فصلنامه بورس اوراق بهادار شمارهٔ ۱۴ تابستان ۹۰ سال چهارم ــ تاریخ دریافت: ۸۹/۰۵/۲۶ ــ تاریخ پذیرش: ۹۰/۰۷/۱۲ ــ ص ۱۱۵- ۱۳۴

تحلیل چندفراکتالی نوسانات روندزدایی شده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

غلامرضا جعفری[۱] / ناصر ایزدی‌نیا[۲] / جلال پیروتی[۳]

چکیده

در این پژوهش ویژگی‌های مقیاسی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از طریق تحلیل چندفراکتالی نوسانات روندزایی شده بررسی می‌شود. نمای مقیاسی بدست آمده برای سری‌های زمانی روزانه شاخص کل نشان داد که دو نوع مختلف توزیع‌های احتمال دم ـ کلفت و همبستگی‌های بلندمدت، باعث چندفراکتالی شدن نوسانات شاخص بورس اوراق بهادار تهران می‌شوند. قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران دارای همبستگی و حافظه می‌باشند و سرمایه‌گذاران خبره می‌توانند با توجه به آنها بازده بیشتری بدست آورند.

واژگان کلیدی: چندفراکتالی، فرضیه بازار فراکتالی، تحلیل نوسانات روندزدایی شده، حافظه بلندمدت

طبقه‌بندی موضوعی: C01 ,C02

۱ . استادیار دانشکده فیزیک دانشگاه شهید بهشتی
۲. استادیار دانشکده علوم اداری و اقتصاد دانشگاه اصفهان
۳. دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت مالی، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان.

مقدمه

سرمایه‌گذاران از طریق تحلیل افت و خیز قیمت‌های سهام در بورس اوراق بهادار سعی در کسب بازده دارند و این کار را با بکارگیری مدل‌هایی که بتوانند ریسک را شناسایی کنند، انجام می‌دهند از جمله این مدل‌ها که اخیراً کاربرد فراوانی یافته‌اند، مدل‌های فیزیک آماری می‌باشند.

بازار سرمایه یک سیستم پیچیده است درک و تشریح قانون عملیاتی آن مشکل است. بازارهای اوراق بهادار در هر کشوری به طور مستقیم یا غیرمستقیم براساس قوانین خاصی توسط دولت های مرکزی تنظیم می‌شوند. این قوانین شامل نحوهٔ پذیرش اوراق بهادار، معاملات سهام، مقررات مربوط به سرمایه‌گذاری اشخاص خارجی، طبقه‌بندی اطلاعات محرمانه، مقررات نظارتی بورس‌ها و نهادهای مالی، آیین‌نامهٔ نقل و انتقال سهام، تعیین دامنه نوسان قیمت‌ها و سایر مقرراتی که به تصویب سازمان ناظر و مربوطه در هر کشور می‌رسد. نوسان قیمت برای برخی افراد موجب کسب بازده و برای بعضی دیگر باعث زیان می‌گردد، بنابراین باید نحوهٔ حرکت قیمت و میزان انحراف آن را شناخت تا بتوان به بازدهی مطلوب دست یافت. انحراف قیمت به طور کلی به عنوان یک فرآیند گام تصادفی[1] و به صورت توزیع نرمال در نظر گرفته می‌شد. تحقیقات جدید بر روی داده‌های مالی نشان از آن دارد که اغلب سری های زمانی مالی، عملا دارای توزیع نرمال نیستند، بلکه دارای توزیعی نامتقارن و کشیده می‌باشند که معمولا از آن به توزیع‌های دم کلفت[2] یاد می‌شود. در واقع احتمال رخداد پرش‌های بزرگ در قیمت بیشتر از آن چیزی است که توزیع نرمال مبین آن است. شاید بتوان گفت، هیچ دلیلی وجود ندارد که یک پدیده مشاهده شده در طبیعت، با رفتار سیستمی سازگار باشد که انسان به عنوان یک عنصر باشعور جزء اجزای اصلی آن می‌باشد. اصولاً، فرض وجود اراده آزاد انسان مغایر با تغییر و تحولات منفعل یک پدیده طبیعی مانند حرکت ذرات گاز در یک فضای بسته می‌باشد.

امروزه نیز، فرضیه پیروی رفتار تغییرات قیمت (بازده) از گشت تصادفی، عملاً کاربرد چندانی ندارد و به جای آن از توزیع‌های دم کلفت لوی[3] و فرایند تصادفی مربوط به آن (فرایند تصادفی لوی)، برای تحلیل رفتار تصادفی قیمت استفاده می‌نمایند. توزیع تصادفی لوی، که به توزیع فراکتالی[4] نیز مشهور می‌باشد، در حالت کلی به توزیع‌هایی اطلاق می‌شود که از لحاظ آماری خود- متشابه[5]

1. Random Walk
2. Heavy-Tailed
3. Levi Distribution
4. Fractal Distribution
5. Self-similar

می‌باشند[1]. همچنین به تحلیل‌هایی که در این حوزه قرار می‌گیرند نیز، تحلیل‌های فراکتالی[2] گفته می‌شود.

از سویی دیگر، با مطرح شدن نظریه آشوب[3] و کاربرد گسترده آن در علوم برای توضیح رفتار سیستم‌های پیچیده و پویا، فصل جدیدی از تحقیقات در مورد رفتار قیمت سهام گشوده شد. توابع آشوبگونه مولد یک سری زمانی، داده‌هایی تولید می‌نمایند که به ظاهر تصادفی است ولی طبیعتی قطعی دارند. بدین ترتیب برخی از محققان به این فکر افتادند که ممکن است رفتار قیمت سهام که نمودی تصادفی دارد، به واقع حاصل یک سیستم پیچیده آشوبگونه باشد. از این رو استفاده از تکنیک-های رایج در حوزه نظریه آشوب در تحلیل رفتار سری‌های زمانی قیمت به طور گسترده‌ای آغاز شد، چنانکه برخی از محققین حوزه مالی نیز با اضافه کردن تکنیک‌های جدیدی در حوزه نظریه آشوب، به غنای آن افزودند. باید توجه داشت که نظریه آشوب در عمل، چارچوبی برای تشخیص آشوبگونه و یا تصادفی بودن داده‌ها و خطی و یا غیرخطی بودن آنها ارائه می‌نماید. توصیف رفتار سری زمانی مربوطه باعث شده که نظریه آشوب عملاً به روش قابل اعتمادی برای تعیین درجه پیش بینی پذیر بودن سری زمانی تبدیل گردد.

همان طور که پیشتر نیز بیان شد، پیش‌بینی قیمت از اهمیت زیادی در حوزه ادبیات مالی برخوردار است و روش‌های زیادی از سری‌های زمانی و اقتصادسنجی گرفته تا روش‌های نوینی مانند تکنیک-های فازی و یا هوش مصنوعی مانند شبکه‌های عصبی برای پیش‌بینی آینده قیمت استفاده می‌گردد. بنابراین کاملاً مشخص است که تعیین درجه پیش‌بینی پذیر بودن سری زمانی قیمت و یا به عبارت دیگر دوره زمانی اعتبار پیش‌بینی تا چه حد دارای اهمیت می‌باشد. همچنین تئوری آشوب با تعیین نوع رفتار سری زمانی قیمت، امکان اختیار ابزار متناسب با آن رفتار را برای پیش‌بینی فراهم می‌آورد. بدین معنی که اگر رفتار قیمت سهام غیرخطی باشد، طبیعتاً استفاده از روش‌های خطی برای پیش‌بینی قیمت آینده آن جواب مناسبی ارائه نمی‌دهد. همچنین اگر رفتار سری زمانی قیمت، تصادفی باشد، شاید شبیه‌سازی قیمت‌ها تنها راه حل برای برآورد قیمت‌های آینده باشد، در حالی که اگر قیمت طبیعتی قطعی داشته باشد، باید بتوان از معادلات قطعی برای مدلسازی رفتار قیمت و تغییرات آن استفاده نمود. در واقع فراهم آوردن پایه‌ای مناسب برای مدل‌سازی فرایند مولد قیمت سهام، باعث گردیده است بسیاری از تحقیقات مالی در ۲۵ سال اخیر، متمرکز بر تعیین نوع رفتار سری‌های زمانی قیمت (بازده)

---

۱. شایان ذکر است، توزیع نرمال، خود دارای خاصیت خود- متشابهی بوده و یکی از حالات خاص توزیع لوی می باشد.

2. Fractal Analysis

3. Chaos Theory

سهام (و دیگر دارایی های مالی) و امکان پیش‌بینی پذیری آن توسط تئوری آشوب شود (شیرزاد، ۱۳۸۵).

اخیراً بعضی پژوهشگران فهمیدند که قانون عملیاتی بازار سرمایه اکیداً تصادفی نیست و انحراف قیمت‌ها از نظر آماری همبسته‌اند، بنابراین نیاز به یک روش که بتوان ویژگی‌های نوسان قیمت سهام را کشف نمود و ایجاد یک تخمین درست برای کاهش ریسک و بدست آوردن بازدهی مناسب، ضروری است (Ying, et al., 2009). به جای فرضیه بازار کارا، فرضیه بازار فراکتالی جدید اخیراً توسط پیترز(Peters, 1994) ارایه شد. طبق توسعه‌های فعلی در نظریه آشوب[1] و استفاده از مفاهیم فراکتالی، فرضیه بازار فراکتالی یک ساختار جدید برای مدل‌سازی دقیق‌تر آشفتگی‌ها و تغییرات دوره‌ای فراهم می‌آورد تا بازارهای سرمایه امروزی را بطور دقیق‌تر توصیف نماید. بنظر می‌رسد که فرضیه بازار فراکتالی یک ابزار قوی برای درک تضاد (قطعیت در برابر تصادفی بودن) در بازار باشد. فرضیه بازار فراکتالی بر تأثیر اطلاعات و افق‌های سرمایه‌گذاری بر رفتار سرمایه‌گذاران تأکید می‌نماید. فرضیات پایه‌ای که توسط پیترز برای فرضیه بازار فراکتالی ارایه شده بود به صورت زیر است:

- بازار ساخته تعداد زیادی از افراد است که دارای گستره وسیعی از افق‌های سرمایه‌گذاری مختلف هستند؛
- اطلاعات تأثیر متفاوتی بر افق‌های سرمایه‌گذاری مختلف دارد؛
- ثبات بازار(تعادل عرضه و تقاضا) اکثراً مهمتر از نقدینگی است؛
- قیمت‌ها ترکیبی از معاملات فنی کوتاه‌مدت و ارزشیابی بلند مدت را منعکس می‌نمایند؛
- اگر یک سهم رابطه‌ای با سیکل اقتصادی ندارد، پس یک روند بلندمدت نخواهد بود. خرید و فروش، نقدینگی و اطلاعات کوتاه‌مدت حکم فرما خواهد شد (Peters, 1994).

هدف فرضیه بازار فراکتالی این است که مدلی از رفتار سرمایه‌گذار و حرکات قیمت ارائه نماید تا واقعیت را بهتر برازش نماید. هنگامی‌که بازار با ثبات در نظر گرفته شود، فرضیه بازار کارا و مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای بهتر جواب می‌دهند. اما در طول بحران‌ها و ترس ناگهانی یک گروه از سرمایه‌گذاران، این موضوع مدل‌ها شکست می‌خورند و جوابگو نیستند. این غیر منتظره نیست زیرا این مدل‌ها، مدل‌های تعادلی هستند و نمی‌توانند از عهده تبدیل به افق‌های مختلف سرمایه‌گذاران برآیند. در قالب فرضیه بازار فراکتالی، بازار زمانی بی‌ثبات است که بازار ساختار فراکتالی‌اش را از

1. Chaos Theory

دست بدهد و فرضیات یکنواختی و یکسانی کامل افق سرمایه‌گذاری در بازار وجود نداشته باشد (Rachev, et al., 1999).

تئوری فراکتالی[1] به این منظور بکار رفته که ویژگی‌های تغییرناپذیری مقیاسی قیمت سهام را تشریح نماید. وجود تغییرناپذیری مقیاسی در بازار سهام به این معنی است که قیمت‌ها از فرضیه گام تصادفی پیروی می‌نمایند بنابراین بازار کارا است. آیا داده‌های مالی چنین فرضی را تأیید می‌کنند؟ البته که نه، نمودارهای تغییر سهام در هر زمان دورنمایی از حرکات ثابت بالا و پایین را آشکار می‌کنند اما به صورت یک شکل که انتظار داشت شبیه منحنی توزیع نرمال استاندارد باشد، نیست. تعداد زیادی از تغییرات ناگهانی، به صورت میله‌هایی بر روی نمودار است که بالا و پایین می‌روند و حرکات (کوچک و بزرگ) قیمت ممکن است تقریباً تا یک سال ثابت بماند و سپس ناگهان تغییرپذیری برای یک دورهٔ طولانی افزایش یابد. بر طبق نظریه پرتفوی احتمال رخ دادن این نوسانات بزرگ ممکن است نزدیک به صفر باشد و اثبات شده که توزیع بازده‌ها به صورت نرمال تشریح شده است. اینکه بازارهای مالی هم به صورت نرمال تشریح شده‌اند، نظریه پرتفوی را ناقص کرده است (Mandelbrot, 1999).

وجود ویژگی‌های تغییرناپذیری مقیاسی توسط رویکردهای مختلفی، شامل مدل‌های تحلیل دامنه مقیاسی[2]، توزیع لوی مانا[3] و تحلیل نوسانات روندزدایی‌شده[4] تأیید شده است. اما این مدل‌ها نمی‌توانند به منظور بررسی رفتار مقیاسی توزیع احتمال در سری‌های زمانی مالی استفاده شوند، زیرا با محدودیت بازیابی اطلاعات تکراری، مواجه‌اند. بدین معنی که این مدل‌ها تنها تصویری کلی از فرآیند قیمت‌گذاری سهام ارائه می‌دهند بدون اینکه ویژگی‌های جزئی را در نظر بگیرند. تحلیل چندفراکتالی از طریق تقسیم سیستم پیچیده به بخش‌های مختلف مطابق با پیچیدگی آنها تغییرات بازار را تشریح می‌نماید (Ying, et al., 2009).

بسیاری از محققان بیان کرده‌اند که چندفراکتالی یک ماهیت و مشخصه متداول در قیمت‌های سهام است. چندفراکتالی در حقیقت در اثر ویژگی ذاتی، پویایی قیمت سهام بوجود می‌آید. خصوصاً

---

۱. واژه فراکتال مشتق از واژه لاتینی فراکتوس- به معنی سنگی که به شکل نامنظم شکسته و خرد شده است- در سال ۱۹۷۵ برای اولین بار توسط مندل بروت[1] مطرح شد. فراکتال تصویر هندسی چند جزئی است که می‌توان آن را به تکه هایی تقسیم کرد که انگار هر تکه یک کپی از کل تصویر است .

2. Rescaled Range Analysis
3. Levy Stable Distribution
4. Detrended Fluctuation Ananlysis

همبستگی‌های بلندمدت بین وقایع گذشته و حال، ممکن است چندفراکتالی را ایجاد نماید. وجود چندفراکتالی در سری‌های زمانی مانع امکان وجود بازار کارا می‌شود (Mandelbrot, 1999).

تحلیل مانایی سری زمانی اساساً به منظور چگونگی واکنش سری نسبت به تکانه‌های وارده بر آن به کار برده می‌شود. اثر یک تکانه بر یک متغیر در طول زمان ممکن است دائمی، بلند مدت و یا کوتاه‌مدت باشد. اگر اثر یک تکانه دائمی باشد آن سری دارای ریشهٔ واحد بوده و به آن حافظهٔ کامل گفته می‌شود. چنانچه اثر تکانه برای مدت نسبتاً طولانی باقی بماند، سری مربوطه ریشهٔ کسری دارد و حافظه بلندمدت است. اگر اثر تکانه به سرعت از بین برود، آن سری حافظهٔ کوتاه‌مدت است. به منظور را به توان به صورت زیر x_t شناسایی نوع حافظه یک سری زمانی، فرض کنید سری مدلسازی کرد: $(۱-L)^1 x_t = \varepsilon_t$

که در آن ($\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$) (نفه سفید) است. اگر $d=0$ باشد سری x_t حافظهٔ کوتاه دارد بدین معنا که همبستگی‌های بین مشاهدات متوالی به سرعت به صفر گراییده و سری به سمت میانگین ثابت خود بازگشت می‌کند. واریانس این سری محدود و مستقل از زمان بوده و کواریانس آن نیز مانا است. این نوع سری را می‌توان با مدل ARMA مدلسازی کرد. چنانچه $d=0$ باشد، سری مربوطه ریشهٔ واحد دارد و میانگین، واریانس و کواریانس آن غیر مانا هستند. واریانس این سری نامحدود و وابسته به زمان است. اثر تکانه وارده بر آن در طول زمان انباشته شده و سری به سمت میانگین ثابت خود بازگشت نمی‌کند. مدلسازی این سری مستلزم آن است که ابتدا تفاضل‌گیری مرتبهٔ اول انجام گیرد و سپس بر اساس مدل ARIMA مدلسازی کرد. اگر $۰ < d < ۱$ باشد، سری دارای حافظه‌بلند است .در این صورت این سری هم ممکن است ویژگی سری مانا را داشته باشد و هم ویژگی سری غیر مانا را. اگر $۰ < d < ۰/۵$ باشد واریانس سری محدود و مانا است. کواریانس آن نیز پایا و لذا، سری به طور کلی ماناست. اگر $۰/۵ < d < ۱$ باشد، واریانس آن نامحدود و غیر مانا است. کواریانس آن نیز غیر مانا و سری غیر مانا خواهد بود (عرفانی، ۱۳۸۷).

در این مقاله ابتدا پژوهش‌های انجام شده در زمینه چندفراکتالی در بازار سهام ارئه خواهد شد، سپس روش چند فراکتالی و منابع ایجاد چندفراکتالی تشریح می‌گردد. در بخش بعدی داده‌های مورد استفاده تجزیه و تحلیل خواهد شد و در آخر یافته‌ها و نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

پیشینه پژوهش

پژوهش‌های زیادی در مورد ویژگی تغییرپذیری در بازده‌های بازار سهام انجام گرفته است که هر کدام به نتایجی متفاوت، دست یافته‌اند. در ادامه به برخی از این پژوهش‌ها اشاره می‌شود.

کاجویرو و همکاران (Cajueiro, et al., 2009) خواص چند فراکتالی و رفتار توده‌وار در بازار سهام ژاپن را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از مدل کریستی و هوانگ برای بررسی وجود رفتار توده-وار با استفاده از داده‌های روزانه پرداختند. به منظور تأیید وجود رفتار توده‌واری از مدل چند فراکتالی- تحلیل نوسانات روندزدایی شده استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که رفتار توده‌وار در دوران رکود در بازار سهام ژاپن وجود دارد و همچنین مدل چند فراکتالی وجود رفتار توده‌وار را تأیید می‌کند. آن‌ها بیان کردند که یکی از عوامل ایجاد چند فراکتالی در بازار سهام ژاپن وجود رفتار توده-وار است.

ینگ و همکاران (Ying, et al., 2009) در پژوهشی با عنوان «اندازه‌گیری چند فراکتالی نوسانات قیمت سهام با استفاده از تحلیل چندفراکتالی نوسانات روندزدایی شده» بازده‌های روزانه شاخص قیمت سهام شانگهای را بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که دو عامل متفاوت باعث ایجاد چندفراکتالی در سری‌های زمانی می‌شود. توزیع احتمال با چولگی زیاد و همبستگی‌های موقت غیرخطی. هنگامی‌که شاخص قیمت سهام به شدت نوسان پیدا می‌کند، تغییرپذیری قوی به صورت آشکار از طریق مدل چندفراکتالی تحلیل نوسانات روند زدایی شده نشان داده می‌شود.

نوروززاده و همکاران (Norouzzadeh, et al., 2005) در پژوهشی با عنوان «کاربرد معیارهای چند فراکتالی برای شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران» انجام دادند. آن‌ها برای تحلیل داده‌ها از روش‌های مختلفی مثل تحلیل دامنه استاندارد، تحلیل دامنه استاندارد اصلاح یافته[1]، و تحلیل نوسانات روندزدایی شده به بررسی ویژگی حافظه بلندمدت و همبستگی بلندمدت بازده‌های شاخص بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج بدست آمده نشان داد که که رفتارهای مقیاسی فراکتالی بازار به صورت معنی‌داری متفاوت با آنچه گام تصادفی نامیده می‌شود، می‌باشد. شاخص بورس اوراق بهادار تهران دارای حافظه بلندمدت می‌باشد و اثر حافظه‌ای تقریباً شش ماه طول می‌کشد. تحلیل نشان داد که بازار سهام ایران یک بازار توسعه یافته نیست بلکه بازاری نوظهور است و معامله‌گران با استفاده از تحلیل تکنیکی، می‌توانند بازده‌های بالاتر بدست آورند.

1. Modified Rescaled Range

هو و همکاران (Ho, et al., 2003) تحلیل چند فراکتالی را برای شاخص قیمت سهام در تایوان بکار بردند و وجود ویژگی‌های چند فراکتالی در بازار سهام تایوان را تأیید کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که وجود اطلاعات بازار به صورت فرآیندی زنجیره‌ای باعث چندفراکتالی می‌شود.

عرفانی(۱۳۸۷) با استفاده از داده‌های روزانه طی دورهٔ زمانی ۱۳۸۲ تا ۱۳۸۶ در تحقیقی تحت عنوان «بررسی حافظهٔ بلند بودن شاخص کل قیمت سهام بورس اوراق بهادار تهران» به بررسی حافظه‌ی بلندمدت پرداخت. حافظه بلندمدت به این معنی است که اثر تکانه‌های وارده بر شاخص پایدار است و برای مدت نسبتا طولانی باقی می‌ماند. او از سه روش دامنه استاندارد، روش دامنه استاندارد تغییر یافته و روش نوسانات روند زدایی شده استفاده کرد که هر سه روش، حافظه بلندمدت بودن سری تحت بررسی را تأیید کردند.

روش پژوهش

پیچیده بودن سیستم های مالی باعث شد تا به تدریج ابزارهای ساده توصیف رفتارهای سیستم‌های مالی که تا چندی پیش مورد استفاده قرار می گرفت، به کناری گذاشته شود و استفاده از نظریات پیشرفته‌تر برای توصیف رفتار این سیستم‌ها مورد توجه قرار گیرد تا بدین ترتیب شاهد شکسته شدن بسیاری از باورهای اشتباه پیشین باشیم. بدین ترتیب امروزه که با کمرنگ شدن مرز میان علوم، آخرین نظریه‌های توسعه داده شده در علومی مانند فیزیک و ریاضی برای توصیف رفتار پدیده‌ای در علوم مالی مورد استفاده قرار می‌گیرد. تحلیل رفتار قیمت (بازده) سهام نیز از این امر مستثنی نبوده و یکی از جالب‌ترین حوزه‌ها برای انجام تحلیل‌های پیش گفته می‌باشد. در این پژوهش به بررسی وجود چندفراکتالی در شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران پرداخته می‌شود. بنابراین فرضیه پژوهش بدین صورت خواهد بود «خاصیت چندفراکتالی در شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران وجود دارد ».

پنگ و همکاران (Peng, et al., 1995) روش تحلیل نوسانات روندزدایی شده را طراحی کرده‌اند. مزیت این روش این است که به کمک آن می‌توان همبستگی‌های بلندمدت را حتی در سری‌هایی که به ظاهر غیرمانا هستند، نیز جستجو کرد. هم‌چنین می‌توان از ردیابی کاذب همبستگی‌های ظاهری بلندمدت که محصول مصنوعی سری‌های غیرمانا است پرهیز کرد. گاهی به سبب وجود برخی عوامل خارجی در آزمایش‌ها، نمی‌توان مستقماً از داده‌های اصلی برای تعیین کمیت‌های مورد توجه بهره گرفت. غالباً نتایج بدست آمده از آزمایش‌ها تحت تأثیر عواملی مانند روندها[1] و نوفه‌ها قرار می‌گیرند

1. Trend

که باعث می‌شوند ماهیت مانایی افت و خیز ذاتی سیستم مخفی شده یا کاملاً از بین رود. حتی یافتن خواص آماری سیستم در گرو تعیین خواص آماری آن‌ها می‌باشد. همچنین در بسیاری مواقع منشاء نوفه‌های موجود در داده‌ها مجهول می‌باشد (Peng, et al., 1995).

روش تحلیل چندفراکتالی نوسانات روندزدایی شده که توسط کنتل هاردت و همکاران (kantelhardt, et al., 2002) ارائه گردید، درحقیقت برای تعیین نماهای مهم مقیاسی فرآیندها، خواص چند فراکتالی آن‌ها و همچنین منشاء ایجاد این چند فراکتالی بکار می‌رود. این روش از ۵ مرحله تشکیل شده‌است:

مرحلهٔ اول:

سری زمانی بازده‌های سهام را به صورت $x_i, i=1,...,N$ در نظر بگیرید. در مرحله اول سری زمانی تجمعی[۱] به صورت زیر ساخته می‌شود:

$$Y(i) \equiv \sum_{k=1}^{i} \left[x_k - \langle x \rangle \right], \qquad i=1,...,N \qquad (۱)$$

در معادله (۱) کمیت $\langle \mathrm{x} \rangle$ میانگین X ها می‌باشد. برای حذف روندها که از جمع بستن سری ناشی می‌شود، لازم است که در هر مرحله جمع بستن مقدار متوسط کم شود. با وجود این، کم کردن میانگین الزامی نیست چون همان‌طور که در مراحل بعدی دیده می‌شود، با حذف روند، حذف خواهد شد.

مرحلهٔ دوم:

سری جدید $\mathrm{Y(i)}$ را به $\mathrm{N_s = int(N/S)}$ بخش مستقل که هر یک دارای S نقطه می‌باشد، تقسیم می‌شود. چون اغلب طول سری مضرب صحیحی از مقیاس S نیست، یک بخش کوچک از انتهای سری تجمعی باقی می‌ماند. برای اینکه این قسمت نادیده گرفته نشود، یک بار دیگر از انتهای سری تجمعی، آن را به بخش‌های مستقل با طول یکسان S تقسیم می‌شود، بنابراین در مجموع $۲\mathrm{N_s}$ قسمت وجود خواهد داشت.

مرحلهٔ سوم:

واریانس اختلاف سری تجمعی محاسبه می‌گردد. در هر بخش، داده‌ها با یک چند جمله‌ای درون‌یابی شده،که روند محلی را در هر قسمت نشان می‌دهد. پس چند جمله‌ای در بخش Vام را با y_v نشان

2. Profile

داده می‌شود. نحوه محاسبه y_v در پیوست دو آورده شده است. اکنون در هر بخش v، کمیت زیر که شبیه واریانس می‌باشد محاسبه می‌شود:

$$F^{۲}(s,v) \equiv \frac{۱}{s}\sum_{i=۱}^{s}\{Y[(v-۱)s+i]-y_v(i)\}^{۲} \qquad (۲)$$

S، به عنوان مقیاس زمانی (تعداد سری زمانی) بین ۱۰ تا $N/4$ در نظر گرفته می‌شود.

برای $v=1,...,N_s$ و برای $v=N_s+1,...,2N_s$ به صورت زیر می‌باشد:

$$F^{۲}(s,v) \equiv \frac{۱}{s}\sum_{i=۱}^{s}\{Y[N-(v-N_s)s+i]-y_v(i)\}^{۲} \qquad (۳)$$

در فرآیند برازش چند جمله‌ای‌ها می‌توان مرتبه چند جمله‌ای را با توجه به توان رفع روند، شماره‌گذاری کرد (زمانی که از چندجمله‌ای با درجه ۱ استفاده می‌شود DFA1 و به همین ترتیب DFA2 ...) برای مثال DFAm (روندها از مرتبهٔ m) روندهای درm سری تجمعی و روندهای درجه m-1 سری اصلی حذف می‌شوند. با مقایسهٔ نتایج برای مرتبه‌های مختلف DFA، می‌توان نوع روند چند جمله‌ای را تشخیص داد.

بکاربردن درجه‌های مختلف y_v به وجود روندها با درجات متفاوت در سری اولیه، مربوط می‌شود. در واقع تحلیل نوسانات روندزدایی شده با مرتبه‌های متفاوت، توانایی متفاوتی در حذف روندهای موجود در داده‌ها دارد.

مرحله چهارم:

برای بدست آوردن تابع افت و خیز مرتبه q بر روی کل بلوک‌ها متوسط گیری می‌شود:

$$F_q(s) = \left\{\frac{۱}{۲N_s}\sum_{v=۱}^{۲N_s}\left[F^{۲}(s,v)\right]^{q/۲}\right\}^{۱/q} \qquad (۴)$$

در اینجا کمیت q می‌تواند هر عدد مخالف صفر را انتخاب کند. کمیت q بین ۵ و ۵- در نظر گرفته می‌شود.

مرحلهٔ پنجم:

مراحل بالا را برای s های متفاوت تکرار می‌شود. در این صورت رابطه مقیاسی زیر بین s و $F_q(s)$ برقرار است:

$$F_q(s) \cong s^{h(q)} \qquad (۵)$$

اگر نمودار log- log، $F_q(s)$ را برحسب s را با یک خط راست برازش داده شود، شیب خط حاصل نمای h(q) که اصطلاحاً نمای هارست تعمیم یافته[1] نامیده می‌شود، بدست می‌آید. در صورتی که h(q) وابسته به s باشد سری زمانی تحت بررسی دارای خاصیت چند فراکتالی می‌باشد و در غیر این صورت سری خاصت تک فراکتالی خواهد داشت.

- **منشاء ایجاد چند فراکتالی**

با استفاده از روش تحلیل چند فراکتالی نوسانات روندزدایی شده می‌توان منشاء خواص چند فراکتالی را در یک سری زمانی بررسی کرد. به نظر کنتل هاردت و همکاران (kantelhardt, et al., 2002) دو منشاء متفاوت برای خواص چند فراکتالی وجود دارد.

- **همبستگی‌های متفاوت در مقیاس‌های کوچک و بزرگ افت و خیز**

فرایندهای فیزیکی به دو دسته کلی زیر تقسیم‌بندی می‌شوند:

۱- فرآیندهای تعیینی

فرآیندهایی که معادلات حاکم بر آن‌ها بر تحول آن‌ها کاملاً تعیینی بوده و به صورت دقیق می‌توان آیندهٔ آن‌ها را تعیین کرد.

۲- فرآیندهای تصادفی

به فرآیندهایی گفته می‌شود که حداقل یک جمله در معادلهٔ حاکم بر تحول آن‌ها به صورت تصادفی تغییر می‌کند.

فرآیندهای تصادفی خود براساس متغیر تصادفی x به سه دستهٔ زیر قابل تقسیم‌بندی می‌باشند:

الف- فرآیندهای کاملاً تصادفی

در این نوع فرآیندهای تصادفی مقدار x در زمان t کاملاً مستقل از مقادیر گذشتهٔ آن است. به عبارت دیگر اطلاعات کامل در این نوع فرآیندها در تابع چگالی احتمال تک نقطه‌ای است و این سیستم‌ها اصطلاحاً بدون حافظه می‌باشند. احتمال یافتن هر مقدار x در هر زمان دلخواه t، کاملاً مستقل از زمان t' به صورت $t' \rangle t$ می‌باشد به زبان ریاضی به صورت زیر است:

$$p(x_m, t_m | x_{m-1}, t_{m-1}; \ldots x_1, t_1) = p(x_m, t_m) \qquad (۶)$$

بنابراین تابع چگالی به صورت زیر خواهد بود:

$$p(x_m, t_m, x_{m-1}, t_{m-1}; \ldots x_1, t_1) = p(x_m, t_m) \qquad (۷)$$

1. Generalized Hurst Exponent

ب- فرآیندهای تصادفی وابسته

اطلاعات کامل در این نوع فرآیندها در تابع چگالی احتمال همبسته m نقطه‌ای وجود دارد. به بیان دیگر این نوع سیستم‌ها دارای حافظهٔ بلندمدت می‌باشند.

ج- فرآیندهای تصادفی مارکوف

در فرآیندهای اصطلاحاً مارکوف[۱]، احتمال یافتن مقدار x_m در جهت t_m، فقط از وضعیت قبلی یعنی آن‌چه که در زمان t_{m-1} رخ می‌دهد، تأثیر می‌گیرد. در این نوع فرآیندها، حافظه سیستم کوتاه برد می باشد(عرفانی،۱۳۸۷).

تابع چگالی احتمال به صورت زیر است:

$$p(x_m, t_m | x_{m-1}, t_{m-1}; \dots x_1, t_1) = p(x_m, t_m | x_{m-1}, t_{m-1}) \qquad (8)$$

پس تابع چگالی همبسته به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} &p(x_m, t_m | x_{m-1}, t_{m-1}; \dots x_1, t_1) = \\ &p(x_m, t_m | x_{m-1}, t_{m-1}) p(x_{m-1}, t_{m-1} | x_{m-2}, t_{m-2}) \times \dots \times p(x_2, t_2 | x_1, t_1) p(x_1, t_1) \end{aligned} \qquad (9)$$

در صورتی که چند فراکتالی در اثر همبستگی‌های متفاوت در مقیاس‌های کوچک و بزرگ افت و خیز باشد، تابع توزیع افت وخیز قیمت تطابق خوبی با توزیع گوسی(نرمال) دارد و اگر داده‌های مورد بررسی را به‌هم[۲] بزنیم، یعنی حافظه و همبستگی‌های موجود در آن را از بین ببریم، منشاء چند فراکتالی از بین رفته و نمای هارست تعمیم یافتهٔ آن، $h(q)$، مستقل از q خواهد شد.

فرآیند به‌هم زدن سری‌های زمانی مورد بررسی به صورت زیر می‌باشد:

الف) جفت‌های عددی تصادفی از بین کل داده‌ها انتخاب می‌شود؛

ب) این دو عدد با هم مبادله می‌شوند؛

ج) دو مرحلهٔ بالا را برای ۲۰ برابر تعداد داده‌ها انجام خواهد شد، این تعداد به تجربه منجر به از بین رفتن هر گونه همبستگی زمانی بین داده‌ها می‌شود.

با توجه به این‌که در داده‌هایی که خاصیت چند فراکتالی ندارند $h(q) = 0.5$ است، پس اگر بعد از به‌هم زدن، داده‌هایی که چند فراکتال‌اند، $h(q) = 0.5$ شود، تمام خاصیت چند فراکتالی اثر همبستگی‌های بلندمدت بوده است.

1. Markov Process
2. Shuffled

- **انحراف از تابع توزیع نرمال**

از دیگر منابع مربوط به رفتار چند فراکتالی، وجود دم‌های پهن در توزیع داده‌ها و عدم تطابق تابع توزیع داده‌ها با توزیع گوسی است. در این حالت با کمک روش‌های استاندارد در تحلیل داده‌ها، تابع توزیع سری مورد مطالعه به شکل کاملاً گوسی تبدیل شده که اصطلاحاً سُرُگیت[1] کردن نامیده می‌شود، در آن صورت $h(q)$ مستقل از q خواهد شد. در روش سُرُگیت با استفاده از تبدیل فوریهٔ گسسته، ضرایب تبدیل فوریه بدست آمده را در یک فاز تصادفی با تابع توزیع تخت ضرب کرده و سپس با کمک تبدیل فوریهٔ معکوس[2] داده‌هایی که بر اساس قضیهٔ حد مرکزی دارای توزیع گوسی بوده و همبستگی‌ها بدون تغییر باقی می‌مانده است، تولید می‌شود.

اگر هر دو منشاء ذکر شده مسئول ایجاد چند فراکتالی باشند، در آن صورت، تابع $h(q)$ مربوط به هر دو سری به‌هم خورده (h_{shuf})، و گوسی شده (h_{shurr})، نسبت به سری اصلی به صورت ضعیف‌تری به q وابسته خواهند بود (شیرزاد، ۱۳۸۵).

داده‌ها و نتایج

در این پژوهش از شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در طی سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۷ جهت تحلیل چند فراکتالی استفاده می‌شود. شاخص قیمت در سال ۱۳۸۲ به یکباره صعود و سپس به شدت سقوط کرده است. این افت وخیز قیمت سهام می‌تواند در اثر اطلاعاتی که به بازار می‌آید و همچنین رفتار مشارکت‌کنندگان در بازار باشد.

افت و خیز نسبی در بازار از طریق محاسبه بازده شاخص کل بدست آمده است. سری بازده روزانه شاخص کل در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از معادله:

$$P_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} \qquad (۱۰)$$

محاسبه شده است که در آن، P_t نشان دهنده شاخص کل قیمت در روز tام، P_{t-1} نشان دهنده شاخص کل در روز قبل و R_t نشان دهنده بازده روز tام می باشد. این معادله تغییرات و نوسان شاخص کل را نشان می‌دهد.

در جدول(۱) برخی از شاخص‌های آماری برای بازده و شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران ارائه شده است.

---

1. Surrogate

۲. برای مطالعه بیشتر در مورد سری فوریه به کتاب آنالیز ریاضی ۲ نوشته علیرضا مدقالچی انتشارات دانشگاه پیام نور مراجعه شود.

جدول(۱) شاخص‌های آماری بازده و شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران

میانگین	انحراف معیار	ضریب چولگی	کشیدگی	بیشترین مقدار	کمترین مقدار	تعداد(N)	
۰۴۶۱۱۳.	۵۶۹۶۱.	۴۹۹۲۰۲.	۲۲,۳۲۴۰۹	۵,۲۲۴۲۷۵	۵,۳۰۴۳۳۸-	۱۶۸۵	بازده
۹۵۷۹,۳۲	۲۵۷۱,۵۸	۶۸۰۰۶۶.-	۲,۸	۱۳۸۸۲,۳۹	۳۷۶۶,۴۴	۱۶۸۵	شاخص کل قیمت

همان‌طور که مشاهده می‌شود، هر دو سری زمانی شاخص کل قیمت و بازده دارای چولگی بوده که در این میان، داده‌های قیمت دارای چولگی منفی بوده و داده‌های بازده دارای چولگی مثبت می‌باشد. همچنین مقادیر مربوط به کشیدگی نیز برای دو سری نشان از نوک تیز بودن و دم کلفت بودن توابع توزیع این دو سری ـ به ویژه ـ سری بازده دارد. بنابراین، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که هیچ‌کدام از این دو سری از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند. همچنین آماره (Jarque-Bera) مربوط به آزمون نرمال بودن داده‌ها نیز این موضوع را تایید می‌نماید.

برای تحلیل چندفراکتالی، بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران انتخاب شد. زیرا پس از بررسی شرط مانایی برای دو متغیر شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران و بازده شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران، بازده شاخص کل مانا بود[1].

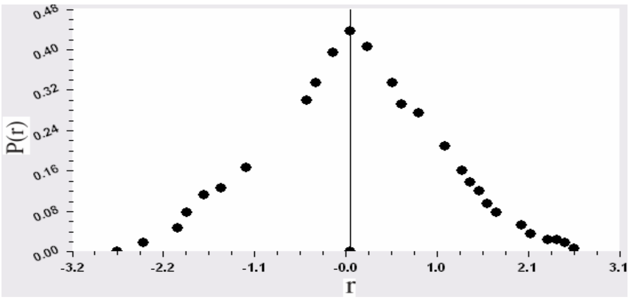
تابع توزیع احتمال[2] در مقایسه با توزیع نرمال، نوک‌های تیزتر و دم‌های پهن‌تر از خود نشان می‌دهد. این مشخصه را می‌توان از روی کشیدگی[3] تابع توزیع در شکل(۱) مشاهده کرد. کشیدگی تابعی از گشتاور چهارم مرکزی است که به مقادیر بزرگ در دم‌های توزیع بسیار حساس است. بنابراین کشیدگی عملاً تعداد داده‌ها در دم‌ها را به ما نشان می‌دهد. بنابراین با توجه به مقادیر ارائه شده در جدول(۱)، توزیع بازده شاخص کل در بورس اوراق بهادار تهران، در این دروه‌ی هفت ساله ، توزیعی با دم‌های پهن است.

۱. برای تبدیل یک سری ناپایا به یک سری پایا معمولا از روش تفاضل گیری استفاده می شود. اگر به نحوه محاسبه سری بازده توجه شود، می بینیم که سری بازده به واقع تفاضل مرتبه اول سری زمانی قیمت می باشد و نتایج به دست آمده برای پایایی نیز این نکته را تایید می کند که تفاضل گیری مرتبه اول سری زمانی قیمت باعث پایا شدن سری می گردد.

2. Probability Density Function

3. Kurtosis

شکل(۱):تابع توزیع احتمال

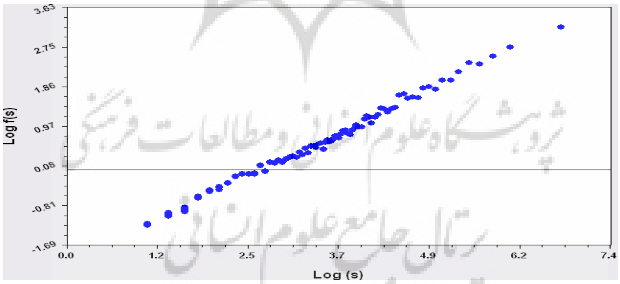


بعد از انتخاب متغیر بازده شاخص کل، آزمون چند فراکتالی تحلیل نوسانات روند زدایی شده انجام گرفت. برای انجام فرآیندهای اشاره شده در روش پژوهش، لازم است برنامه‌ای کامپیوتری برای محاسبه پارمترهای مدل نوشته شود. برنامه مورد استفاده شده در این پژوهش به زبان FORTRAN می‌باشد.

در مرحله دوم فرآیند، روندها از داده‌ها کم شدند. این عمل به این دلیل انجام می‌شود که دانش افراد خبره در بازار با آگاهی از روندهای کلی صورت می‌گیرد و عملاً این دانش از داده‌ها استخراج می‌شود و بررسی آن دانش، هیچ اطلاعاتی به پژوهش نمی‌افزاید.

مراحل اول تا پنجم برای مقیاس‌های متفاوت انجام شد و سپس براساس qهای مختلف (بین ۵ تا ۵-) میانگین گرفته شد. شکل(۴) رابطه بین تابع افت و خیز f(s) و مقیاس‌های (s) مختلف را نشان می‌دهد. بین s و f(s) رابطه‌ای مستقیم وجود دارد. بنابراین می‌توان گفت که نوسانات و واریانس بخش‌های مختلف در سری بازده شاخص کل قیمت به مقیاس وابسته است، زیرا با افزایش مقیاس مقدار f(s) هم افزایش می‌یابد و در وقع بر مقدار ریسک افزوده می‌شود.

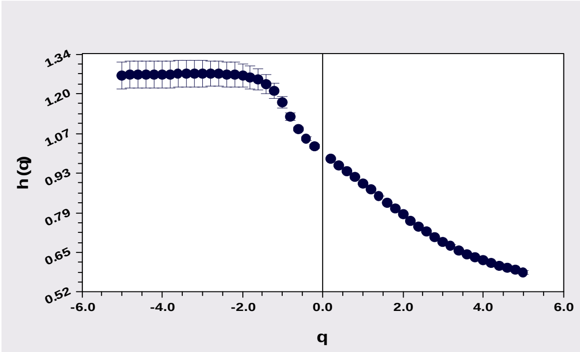
شکل(۲) تغییرات f(s) در برابر s



براساس روش MF- DFA ، نمای تعمیم‌یافته هارست (h(q))، را می‌توان بر مبنای نمودار دو محور لگاریتمی $F_q(s)$ (تابع افت و خیز) در برابر s، برای هر q تحلیل کرد. شکل (۳) رابطه بین

$h(q)$ و q را برای سری اصلی نشان می‌دهد. از آن‌جایی که وابستگی h به q در شکل نمایان است می‌توان نتیجه گرفت که فرآیند چند فراکتال است.

شکل (۳) نموار $h(q)$ برحسب q برای سری اصلی

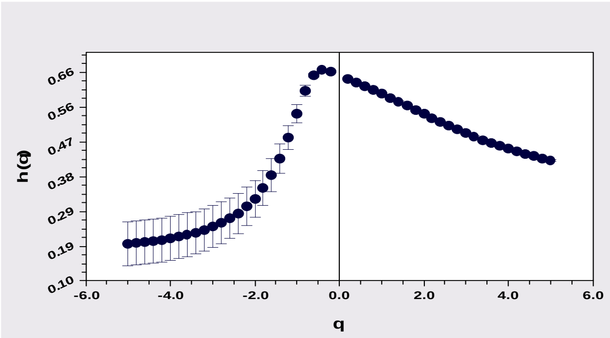


نقاط دایره، مقادیر $h(q)$ را نشان می‌دهد و فلش‌های بالا و پایین آن‌ها مقدار نوسان را نشان می‌دهد. همانطور که در نمودار مشاهده می‌شود، $q>0$ مقیاس‌ها و بخش‌هایی با پراکندگی زیاد (برای مثال انحراف از مقدار برآوردی y_v) که با متوسط‌گیری $h_q(s)$ نمایان شده است. بنابراین، اگر q مثبت باشد، h_q رفتار مقیاسی بخش‌هایی با نوسان بزرگ را تشریح می‌کند، و به طور کلی نوسانات بزرگ برای سری‌های زمانی چند فراکتالی با نمای مقیاسی h_q کوچک مشخص می‌شوند. برای q منفی، بخش‌هایی با پراکندگی و واریانس کوچک که با متوسط گیری $h_q(s)$ نمایان شده است. پس، برای مقادیر q منفی، نمای مقیاسی h_q رفتار مقیاسی بخش‌هایی با نوسان کوچک را تشریح می‌نماید، معمولاً با نمای مقیاسی بزرگ مشخص شده‌اند. بنابراین فرضیه پژوهش که بیان می‌داشت« خاصیت چندفراکتالی در شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران وجود دارد »، تأیید می گردد.

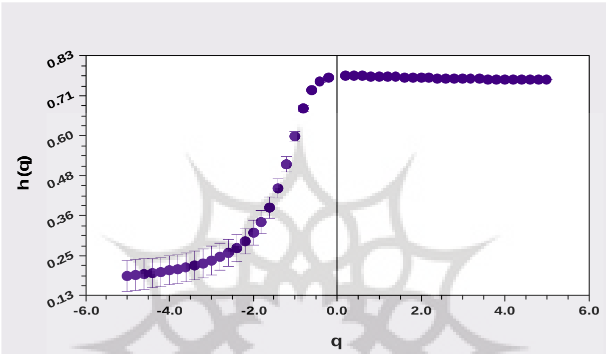
کنتل‌هاردت و همکاران (kantelhardt, et al., 2002) یک روش را برای تشخیص منابع ایجاد چند فراکتالی پیشنهاد کردند که در بخش قبل بیان گردید. چند فراکتالی در اثر توزیع احتمال دنباله‌دار(غیرنرمال) برای سری‌های بازده که دارای روندی طولانی و مکرر بوده‌اند (مثل پژوهش فعلی که به صورت روزانه و طی هفت سال است). عامل دوم تفاوت بین الگوهای همبستگی برای نوسانات کوچک وبزرگ در بازده‌های روزانه می‌باشد. در این پژوهش سری‌های بازده اصلی یک بار ازطریق به‌هم‌زدن و بار دیگر از طریق تبدیل به تابع گوسی(نرمال)، بررسی می‌شوند. روند به‌هم‌زدن و تبدیل به تابع گوسی در بخش قبل اشاره گردید. این فرآیند از طریق برنامه‌نویسی در FORTRAN انجام گرفت و سپس داده‌ها با استفاده از روش MF-DFA برای مقیاس‌های مختلف برازش شدند و نمای

$h(q)$ محاسبه گردید. پس برای هر q، یک $h(q)$ مجدداً بدست آمد که در شکل (۴) برای سری بر خورده و شکل(۷) برای سری گوسی شده آمده است.

شکل (۴) : نموار $h(q)$ برحسب q برای سری بُر خورده



شکل (۵): نموار $h(q)$ برحسب q برای سری ساروگیت شده



برای بررسی منشأ چندفراکتالی در داده‌ها، تابع افت و خیز $F_q(s)$، برای سری اولیه را با تابع افت وخیز برای سری‌های بُر خورده $F_q^{shut}(s)$، و تابع افت و خیز برای سری $F_q^{sur}(s)$، با هم مقایسه شدند. مقایسه این سه تابع بیانگر سهم هر کدام از دنباله‌های پهن و یا همبستگی‌ها در چندفراکتالی داده‌های اولیه است. به بیان دیگر آیا همبستگی‌های بلندمدت عامل ایجاد چند فراکتالی بوده، یا این‌که دنباله‌های پهن چندفراکتالی را موجب شده است، از طرف دیگر ممکن است هر دو عامل با هم موجب این وضعیت در بازده شاخص کل قیمت شده باشند.

جدول (۲): مقادیر نمای هارست $h(q=۲)$ برای سری اصلی، بُر خورده و سری ساروگیت شده

q	h	h_{shuf}	h_{sur}
۲	۰/۷۸۴	۰/۵۴۶	۰/۷۶۵

اگر چند فراکتالی در اثر همبستگی بین بازده‌ها بوجود آمده باشد، پس $h_{shuf}(q) = ۰٫۵$ خواهد بود. در q برابر دو در این پژوهش، مقدار h_q سری اصلی برابر ۰٫۷۸۴ است. برای سری‌های بُر خورده مقدار h_q برابر ۰٫۵۴۶ است. پس از بر زدن داده‌ها باز هم چند فراکتالی در سری وجود دارد و مقدار h_q بزرگتر از ۰٫۵ است. پس همبستگی به تنهایی عامل چندفراکتالی در بازده شاخص کل قیمت در بورس تهران نیست.

در صورتی‌که هر دو منشأ همبستگی و تابع توزیع در عامل پدیدآوردن چندفراکتالی موجود باشند، هر دو تابع $h_{shuf}(q)$ و $h_{sur}(q)$ وابسته به q خواهند بود. همانطور که در نمودارهای (۶) و (۷) دیده می‌شود، بعد از بُر زدن و ساروگیت کرده داده‌های اولیه باز هم همبستگی $h(q)$ به q وجود دارد. از طرف دیگر در جدول(۱)، q برای دو سری به‌هم خورده و جایگزین شده دارای $h(q)$ بیشتر از ۰٫۵ است و بازهم چند فراکتالی را تأیید می‌نماید.

نتیجه‌گیری

مدل چندفراکتالی ویژگی‌های محلی جریان قیمت دارایی را از طریق دامنه مقیاسی شرح می‌دهد. این روش به عنوان مناسب‌ترین مدل برای تشریح انحرافات قیمت در نظر گرفته شده است. تحلیل چندفراکتالی نوسانات روندزدایی شده، در این پژوهش استفاده شده تا پیچیدگی و نحوه حرکت قیمت سهام بهتر درک شود.

نتایج حاصل از تحلیل چندفراکتالی نوسانات روندزدایی شده بر روی شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران نشان داد که حرکت قیمت سهام در طی دورهٔ مورد بررسی دارای انحراف می‌باشد که دو منبع مختلف عامل ایجاد چندفراکتالی در سری‌های زمانی می‌باشند، توزیع‌های احتمال دم- کلفت و همبستگی‌های بلند مدت. بدین معنی که بین بازده‌های حال و گذشته شاخص کل قیمت همبستگی وجود دارد و از طرف دیگر شاخص کل از توزیع نرمال انحراف دارد و توزیع را چوله‌دار می‌نماید. بنابراین شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران دارای حافظه بلندمدت می‌باشد بدین معنی که اثر تکانه‌ها و شوک‌های وارده بر آن برای مدت طولانی باقی می‌ماند. انجام پژوهش‌ها در این زمینه باعث کنترل و اجتناب از ریسک می‌شود. با مشخص شدن نوع حافظه سری تحت مطالعه، مدل پیش بینی آن را می‌توان انتخاب کرد. اگر سری مورد نظر، حافظه کوتاه‌مدت داشته باشد آن را می‌توان با مدل پیش‌بینی کرد. چنان چه سری حافظه کامل باشد ریشه واحد داشته ARMA مدل سازی کرد و پیش‌بینی را انجام داد. دو ARIMA باشد، آن را می‌توان با مدل مذکور تا کنون در

اکثر تحقیقات تجربی مورد استفاده قرار گرفته است. اما اگر سری تحت بررسی حافظهٔ بلندمدت باشد، مدل سازی آن را می‌توان با روش انجام داد و با این روش از از دست دادن اطلاعات زیادی که در عمل ARFIMA تفاضل‌گیری برای مانا کردن سری اتفاق می افتد، جلوگیری کرد.

منابع و مأخذ:

۱. آذر، عادل و مؤمنی، منصور.(۱۳۸۰). "آمار و کاربرد آن در مدیریت"، انتشارات سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها.

۲. شیرزاد، ابوذر.(۱۳۸۵). "بررسی خواص فرکتالی شاخص سهام در بورس اوراق بهادار تهران" پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف.

۳. عرفانی، علیرضا. (۱۳۸۷). "بررسی حافظهٔ بلند بودن شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران"، پژوهشنامه علوم انسانی و اجتماعی «علوم اقتصای»، شماره ۲۸.

4. Cajueiro, C., and M. Tabak. (2009), “Multifractality and Herding Behavior in the Japanese Stock Market.” Journal of Chaos, Solitons and Fractals 40, Pp: 497-504.
5. Ho, D,. and C. Lee. (2003), “Scaling characteristics in the Taiwan stock market”, Journal of Physica A 332, Pp: 448-460.
6. Kantelhardt, J., S. Zschiegner, E. Koscielny-Bunde, S. Havlin, A. Bunde, and H. Stanley. (2002), “Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Nonstationary Time Series”, Journal of Physica 316, Pp. 87–114.
7. Mandelbrot, B. (1999), “A Multifractal Walk down Wall Street”, Scientific American Inc.
8. Norouzzadeh, P., and G. Jafari. (2005), “Application of multifractal measures to Tehran price index”, Journal of Physica A 356, Pp: 609-627.
9. Peng, C., H. Havlin, A. Stanley, and L. Goldberger. (1995), “Quantification of Scaling Exponent and Crossover Phenomena in Nonstationary heartbeart Time Series”, Journal of Choas 5, Pp: 82- 87.
10. Peters, E. (1994), “Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment & Economics”, John Wiley & Sons Ltd, New York.
11. Rachev, S., A. Weron, and R. Weron. (1999), “CED Model for Asset Returnsand Fractal Market Hypothesis”, Journal of Mathemtical and Computer Modellmg 29, Pp: 23-36.