \frac{T_{jh,kh}(x,Z_{sex})}{T_{jh,k}(x,Z_{sex})} \qquad (4)$$

به ازای $j = 1,2,...,4$

تا این قسمت با استفاده از فرض‌های ۱و۲، همه احتمالات مرگ یعنی $T_{jh,9}(x,Z_{sex})$ و $T_{ju,9}(x,Z_{sex})$ به‌دست‌آمد. همچنین مقادیر $T_{ju,ku}(x,Z_{sex})$ با استفاده از فرمول ۳ به‌دست‌می‌آید و مقادیر $T_{ju,kh}(x,Z_{sex})$ برابر صفر است. بنابراین فقط پیداکردن مقادیر $T_{jh,kh}(x,Z_{sex})$ و $T_{jh,ku}(x,Z_{sex})$ با استفاده از مقادیر $T_{jh,k}(x,Z_{sex})$ می‌ماند که از فرمول ۲ به‌دست‌می‌آید. برای انجام این کار ابتدا باید نسبت افراد را در هر وضعیت مدل بسط‌داده‌شده به‌دست‌آوریم. فرض کنید $\pi(x,Z_{sex})$ برداری باشد که نشان‌دهندهٔ نسبت افراد در هر ۵ وضعیت عامل ریسک برای هر سن و جنس در مدل اولیه باشد. به این بردار، بردار حالت می‌گوییم. همچنین فرض کنید $\pi_j(x,Z_{sex})$ نشان‌دهنده jامین عنصر این بردار باشد. بردارهای اولیه برای هر جنس به‌ترتیب برای زن و مرد برابر است با $\pi(25,0)$ و $\pi(25,1)$. مقادیر آنها که از مجموعه داده‌ها به‌دست‌آمده در جدول ۳ نشان داده شده است. این جدول نسبت افراد ۲۵ ساله مرد و زن در هر وضعیت عامل ریسک را ارئه می‌کند که از آن برای برآورد نسبت‌ها در سال‌های بعد استفاده می‌شود. مقادیر این بردار برای سنین بزرگ‌تر از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\pi(x+1,Z_{sex}) = \pi(x,Z_{sex})Q(x,Z_{sex})$$

جدول۲. بردار حالت اولیه برای مردان(۱) و زنان(۰)

j	π_j (۲۵,۰)	π_j (۲۵,۱)
۱	۰/۶۱	۰/۷
۲	۰/۲۷	۰/۰۵
۳	۰/۱	۰/۱۹
۴	۰/۰۲	۰/۰۶
۵	۰	۰

حال فرض کنید $\pi^*(x, Z_{sex})$ نشان‌دهندهٔ بردار حالت در مدل بسط داده شده باشد. باتوجه به فرض ۲ به‌ازای $j = ۱,۲,...,۴$ داریم:

$$\pi^*_{jh}(۲۵, Z_{sex}) = \pi_j(۲۵, Z_{sex}) \qquad \text{و} \qquad \pi^*_{ju}(۲۵, Z_{sex}) = ۰$$

مقادیر $\pi^*(x, Z_{sex})$ و فرض‌ها برای برآورد مقادیر $T_{jh,kh}(x, Z_{sex})$ و $T_{jh,ku}(x, Z_{sex})$ مورد استفاده قرار می‌گیرد و با استفاده از آنها می‌توانیم مقادیر بردار حالت برای سنین بزرگ‌تر از x یعنی $\pi^*(x+۱, Z_{sex})$ را برآورد کنیم. برای این بردار رابطه زیر برقرار است:

$$\pi^*(x+۱, Z_{sex}) = \pi^*(x, Z_{sex}) T(x, Z_{sex})$$

بنابراین با شروع از سن ۲۵ سالگی می‌توانیم ماتریس‌های انتقال را برای هر سن و جنس کامل کنیم. برای این کار فرض کنید $h_k(x, Z_{sex})$ نسبت افراد سالم به کل افراد در وضعیت k و در سن x و Z_{sex} باشد. $h_k(x, Z_{sex})$ در رابطهٔ زیر صدق می‌کند:

$$h_k(x, Z_{sex}) T_{kh,۹}(x, Z_{sex}) + (۱ - h_k(x, Z_{sex})) T_{ku,۹}(x, Z_{sex}) = Q_{k,۵}(x, Z_{sex}) \quad (۵)$$

مقادیر $h_k(x, Z_{sex})$ با استفاده از فرمول ۵ محاسبه می‌شوند.

همچنین توجه کنید که به‌ازای $k = ۱,۲,...,۴$ داریم:

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

$$h_k(x+1,Z_{sex}) = \frac{\sum_{j=1}^{4}\pi^*_{jh}(x,Z_{sex})T_{jh,kh}(x,Z_{sex})}{\sum_{j=1}^{4}(\pi^*_{jh}(x,Z_{sex})T_{jh,k}(x,Z_{sex})+\pi^*_{ju}(x,Z_{sex})T_{ju,k}(x,Z_{sex}))}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{4}\pi^*_{jh}(x,Z_{sex})\alpha_j(x,Z_{sex})+T_{jh,k}(x,Z_{sex})}{\sum_{j=1}^{4}(\pi^*_{jh}(x,Z_{sex})T_{jh,k}(x,Z_{sex})+\pi^*_{ju}(x,Z_{sex})T_{ju,k}(x,Z_{sex}))} \qquad (۶)$$

چهار معادله (۶) شامل چهار مقدار نامعلوم $\alpha_j(x,Z_{sex})$ به‌ازای $j=1,2,...,4$ است و با حل این چهار معادله، این مقادیر به‌دست‌می‌آید. بنابراین مقادیر $T_{jh,kh}(x,Z_{sex})$ با استفاده از رابطه (۴) و ماتریس $T(x,Z_{sex})$ کامل می‌شود.

۳-۴. تحلیل فسخ قراردادها

حال از مدل بسط‌داده‌شده در مرحلهٔ قبل استفاده می‌کنیم تا تأثیر فسخ قراردادهای بیمهٔ عمر را تحلیل کنیم. گروهی از افراد x ساله را درنظربگیرید که قرارداد بیمهٔ عمر و سرمایه‌گذاری ۱۰ ساله و بالاتر خریداری کرده‌اند، همه این افراد در زمان انعقاد قرارداد، سالم درنظرگرفته‌می‌شوند؛ زیرا در زمان انعقاد قرارداد تحت معاینات پزشکی قرار گرفته‌اند و شرکت بیمه از انعقاد قرارداد با افراد ناسالم پرهیز کرده است. بنابراین ما بردار حالت $\tilde{\pi}(x,Z_{sex})$ را - که نشان‌دهنده نسبت افراد در هریک از وضعیت‌های مدل بسط‌داده‌شده است- به‌این‌صورت تعریف می‌کنیم:

$$\tilde{\pi}_{jh}(x,Z_{sex}) = \pi^*_{jh}(x,Z_{sex}) \qquad ,\tilde{\pi}_{ju}(x,Z_{sex}) = 0$$

$j=1,2,...,4$ به‌ازای

بردار حالت برای سنین بزرگ‌تر با استفاده از ماتریس انتقال به‌این‌صورت به‌دست‌می‌آید:

$$\tilde{\pi}(x+d+1,Z_{sex}) = \tilde{\pi}(x+d,Z_{sex})T(x+d,Z_{sex}),\ \ d=0,1,...$$

به‌منظور تحلیل تأثیر فسخ روی میزان مرگ‌ومیر شرکت بیمه برای سنین مختلف افراد هنگام انعقاد قرارداد، نرخ‌های مرگ‌ومیر دوبار محاسبه می‌شود. اول ما این نرخ‌ها را با درنظرگرفتن تأثیر وضعیت سلامتی افراد ولی بدون درنظرگرفتن تأثیر فسخ با استفاده از فرمول I محاسبه می‌کنیم. سپس برای مقایسه، همان نرخ‌ها را با درنظرگرفتن تأثیر

فسخ به‌دست‌می‌آوریم. برای اینکار از بردار حالت تعدیل‌یافته‌ای که قراردادهای فسخ‌شده را در تعیین نسبت افراد در هریک از وضعیت‌های مدل بسط‌داده‌شده درنظرمی‌گیرد به جای بردار حالت قبلی استفاده می‌کنیم (بردار مذکور در ادامه توضیح داده می‌شود).

$$I: q_{[x]+d} = \sum_{j=1}^{4} \frac{\tilde{\pi}_{jh}(x+d, Z_{sex}) T_{jh,9}(x+d, Z_{sex}) + \tilde{\pi}_{ju}(x+d, Z_{sex}) T_{ju,9}(x+d, Z_{sex})}{\sum_{k=1}^{4} (\tilde{\pi}_{kh}(x+d, Z_{sex}) + \tilde{\pi}_{ku}(x+d, Z_{sex}))}$$

فرض کنید نرخ فسخ قرارداد برای یک فرد سالم که در x سالگی قراردادی را خریداری کرده است d سال بعد از انعقاد قرارداد با $r_{[x]+d}$ نشان داده شود. این نرخ مستقل از وضعیت عامل ریسک و جنس افراد است و فقط بستگی به سن فرد در زمان انعقاد دارد. نرخ فسخ یک فرد ناسالم، ضریبی از همان نرخ برای فرد سالم درنظرگرفته‌می‌شود. به‌این‌ترتیب که نرخ فسخ برای یک فرد ناسالم که در x سالگی قراردادی را خریداری کرده است d سال بعد از انعقاد قرارداد برابر با $c.r_{[x]+d}$ است. به‌طوریکه $0 < c < 1$.

با فرض اینکه فسخ در پایان یک سال روی می‌دهد بردار حالت آتی که با $\tilde{\pi}'(x+1, Z_{sex})$ نشان داده می‌شود باید به‌صورت زیر تعدیل شود:

$$\tilde{\pi}'_{jh}(x+1, Z_{sex}) = \tilde{\pi}_{jh}(x+1, Z_{sex})(1 - r_{[x]})$$
$$\tilde{\pi}'_{ju}(x+1, Z_{sex}) = \tilde{\pi}_{ju}(x+1, Z_{sex})(1 - c.r_{[x]}).$$

بردار حالت تعدیل‌یافته برای برنامه‌ریزی در سال آینده مورد استفاده قرار می‌گیرد و به‌همین‌ترتیب این بردار هر سال تعدیل می‌شود تا بتوانیم بردارهای حالت افراد را در سنین بزرگ‌تر از x به‌دست‌آوریم.

نرخ‌های فسخ در جدول ۳ براساس داده‌های جامعهٔ آکچوئری (۱۹۹۶) است (ر.ک‌به:Kwon &bJones, 2008). متأسفانه این نرخ‌ها تاکنون در ایران محاسبه نشده است؛ بنابراین ما مجبور شدیم از نرخ‌های مذکور استفاده کنیم.

در تحلیل‌هایمان از نرم‌افزار MATLAB 2011 استفاده کردیم. نمودار ۳ و ۴ روند تغییرات مرگ‌ومیر افراد را تا سن ۱۰۰ سالگی با درنظرگرفتن تأثیر فسخ نسبت‌به حالتی نشان می‌دهد که این تأثیر درنظرگرفته‌نشده‌است.
(با فرض $c = ۰/۱$ و $\rho = ۱$)[۱].

جدول ۳. نرخ‌های فسخ برای افراد سالم برحسب سن و دورهٔ قرارداد

دوره	سن انعقاد قرارداد			
	سن ۳۰	سن ۴۰	سن ۵۰	سن ۶۰
۱	۰/۱۳۵	۰/۰۹۳	۰/۰۶۳	۰/۰۴۰
۲	۰/۰۹۲	۰/۰۶۹	۰/۰۵۲	۰/۰۳۶
۳	۰/۰۸۱	۰/۰۶۳	۰/۰۴۸	۰/۰۳۵
۴	۰/۰۶۹	۰/۰۵۷	۰/۰۴۴	۰/۰۳۴
۵	۰/۰۵۸	۰/۰۵۱	۰/۰۴۰	۰/۰۳۳
۶ – ۱۰	۰/۰۵۳	۰/۰۴۸	۰/۰۴۰	۰/۰۳۳
+۱۱	۰/۰۵۰	۰/۰۴۸	۰/۰۳۸	۰/۰۳۰

در این جدول نرخ‌های فسخ برحسب سن فرد در زمان انعقاد قرارداد و طی سال‌های بعد از انعقاد ارائه شده است برای مثال ردیف یک نشان‌دهنده نرخ فسخ افراد در سنین مختلف یک سال بعد از انعقاد قرارداد است یا به طور مشابه ردیف آخر نشان‌دهنده نرخ فسخ افراد در سنین مختلف، حداقل یازده سال بعد از انعقاد قرارداد است.

برای نشان دادن تأثیر فسخ روی میزان مرگ‌ومیر افراد در یک شرکت بیمه، نرخ‌های مرگ‌ومیر آنها را یک‌بار با درنظرگرفتن قراردادهای فسخ‌شده و بار دیگر بدون درنظرگرفتن آن با استفاده از فرمول I محاسبه کردیم. سپس روند تغییرات تفاوت این نرخ‌ها را در دوحالت نسبت به حالت پیش‌فرض شرکت بیمه که تأثیر فسخ را درنظرنمی‌گیرد، به دست آوردیم.[۲] نتایج در نمودارهای ۳ و ۴ به‌ترتیب برای مردان و زنان

---

۱. c بیانگر نسبت فسخ قرارداد توسط افراد ناسالم به افراد سالم است و ρ نشان می‌دهد با چه سرعتی نسبت افراد ناسالم در طول زمان افزایش می‌یابد.

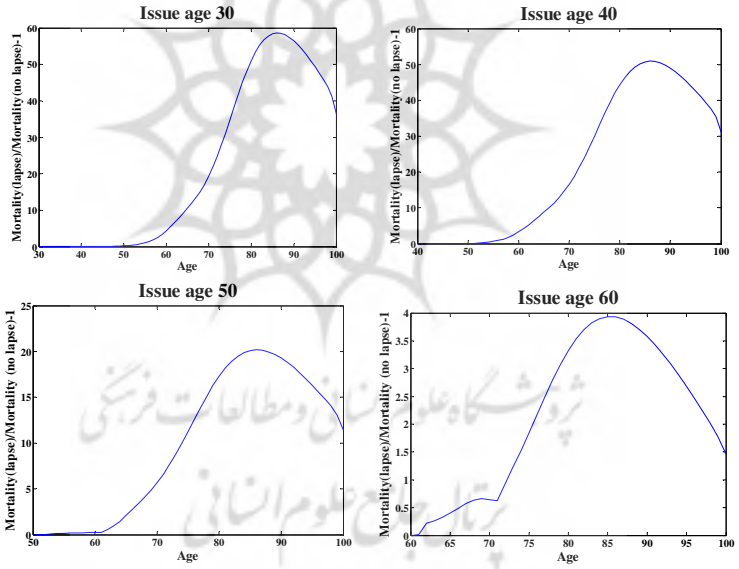
۲. این روند برای افراد از زمان انعقاد قرارداد تا سن ۱۰۰ سالگی با استفاده از فرمول:

$$\frac{\text{نرخ مرگ‌ومیر (بدون درنظرگرفتن فسخ)} - \text{نرخ مرگ‌ومیر (با درنظرگرفتن فسخ)}}{\text{نرخ مرگ‌ومیر (بدون درنظرگرفتن فسخ)}}$$

محاسبه می‌شود.

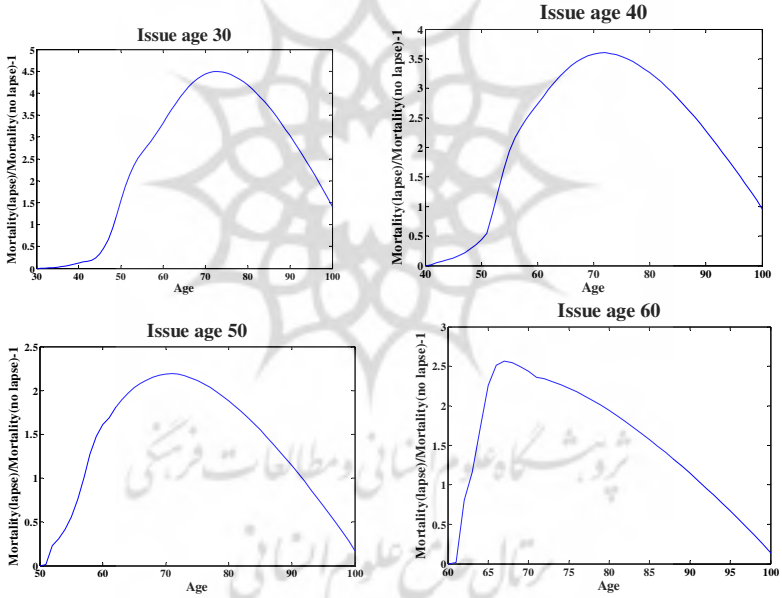
ارائه شده است. همان‌طور که نمودار ۳ نشان می‌دهد تفاوت نرخ‌های مرگ‌ومیر مردان (با درنظرگرفتن فسخ و بدون آن) در سال‌های ابتدایی بعد از انعقاد قرارداد در هر سنی کم و نزدیک به صفر است. ولی این تفاوت افزایش پیدا کرده و تقریباً در ۸۵ سالگی فرد بیمه‌شده به بیشترین میزان خود می‌رسد. سپس به‌دلیل افول شرایط سلامتی افراد و تمایل بسیار کم آنها برای فسخ، دوباره از میزان آن کاسته می‌شود. البته همان‌طور که ملاحظه می‌کنید بیشترین مقدار نسبت تفاوت نرخ‌های مرگ‌ومیر محاسبه‌شده در دو حالت (با درنظرگرفتن فسخ و بدون درنظرگرفتن آن) به نرخ مرگ‌ومیر بدون تأثیر فسخ، در سن انعقاد قرارداد ۳۰ سالگی برابر ۶۰ بوده و این نسبت به مقدار ۵۰ در سن انعقاد ۴۰ سالگی کاهش می‌یابد و به همین ترتیب سیر نزولی طی می‌کند تا در سن ۵۰ سالگی به مقدار ۲۰ رسیده و در سن ۶۰ سالگی بیشترین مقدار این نسبت برابر ۴ می‌شود. بنابراین درحالت‌کلی می‌توان گفت تأثیر فسخ قراردادها روی میزان مرگ‌ومیر کلی بیمه‌شده‌های یک شرکت بیمه با افزایش سن کاهش می‌یابد.

نمودار۳. تأثیر فسخ روی میزان مرگ‌ومیر کلی شرکت بیمه (مرد)، $\rho = ۱$



نمودار ۴ نیز روندی مشابه برای زنان نشان می‌دهد با این تفاوت که بیشترین میزان تفاوت نرخ‌های مرگ‌ومیر و در نتیجه بیشترین میزان تأثیر فسخ روی مرگ‌ومیر کلی بیمه‌شده‌های زن شرکت بیمه برای همه افراد با هر سنی در زمان انعقاد قرارداد، در سن ۷۰ سالگی است. البته میزان این تفاوت‌ها برای زنان در سال‌های اولیه بعد از انعقاد قرارداد نسبت به مردان بیشتر است و این به‌دلیل تفاوت احتمالات انتقال آنها از هر وضعیت ریسک به وضعیت دیگر نسبت به مردان است. از طرفی باتوجه به این نمودار، بیشترین مقدار نسبت محاسبه‌شده در سن انعقاد قرارداد ۳۰ برابر ۴/۵ بوده و این میزان به مقدار ۳/۵ در سن انعقاد ۴۰ رسیده و مانند نمودار قبل سیر نزولی طی می‌کند تا به مقدار ۲/۵ در سن ۵۰ سالگی می‌رسد و در سن ۶۰ سالگی با افزایش ناچیزی نزدیک مقدار ۲/۵ باقی می‌ماند. بنابراین، این نمودار هم نشان می‌دهد با افزایش سن بیمه‌شده‌ها از میزان تفاوت نرخ‌ها و در نتیجه تأثیر فسخ کم می‌شود.

نمودار۴. تأثیر فسخ روی مرگ‌ومیر کلی شرکت بیمه (زن)، $\rho = 1$



در مرحلهٔ بعد براساس نرخ‌های مرگ‌ومیر محاسبه‌شده در مرحلهٔ قبل که با استفاده از دو مجموعه بردار حالت $\tilde{\pi}'(x, Z_{sex})$ و $\tilde{\pi}(x, Z_{sex})$ به‌دست‌آمد میزان نرخ حق‌بیمهٔ سالیانهٔ افراد را با درنظرگرفتن تأثیر فسخ و بدون آن محاسبه کردیم تا ببینیم آیا تفاوت قابل توجهی در این نرخ‌ها وجود دارد یا نه. نتایج به‌دست‌آمده در جدول۴ نشان داده شده است.

جدول ۴. نرخ حق‌بیمهٔ سالیانه برای بیمهٔ عمر و سرمایه‌گذاری برحسب سن افراد هنگام انعقاد قرارداد (سرمایه فوت ۱) با

$$c = ۰/۱ \text{ و } \rho = ۱, \frac{۲}{۳}, \frac{۳}{۲}$$

$\rho = ۱$	مرد			زن		
سن فرد در زمان انعقاد قرارداد	بدون فسخ (۱)	با فسخ (۲)	نسبت (۱)/(۲)	بدون فسخ (۱)	با فسخ (۲)	نسبت (۱)/(۲)
۳۰	۰/۲۲۹۹	۰/۳۱۶۸	۱/۳۷۸۰	۰/۲۵۵۴	۰/۳۵۴۲	۱/۳۸۶۸
۴۰	۰/۳۰۵۶	۰/۴۴۴۰	۱/۴۵۲۹	۰/۳۴۵۳	۰/۴۷۴۷	۱/۳۷۴۷
۵۰	۰/۳۴۸۳	۰/۵۱۱۴	۱/۴۶۸۳	۰/۳۸۸۴	۰/۵۴۶۰	۱/۴۰۵۸
۶۰	۰/۲۸۸۰	۰/۴۲۴۹	۱/۴۷۵۳	۰/۳۶۰۶	۰/۵۸۳۵	۱/۶۱۸۱
$\rho = \frac{۲}{۳}$	مرد			زن		
سن فرد در زمان انعقاد قرارداد	بدون فسخ (۱)	با فسخ (۲)	نسبت (۱)/(۲)	بدون فسخ (۱)	با فسخ (۲)	نسبت (۱)/(۲)
۳۰	۰/۲۲۶۷	۰/۳۱۹۳	۱/۴۰۸۵	۰/۲۵۲۷	۰/۳۶۰۲	۱/۴۲۵۴
۴۰	۰/۲۹۸۷	۰/۴۴۵۹	۱/۴۹۲۸	۰/۳۳۹۷	۰/۴۶۸۷	۱/۳۷۹۷
۵۰	۰/۳۳۸۹	۰/۵۱۶۹	۱/۵۲۵۲	۰/۳۸۰۱	۰/۵۳۲۹	۱/۴۰۲۰
۶۰	۰/۲۷۷۴	۰/۴۲۰۶	۱/۵۱۶۲	۰/۳۴۹۳	۰/۵۵۶۲	۱/۵۹۲۳
$\rho = \frac{۳}{۲}$	مرد			زن		
سن فرد در زمان انعقاد قرارداد	بدون فسخ (۱)	با فسخ (۲)	نسبت (۱)/(۲)	بدون فسخ (۱)	با فسخ (۲)	نسبت (۱)/(۲)
۳۰	۰/۲۳۱۵	۰/۳۰۸۸	۱/۳۳۳۹	۰/۲۵۶۳	۰/۳۴۶۵	۱/۳۵۱۹
۴۰	۰/۳۱۰۲	۰/۴۳۵۵	۱/۴۰۳۹	۰/۳۴۸۷	۰/۴۷۵۰	۱/۳۶۲۲
۵۰	۰/۳۵۵۷	۰/۵۱۳۲	۱/۴۴۲۸	۰/۳۹۵۷	۰/۵۵۳۱	۱/۳۹۷۸
۶۰	۰/۲۹۵۲	۰/۴۲۵۳	۱/۴۴۰۷	۰/۳۷۱۲	۰/۶۰۳۸	۱/۶۲۶۶

باتوجه به اینکه نرخ‌های مرگ‌ومیر با درنظرگرفتن فسخ قراردادها همواره بزرگ‌تر از این نرخ‌ها بدون درنظرگرفتن آن است، بنابراین نسبت‌های محاسبه‌شده در ستون‌های چهارم و هفتم که به‌ترتیب نشان‌دهندهٔ نسبت نرخ حق‌بیمهٔ سالیانه مردان و زنان بیمه‌شده با تأثیر فسخ به حق‌بیمه فرد بدون تأثیر آن است همواره بزرگ‌تر از یک است. باتوجه به روند این نسبت‌ها برای سنین مختلف در زمان انعقاد قرارداد ملاحظه می‌کنیم که با افزایش سن افراد در زمان انعقاد قرارداد، تأثیر فسخ قراردادها روی میزان نرخ حق‌بیمهٔ افراد نیز افزایش می‌یابد. برای مردان این نسبت‌ها در سنین میانسالی بزرگ‌تر از نسبت‌های مشابه برای زنان در این سنین است درحالی‌که در سنین جوانی و کهنسالی فسخ قراردادها تأثیر بیشتری روی میزان نرخ حق‌بیمهٔ سالیانه زنان نسبت به مردان دارد.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

باتوجه به اثبات تأثیر عامل‌های ریسک زیادی غیر از سن و جنس روی مرگ‌ومیر افراد، ما در این مقاله از یک مدل مرگ‌ومیر که تا حد امکان مهم‌ترین عامل‌های ریسک مرگ را دربرگرفته‌باشد، استفاده کردیم و همچنین به علت تغییر شرایط افراد در طول زمان، تغییرپذیری آنها را نیز درنظرگرفتیم. باوجود آنکه بهترین روش برای درنظرگرفتن این تغییرپذیری، بررسی شرایط افراد از نظر عامل‌های ریسک در طول زمان در چند دورهٔ زمانی بعد از انعقاد قرارداد است، به علت محدودیت داده در ایران و همچنین محدودیت زمانی انجام پروژه، ما فقط یک دورهٔ ۲ ساله از داده‌های الکترونیکی موجود در پایگاه داده یک شرکت بیمه و پرونده افراد بیمه‌شده را بررسی کردیم، بنابراین عوامل تأثیرگذار بر مرگ‌ومیر بیمه‌شده‌ها با دقت بیشتری مورد بررسی قرار گرفت که با عوامل معرفی‌شده توسط افتخاری[1] تفاوت دارد. در انتها با واردکردن

1. Eftekhari, 2009

تأثیر وضعیت سلامتی افراد در مدل و بسط آن به این روش، این مدل توانست نرخ‌های واقعی‌تری نسبت به مدل‌های مشابه که فقط سن و جنس را در مرگ افراد دخیل می‌دانند، ارائه دهد. با استفاده از نرخ‌های مرگ‌ومیر به‌دست‌آمده از این مدل، ما تأثیر فسخ قراردادها را روی میزان مرگ‌ومیر شرکت بیمه و نرخ حق‌بیمهٔ سالیانه آن برای افراد در سنین مختلف هنگام انعقاد قرارداد، به‌دست‌آوردیم و ملاحظه کردیم که تأثیر فسخ قراردادها روی مرگ‌ومیر کلی شرکت بیمه، با افزایش سن کاهش می‌یابد. ولی در مورد حق‌بیمهٔ سالیانه، مشاهده کردیم که با افزایش سن افراد در زمان انعقاد قرارداد، تأثیر فسخ قراردها روی میزان حق‌بیمهٔ سالیانه افراد افزایش می‌یابد. بنابراین فسخ قراردادها در دورهٔ کهنسالی تأثیر بیشتری روی میزان نرخ حق‌بیمهٔ سالیانه مردان و زنان دارد. وون و جونز[1] نیز با بررسی داده‌های کانادا به نتیجهٔ مشابه در مورد تأثیر فسخ روی میزان مرگ‌ومیر رسیده بودند ولی در مورد میزان حق‌بیمهٔ سالیانه، آنها به این نتیجه رسیده بودند که با افزایش سن افراد در زمان انعقاد قرارداد تأثیر فسخ قراردها روی میزان حق‌بیمهٔ سالیانه افراد کاهش می‌یابد.

باتوجه به نتایج به‌دست‌آمده پیشنهاد می‌شود در سیستم بیمه‌ای ایران از مدلی برای برآورد نرخ‌های مرگ‌ومیر استفاده شود که تا حد امکان بیشترین عامل‌های دخیل در مرگ افراد را درنظربگیرد تا بتوان حق‌بیمهٔ متناسب با وضعیت افراد برای آنها تعیین کرد و به‌این‌ترتیب از فسخ بیشتر قراردادها توسط افراد سالم جلوگیری کرد.

منابع

1. Albert, FS, Bragg, DG & Bragg, JM 1999, 'Mortality rates as a function of lapse rates', *Actuarial Research Clearing House,* vol.1, pp. 69-83.
2. Brown, RL & MacDaid, J 2003, 'Factors affecting retirement mortality', *North American Actuarial Journal*, vol.7, no.2, pp.24-43.

پرتال جامع علوم انسانی

1. Kwon & Jones, 2008

3. Cairns, AJG, Blake, D & Dowd, K 2005, *A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty*, CRIS Discussion Paper Series - 2005.VI.
4. Dahl, M 2004, 'Stochastic mortality in life insurance: market reserves and mortality-linked insurance contracts', *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 35, pp.113-36.
5. De Moivre, A 1725, *In annuities on lives*, See H & S London, pp.3-125.
6. Dukes, J & MacDonald, AM 1980, 'Pricing a select and ultimate annual renewable term product', *Transactions of the Society of Actuaries*, vol. 32, pp.547-84.
7. Eftekhari, HS 2009, *The impact of the determinants of mortality on life insurance and annuities*, Supervisor: Moghadam. -Degree Master of Science in the Subject Acturial Science, Tehran, Allame Tabatabyii University, ECO College of Insurance, p.113, Table. 11T.
8. Gompertz, B 1825, 'On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies', *Philosophical Transactions of Royal Society*, (Series A), See H & S 2, pp. 121–91.
9. Hosmer, DW & Lemeshow, S 2000, *Applied logistic regression,* Wiley, Inc, New York.
10. Jones, BL 1998, 'A model for analyzing the impact of selective lapsation on mortality', *North American Actuarial Journal*, vol.2, no,1, pp.79-86.
11. Kwon, HS & Jones, BL 2006, 'The impact of the determinants of mortality on life insurance and annuities Insurance', *Mathematics and Economics*, vol. 38, pp. 271-88.
12. Kwon, HS & Jones, BL 2008, 'Applications of a multi-state risk factor/mortality model in life insurance', *Mathematics and Economics,* vol.43, pp. 394-402.
13. Lee, RD & Carter, L 1992, 'Modeling and forecasting the time series of US mortality', *Journal of the American Statistical Association*, vol. 87, no. 419, pp. 659-71.
14. Shapiro, RD & Snyder, JB 1981, 'Mortality expectations under renewable term insurance products', *Proceedings of the Conference of Actuaries in Public Practice* 1980-1981, pp. 592-614.
15. Sheldon, LX & Liu, X 2007, 'Markov aging process and Phase-type law of mortality', *North American Actuarial Journal*, vol.11, no.4.