رنه دکارت

(۱۶۵۰-۱۵۹۶)

برگردان: پرویز شهریاری

بیش از ۳۵۰ سال از چاپ کتاب مشهور «هندسه‌ی» دکارت می‌گذرد. انتشار این کتاب را می‌توان آغاز مرحله‌ی تازه‌ای از تکامل ریاضیات دانست. رنه‌دکارت، برای نخستین بار، طرح دقیق «مقدمات» هندسه‌ی تحلیلی را در این کتاب ریخت؛ و این، شاخه‌ای از ریاضیات است که، بدون آن، نمی‌توان تصوری در تکامل بعدی دانش داشت. دکارت، پایه‌های روش مختصاتی و اندیشه‌ی کلی کمیت متغییر را طرح کرد. کتاب دکارت را باید نخستین گام، در به‌وجود آمدن ریاضیات کمیت‌های متغییر دانست. انگلس درباره‌ی این پیشامد می‌نویسد: «کمیت متغیر دکارت، نقطه‌ی عطفی در ریاضیات است. این اندیشه، حرکت و دیالکتیک را وارد ریاضیات کرد و، از همین‌جا، ضرورت حساب دیفرانسیلی و انتگرالی نمایان شد...»

رنه دکارت (۱۵۹۶–۱۶۵۰)، یکی از مشهورترین دانشمندان فرانسوی است: او ریاضی‌دان، فیزیک‌دان و فیلسوف بود و به‌اخترشناسی، شیمی، پزشکی و حقوق هم علاقه داشت. کتاب بزرگ او، اول بار، در سال ۱۶۳۷ و به‌زبان فرانسوی منتشر شد. عنوان این کتاب چنین بود: «بحث درباره‌ی روش‌های درست راه بردن عقل و جست و جوی حقیقت در دانش، همراه با... هندسه به‌عنوان شیوه‌ای از این روش». بخش اخیر این کتاب، شامل مبانی هندسه‌ی تحلیلی است. در سال ۱۶۴۹، کتاب «هندسه» به‌طور مستقل و به‌زبان لاتینی تجدید چاپ شد. خیلی زود، سه چاپ دیگر این کتاب هم منتشر شد، به‌نحوی که در نیمه‌ی دوم سده‌ی هفدهم، به‌صورت کتاب بالینی همه‌ی ریاضی‌دانان درآمد.

رنه‌دکارت، در یک خانواده‌ی اشرافی و نه چندان غنی، متولد شد و طبق سنت

خانواده‌های اشرافی، در مدرسه‌ای که زیرنظر راهبان یسوعی (ژوزییت) اداره می‌شد، تعلیم دید. بعدها، درباره‌ی سال‌های تحصیل خود، در این مدرسه نوشت: «در آن جا، چیزهایی یاد گرفتم که به‌دیگران هم درس داده می‌شد. ولی به‌دانش‌هایی که برای ما تدریس می‌کردند، قناعت نکردم، بلکه از بین همه‌ی کتاب‌ها و رساله‌های علمی که در دسترسم بود، آن‌هایی را که جالب‌تر و نادرتر تشخیص می‌دادم، مطالعه کردم...»

ولی، این تلاش پیگیر، در بسیاری حالت‌ها، دکارت را دل‌سرد می‌کرد و به‌تدریج، درباره‌ی درست و مستند بودن همه‌ی آن چه از معلمان خود یاد گرفته بود، دچار شک شد. تا آغاز سده‌ی هفدهم، شیوه‌ی آموزشی اسکولاستیک برتمامی اروپایی غربی، حاکمیتی بلامنازع داشت و به‌دانشجویان تلقین می‌کرد که به‌هیچ‌وجه، به‌شناخت طبیعت و قانون‌های حاکم برآن، باور نداشته باشند. در فلسفه‌ی اسکولاستیک (که شامل همه‌ی دانش‌های آن زمان می‌شد)، تمامی تلاش در این جهت بود که راه‌هایی برای تحکیم باورهای سنتی پیدا شود و هرگونه تلاشی را، برای تغییر این باورها، محکوم می‌کرد. جمود فکری برهمه‌ی زمینه‌های آموزشی حاکم بود و تنها «آبای کلیسا» حق داشتند درباره‌ی چند و چون موضوع‌ها داوری کنند. و آن‌ها هم، همه‌ی قانون‌های طبیعت را، برپایه‌ی باورهای دیرین خود، تفسیر می‌کردند. آن‌ها معتقد بودند که فلسفه (یعنی مجموعه‌ی دانش‌ها) نمی‌تواند در رازهای طبیعت نفوذ کند و آن‌ها را بشناسد، تنها کاری که بشر می‌تواند انجام دهد، تحکیم باورهای قدیمی خود و استفاده از فلسفه، برای اثبات این باورهاست.

همین بی‌اعتقادی به‌عقل انسانی و به‌اخلاق والای انسانی بود که موجب پیدایش انواع جادوگری‌ها و، در سطح بالای خود، انواع «عرفان»های نوع غربی خود شده بود. و به‌همین دلیل بود که بسیاری از دانشمندان، به‌راه‌های غیرعلمی «عرفان عددی»، «پیش‌گویی از روی ستارگان»، «کیمیاگری و کشف راز تبدیل مس به‌طلا» و غیر آن افتاده بودند.

دکارت، که ذهنی هوشمند و اندیشه‌ای پویا داشت، نمی‌توانست آموزش اسکولاستیکی و عارضه‌های ناشی از آن را بپذیرد، همه‌ی آن‌ها را برخلاف عقل می‌دانست و به‌همین مناسبت، از آن‌ها سرباز زد.

دکارت، با به‌خاطر آوردن زمان پایان تحصیل خود، می‌نویسد: «همین که سنم اجازه داد تا از اطاعت مربیان خود خارج شوم، به‌طور قطع تصمیم گرفتم، آموزش دانش زمان

را کنار بگذارم و در جست و جوی دانشی بروم که بتوانم، به‌کمک آن، خودم یا کتاب عظیم طبیعت را بشناسم».

دکارت، بعد از پایان مدرسه، به‌مسافرت پرداخت، چند سالی را در خدمت نظامی گذراند و در سال ۱۶۲۸ به‌هلند رفت و ۲۰ سال در همان‌جا ماند. رفتن دکارت به‌هلند، در همان سالی بود که «لاروشل»، آخرین پشتیبان پروتستان‌ها، در فرانسه سقوط کرد. کاردینال «ریشل» ـ که در آن سال‌ها، فرمانروای مطلق فرانسه بود ـ همه‌ی جریان‌های مخالف خود را به‌سختی و با بی‌رحمی سرکوب کرد. ولی او، به‌مدعیان فئودال خود، به‌آشوب‌های دهقانی و به‌معترضان مذهبی اکتفا نکرد و به‌جان فیلسوفان آزاداندیش هم افتاد. هرجا هم که با تیروی نظامی کاری از دستش برنمی‌آمد، دست به‌دامان دسیسه و توطئه می‌شد... در همین زمان، هلند یکی از آزادترین کشورهای اروپایی بود و همه‌ی پروتستان‌ها، کاتولیک‌های آزاداندیش و همه‌ی کسانی که در کشور خود زیر فشار و تعقیب قرار گرفته بودند، به‌آن جا مهاجرت می‌کردند.

دکارت، تنها و ناآشنا به‌هلند رفت و در آن‌جا، منزوی و دور از مردم زندگی می‌کرد، به‌نحوی که کسی او را نمی‌شناخت. هدف او، این بود که در خلوت، به‌تفکر بنشیند. آزمایش‌های زیادی انجام داد، ابزارهای علمی ساخت و به‌کمک دوست ریاضی دانش، م. مرسن، با همه‌ی جریان‌های علمی اروپا در تماس بود. مرسن، که همیشه با دکارت رفت و آمد داشت، جای او را از دیگران پنهان می‌کرد تا آسیبی به‌دکارت نرسد، و خود رابطه‌ای بین دکارت و سایر دانشمندان زمان بود. به‌این ترتیب، با آگاهی‌هایی که مرسن می‌داد، دکارت در جریان بحث‌های دانشمندان وارد شد.

هر چه بیش‌تر دکارت را می‌شناختند و نوشته‌های او در مدرسه‌ها و دانشگاه‌های هلند بیش‌تر منتشر می‌شد، موقعیت دانشمندان سخت‌تر می‌شد. دیدگاه‌های دکارت، به‌ناچار او را رو در روی هواداران اسکولاستیک قرار داد. در سال ۱۶۴۹، در جست و جوی پناهگاه آرامی که برای کارهای علمی خود لازم داشت، به‌استکهلم رفت. در سوئد، سرماخورد و از دنیا رفت.

بعد از مرگ دکارت، نوشته‌های او از طرف کلیسای کاتولیک، ممنوع اعلام شد. با وجود این، اندیشه‌های او ـ در فلسفه، ریاضی و فیزیک، به‌سرعت و در سراسر اروپا پخش شد.

دکارت، طبیعت را همچون ساز و کار عظیمی می‌دید که همه‌ی بخش‌های آن کار

می‌کنند و تابع قانون‌های مکانیک هستند؛ او، پدیده‌های طبیعت را، ناشی از حرکت‌های هندسی ذره‌های ماده می‌دانست. در سده‌ی هفدهم، اغلب؛ جهان هستی را با ساعت مقایسه می‌کردند. جهان‌بینی دکارت هم، نوعی خصلت مکانیکی داشت. او با تکیه برقانون‌های مکانیک، روند گردش خون را شرح می‌داد و رفتار جانوران را، با مقایسه‌ی آن‌ها با ماشین‌ها، روشن می‌کرد. او به‌خصوص، نخستین تصورها را درباره‌ی «بازتاب» به‌وجود آورد. براساس قانون‌های مکانیک، نه‌تنها می‌کوشید ساختمان کنونی جهان را بفهمد، بلکه می‌خواست پیدایش خورشید و سیاره‌ها را هم به‌کمک حرکت گردبادی ذره‌ها توضیح دهد.

اگر جهان، یک مکانیسم است، بنابراین مهم‌ترین دانش‌ها مکانیک است که، البته، بدون ریاضیات نمی‌توان به‌آن پرداخت. دانش واقعی درباره‌ی طبیعت، باید برپایه‌ی ریاضیات باشد، زیرا تنها در این صورت است که می‌توان به‌آن اعتماد کرد. این اندیشه که متعلق به‌گالیله در ابتدای سده‌ی هفدهم بود، دکارت را پیش برد. او در ۱۱ اکتبر سال ۱۶۳۸ به‌مرسن نوشت: «گالیله می‌کوشید تا موضوع‌های فیزیکی را به‌کمک استدلال‌های ریاضی مورد بررسی قرار دهد... من با او موافقم و تصور می‌کنم که هیچ وسیله‌ی دیگری، برای کشف حقیقت وجود ندارد».

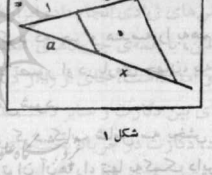
دکارت در جهت ساختن دانش واحدی کار می‌کرد که جبر و هندسه را به‌هم پیوند دهد. طرح «ریاضیات واحد»، به‌طور کامل متناظر با تصور او درباره‌ی جهان، به‌عنوان مکانیسم واحدی بود که با قانون‌های ریاضی اداره می‌شود.

او، این طرح را، در کتاب «هندسه‌ی» خود عملی کرد. کتاب شامل سه بخش است. در بخش اول، با عنوان «درباره‌ی مساله‌هایی که می‌توان آن‌ها را، تنها به‌کمک دایره‌ها و خط‌های راست حل کرد»، ساده‌ترین مفهوم‌های هندسه‌ی تحلیلی، مطرح شده است.

دکارت، پیش از هر چیز، به‌محاسبه‌ی پاره‌خط‌های راست می‌پردازد. پیش از او، بنابر سنتی که از یونان باستان به‌ارث رسیده بود، ریاضی‌دانان اصل «همگونی» را رعایت می‌کردند. طبق این اصل، سه نوع کمیت وجود داشت: پاره خط‌های راست، مساحت‌ها و حجم‌ها. مجموع دوپاره خط راست به‌طول‌های a و b، پاره‌خطی به‌طول a + b به‌حساب می‌آمد، ولی حاصل ضرب این دو پاره‌خط، به‌عنوان مستطیلی تعبیر می‌شد که ضلع‌های آن برابر a و b باشند. طبیعی است که، به‌این ترتیب، مجموع یک پاره‌خط یا یک مربع یا یک مکعب بی‌معنا بود و، بنابراین، انجام عمل‌هایی روی پاره‌خط، از نوعی که ما

امروز به‌صورت $a + a' + a''$ می‌نویسیم، مجاز نبود. به‌این ترتیب، اصل همگونی، راه را برای بررسی چند جمله‌ای‌هایی که شامل جمله‌هایی با توان‌های مختلف بودند، می‌بست. به‌همین مناسبت، پیش از دکارت، این‌گونه چند جمله‌ای‌ها، مورد تحقیق قرار نگرفته بود.

دکارت، اصل همگونی را، به‌طور کامل کنار گذاشت و تفسیر تازه‌ای برای عمل‌های جمع و ضرب پاره‌خط‌های راست آورد. او پاره‌خط دلخواهی را به‌عنوان واحد در نظر گرفت و به‌کمک آن، هر پاره‌خطی را اندازه گرفت، «این شیوه، رابطه‌ی تنگ‌تر و راحت‌تری با عددها دارد». حاصل ضرب پاره خط‌های به‌طول‌های a و b را، پاره خط به‌طول x نامید، به‌نحوی که بتوان آن را، با برقراری برابری $\frac{a}{1} = \frac{x}{b}$ ساخت (شکل ۱). و سپس، به‌سادگی، پاره‌خط y را، برابر a:b به‌دست آورد (شکل ۲). دکارت، به‌این ترتیب، حوزه‌ی پاره خط‌ها را، همسان حوزه‌ی عددهای حقیقی قرار داد. و به‌این ترتیب، رابطه‌ای عمیق بین حساب و هندسه برقرار کرد.



شکل ۱

شکل ۲

دکارت، گام اساسی دیگری هم برداشت: نشانه‌های ساده‌ی جبری را وارد هندسه کرد. او تاکید کرد که برای عمل با پاره خط‌های راست «لزومی ندارد این خط‌ها را روی کاغذ رسم کنیم، بلکه کافی است آن‌ها را با حرف‌ها نشان دهیم». او، کمیت‌های معلوم را به‌حرف‌های a، b، c،... و کمیت‌های مجهول را با حرف‌های x، y، z نشان داد. و به‌این ترتیب، هندسه، با جبر هم، بستگی پیدا کرد.

دکارت، نوآوری‌های دیگری هم دارد. او (همراه با پیر فرما) محور عددی را، برای مشخص کردن هر پاره‌خطی با هر طول دلخواه، در نظر گرفت (طول‌های منفی را، بعدها، والیس در روی محور عددی وارد کرد. محور دوم مختصات هم به‌برکت کارهای نیوتون

وارد ریاضی شد).

دکارت، با درنظر گرفتن معادله‌ی دو مجهولی $f(x,y)=0$، ثابت کرد با تغییر مقدار x می‌توان مقدارهای متناظر y را پیدا کرد و نقطه‌ای برصفحه به‌دست آورد. مجموعه‌ی این نقطه‌ها، یک منحنی به‌وجود می‌آورند. به‌جز این، ثابت کرد که هر معادله‌ی جبری $f(x,y)=0$، متناظر با منحنی مشخصی در صفحه است که، مختصات نقطه‌های واقع برآن، در این معادله صدق می‌کنند و به‌این ترتیب، دکارت توانست روش تازه‌ای برای شکل‌های هندسی به‌کمک معادله‌های جبری پیدا کند.

دکارت، برای روشن کردن روش خود، در بخش اول کتاب «هندسه»، مساله‌هایی از هندسه را مورد بررسی قرار می‌دهد که می‌توان آن‌ها را به‌کمک پرگار و خط‌کش حل کرد و یادآوری می‌کند که همه‌ی این مساله‌ها، منجر به‌بررسی معادله‌های درجه‌ی دوم می‌شوند.

دکارت، در بخش دوم «هندسه»، با عنوان «درباره‌ی طبیعت خط‌های منحنی»، به‌این پرسش پاسخ می‌دهد که، هندسه، چه منحنی‌هایی را باید مورد بررسی قرار دهد. او معتقد است که باید منحنی‌هایی را مورد بررسی قرار داد که «با حرکتی پیوسته و یا چند حرکت از این نوع قابل توضیح باشند، به‌شرطی که اگر با چند حرکت سروکار داریم، هر حرکت به‌حرکت قبلی به‌طور کامل متصل باشد». به‌اعتقاد دکارت، هر منحنی از این‌گونه، متناظر با یک معادله‌ی جبری است، و همه‌ی این منحنی‌ها را می‌توان با یک مکانیسم لولایی شرح داد. بنابراین، هر منحنی جبری از هر درجه‌ای را در هندسه مجاز می‌داند و منحنی‌های غیرجبری را از آن‌ها کنار می‌گذارد. علاوه براین، او یکی از قضیه‌های مهم سینماتیک را مطرح ساخت که تنها در سال ۱۸۷۶، به‌وسیله‌ی آ. کمپه، ثابت شد. این قضیه چنین است: به‌کمک مکانیسم‌های مسطح لولایی، که در آن‌ها، حرکت حلقه‌های اول صفحه، حرکت بقیه را معین می‌کند، می‌توان مسیر هر منحنی جبری را رسم کرد، در حالی که هیچ یک از منحنی‌های غیرجبری را نمی‌توان به‌کمک آن، رسم کرد.

دکارت با کنار گذاشتن منحنی‌های غیر جبری، قبول کرد که، در زمان او، راهی کلی برای مطالعه‌ی آن‌ها وجود ندارد، ولی در انتهای سده‌ی هفدهم، ریاضیات گام بزرگی به‌جلو برداشته بود. آنالیز ریاضی پدیدار شده بود که هر تابع دلخواهی را، جبری یا غیرجبری، مورد بررسی قرار می‌داد. وسیله‌ی بررسی این تابع‌ها، رشته‌های بی‌پایان توانی بود.

نقش دکارت، در پیشرفت آنالیز ریاضی هم زیاد است، زیرا روش جبری را برای جست و جوی مماس‌ها و قائم‌های برمنحنی در اختیار ریاضی‌دانان گذاشته بود. او این مساله را در اپتیک، ضمن بررسی شکل عدسی و انعکاس و شکست نور، حل کرد.

بخش سوم «هندسه» به‌نظریه‌ی کلی معادله‌های جبری اختصاص دارد. آن چه در این بخش طرح شده است، نتیجه‌ای است از موقعیت‌هایی که در سده‌ی گذشته به‌وسیله‌ی ر. بومبه‌لی (با وارد کردن عددهای مختلط) و ف. ویت (با بررسی معادله‌ها به‌کمک حرف) به‌دست آمده بود.

دکارت پیشنهاد کرد، معادله را به‌صورت $f(x)=0$ بنویسند، یعنی سمت راست معادله برابر صفر باشد. تنظیم این قضیه از اوست: هر معادله‌ی درجه‌ی n با ضریب‌های حقیقی، همیشه دارای n ریشه است. مثبت (راست)، منفی (دروغ) یا مختلط (خیالی). این قضیه، که قضیه‌ی اصلی جبر نام دارد، برای نخستین بار به‌وسیله‌ی آلبرت ژیرار (پروتستان فرانسوی که از ترس تعقیب از فرانسه به‌هلند فرار کرده بود) در سال ۱۶۲۹ مطرح شد. ولی معلوم نیست که دکارت از کارهای او اطلاع داشته است یا نه! دکارت استدلال می‌کند که اگر a، یکی از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی n، $f(x)=0$ باشد، با تقسیم $f(x)$ بردو جمله‌ای x-a، می‌توان درجه‌ی معادله را یک واحد پایین آورد؛ و اگر چنین تقسیمی ممکن نباشد، به‌معنای آن است که a، ریشه‌ی معادله نیست.

موفقیت‌های دیگری را هم می‌توان، در زمینه‌ی جبر، در کتاب «هندسه‌ی» دکارت پیدا کرد. ولی اهمیت این کتاب، در این است که، با ایجاد بستگی بین هندسه و جبر، راه تازه‌ای را برای تکامل ریاضیات گشود. روش مختصاتی، که در این کتاب مطرح شده است، امکان می‌دهد تا مساله‌های هندسی را به‌کمک رابطه‌ها و معادله‌های جبری حل کنیم.

پیر فرما، ریاضی‌دان مشهور فرانسوی هم، در پایه‌گذاری هندسه‌ی تحلیلی نقش داشته است. فرما هم، با روش مختصاتی، خط‌های راست و منحنی‌های درجه‌ی دوم را مورد بررسی قرار داده است. ولی کار فرما، با همه‌ی دقت و نظمی که داشت، نتوانست به اندازه‌ی کتاب دکارت، تاثیر انقلابی داشته باشد. فرما اندیشه‌ی تازه‌ای را مطرح کرد، ولی نتوانست خود را از قید سنت‌های هندسه‌ی یونانی آزاد کند و در کار خود، همچنان، به‌اصل همگونی پای‌بند ماند.

دکارت و فرما، به‌این نکته هم توجه کرده بودند که معادله‌ی سه مجهولی، نماینده‌ی

یک سطح در فضاست، ولی بررسی هندسه‌ی تحلیلی در فضا، به‌طور جدی، در سده‌ی هجدهم و به‌وسیله‌ی آکلرو انجام گرفت. دنباله‌ی کار را در مورد هندسه‌ی تحلیلی در صفحه و در فضای سه‌بعدی، لئونارد اولر در سال ۱۷۴۸ و در کتاب خود «مقدمه‌ای برآنالیز بی‌نهایت‌ها» گرفت.

در سده‌ی نوزدهم، با طرح فضاهای چند بعدی، هندسه توانست گام تازه‌ای به‌جلو بردارد. اندیشه‌ی طرح فضاهای چند بعدی، کم و بیش شبیه اندیشه‌ی دکارت در «هندسه» به‌وجود آمد. نقطه‌ای که در صفحه واقع باشد، با زوج عدد (x,y) مشخص می‌شود. در فضای سه بعدی، نقطه را با سه عدد (x,y,z) نشان می‌دهند. در نظریه‌ی تازه، نقطه‌ی فضای چهاربعدی به‌صورت عدد چهارگانه‌ی (x,y,z,t) است. دکارت، معادله‌ی

$$x^2 + y^2 = r^2$$

را معادله‌ی محیط دایره در صفحه و معادله‌ی

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

را معادله‌ی سطح کره در فضا می‌دانست؛ در نظریه‌ی جدید، معادله‌ی

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = r^2$$

عبارت است از معادله‌ی سطح کره، در فضای چهار بعدی. به‌همین ترتیب، در یک فضای n بعدی، معادله‌ی صفحه و سطح، فاصله‌ی بین دو نقطه و زاویه‌ی بین خط‌های راست و... مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

فضاهای n بعدی، در پایان سده‌ی نوزدهم، وارد ریاضیات شده بودند، و در ابتدای سده‌ی بیستم، با پیدایش نظریه‌ی نسبیت (که زمان را به‌عنوان بعد چهارم به‌سه بعد فضا، اضافه کرده بود) کاربرد عملی پیدا کرد. به‌این ترتیب، اندیشه‌ی دکارت در «هندسه»، که به‌همت دانشمندان نسل‌های بعد از دکارت تکامل یافت، پایه و تکیه‌گاهی برای دانش‌های جدید است.