پرویز شهریاری

محمد کرجی

(نیمه‌ی دوم سده‌ی چهارم و نیمه‌ی اول سده‌ی پنجم هجری قمری)

ریاضی‌دانان ایرانی، دوره‌ای از تاریخ ریاضی را دربر گرفته‌اند که از سده‌ی سوم تا سده‌ی نهم هجری ادامه داشته است، که یک دوره‌ی کامل از تکامل ریاضیات است و بیشتر دوره‌ی کاربردی ریاضیات بود. بیشتر ریاضی‌دانان ایرانی از محمد خوارزمی تا جمشید کاشانی، به‌ریاضیات محاسبه‌ای نظر داشتند تا بتوانند دشواری‌هایی که در عمل پیش می‌آید برطرف کنند. آن‌ها حساب و روش‌های محاسبه را پیش بردند، عددنویسی هندی که در آن از ۱۰ نماد استفاده می‌شد به‌همان شیوه‌ی امروزی در مبنای ۱۰ نوشته می‌شد و «موضعی» بود، یعنی رقم‌ها بسته به‌جای خود ارزش‌یابی می‌شدند، قبول کردند. جبر در ایران و به‌وسیله‌ی محمد خوارزمی به‌وجود آمد و هنوز هم در سراسر جهان به‌همان نامی شناخته می‌شود که خوارزمی بر آن گذاشت؛ در ضمن خوارزمی نخستین الگوریتم‌ها را برای جبر و در رابطه با حل معادله‌ی درجه دوم آورده. بیرونی و ابولوفای بوزجانی، مثلثات را به‌دنبال قانون‌های نخستین آن (که باز هم کار ایرانی‌ها بود)، یعنی رابطه‌های مثلثاتی را (چه روی صفحه و چه روی سطح کره) آوردند که بیشتر در اخترشناسی کاربرد داشت تا سرانجام جمشید کاشانی با حل جبری یک معادله‌ی درجه سوم، سینوس یک درجه را با دقت تا هر میزان دلخواه محاسبه کرد و خواجه‌نصیر توسی توانست براساس کار ریاضی‌دانان پیش از خود، نخستین کتاب مثلثات را به‌نام «کشف‌التضاع...» بنویسد. در واقع، ریاضی‌دانان ایرانی زیر تاثیر «انگیزه‌ی بیرونی» ریاضیات بودند، یعنی دشواری‌هایی را که از «بیرون» در برابر ریاضیات گذاشته می‌شد، حل می‌کردند. البته، این وضع را نباید به‌معنای آن گرفت که از «انگیزه‌ی درونی» ریاضیات، پرهیز می‌کردند. از جمله ابوالوفای بوزجانی، به‌صورت «نیمه آشکار» از مکعب‌هایی که بیش از سه بعد داشته باشند، صحبت می‌کند، یا فضل نیریزی و خیام، «مقدمات» اقلیدس را به‌چالش می‌کشند. ریاضی‌دانان ایرانی در بحث‌های نظری خود، عدد را به‌عنوان عدد حقیقی تعریف می‌کنند و زمینه را برای پیدایش آنالیز ریاضی مهیا می‌سازند. ریاضیات ایرانی، بعد از ریاضیات یونانی و با استفاده از همه‌ی

دست‌آوردهای ریاضیات نظری یونانی و ریاضیات کاربردی پیش از آن به‌وجود آمد و خود، در مجموع، جنبه‌ی کاربردی داشت، ولی بسیاری چیزها هم به‌ریاضیات نظری افزود.

□

در این میان به‌ریاضی‌دانی به‌نام محمد کرجی (با کنیه‌ی ابوبکر) برمی‌خوریم که به‌قول «فرنتس ویکه» خاورشناس و ریاضی‌دان آلمانی، به‌راستی شگفت‌انگیز است. «وُپکه» یکی از کتاب‌های کرجی را به‌نام «الفخری فی الجبر و مقابله» [کتاب فخری در جبر و مقابله] از روی نسخه‌ی خطی که در پاریس موجود بود در سال ۱۸۵۳ در ۲۶۵ صفحه با شرح و تفصیل منتشر کرد. به‌دنبال آن، «آدولف هوخهام» کتاب «الکافی فی‌الحساب» [بحثی درباره‌ی حساب] کرجی را در سه جلد در سال‌های ۱۸۷۸ و ۱۸۸۰ به‌آلمانی ترجمه و منتشر کرد. این دو کتاب سرآغاز آشنایی اروپاییان با این دانشمند بزرگ ایرانی بود. کتاب «الکافی فی‌الحساب» دارای ۷۰ بخش و درباره‌ی حساب، هندسه و جبر است.

کتاب «فخری» به‌نام «مخبرالملک (محمدبن علی‌بن خلف) وزیر بهاءالدوله دیلمی (که از ۴۰۱ تا ۴۰۷ هجری قمری بر عراق کنونی حکومت می‌کرد و پسر عضدالدوله‌ی دیلمی بود، و در سال ۴۰۷ هجری قمری کشته شد) نوشته شده است. کتاب «وُپکه» به‌دلیل ارزش خود مورد توجه خاورشناسان قرار گرفت. ولی در نسخه‌ای که مورد استفاده «وُپکه» بود، نسخه‌نویس نام «کرجی» را «کرخی» آورده بود و «وُپکه» هم، کرجی را اهل کرخ (یکی از محله‌های بغداد) دانسته است. این انتساب کرجی به‌عراق کنونی نزدیک به‌پنجاه سال در بین مورخان ریاضیات رواج داشت تا این که در سال ۱۹۳۴ میلادی «لوی دولاویدا» خاورشناس ایتالیایی ثابت کرد که کرخی اشتباه نسخه‌نویس بوده و در واقع، کرجی اهل ایران و از ناحیه‌ی «کرج» در نزدیک شهرری (و تهران کنونی) است نه عراق. «لوی دولاویدا» به‌کتاب‌های خطی «البدیع فی الحساب» (در کتاب‌خانه‌ی واتیکان) و کتابی از کرجی مربوط به‌جبر در کتاب‌خانه‌ی آکسفورد و غیره، استناد می‌کند که همه جا نام «کرجی» باجیم نوشته شده است. علاوه بر این «سموییل یحیا مغربی» که ۷۰ سال بعد از مرگ کرجی می‌زیسته است و کتاب «الباهر فی العلم الحساب» را نوشته و در کتاب خود بارها به‌نوشته‌های کرجی استناد می‌کند، همه جا او را کرجی می‌نامد و نه کرخی. خود کرجی در پیش‌گفتار کتاب خود به‌نام «استخراج آب‌های معدنی» با ترجمه‌ی زنده‌یاد خدیو جم می‌گوید:

«هنگامی که به‌عراق وارد شدم و دیدم که مردم آن‌جا از کوچک و بزرگ دانش‌دوست و قدرشناس علم هستند و دانشمندان را گرامی می‌دارند، کتاب‌هایی در حساب و هندسه تالیف کردم»، یعنی از جای دیگری به‌عراق آمده بوده است. خود دولاویدا کتابهای «البدیع» و «علل

حساب الجبر والمقابله» را معرفی و به‌ایتالیایی ترجمه کرده است.

□

آن‌چه از زندگی کرجی می‌دانیم، چندان زیاد نیست. باید در زادگاه خود «کرج» مقدمه‌های دانش را فراگرفته باشد. بعد به‌شهرری که در آن زمان مرکز دانشمندان بوده و کتاب‌خانه‌ای مجهز داشته است، در جست‌وجوی کتاب‌های مورد علاقه‌اش رفته باشد. بعد به‌بغداد رفته و به‌خدمت فخرالملک (محمدبن علی‌بن خلف واسطی) وزیر بهاالدوله و پسرش سلطان‌الدوله درآمده باشد (بهاالدوله ـ پسر عضدالدوله بویه‌ی دیلمی ـ از ۳۷۹ تا ۴۰۳ و سلطان‌الدوله ـ معروف به‌ابوشجاع ـ از ۴۰۳ تا ۴۱۲ حکومت می‌کرده‌اند). کرجی در سال ۴۰۳، بعد از کشته شدن بهاالدوله عراق را ترک کرده و به‌زادگاه خود برگشته است. در بازگشت، به‌دستور ابوغانم (معروف به‌محمد) کاتب و وزیر منوچهر قابوس که در طبرستان از ۴۰۳ تا ۴۲۰ هجری قمری حاکم طبرستان بوده، کتاب «استخراج آب‌های پنهانی» را نوشته است. کرجی در حدود سال ۴۲۰ هجری قمری (۱۰۲۹ میلادی) درگذشته است.

از نوشته‌های او (که تا ۸۰ اثر شمرده‌اند)، تعداد اندکی باقی مانده، ولی از همین کتاب‌های باقی مانده، می‌توان درباره‌ی کرجی و نوآوری‌های او داوری کرد. کرجی یکی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان ایرانی است و تا آن‌جا که ما اطلاع داریم، بسیاری از دیدگاه‌های او تازه است و به‌تکامل ریاضیات، به‌ویژه در زمینه‌ی جبر یاری فراوان رسانده است.

□

کتاب‌هایی که از کرجی به‌دست ما رسیده است، نشان می‌دهد درباره‌ی حساب، جبر، معادله‌های سیال، مساحی، اخترشناسی و آب‌های زیرزمینی کار می‌کرده است. او مجهول (x) را شیء، مربع آن (x^2) را مال، مکعب آن (x^3) را کعب، توان چهارم را مال‌مال، توان پنجم را، کعب مال و غیره می‌نامد. برای هر (x^n)، عکس آن را جست‌وجو می‌کند ($\frac{1}{x^n}$)، به‌نحوی که حاصل ضرب آن‌ها برابر واحد شود. کرجی خود را از قید سطح و حجم (که یونانی‌ها و به‌تبعیت آن‌ها ایرانی‌ها برای x^2 و x^3 به‌کار می‌بردند) آزاد می‌کند و عبارت‌های جبری را مثل «مال‌مال و ۳کعب منهای ۶» (x^4+3x^3-6) را مورد بحث قرار می‌دهد. از این راه از قاعده‌های حساب برای جمع و تفریق و ضرب و تقسیم چندجمله‌ای‌ها استفاده می‌کند. او عدد منفی را «عدد ناقص» و عدد مثبت را «عدد زیادتی» یا عدداضافی می‌نامد و از جمله از رابطه‌ی

$$a - (-b) = a + b$$

آگاهی داشته است. ولی جبر چندجمله‌ای‌ها را نتوانست پیدا کند، زیرا مستلزم اطلاع از عمل‌هایی نظیر

$$-a - (-b) = -(a - b)$$

بود که کرجی کشف نکرده بود، یعنی نمی‌توانست یک مقدار منفی را از مقدار منفی دیگری کم کند.

می‌بینیم محمد کرجی هم در زمینه‌ی ریاضیات کاربردی کار کرده است (مثل مساحی، اخترشناسی، استخراج آب‌های پنهانی) و هم در زمینه‌ی ریاضیات نظری. کرجی با دید تازه‌ای به‌چند جمله‌ای‌ها، به‌توان‌های بالای مجهول و به‌عددهای منفی نگاه می‌کرد، درست همان‌گونه که ما امروز فکر می‌کنیم.

کرجی و ضریب‌های بسط دوجمله‌ای

در سال ۱۹۴۸ «پائول تیولی» مورخ ریاضی آلمانی، وجود دستور نیوتون را برای توان‌های درست و مثبت، در «مفتاح‌الحساب» جمشید کاشانی، مشهورترین ریاضی‌دان سده‌ی پانزدهم میلادی، کشف کرد. سپس «احمداف» مورخ ریاضی اهل تاشکند، قانون تشکیل ضریب‌های دوجمله‌ای در یکی از رساله‌های خواجه نصیر توسی، ریاضی‌دان سده‌ی سیزدهم کشف کرد (این رساله درباره‌ی محاسبه به‌یاری تخته و شن بحث می‌کند).

چه جمشید کاشانی و چه توسی این قاعده را ضمن بررسی قانون‌های مربوط به‌ریشه عددها آورده‌اند.

هم‌چنین براساس آگاهی‌هایی که داریم، خیام، ریاضی‌دان، فیلسوف و شاعر ایرانی سده‌های یازده و دوازده میلادی، در رساله‌ای از کتاب خود به‌نام «درستی روش هندی در جذر و کعب» نام می‌برد (این کتاب هنوز پیدا نشده است) که در آن از تعمیم قانون‌های هندی درباره‌ی جذر و کعب، پرداخته است. برهمین اساس می‌توان معتقد بود که خیام هم در نیمه‌ی دوم سده‌ی یازدهم میلادی از دستور نیوتون برای توان‌های مثبت و درست دو جمله‌ای اطلاع داشته است.

در سال ۱۹۷۲ میلادی، صلاح احمد و رشدی راشد (مورخان ریاضی)، رساله‌ی ابونصر سوییل یحیا مغربی، ریاضی‌دان و اخترشناس سده‌ی دوازدهم میلادی را به‌نام «الباهر فی علم‌الحساب» در دمشق چاپ کردند. مغربی موضوع‌هایی از رساله‌ی کرجی را و به‌ویژه بخشی را که مربوط به‌ضریب‌های بسط دوجمله‌ای است، نقل کرده است. این رساله‌ی کرجی تاکنون پیدا نشده و مغربی هم نام آن را نمی‌آورد، ولی به‌ظاهر باید همان کتاب «فی حساب الهند» باشد که خود کرجی در کتاب «البدیع فی الحساب» خود از آن یادکرده است.

سوییل مغربی در فصل چهارم از بخش دوم کتاب «الباهر فی علم الحساب» قاعده‌ی بسط

$(a+b)^n$ را برای حالت‌هایی که n برابر ۲، ۳، ۴ و ۵ باشد می‌دهد و می‌نویسد. و ما برگردان آن را از کتاب صلاح احمد و رشدی راشد می‌آوریم:

«حالا قاعده‌هایی را می‌آوریم که به‌کمک آن‌ها می‌توان تعداد جمله‌ها را برای ضرب در جمله‌های دیگر، وقتی که یک عدد به‌دو بخش تقسیم شده باشد، پیدا کرد. کرجی می‌گوید: اگر تو این را می‌خواهی، به‌عنوان اساس کار، واحد را زیر واحد بگذار، سپس واحد را به‌ستون بعد ببر، واحدی را که زیر واحد اول قرار دارد، به‌آن اضافه کن می‌شود ۲، این دو را زیر واحد بگذار و بعد دوباره یک واحد زیر آن قرار بده، به‌دست می‌آوری: واحد، دو، واحد. این به‌تو نشان می‌دهد که مربع هر عدد، وقتی از مجموع دو عدد تشکیل شده باشد، چنین است که هر کدام از عددها را باید یک‌بار در خودش ضرب کنی، زیرا در هر دو طرف واحد و واحد داری و هر عدد را در عدد دیگر باید دو بار ضرب کنی، زیرا در وسط، ۲ داری، در مجموع، مربع این عدد را به‌دست می‌آوری.

بعد دوباره واحد را به‌ستون بعد ببر، واحد را به‌دو برابر اضافه کن، سه به‌دست می‌آوری، آن را زیر واحد بنویس، دو را به‌واحد که زیر آن است اضافه کن، سه به‌دست می‌آوری، آن را به‌زیر سه بنویس، در ستون سوم به‌دست می‌آوری: واحد، سه، سه، واحد. از این جا تو می‌دانی مکعب هر عدد، وقتی از دو عدد تشکیل شده باشد، چنین است: هر کدام از عددها را مکعب کن و هر عدد را در مربع دیگری سه بار ضرب کن.

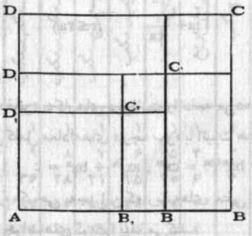
واحد ستون سوم را به‌ستون چهارم ببر، سپس واحد را به‌سه که زیر آن است، اضافه کن، ۶ به‌دست می‌آوری، آن را زیر ۴ بنویس، بعد دومین سه را به‌واحد اضافه کن، ۴ به‌دست می‌آوری، آن را زیر ۶ بنویس. در ستون چهارم به‌دست می‌آوری؛ واحد، چهار، شش، چهار، واحد. از این‌جا تو می‌دانی که مربع مربع عدد، وقتی از مجموع دو عدد تشکیل شده باشد، چنین است: هر کدام از عددها را مربع مربع می‌کنی، زیرا در انتها واحد داری. سپس هر عدد را در مکعب دیگری چهار مرتبه ضرب می‌کنی، زیرا به‌دو انتها، یعنی واحد، چهار چسبیده است، سپس مربع یکی را در مربع دیگری شش بار ضرب می‌کنی، زیرا در وسط، شش داری».

به‌همین ترتیب $(a + b)^5$ داده می‌شود و مولف نتیجه می‌گیرد:

«از این راه می‌توان مربع و مکعب و هر توان دیگری را که بخواهیم، معلوم کرد».

در پایان هم جدول ضریب‌های دو جمله‌ای $(a+b)^n$ را، برای $n=1$ تا $n=12$ می‌دهد (جدول را ببینید).

به‌این ترتیب، با مدرک‌هایی که در اختیار داریم، محمد کرجی نخستین ریاضی‌دانی است که برای تعیین ضریب‌های بسط دوجمله‌ای راهی قانون‌مند پیدا کرد و جدولی در این باره تشکیل



داد. البته ریاضی‌دانان هندی حتا در سده‌ی دوم پیش از میلاد، به‌صورتی کم و بیش مبهم، از ضریب‌های بسط دوجمله‌ای (با توان مثبت و درست) آگاه بودند، ولی نتوانستند اندیشه‌های خود را به‌طور منظم ارایه دهند. ولی بعد از جمشید کاشانی و در اروپای پیش از نیوتون، ضریب‌های بسط دوجمله‌ای را خیلی از ریاضی‌دانان کشف کرده بودند (و به‌احتمالی، بدون آگاهی از کارهای ریاضی‌دانان ایرانی). از جمله در کتاب «حساب مخفی» میخاییل شتیفل که در سده‌ی شانزدهم زندگی می‌کرد و ریاضی‌دانی برجسته و آلمانی بود، می‌توان ردپای این دستور را پیدا کرد (کتاب شتیفل در سال ۱۵۴۴ چاپ شد.)

سرانجام باید از «بلزپاسکال» (که کم و بیش با نیوتون هم‌عصر بود) نام برد که جدولی تشکیل داد ضریب‌های بسط دوجمله‌ای را در آن منظم کرد. این جدول که به‌صورت مثلثی تنظیم شده است، امروز به‌نام «مثلث پاسکال» معروف است که ویژگی‌های بسیار دارد و می‌تواند مورد استفاده‌ی هر پژوهشگری قرار گیرد که ویژگی‌های دیگری از آن را کشف کند.

بسط دوجمله‌ای امروز به‌نام «دوجمله‌ای نیوتون» مشهور است، زیرا او قانون بسط دوجمله‌ای را برای عددهای کسری و منفی هم به‌کار برد.

جذر تقریبی

کرجی در کتاب خود به‌نام «الکافی فی‌الحساب» طرح «نُه‌نُه» و «یازده یازده» را برای امتحان عمل‌های حسابی می‌دهد و روش گرفتن جذر عددها را می‌آورد که به‌زبان جبر امروزی، آن‌ها را می‌توان با این دستورهای تقریبی مشخص کرد:

$$\sqrt{a^2+1} \approx \begin{cases} a+\dfrac{r}{2a+1} & (r<2a+1) \\ a+\dfrac{r}{2a} & (r\leq 2a) \end{cases}$$

محاسبه‌های عددی

کرجی در کتاب «فخری» کارهای دیوفانت را ادامه می‌دهد و در همه‌ی زمینه‌ها به‌نتیجه‌های تازه‌ای می‌رسد: حل کامل معادله‌های درجه سوم با اثبات هندسی، تبدیل معادله‌های به‌صورت

$$ax^{2n+m} + bx^{n+m} = cx^m \ , \ ax^{2n} + bx^n = c$$

به‌معادله‌ی درجه دوم، کرجی به‌جز این که ریشه‌های منفی را نمی‌پذیرد، ریشه‌ی صفر را هم کنار می‌گذارد، ولی جواب‌های گویا را پیدا می‌کند.

درباره‌ی $a \pm \sqrt{b}$ بحث کرده و مزدوج آن را پیدا می‌کند، به‌نحوی که حاصل ضربشان برابر واحد شود. در «فخری» معادله‌های دومجهولی را (به‌صورت سیال خود) مورد بحث قرار داده و از جمله این معادله را حل کرده است.

$$ax^2+bx+c=y^2$$

باید توجه داشت که هنوز در زمان کرجی، نمادها و دستورهای ریاضی معمول نبوده است و کرجی همه‌ی این موضوع‌ها را با شرح تفصیلی نوشته است. کرجی از جمع و تفریق رادیکال‌هایی به‌گونه‌ی

$$\sqrt{8}+\sqrt{18}=\sqrt{50}$$

$$\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{16}$$

آگاهی داشته است. کرجی برای اثبات اتحاد

$$1^3+2^3+3^3+\dots+n^3=(1+2+3+\dots+n)^2$$

استدلالی هندسی آورده است که آن را در این جا می‌آوریم.

مربع ABCD را به‌ضلع

$$1+2+3+\dots+n$$

در نظر می‌گیریم. مساحت این مربع برابر است با

$$(1+2+3+\dots+n)^2$$

اکنون اگر BB_1 و DD_1 را برابر n بگیریم، مساحت حاشیه‌ی $BCDD_1C_1B_1$ برابر n^3 می‌شود، زیرا این مساحت برابر است با $2nAB-n^2$. از طرف دیگر داریم:

$$AB=1+2+\dots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$$

که اگر به‌جای AB قرار دهیم، به‌نتیجه‌ای که گفتیم، می‌رسیم. سپس اگر B_1B_2 و C_1C_2 را برابر

شیء	مربع	مکعب	مربع-مربع	مربع-مکعب	مکعب-مکعب	مربع-مربع-مکعب	مربع-مکعب-مکعب	مکعب-مکعب-مکعب	مربع-مربع-مکعب-مکعب	مربع-مکعب-مکعب-مکعب	مکعب-مکعب-مکعب-مکعب
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
	۱	۳	۶	۱۰	۱۵	۲۱	۲۸	۳۶	۴۵	۵۵	۶۶
		۱	۴	۱۰	۲۰	۳۵	۵۶	۸۴	۱۲۰	۱۶۵	۲۲۰
			۱	۵	۱۵	۳۵	۷۰	۱۲۶	۲۱۰	۳۳۰	۴۹۵
				۱	۶	۲۱	۵۶	۱۲۶	۲۵۲	۴۶۲	۷۹۲
					۱	۷	۲۸	۸۴	۲۱۰	۴۶۲	۹۲۴
						۱	۸	۳۶	۱۲۰	۳۳۰	۷۹۲
							۱	۰۹	۴۵	۱۶۵	۴۹۵
								۱	۱۰	۵۵	۲۲۰
									۱	۱۱	۶۶
										۱	۱۲
											۱

$(n-1)$ بگیریم، با همین استدلال مساحت حاشیه‌ی $B_1C_1D_1D_2C_2B_2$ برابر $(n-1)^3$ می‌شود. به‌این ترتیب، اگر استدلال را به‌همین‌گونه ادامه دهیم، معلوم می‌شود که مساحت مربع ABCD برابر است با

$$1^3+2^3+3^3+...+(n-1)^3+n^3$$

در نتیجه اتحاد زیر به‌دست می‌آید:

$$1^3+2^3+...+n^3=(1+2+...+n)^2$$

کرجی تعداد زیادی از مجموع‌های دنباله‌های عددی را محاسبه کرده است.

جست و جو دور و بر قضیه‌ی فرما

کرجی وقتی معادله‌های درجه اول را حل می‌کند، از معادله‌هایی شبیه معادله‌های

$$30x+25(5-x)=120$$

$$\sqrt{5}(x+5)=x$$

$$x+20=3(x+10)$$

که ریشه‌ی منفی دارند، می‌گذرد و آن‌ها را طوری تغییر می‌دهد که ریشه‌ی مثبت داشته باشند.

در معادله‌های سیالی که کرجی در «فخری» مطرح می‌کند به‌جواب‌های مثبت (درست یا گویا) توجه دارد و تنها یک جواب را می‌آورد. در معادله‌های سیال به‌گونه‌های مختلف می‌پردازد و در کنار معادله‌هایی مانند:

$$x^2+5x+5=y^2 \Rightarrow x=\frac{4}{11}$$

$$x^2-10=y^2 \Rightarrow x=5\frac{1}{2}$$

$$x^2-(2x+2)=y^2 \Rightarrow x=3$$

$$\begin{cases} x+15=z^2 \\ x+10=y^2 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{24}{144}$$

به‌نظر می‌رسد دور و بر معادله‌ای می‌گشته است که در سده‌ی هفدهم مطرح و به قضیه‌ی فرما (۱۶۰۸ـ۱۶۶۵ میلادی) مشهور شد و به‌مدت بیش از ۳۵۰ سال بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان را به‌خود مشغول کرد تا در سال ۱۹۹۵ به‌وسیله‌ی آندرو وایلز، آن هم با روشی طولانی، حل شد. هیچ بعید نیست که کرجی به‌دنبال جواب معادله‌ی $x^n+y^n=z^n$ برای $n>2$ بوده است و به‌این خاطر این معادله‌های سیال را طرح کرده است. گرچه خود کرجی هیچ اشاره‌ای درباره‌ی معادله‌ای که فرما بعد از نزدیک هفت‌صد سال آورده، نمی‌کند. ولی به‌نظر من بعید است که ریاضی‌دانی این‌همه در اطراف این معادله بچرخد و به‌آن فکر نکند، کرجی معادله‌ی $x^n+y^n=z^2$ را حل می‌کند و جواب $x=3$، $y=4$ و $z=5$ را به‌دست می‌آورد. سپس در بین معادله‌های سیالی که کرجی مطرح می‌کند، به‌این گونه معادله‌ها برمی‌خوریم:

$$x^3-y^2=z^2 \Rightarrow x=10,\ y=10$$

$$x^4-y^4=z^3 \Rightarrow x=\frac{18}{5},\ y=\frac{9}{5}$$

$$x^3+y^2=z^3 \Rightarrow x=\frac{4}{7},\ y=\frac{8}{7}$$

$$x^4+y^2=z^2 \Rightarrow x=800,\ y=20$$

$$x^9-y^4=z^2 \Rightarrow x=20,\ y=800$$

$$x^3+y^3=z^2 \Rightarrow x=1,\ y=2$$

$$x^2+y^2=z^3 \Rightarrow x=5,\ y=10$$

$$x^2-y^2=z^3 \Rightarrow x=6,\ y=3$$

$$x^4+y^4=z^3 \Rightarrow x=\frac{27}{17},\ y=\frac{54}{17}$$

$$x^2+y^3=z^2 \Rightarrow x=8,\ y=8$$

و غیره.

فیبوناچی و کتاب فخری

در کتاب «فخری» ۲۵۴ مساله داده شده است. لئوناردو فیبوناچی (۱۱۷۰ - ۱۲۵۰ میلادی)

متولد پیزا از شهرهای ایتالیا است و به‌همین جهت به‌لئوناردوی پیزایی معروف شده است. به‌مصر و یونان و سیسیل و بغداد سفرکرد و از نخستین کسانی است که عددنویسی موضعی هندی را به‌اروپا برد. دنباله فیبوناچی مشهور است:

... و ۳۴ و ۲۱ و ۱۳ و ۸ و ۵ و ۳ و ۲ و ۱ و ۱

که از جمله‌ی سوم به‌بعد، هر جمله‌ی دنباله برابر است با مجموع دو عدد قبلی آن.

فیبوناچی کتابی در حساب و جبر دارد که بخش عمده‌ی آن و به‌ویژه معادله‌های سیال را از کتاب «فخری» کرجی برداشته است. برخی معادله‌هایی که از کتاب «فخری» منتقل کرده است، راه‌حل‌هایی با اندک تفاوت نسبت به‌کتاب «فخری» آمده است. به‌هر حال فیبوناچی تحت تاثیر کتاب «فخری» کتاب خود را نوشته است. در این‌جا نمونه‌ای از ۲۵۴ مساله‌ای که کرجی در «فخری» آورده است، با ترجمه زنده‌یاد قربانی از کتاب ریاضی‌دانان ایرانی آمده است.

اگر گفته شود، چهار مرد هستند که اگر اولی یک درهم از دومی بگیرد، دو برابر آن چه برای دومی باقی می‌ماند خواهد داشت و اگر دومی دو درهم از سومی بگیرد، سه برابر آن چه برای سومی باقی می‌ماند خواهد داشت و اگر سومی سه درهم از چهارمی بگیرد، چهار برابر آن چه برای چهارمی باقی می‌ماند خواهد داشت. و اگر چهارمی، چهاردرهم از اولی بگیرد، پنج برابر آن چه برای اولی باقی می‌ماند، خواهد داشت، هر کدام چه مبلغ دارند؟»

بدون این‌که راه حل کرجی را بیاوریم، راه حل مساله را با نمادهای امروزی جبر می‌آوریم:

مساله منجر به‌حل دستگاه چهار معادله‌ی چهارمجهولی می‌شود:

$$\begin{cases} x+۱=۲(y-۱) \\ y+۲=۳(z-۲) \\ z+۳=۴(t-۳) \\ t+۴=۵(x-۴) \end{cases}$$

که با حل آن به‌دست می‌آید:

$$x=\frac{۶۸۵}{۱۱۹} \text{ و } y=\frac{۵۲۱}{۱۱۹} \text{ و } z=\frac{۴۹۱}{۱۱۹} \text{ و } t=\frac{۵۶۹}{۱۱۹}$$

کرجی مساله را به‌درستی حل می‌کند. و با این که نماد و علامتی در اختیار نداشته، مساله را تا پایان با توصیف شرح می‌دهد.