پرویز شهریاری

محمد فرزند موسا معروف به‌خوارزمی مجوسی

۱ـ ضرورت بررسی علمی تاریخ دانش

هیچ پژوهشگر علمی، نمی‌تواند خود را بی‌نیاز از «تاریخ دانش» بداند. بررسی حرکت ناهموار و گاه ناپیوسته دانش در طول تاریخ و تلاش برای شناختنِ بستگی‌هایی که بین فرهنگ و تمدن بشر و مناسبت‌های اقتصادی حاکم بر آن‌ها از یک طرف و پیشرفت تکاملی و کم و بیش بی‌وقفه‌ی دانش از طرف دیگر، می‌تواند قانون‌مندی‌های حاکم بر دانش را، از پرده‌ی ابهام بیرون آورد و در نتیجه، موقعیت کنونی دانش، راه پیشرفت بعدی و گرایش‌های تکاملی آن را روشن کند. کشف قانون‌هایی که موجب پیشرفت دانش‌اند، از جهت دیگری هم برای ما سودمند است. به‌یاری آن‌هاست که می‌توانیم دلیل‌ها وانگیزه‌های اصلی پیشرفت‌ها و یا عقب‌نشینی‌های علمی یک ملت یا یک سرزمین را، در دوره‌های معینی از تاریخ بشناسیم و راه سازگار کردن جامعه‌ی خود را با این قانون‌ها پیدا کنیم و سهم خود را در ساخت بنای عظیم و پرشکوه تمدن انسانی و انسانی‌ترکردن این تمدن اداکنیم. انسان قانون‌ها را نمی‌سازد، طبیعت و زندگی اجتماعی بشر، پر از قانون است. این قانون‌ها، هم در طبیعت و هم در جامعه وجود دارند و بنابر معیارهای خود، عمل می‌کنند. انسان تنها می‌تواند این قانون‌ها را بشناسد و با شناختن آن‌ها، حرکت و رفتار خود را با آن‌ها سازگار کند. هر حرکت و هر رفتاری که ناسازگار با این قانون‌ها باشد، محکوم به‌شکست است و نمی‌تواند در پیشرفت انسان و در نزدیک‌تر کردن او به‌آرمان‌های عادلانه مؤثر باشد.

شناخت این قانون‌ها، به‌ویژه، قانون‌مندی‌های حاکم بر تکامل دانش و در نتیجه، آشنایی لازم با تاریخ دانش و توانایی تحلیل فراز و نشیب‌های آن، برای هر مربی، معلم و حتا هر مدیر

صنعتی و هر برنامه‌ریز هم لازم است چرا که هیچ برنامه‌ای برای آینده، بدون بازنگری علمی گذشته، واقع‌بینانه و موثرتر نیست.

آیا چنین قانون‌هایی را می‌توان در تاریخ تکامل ریاضیات پیدا کرد؟ ریاضیات چگونه پیش رفته است؟ چه انگیزه‌هایی موجب پیدایش و تکامل مفهوم‌ها و روش‌های ریاضی بوده‌اند؟ باید پذیرفت که نه تنها درباره‌ی تاریخ ریاضیات، که به‌طور کلی درباره‌ی تاریخ دانش و یا از آن عام‌تر، درباره‌ی تاریخ اندیشه‌ی انسانی، هنوز کار زیادی نشده است. درباره‌ی تاریخ اقتصاد، تاریخ نظام‌های حاکم بر جامعه‌های انسانی و درباره‌ی بسیاری دیگر از جنبه‌های زندگی بشری، بررسی‌های گوناگون علمی شده است و به‌راحتی میتوان درباره‌ی گذشته‌ی این جنبه‌ها از زندگی بشری آگاه شد، ولی درباره‌ی تاریخ تفکر انسانی کار زیادی نشده است. کتاب‌های زیادی درباره‌ی اندیشمندان و یا اندیشه‌های مختلف منتشر شده است، ولی هنوز کتابی جامع که به‌تحلیل تاریخ تفکر انسانی پرداخته باشد و قانون‌مندی‌های پیشرفت آن را، به‌صورت علمی بررسی کرده باشد، پدید نیامده است. در دانشگاه‌ها و مرکزهای علمی هم، به‌تاریخ دانش و بررسی انگیزه‌های پیشرفت آن بها نمی‌دهند و یا خیلی کم بها می‌دهند. کمتر دانشگاهی را می‌توان یافت که رشته‌ای به‌نام «تاریخ دانش» داشته باشد. دانش‌آموزان و دانشجویان رشته‌های علمی هم، در هیچ مقطعی از تحصیل خود، با تاریخ دانشی که موضوع کار و درس آن‌ها است، آشنا نمی‌شوند. در کتاب‌های تاریخ عمومی هم، خبری از تاریخ دانش نیست و اگر گاهی اشاره‌ای در این زمینه وجود دارد، بسیار گذرا و سطحی است. دانش‌آموزان و دانشجویان، با گذشته‌ی رشته‌ی تخصصی خود هم، آشنا نیستند و از کارهای خبرگان کشور خود، در زمینه‌ای که موضوع درس و پژوهش آن‌هاست، آگاهی ندارند. این وضع، نمی‌تواند طبیعی باشد و باید، خیلی زود، درباره‌ی آن اندیشید و به‌یاری صاحب‌نظران و اندیشمندان، کتاب لازم را در این زمینه فراهم کرد.

درباره‌ی ریاضیات، پرسش اصلی این است: دوره‌های اصلی تکامل ریاضیات چیست؟ آیا قانون یا قانون‌هایی بر آن حکومت می‌کند؟ و اگر چنین است، این قانون‌ها کدام‌اند؟

در راستای مسیر تکاملی ریاضیات، سه ویژگی دیده می‌شود:

۱) ریاضیات در آغاز دانشی یگانه بوده است در این دوران، نه تنها شاخه‌های گوناگون ریاضیات درهم آمیخته بوده‌اند، بلکه از عنصرهای نخستین دانش‌های دیگر هم، جدا نبوده است. سپس، در دوره‌ی معینی از شکل‌گیری آگاهی‌ها و بغرنج‌تر شدن زندگی اقتصادی و اجتماعی، ابتدا برخی از دانش‌ها از ریاضیات جدا شدند و بعد، به‌تدریج، ریاضیات هم

به‌شاخه‌های جداگانه‌ای تقسیم شد. ولی از آن جا که ریاضیات در ذات خود دانش یگانه‌ای است و وظیفه‌ی کشف قانون‌های کمیتی حاکم بر طبیعت را به‌عهده دارد، به‌ویژه در زمان ما، همراه با تخصص‌های بسیار زیادی که در این زمینه پدید آمده است، گرایش جدی به‌سمت یگانه کردن ریاضیات هم، به‌وجود آمده است به‌این ترتیب، ریاضیات از دانشی واحد، به‌سمت دانش‌های جداگانه و سپس دوباره، از دانشی پراکنده به‌سمت یگانگی حرکت کرده است.

۲) اگر به‌گونه‌ای دیگر، به‌مسیر تاریخ ریاضیات بنگریم، این مرحله‌ها را در جریان پیشرفت آن می‌بینیم: مرحله‌ی پیش‌آگاهی که دوران شکل‌گیری مفهوم‌های نخستین ریاضیات است و ژرفای تاریخ تا آغاز دوره‌ی شکوفایی ریاضیات یونانی ادامه دارد؛ مرحله‌ی «ریاضیات مقدماتی» که، به‌صورتی جدی، از سده‌های ششم و هفتم پیش از میلاد و در یونان آغاز میشود و تا سده‌ی شانزدهم میلادی ادامه دارد؛ مرحله‌ی «ریاضیات با کمیت‌های متغیر» که از زمان نیوتون و لایپ نیتس و با کشف قانون‌های حاکم بر «بی‌نهایت کوچک‌ها» آغاز می‌شود و در سده‌ی نوزدهم پایان می‌یابد و، سرانجام، مرحله‌ی ریاضیات معاصر که تا زمان ما ادامه دارد. این تقسیم‌بندی مرحله‌های تکاملی ریاضیات، تنها بر ریاضیات نظری تکیه دارد و با نیمه‌ی دوم آن، یعنی ریاضیات کاربردی، توجه کمتری کرده است.

۳) ریاضیات، درمسیر تکامل خود، به‌تناوب، از دوره‌های کاربردی و نظری گذشته است. دوره‌ی اول پیشرفت ریاضیات، که به‌کوشش همه‌ی قوم‌های باستانی، و به‌طور عمده در سرزمین‌های مصر و چین و «میان دورود» و عیلام بوده است، مسیر کاربردی را می‌پیمود و در ضمن، عنصرهای نخستین ریاضیات نظری (مفهوم‌ها و برخی قاعده‌ها و قضیه‌ها) پدید آمد جهت‌گیری ریاضیات در این دوره کاربردی بود، ولی به‌تدریج عنصرهای نظری در آن وارد شد. دوره‌ی دوم تکامل ریاضیات، که به‌طور عمده در سرزمین یونان و سپس اسکندریه پا گرفته است،دوره‌ای با سمت‌گیری نظری به‌حساب می آید. دوره‌ی سوم تکامل ریاضیات، که گرانیگاه آن در سرزمین ایران است، دوره‌ای با سمت‌گیری کاربردی بود. ریاضی‌دانان این دوره، با استفاده از همه‌ی دست‌آوردهای گذشته، کوشیدند رخنه‌های موجود در ریاضیات نظری دوره‌ی قبل را پر کنند و نظریه‌ها و شناخته‌های تازه‌ای در ریاضیات پدید آورند (به‌ویژه در زمینه‌ی ریاضیات محاسبه‌ای) ولی همه‌ی تلاش آن‌ها، در جهت کاربرد ریاضیات و رفع دشواری‌های زندگی ـ که در مقایسه با قبل، پیچیده‌تر شده است ـ بود. دوره‌ی سوم تکامل ریاضیات، که به‌طور عمده در اروپای غربی و از سده‌ی هفدهم میلادی آغاز می‌شود، دوباره چرخشی به‌سمت ریاضیات نظری به‌حساب می آید. این دوره، تا زمان ما ادامه دارد، ولی

نشانه‌هایی جدی دیده می‌شود که در زمان ما و به‌تدریج، ریاضیات، گرایشی کاربردی پیدا می‌کند.

این سه دیدگاه، جنبه‌های متفاوتی از مسیر پیشرفت ریاضیات را روشن می‌کنند و هر کدام، به‌نوبه‌ی خود، می‌توانند از عهده‌ی حل خیلی از دشواری‌ها برآیند. با وجود این، به‌نظر می‌رسید، دیدگاه سوم، منطقی‌تر و علمی‌تر از دو دیدگاه دیگر باشد، به‌ویژه که، در این دیدگاه، هیچ قومی و هیچ سرزمینی از قلم نمی‌افتد و سهم هر یک از آن‌ها، در ساختمان ریاضیات کنونی روشن می‌شود.

دوباره به‌این پرسش برگردیم. آیا پیشرفت ریاضیات، قانون‌مند است؟

در تاریخ ریاضیات، مجموعه‌ای از «هم‌زمانی‌ها» به‌چشم می‌خورد که می‌توانند، گواه بر قانون‌مندی معینی از تکامل ریاضیات باشد.

نوربرت وینر (۱۸۹۴ - ۱۹۶۴ میلادی)، ریاضی‌دان بزرگ امریکایی و بنیان‌گذار دانش «سیبرنتیک»، در کتابی که به‌شرح کارهای علمی خود اختصاص دارد، از پیش‌آمد جالبی صحبت می‌کند. زمانی، این دانشمند روی نظریه‌ی پتانسیل کار می‌کرد؛ وقتی کارش به‌نتیجه‌ی معینی رسید، آن را برای فرهنگستان علوم فرانسه فرستاد در همان روزی که نوشته‌ی وینر به‌دفتر فرهنگستان می‌رسد، نوشته‌ای هم در همان زمینه، از «بولیگان» ریاضی‌دان فرانسوی به‌دفتر فرهنگستان می‌رسد. فرهنگستان علوم فرانسه، دو پاکت را در یک زمان باز می‌کند. نتیجه‌گیری‌های دو دانشمند (بدون این که از کار یکدیگر آگاه باشند)، کم و بیش یکسان بود. فرهنگستان علوم فرانسه، دو نوشته را با هم و در یک رساله چاپ و مقدمه‌ای هم برای آن تنظیم کرد.

لوباچوسکی، بایای وگوس، در یک زمان و در ضمن، بدون آگاهی از کارهای یکدیگر، گونه‌ای از هندسه‌های نااقلیدسی (هندسه‌ی هیپربولیک) را کشف کردند، مجادله‌های هوادارن نیوتون و لایپ‌نیتس، بر سر پیشگامی هر یک از آن‌ها در کشف محاسبه‌ی دیفرانسیلی، مشهور است. همچنین می‌توان از فرما و دکارت (در کشف هندسه‌ی تحلیلی)، پون تریاگین و کوراتوسکی (در زمینه‌ی معیار طرح‌ریزی گراف) و نمونه‌های دیگری نام برد، پژوهشگران، در یک زمان و مستقل از یکدیگر، به‌یک کشف واحد می‌رسند... تعداد این «هم‌زمانی‌ها» آن قدر زیاد است که به‌روشنی، احتمال «تصادف» را نفی می‌کند. در این جا باید قانونی از تکامل ریاضیات نهفته باشد که به‌صورت «همزاد بودن پیش‌آمدها» نمایان می‌شود.

در تاریخ، قانون‌مندی، به‌عنوان سازوکار تکامل و به‌عنوان منطق درونی تاریخ، که ماهیت

دگرگونی‌ها را روشن می‌کند، شناخته می‌شود. و وجود نشانه‌های فراوان «هم‌زمانی در کشف» می‌تواند، دلیلی جدی بر وجود این «قانون‌مندی» باشد... و به‌نظر من، این قانون‌مندی، همان تناوب دوره‌های کاربردی و نظری و مسیر تکامل ریاضیات است که با قانون معروف «نفی در نفی» در منطق جدید هم سازگار است.

توجه به‌ماهیت ریاضیات و انگیزه‌های پدید آمدن مفهوم‌های ریاضی و تکامل آن‌ها می‌تواند تاییدی بر این «قانون‌مندی» باشد. دو انگیزه‌ی اصلی، موجب پیدایش دانش ریاضی و پیشرفت آن شده است: انگیزه‌ی بیرونی و انگیزه‌ی درونی. انگیزه‌ی بیرونی، به‌معنای تاثیر جهان خارج و قانون‌های حاکم بر طبیعت است. با پیچیده‌تر شدن زندگی اجتماعی، نیازهایی در برابر انسان مطرح می‌شود که باید، به‌برخی از آن‌ها، ریاضیات پاسخ بدهد. در مسیر پیشرفت دانش‌های دیگر هم، گره‌ها و ناروشنی‌هایی پیش می‌آید که برطرف کردن آن‌ها، جز از طریق ریاضیات ممکن نیست و به‌همین سبب است که امروز، بسیاری از دانش‌ها، از اخترشناسی و فیزیک گرفته تا روان‌شناسی و دانش اجتماعی و تاریخ، وابسته به‌ریاضیات شده‌اند.

این، انگیزه‌ی بیرونی تکامل ریاضیات است که سمت‌گیری کاربردی دارد، ولو این‌که همراه با انتزاعی‌ترین نظریه‌ها باشد. ولی پیشرفت ریاضیات، زیر اثر جدیِ انگیزه‌ی درونی هم واقع است. ریاضیات دارای یک منطق درونی است. منطق درونی ریاضیات، نه تنها مفهوم‌ها و قضیه‌ها را، مانند حلقه‌های یک زنجیر به‌هم مربوط می‌کند، بلکه در ضمن، راه را برای ادامه‌ی آن نشان می‌دهد. نظریه‌های ریاضی زیادی را می‌توان نمونه آورد که با انگیزه‌ی درونی آن و نیز تاثیر منطق درونی ریاضیات، و در آغاز بدون آگاهی از جنبه‌های کاربردی آن، به‌وجود آمده‌اند... ولی نظریه‌های ناشی از انگیزه‌ی درونی ریاضیات هم، در تحلیل آخر و به‌موقع خود، کاربرد عملی خود را پیدا می‌کنند، زیرا براساس مفهوم‌هایی ساخته شده‌اند که ریشه در واقعیت جهان بیرون دارند.

باید به‌این نکته هم توجه کنیم که هرگز و در هیچ زمانی، نمی‌توان قانون‌مند بودن تکامل ریاضیات را، یک‌بار برای همیشه تنظیم کرد. طبیعت منطقی سازوکارهای کلی تکامل دانش ریاضی، ایجاب می‌کند که هیچ روشی، «جاودانی» نباشد. هر روشی خود در طول زمان، تکامل می‌یابد و یا، بنا به‌ضرورت، روشی را جای‌گزین روش قبلی می‌کند. ضمن بررسی قانون‌مندی‌های دانش (و از جمله ریاضیات)، نمی‌توان عنصرهای منطقی آن را، جدا از تاریخ واقعی دانش در نظر گرفت. داوری درباره‌ی سازوکارهای تکامل، بدون توجه به‌تاریخ، ممکن نیست.

۲ـ پیش از خوارزمی

دوران باستان

اگر ارشمیدس و برخی دیگر را کنار بگذاریم، می‌توان ادعا کرد که ریاضیات یونانی، در دوره‌ی شکوفایی خود، گامی جدی در جهت پیدایش «جبر» و «حساب» و «مثلثات» یعنی در جهت «ریاضیات محاسبه‌ای»، برنداشته است.

بیشتر تلاش ریاضی‌دانان یونانی، در زمینه‌ی «هندسه» متمرکز شده بود و، در این راه توانستند تا درون هندسه‌ی عالی هم پیش بروند. [معروف است که، بر سردر آکادمی افلاتون نوشته شده بود: هرکس، هندسه نمی‌داند وارد نشود.] ولی با آن که صدها سال پیش از یونانی‌ها و در نخستین دوره‌ی تکامل ریاضیات (که سمت‌گیری کاربردی داشت)، دانشمندان سرزمین «میان دورود» (بین‌النهرین)، به‌مرحله‌های بالایی از ریاضیات محاسبه‌ای دست یافته بودند، یونانی‌ها نمی‌توانستند از عهده‌ی نوشتن عددهای بزرگ و دشوارتر از آن، عمل روی عددها، برآیند.

در واقع، در یونان، عدد را به‌یاری حرف‌های الفبا (و با بیست و هفت نشانه) می‌نوشتند ـ شبیه عددنویسی با حرف‌های الفبای عربی که به«ابجد»، «هوز»... معروف است و هنوز عددنویسی یونانی، شکل «موضعی» به‌خود نگرفته بود. عددنویسی «موضعی»، همراه با قبول نمادی برای «عنصر» در «میان دورود» وجود داشت و بعدها، در سده‌های اول میلادی، دوباره در هند پدید آمد. در عددنویسی موضعی دهدهی می‌توان با ۱۰ نماد، هر عددی را ـ هرقدر بزرگ باشد ـ نشان داد. وقتی شما می‌نویسید ۵۵۵۵ تنها از یک نماد ۵ استفاده کرده‌اید، ولی هر کدام از این رقم‌های ۵، بسته به«موضع» و مرتبه‌ای که اشغال کرده‌اند، معنای خاص خود را دارند: اگر از سمت راست در نظر بگیریم، نخستین ۵، به‌معنای ۵ واحد دومین آن به‌معنای ۵۰ واحد، سومین رقم به‌معنای ۵۰۰ واحد و سرانجام، رقم آخر به‌معنای ۵۰۰۰ واحد است. وجود نمادی برای صفر، از این جهت لازم است که بتوان مرتبه‌های خالی را با آن پُر کرد و برای نمونه، عددهای ۱۳، ۱۰۳، ۱۳۰ و غیره هم اشتباه نشوند.

در «میان‌دورود»، و به‌صورتی ابتدایی‌تر در بین عیلامی‌ها (که بر جنوب و جنوب غربی ایران حکومت می‌کردند)، از عددنویسی موضعی استفاده می‌کردند و در ضمن، در بیشتر موردها، مبنای ۶۰ عددنویسی را به‌کار می‌بردند. تقسیم محیط دایره به ۳۶۰ درجه و تقسیم‌های شصت شصتی اجزای آن و نیز تقسیم‌بندی زمان براساس ساعت، دقیقه، ثانیه باقی مانده‌ی کارهای قوم‌های ساکن «میان‌دورود» براساس پذیرفتن عددنویسی شصت‌شصتی است.

تفاوتی را که در نوع برخورد دانشمندان بابلی و یونانی نسبت به‌ریاضیات می‌بینیم، باید در

نیازهای اجتماعی و اقتصادی این دو سرزمین و نوع نظام‌های سیاسی ـ اجتماعی آن‌ها جست‌وجو کرد. در هر دو سرزمین، نظام برده‌داری حاکم بوده: برده‌داری دولتی در بابل (و مصر) و برده‌داری خصوصی در یونان.

تمامی «دموکراسی» یونان، تنها شامل «آزادها» یعنی صاحبان برده می‌شد «آزادها» هرگز کار عملی را شایسته‌ی خود نمی‌دانستند و به‌عهده‌ی برده‌ها می‌گذاشتند. این امر، در کنار سایر عامل‌ها، بر شیوه‌ی تفکر «آزادها» اثر گذاشت. آن‌ها، هر دانشی را که کاربرد عملی داشت، دانشی پست به‌حساب می‌آوردند و آن را تحقیر می‌کردند. ولی چون تصور آن‌ها بر این بود که هندسه، کاربرد عملی ندارد، آن را گرامی می‌داشتند و تمامی تلاش خود را در کشف رازهای آن به‌کار می‌بردند. و چنین بود که «حساب» و به‌طور طبیعی «جبر» که تنها از راه تکامل حساب می‌توان به‌آن رسید، به‌خاطر جنبه‌های عملی و کاربردی خود، مورد عنایت «آزادها» نبود. «آزادها» کارهای مهم‌تری داشتند، کشف رازهای خلقت و ساختمان جهان. به‌همین مناسبت، هر دانشمند یونانی در عین حال، فیلسوف بود و برای گره‌گشایی و برملا کردن رازهای پنهانی می‌کوشید. کارهای «پست» عملی را برده‌ها انجام می‌دادند و «آزادها» نمی‌خواستند با اندیشیدن به‌آن‌ها، به‌اعتبار خود لطمه بزنند. اگر کسانی همچون «اوپالینوس» در زمینه‌های مهندسی می‌اندیشیدند، نه در زمان خود و نه پس از آن‌ها، مورد توجه بودند و اندیشه‌هایشان دنبال نمی‌شد. [اوپالینوس توانسته بود با مهارت تحسین‌برانگیزی یکی از کوه‌های «ساموس» را سوراخ کند و مسیری به‌طول یک کیلومتر برای عبور آب، در دل کوه به‌وجود آورد.]

البته باید دانشمند بزرگی همچون ارشمیدس را، که در همه‌ی زمینه‌های «عملی» از «حساب» تا «مکانیک»، کار می‌کرد و یا ارستو را که تلاشی موفق در جمع‌آوری همه‌ی «دانش‌های منطقی و غیرمنطقی» زمان خود کرد، از جمله‌ی استثناها به‌شمار آورد، به‌ویژه که کار پرارزش آن‌ها، تاثیر جهانی بر روند کلی حرکت دانشِ زمانِ آن‌ها نداشت.

دیدگاه‌های فیثاغوریان و افلاتونیان درباره‌ی «تقدس» عدد و نسبت دادن امکان‌های رمزگونه به‌ویژگی‌های عدد، یا طرح معماهای «زنون» (در تلاش برای اثبات عدم وجود حرکت که به«بی‌نهایت کوچک‌ها» مربوط می‌شود، اگر چه در پیشرفت دوران بعدی حساب و جبر بی‌تاثیر نبود، اما به‌خودی خود در زمان خود، نمی‌توانست راه‌گشای مسیر تکاملی ریاضیات محاسبه‌ای باشد.

به‌این نکته هم اشاره کنیم که همین «دموکراسی محدود» در نظام اجتماعی یونان بود که توانست سرچشمه‌ی نیرومندی برای شکوفایی دانش و هنر باشد و در کنارِ سایر عامل‌ها، «دوران زرین» فرهنگ یونان را به‌بشر عرضه کند. و این، گواه دیگری بر حقانیت «دموکراسی» و

«آزادی»، است که هر وقت و هر جا از جامعه‌ای رخت بربسته باشد، تفکر خلاق علمی و هنری هم، به‌دنبال آن، و به‌زوال و نیستی رفته است.

اما در «عیلام» و «مصر» و «میان دورود»، وضع به گُونه‌ی دیگری بود. در آن جاها، شاهان و امیران)، در کنار راهبان و روحانیون، دستور دهندگان منطق بودند و بقیه‌ی مردم «خدمت‌گزاران و «رعایای» گوش به‌فرمان آن‌ها. به‌زبان دیگر، نظام اجتماعی، «برده‌داری دولتی و مذهبی» بود و همه‌ی امکان‌ها در جهت تامین خواست‌های صاحبان قدرت، یعنی شاهان و روحانیون، به‌کار گرفته می‌شد. جنگ‌های مستمر، مستلزم نگهداری سپاه و تامین سلاح و آذوقه برای آن‌ها بود. ساختن معبدها و پرستش‌گاه‌های بزرگ، کاخ‌های باشکوه و برج و باروهای حافظ شهرها، نیاز به‌محاسبه‌های دقیق داشت. تقسیم زمین‌های کشاورزی و محاسبه‌ی سهم دولت و پاسداران معبدها، که خود نیاز به‌کانال‌کشی و ساختن انبار آن داشت، کاتبان و محاسبان را به‌کمک می‌طلبید. برای بازرگانی و داد و ستد با قوم‌های دور و نزدیک، باید قیمت‌ها محاسبه و صورت‌حساب‌ها تنظیم می‌شد... و این‌ها، موجبات رشد ریاضیات محاسبه‌ای ـ کاربردی را فراهم آورد. در عیلام، بابل و مصر، به‌ریاضیات به‌صورت کاربردی آن نگاه می‌کردند. ریاضیات سمت‌گیری کاربردی داشت و توانسته بود به‌تقریب همه‌ی نیازهای جامعه را حل کند. آن‌ها توانسته بودند حتا مساله‌هایی را حل کنند که به‌معادله‌های خاصی از نوع درجه دوم و درجه سوم منجر می‌شد.

و اگر در یونان وجود «دموکراسی به‌خودی خود منطق و استدلال را می‌طلبید» و هیچ دانشمند یا فیلسوفی بدون منطق و استدلال، حرف خود را مطرح نمی‌کرد، در عیلام و میان دورود (و شبیه آن‌ها در مصر)، وجود فرمان‌دهی مطلق از بالا و پیروی بی‌چون و چرای مردم از دستورهای حکومتی و مذهبی، «استدلال» و «شیوه‌ی قانع کردن» در سایه قرار گرفت. به‌همین دلیل است که در بیشتر متن‌های ریاضی این قوم‌ها، بعد از طرح مساله (که اغلب مساله‌ای عملی است)، تنها دستور داده می‌شود که «باید چنین کنی تا به‌پاسخ درست برسی»، کسانی که این «دستورها» را در عمل اجرا می‌کردند، تنها به‌اعتبار حیثیت علمی دستوردهنده تکیه داشتند و بدون این که درباره‌ی درستی آن‌ها تردید کنند، همچون ماشین، عمل‌ها را به‌ردیفی که معین شده بود، انجام می‌دادند. به‌احتمال قوی، برای خود تنظیم‌کنندگان این مساله‌ها، نوعی استدلال وجود داشته است، ولی هیچ نیازی به «قانع کردن» خواننده‌ی نوشته‌های خود احساس نمی‌کردند. در جامعه‌ای با نظام غیرانسانی برده‌داری «دولتی ـ مذهبی»، همه کس باید همه چیز را بدون چون و چرا، بپذیرند: «استدلال» و «قانع کردن دیگران» در جامعه‌ای با نظام دیکتاتوری مطلق، مفهومی ندارد.

طبیعی است، ذات کاربردی بودن ریاضیات هم، در این جریان بی‌تاثیر نبوده است. دوران ما هم، مهندسی که می‌خواهد برای طرح خود، به‌محاسبه بپردازد، ضرورتی نمی‌بیند به‌ریشه‌های منطقی و استدلالی روند کار خود توجه کند. او با اعتمادی که به‌تنظیم‌کنندگان جدول‌های مختلف دارد، تنها به‌این جدول‌ها مراجعه می‌کند و بی‌این‌که به‌استدلال رو آورد، محاسبه‌ی خود را انجام می‌دهد. در ریاضیات کاربردی، نتیجه‌ی عمل مهم است و، بنابراین، باید روش رسیدن به‌این نتیجه را یاد گرفت: روش کار در درجه‌ی اول اهمیت قرار می‌گیرد و «منطق این روش» و «استدلال نهایی که منجر به‌پیدایش این روش شده است» برای کسانی که با ریاضیات کاربردی سروکار دارند، اهمیت چندانی ندارد.

چین و هند

وجود «کتابی در نه باب»، که در سده‌های اول و دوم پیش از میلاد تنظیم شده است، گواهی بر سابقه‌ی کار ریاضی‌دانان چین و سنت‌های ریاضی چینی است. پس از آن هم، پیشرفت ریاضیات در چین متوقف نشد. برای نمونه «تسه‌زی ژون چرس» (نیمه‌ی دوم سده‌ی پنجم میلادی) توانست عدد پی (یعنی نسبت طول محیط دایر، به‌طول قطر آن) را تا ۶ رقم درست دهدهی به‌دست آورد. نشانه‌های روشنی در دست است که ریاضی‌دانان چینی، برای نخستین بار، از شیوه‌ی نوشتن کسرهای دهدهی استفاده می‌کرده‌اند. «سیانونون» (نیمه‌ی اول سده‌ی هفتم میلادی)، مساله‌های هندسی را به‌یاری معادله حل می‌کرد و تا حل برخی از گونه‌های معادله‌ی درجه سوم هم پیش رفت. با همه‌ی این‌ها، بعید به‌نظر می‌رسد که پیشرفت‌های ریاضی‌دانان چینی، توانسته باشد در کار ریاضی‌دانان خاورمیانه و نزدیک از جمله در کارهای خوارزمی اثر گذاشته باشد. به‌ویژه هیچ نشانه و اثری در دست نداریم که خوارزمی از همه یا بخشی از دست‌آوردهای چینیان آگاه باشد: نحوه‌ی بحث و شیوه‌ی استدلال این ریاضی‌دانان ایرانی با روش کار چینینان به‌کلی متفاوت است و بنابراین، لزومی ندارد در این جا، به‌بحث تفصیلی درباره‌ی سابقه‌ی ریاضیات چینی و روش کار آن‌ها بپردازیم.

ولی ایران و هند در بیشتر دوران تاریخی خود، ارتباط فرهنگی نزدیک با هم داشته‌اند. برای نمونه. از این امر اطلاع داریم که، در دوران حکومت پارت‌ها، جمعی از دانایان سیستان به‌هند رفتند و سنت‌های ریاضی و اخترشناسی هند را پایه گذاشتند و به‌«مغ ـ برهمن» مشهور شدند. به‌ظاهر «براهما گوپتا»، ریاضی‌دان هندی سده‌ی هفتم میلادی، از بازمانده‌های همین «مغ ـ برهمن‌ها» بوده است و باز به‌ظاهر، برخی از این «مغ ـ برهمن‌ها» بعدها به‌ایران بازگشتند و در استخر فارس نوعی حکومت محلی تشکیل دادند که بعدها، موجب روی کار آمدن حکومت

ساسانیان شد. دست کم ترجمه‌ی کلیله و دمنه به‌زبان پهلوی، نشانه‌ای است از ارتباط فرهنگی و ایران و هند در دوره‌ی ساسانی [این کتاب، به‌وسیله‌ی «دادبه پارسی» (ابن‌مقفع) از پهلوی به‌عربی و سپس به‌وسیله‌ی دیگران، از عربی به‌فارسی برگردانده شد که تا امروز باقی مانده است.]

کار اصلی هندی‌ها که، در واقع جهشی برای ریاضیات بود، کشف دستگاه موضعی عددنویسی دهدهی و انتخاب نمادی برای «صفر» بود. دستگاه کنونی عددنویسی ـ که در همه‌ی جهان پذیرفته شده است ـ از هند آغاز شد و سپس، ریاضی‌دانان خاورمیانه و نزدیک رسید و از آن جا و به‌ویژه با انتشار ترجمه‌ی لاتین کتاب «حساب هندی»، به‌اروپای غربی راه یافت. «آریامهاتا»، ریاضی‌دان سده‌ی پنجم میلادی، از دستگاه هندسی عددنویسی، کم و بیش به‌همان صورت امروزی آن، استفاده می‌کرد و گرچه نمادهای ده‌گانه‌ی مورد استفاده‌ی او برای نوشتن عددها در طول زمان دچار دگرگونی‌هایی شد، ولی به‌هر حال بین نمادهایی که او به کار برده است، با نمادهای امروزی، شباهت زیادی وجود دارد. هندی‌ها با شیوه‌ی شاعرانه‌ی خاص خود مساله‌هایی را طرح و حل می‌کردند که بیشتر جنبه‌ی کاربردی داشت و منجر به‌حل معادله‌های درجه اول و درجه دوم می‌شود و گرچه در دوره‌های بعدی عددهای منفی را هم می‌شناختند [آن‌گاه، عدد بزرگتر از هیچ (یعنی صفر) را «دارایی» و عدد کوچکتر از هیچ را «قرض» می‌نامیدند]، تنها به‌جواب مثبت معادله اکتفا می‌کردند و جواب‌های منفی را کنار می‌گذاشتند. هندی‌ها به‌جای حل مساله‌های خود، به‌جای «حرف» و «علامت»، از «بیان روایتی» استفاده می‌کردند و روش حل معامله را، که گاه به‌هندسه هم مخلوط می‌شد، با شرح و بیان توضیح می‌دادند.

دیوفانت

از زندگی دیوفانت یا (دیوفانتوس) اطلاع زیادی در دست نیست. در سده‌های دوم و سوم میلادی در اسکندریه می‌زیست و نسخه‌ای از کتاب «حساب» او به‌ما رسیده است. او در این کتاب و در ظاهر با استفاده از کارهای ارشمیدس و ریاضی‌دانان بابلی و مصری و به‌احتمالی هندی، «حساب» را به‌صورتی که امروز «جبر» نامیده می‌شود، توضیح می‌دهد و به‌حل معادله‌ها می‌پردازد. او را به‌ویژه مبتکر معادله‌های سیال می‌دانند و به‌همین مناسبت، «معادله‌ی سیال» را «معادله‌ی دیوفانتی» هم می‌گویند. بعد از دیوفانت، «هیپاتی» (زن ریاضی‌دانی که قربانی تعصب کشیشان شد و به‌طرز فجیعی به‌قتل رسید) و «پاپوس» به‌تدریس و تفسیر کارهای دیوفانت پرداختند. با آن که هیچ دلیل مشخصی در دست نداریم، می‌توان احتمال داد (که البته، احتمالی

ضعیف است) که یکی از منبع های کار خوارزمی در تنظیم کتاب «جبر و مقابله‌ی» خود، کارهای دیوفانت باشد.

اروپای غربی

از مدت‌ها پیش از زمانِ مکتب علمی اسکندریه اروپای غربی در تاریکی و جهل فرو رفته بود و، با سقوط کامل مکتب اسکندریه در سده‌ی چهارم میلادی (دوران بطلمیوس هفتم)، عنصرهای تفکر یونانی، به‌تقریب همه از صحنه خارج شدند. فرماندهان و حکام، تنها در فکر جنگ و در عین حال، ساختن قلعه‌ها، برج و باروها و کاخ‌های بزرگ بودند و رهبران دینی تسلط خود را بر جامعه‌ی بی‌سواد و جدا شده از فرهنگ غنی گذشته، تحکیم می‌کردند: اسلحه و تعصب، جای دانش را گرفت و جادوگران و فال‌بینان و شیادان، سرنوشت «فرهنگی» مردم را به‌دست گرفتند. هنر هرمسی (کیمیاگری)، تنها شیوه‌های محققان علمی شمرده می‌شد. در سراسر اروپای غربی، گروه‌های زیادی در تلاش برای یافتن روش تبدیل مس به‌طلا، تمامی زندگی و عمر خود را صرف می‌کردند. این عقیده رواج کامل پیدا کرده بود که «نفوذ در طبیعت ممکن نیست»، «رازهای طبیعت را نمی‌توان شناخت» و در نتیجه، افکار و اندیشه‌های ضد علمی، جانشین ارزش‌های علمی شد.

این دوران را باید در عین حال، دوران شکل‌گیری فرقه‌های مذهبی، چه در شرق و چه در غرب دانست. «حنان‌بن داوود»، نهضت ضد تلموذی «قرایی» را بنیان گذاشت. «ابن اباض» که از رهبران جناح معتدل «خوارج» بود، مکتب فقهی «اباضیه» را شکل داد. «مالک‌بن انس» فرقه‌های مالکی، یکی از فرقه‌های چهارگانه‌ی اهل سنت را پایه گذاری کرد. در تبت، رستاخیز بودایی براساس سنت‌ها و خرافات هیمالیایی، پدید آمد. بودائیان چین، تحت تاثیر مسیحیت تغییر رنگ دادند...

اروپای غربی، چنان از دانش و فرهنگ یونان بریده بود که، برای نمونه «قدیس اوون» (Ouen) در سده‌ی هفتم میلادی، نوشته‌های هومر و «ویرژیل» را «آواهای کودکانه‌ی شاعران بی‌دین» می‌خواند.

در این دوران، تنها جرقه‌های کوچکی و اغلب از طرف رهبران دینی (چرا که «علم» و «فلسفه» تنها در اختیار آن‌ها بود)، در ظلمت سده‌های نخستینِ دوران تاریک‌اندیشی اروپا، سوسو می‌زند. از این میان، می‌توان از «آکلوین» اهل «بورک» انگلستان نام برد که او را «آلبینوس» هم می‌نامند که در پایان سده‌ی هشتم میلادی، کتاب‌هایی در حکمت الهی، فلسفه، دستور زبان و حساب نوشت. نوشته‌های ریاضی او، با این که بسیار مقدماتی بود، برای صدها سال، تنها

منبع درسی برای علاقه‌مندان به‌شمار می‌رفت.

ایران

با شکست حکومت ساسانی، و به‌خاطر آتش‌سوزی‌ها و قتل عام‌ها، نظام اجتماعی موجود از هم پاشید، کتاب‌ها و کتاب‌خانه‌ها از دست رفت. مرکزهای علمی یا تعطیل شد و یا از رونق افتاد.. و فرصتی دویست ساله لازم بود تا عنصر ایرانی بتواند به‌سخن بیاید و با بازیافتن خود، دوباره گام به‌صحنه‌ی فرهنگ و دانش بگذارد.

البته در همین دوران طولانی دویست ساله هم، ایران و ایرانی به‌کلی خاموش نبود و چه از نظر سیاسی و چه از نظر فرهنگی مقاومت و مبارزه‌ی ایرانیان، در سراسر این سرزمین، به‌خاطر رسیدن به‌جایگاه فرهنگی و سیاسی خود ادامه داشت. تاریخ سیستان (با تصحیح ملک‌الشعرای بهار، چاپ سال ۱۳۱۴)، نقل می‌کند که «عبیدالله ابی‌بکره» حاکم سیستان در زمان خلافت معاویه، برای آرام کردن دهقانان سیستانی، دست به‌کشتاری گسترده زد، ولی نتیجه‌ای نگرفت و شورش دهقانان فرونتشست عبیدالله پیکی به‌شام فرستاد و از خلیفه‌های اموی راه چاره خواست و این جواب را دریافت کرد: «... ایشان [یعنی دهقانان سیستانی] معاهدند و معبد به‌جای ایشان است، ایشان می‌گویند که ما خدا می‌پرستیم و این آتش خانه راکه داریم خورشید راکه داریم، نه بدان داریم که گوییم این را پرستیم. اما به‌جایگاه آن داریم که شما محراب دارید و خانه‌ی کعبه. چون در این حال باشد، واجب نکنید برکندن آن‌ها، که جهودان را نیز کنشت است و ترسایان راکلیسا وگبرگان را آتشگاه، چون همه معاهدند... چه فرق کنیم؟ می‌گویند ما خدای پرستیم و این آتش خانه راکه داریم و خورشید را، چه فرق کنیم!...»

از یک طرف، قیام‌های ابومسلم، استادسیس، مقنع (هاشم فرزند حکیم) و هواداران او (سپیدجامگان) بابک خرم‌دین و هواداران او (سرخ جامگان) و... زمینه را برای ورود عده‌ای ایرانی در سیاست‌گذاری حکام وقت، فراهم کرد و، از طرف دیگر، بزرگ‌مردانی همچون «ابن مقفع»* به‌ترجمه‌ی کتاب‌های پهلوی به‌زبان عربی پرداختند. با نفوذ در دستگاه خلافت

---

*. ردادبه یا روزبه از مردم فارس، که پس از مسلمان شدن نام عبدالله را انتخاب کرد و به‌عبدالله ابن مقفع معروف شد. یکی از بزرگترین دانشمندان و ایران‌خواهان سده‌ی دوم هجری قمری است. تمامی تلاش او در طول زندگی کوتاه خود (۳۶ سال)، ترجمه و تالیف کتاب‌هایی در زمینه‌ی سنت‌های ایرانی بود. ترجمه‌ی عربی کلیله و دمنه، که از پهلوی به‌عربی انجام گرفته و باب «برزویه‌ی طبیب» به‌آن اضافه شده است، یکی از زیباترین نوشته‌ها در نثر عربی است که «ابن‌مقفع» در باب «برزویه‌ی طبیب» در واقع اندیشه‌های خود را به‌آن اضافه کرده است. بسیاری معتقدند که ابن‌مقفع از هواداران نهضت شعوبی بود، که بسیاری از بزرگان، مهرداران و دانشمندان ایرانی را دربر می‌گرفت و با قلم و شمشیر ←

عباسی (همچون خاندان برمکی و خاندان نوبخت)، در حد توان خود از نابودی فرهنگ ایرانی جلو گرفتند.

کار ترجمه‌ی متن‌های علمی و فرهنگی، از زبان‌های هندی و پهلوی و یونانی و سریانی، که از زبان منصور خلیفه‌ی دوم عباسی آغاز شده بود، در زمان خلافت هارون‌الرشید و پسرش مامون (که هم مادرش ایرانی بود و هم همسر ایرانی داشت) به‌اوج خود رسید و زمینه را برای رشد فرهنگ، و از آن جمله ریاضیات، آماده کرد.

از مترجمان و دانشمندان ایرانی، در این دوران، می‌توان سیاهه‌ی درازی ترتیب داد که، در این جا، تنها نام چندتن از نخستین مترجمان را می‌بریم: یعقوب فرزند طارق (مرگ در سال ۱۸۰ هجری قمری) در ترجمه‌ی کتاب «سیدهانتا» (کتاب هندی مربوط به‌اخترشناسی) شرکت داشت؛ محمد فرزند ابراهیم فزاری (مرگ در حدود سال ۱۸۵ هجری قمری) کار ترجمه‌ی «سیدهانتا» را از زبان سانسکریت به‌پایان برد. فضل فرزند نوبخت مترجم کتاب‌هایی از پهلوی به‌عربی.

سرزمین خوارزم

سرزمین خوارزم (که امروز «خیوه» نامیده می‌شود)، در بیشتر دوران‌های تاریخی، بخشی از ایران و به‌احتمالی، جایگاه تولد و رشد زرتشت بوده است. با وجود این، بحث کوتاه مربوط به‌خوارزم را، به‌آن جهت در بند جداگانه‌ای قرار داده‌ایم که زادگاه «خوارزمی» (و بسیاری از دیگر دانشمندان، همچون «فارابی»، «بیرونی» و «پورسینا») بوده است. در اوستا، از خوارزم، به‌نام «خواریزم» و در کتیبه‌ی بیستون به‌نام «هوارزمیش» نام برده شده است و برخی آن را «سرزمین آریا» و «آریاویج» می‌دانند که در اوستا با احترام از آن یاد می‌شود.

با همه‌ی پژوهش‌هایی که در سال‌های اخیر شده است، از تمدن و فرهنگ و زبان خوارزمی، چیز زیادی نمی‌دانیم و این به‌آن علت است که سرزمین خوارزم بارها و بارها، مورد هجوم و غارت قرار گرفته است.

ابوریحان بیرونی در آثار الباقیه می‌گوید:

«وقتی قتیبه فرزند مسلم باهلی [سردار عرب دوران خلافت اموی] خوارزم را پس از مرتد شدن مردمش برای بار دوم فتح کرد... وی کسانی را که به‌زبان خوارزمی می‌نوشتند یا با ادبیات و افسانه‌های ملی آشنا بودند و دانش‌ها را

← خود، علیه ستم خلیفه‌های اموی و عباسی می‌جنگیدند. ابن‌مقفع، سرانجام با تحریک سفیان فرزند معاویه و به‌دستور منصور خلیفه‌ی عباسی قطعه‌قطعه و به‌تنور آتش انداخته شد.

به‌دیگران یاد می‌دادند، از بین برده. وضعی برای خوارزم به‌وجود آورد و چنان صدمه‌ای به‌مردم آن جا زد و روایت‌های ملی را چنان نابود کرد که حتا از تاریخ بعد از اسلام خوارزم هم، نمی‌توان اطلاعی به‌دست آورد... وقتی قتیبه فرزند مسلم باهلی، دبیران خوارزمی را نابود کرد و هیربدان را کشت و کتاب و نوشته‌های ایشان را سوزاند، مردم خوارزم بی‌سواد ماندند و هرچه را که به‌آن نیازمند بودند، به‌زبان شفاهی و از بر یاد می‌گرفتند چون دیرزمانی بر این وضع گذشت، آن چه را درباره‌ی آن اختلاف نظر داشتند، از یاد بردند و آن چه را درباره‌ی آن اتفاق نظر داشتند حفظ کردند...».

با همه‌ی این‌ها مردم خوارزم توانستند خود را بازیابند و فرهنگ و سنت‌های خود را تا آن‌جا که زمانه اجازه می‌داد خفظ کنند. هجوم سلجوقیان در سده‌ی پنجم هجری قمری و حمله‌ی ویرانگر مغول و قتل‌عام مردم خوارزم در سده‌ی هفتم هجری قمری هم نتوانست آن‌ها را به‌کلی نابود کند، ولی به‌هر حال، به‌تدریج زبان و خط و سنت‌های علمی فراموش شد و حمله‌ی تیمور در سده‌ی هشتم هجری قمری و قتل عام مجدد مردم خوارزم، در واقع، «تیر خلاصی» بر این زبان و فرهنگ درخشان بود.

ولی در زمان «محمد فرزند موسا خوارزمی» (سده‌ی سوم هجری قمری)، بدون تردید، آثار و سنت‌های علمی گذشته، کم و بیش در این‌جا و آن‌جا باقی مانده بود. و به‌ویژه خوارزمی، که خود در جوانی زرتشتی بود و یا دست‌کم، زرتشتی زاده بوده است، از این آثار و سنت‌های علمی در کارهای خود بهره گرفته است.

۳ـ خوارزمی و کارنامه‌ی او

جبر و مقابله، صنعتی است از صناعات حساب، این دانش وسیله‌ی نیکویی است برای به‌دست آوردن پاسخ صحیح برای مساله‌ی مشکل وصیت وارث و مداخلات و فرضیات. از آن جهت جبر گوید که کاهش‌های استثنا در آن جبران می‌شود؛ و از آن جهت مقابله می‌گویند که مقادیر را در برابر هم قرار می‌دهد و مشابهت را حذف می‌کند.

ابوعبدالله کاتب خوارزمی در «مفاتیح العلوم» (اواخر سده‌ی چهارم هجری)

جبر و مقابله یکی از فروع حساب است... نخستین کسی که در این فن کتاب نوشت: خوارزمی است...

مقدمه‌ی ابن خلدون (اواخر سده‌ی هشتم هجری)

بزرگترین ریاضی‌دان عصر و اگر همه‌ی شرایط را در نظر آوریم، یکی از بزرگترین ریاضی‌دانان همه‌ی اعصار، خوارزمی بود.

جرج سارتون در «مقدمه‌ای بر تاریخ علم» (سده‌ی بیستم)

ورود به‌مطلب

بعد از آن که مکتب درخشان اسکندریه، در سده‌ی چهارم میلادی، در اثر تعصب نوکیشان مسیحی از بین رفت، میدان دانش و پژوهش به‌سختی تنگ شد و گستره‌ی بحث‌های بی‌سرانجام و دور از واقعیت کشیش‌ها، فراخ. آتش زدن کتاب‌خانه‌ی بزرگ اسکندریه و تعقیب و آزار دانشمندان آن، سرآغازی بود برای نابودی کامل دانش و دانشمندان، در تمامی سرزمین‌های مسیحی‌نشین. از این زمان به‌بعد ـ یعنی از آغاز سده‌های میانه که همراه با جهل و بی‌خبری و روش دادگاه‌های تفتیش عقاید بود ـ باید سراغ دانش را، به‌جای اروپای غربی و جنوبی، در جای دیگری از سیاره‌ی زمین گرفت: در آسیای میانه و خاور نزدیک و به‌ویژه، در ایران، در ضمن، دانش ریاضی که با کارهای دانشمندان یونانی و اسکندرانی، با سمت‌گیری نظری پیش می‌رفت، با حفظ همه‌ی دست‌آوردهای گذشته جنبه‌ی کاربردی به‌خودگرفت و دوره‌ی دوم «تکامل ریاضیات با سمت‌گیری کاربردی» (و در واقع دوره‌ی سوم در مسیر تکاملی ریاضیات) آغاز شد.

در جریان سده‌های هفتم و هشتم میلادی، حکومت عربی ـ که تا پیش از آن به‌شبه‌جزیره‌ی عربستان محدود می‌شد ـ به‌سرعت سرزمین‌های خود را گسترش داد و سرزمین‌های زیادی را، که از نظر فرهنگ و تمدن در سطح بسیار بالاتری بودند، زیر نفوذ خود گرفت و فلسطین، سوریه، میان‌دورود، ایران، قفقاز، آسیای میانه، هند شمالی، مصر، افریقای شمالی و شبه‌جزیره‌ی ایبری را به‌قلمرو حکومت خلیفه اضافه کرد. مرکز خلیفه ابتدا شام (دمشق) و بعد، در سده‌ی هشتم میلادی، بغداد (در نزدیکی مداین در سرزمین باستانی بابل) بود. به‌تدریج، بغداد به‌صورت مرکز بزرگ فرهنگی درآمد و وارث تمدن‌های بزرگ ایران، مصر، هند، یونان و غیرآن شد.

دانشمندان و صاحبان فرهنگ، از هر قوم و ملت (با هر عقیده‌ای) اغلب در بغداد جمع می‌شدند و نوشته‌های خود را به‌زبان رسمی دربار خلیفه، یعنی به‌زبان عربی می‌نوشتند و به‌همین مناسبت بسیاری از تاریخ‌نویسان ناآگاهانه (و در بعضی موردهای آگاهانه)، کارهای آن‌ها را، که در واقع متعلق به‌ملت‌های گوناگون و در درجه‌ی اول دانشمندان ایرانی بود، به‌ناحق به‌نام «دانشمندان عرب» ثبت کرده‌اند. چقدر خنده‌دار است که هنوز، در برخی فرهنگ‌های

جاپ غرب، «محمد فرزند موسا خوارزمی»، «ابوالوفای بوزجانی»، «حکیم عمر خیام نیشابوری» «جمشید کاشانی» و... را با وجود پسوندهای «خوارزمی» «بوزجانی» (بوزجان نزدیک تربت‌جام در سمت شرقی خراسان است)، «نیشابوری» و «کاشانی»، به‌عنوان ریاضی‌دانان عرب نام می‌برند.

ابوجعفر محمد فرزند موسا خوارزمی، یکی از نخستین و بزرگترین ریاضی‌دانان و اخترشناسانی است که در بغداد کار می‌کرد. از زندگی و خانواده‌ی او چیزی نمی‌دانیم جز این که همچنان که از نامش پیداست، خوارزم و در نیمه‌ی دوم سده‌ی دوم هجری قمری (نیمه‌ی دوم سده‌ی هشتم میلادی) به‌دنیا آمد و در حدود ۲۳۲ هجری قمری درگذشت. از عنوان «المجوسی» که برخی از تاریخ‌نویسان به‌دنبال نام او آورده‌اند، معلوم می‌شود که در خانواده‌ای با فرهنگ از زرتشتیان خوارزم زاده شده و به‌همین مناسبت، به‌احتمالی، به‌نوشته‌های علمی ایرانی پیش از حمله‌ی عرب، دسترسی داشته است.

زمان خوارزمی

روزگار خوارزمی، به‌روزگار زرین در دوران حکومت خلیفه‌های عربی، معروف است، روزگاری که هارون (۱۷۰-۱۹۳ هجری قمری) و مامون (۱۹۸-۲۱۱ هجری قمری)، بر سرزمین‌های خلافت شرقی فرمان می‌راندند (خلافت غربی، که مرکزش در آندلس - اسپانیا - و در دست خاندان بنی‌امیه بود)، این روزگار، دوران شکفتن فرهنگی است که مرکز ثقل آن در ایران بوده است. تعصب، که همراه جدانشدنی نوکیشان است، جای خود را به‌نرمی و تفکر داده بود، که لازمه‌ی زندگی و شرط شکوفایی دانش است. در بغداد کار پزشکی همه در دست یهود و نصارا بود که اغلب از «جندی شاپور» آورده بودند و دفتر و دیوان در دست ایرانیان. دانشمندان از چهارگوشه‌ی جهان، کتاب‌های دانش و حکمت به «بیت‌الحکمه» (فرهنگستانی که در زمان هارون‌الرشید آغاز به‌کار کرد و در زمان پسرش مامون گسترش بی‌اندازه یافت) می‌آوردند و در آن جا، به‌ترجمه و رونویسی آن‌ها می‌پرداختند.

زندگی خوارزمی با خلافت مامون مقارن بود. مامون به‌کوشش و همراهی «طاهر فرزند حسین» معروف به «ذوالیمینین»، بر برادر خود امین، پیروز شد. مادرش «مراحل»، دختر «استادسیس» انقلابی و ایران‌خواه معروف سیستان و خراسان بود. تربیت مامون به‌برمکیان سپرده شد که به‌دانش‌دوستی و ایران‌خواهی مشهور در عین حال، به «زندقه» متهم بودند. جوانی مامون در خراسان گذشت. در آن زمان، وزیرش «فضل فرزند سهل» و سپهسالارش «طاهر ذوالیمینین» بودند، دو تن از بزرگان خراسان که نخستین، کوشید تا خلافت از عباسیان برافکنند و

دومین در هوای استقلال خراسان بود و هر دو، سرانجام، سر بر سر کار خویش نهادند. همسر مامون، «پوران»، دختر «حسن فرزند سهل» بود. وزیر دیگر مامون، عبداله پسر طاهر ذوالیمینین نیز، شُرطه‌ی بغداد بود.

تربیت ایرانی مامون و کارهایی که تحت تاثیر ایرانیان انجام داد، در آغاز کار، موفقیت او را در میان عرب‌ها و به‌ویژه در میان خاندان خود، به‌مخاطره انداخت و قیامی را به رهبری «ابراهیم فرزند مهدی» در بغداد پدید آورد که مامون، به‌یاری ایرانیان، بر آن پیروز شد و موقعیت خود را محکم کرد. گرچه پس از آن مامون وسعت دید، گشاده‌دلی و آزاداندیشی پیشین را، تا حد زیادی، از دست داد، ولی اثر تربیت نخستین او، دیرپا بود.

نظری به‌سیاهه‌ی هم‌عصران مامون، گسترش دامنه‌ی فرهنگ و دانش را در آن روزگار نشان می‌دهد. این‌ها، از جمله‌ی دانشمندان روزگار مامون بوده‌اند: «بخت شیوع» پسر «جورجیس»، «جبرئیل» پسر «بخت شیوع»، «عمر فرزند طرخان طبری» و پسرش «ابوالحسن»، «علی فرزند زیاد»، «سهل فرزند رَبّن طبری» و پسرش «علی»، «یوحنا فرزند ماسویه»، «موسا فرزند شاکر خوارزمی» سه پسرش که به «بنوموسا» مشهورند، «یحیا فرزند ابی‌منصور»، «خالد مرورودی»، «حبش حاسب»، «ابوالمعشر بلخی»، «ابن سرابیون سلمویه»، «حجاج فرزند یوسف فرزند مطر» و بسیاری دیگر که بررسی شرح حال و کارهای هر یک از آن‌ها، می‌تواند معروف شکوفایی دانش و فرهنگ در آن زمان باشد.

گسترش دانش و فرهنگ و رواج اندیشه‌ی علمی و تعقل و استدلال، حتا به‌مساله‌های مذهبی هم راه یافت. مامون، اغلب رهبران دینی و مذهبی را به‌مباحثه دعوت می‌کرد و گاه در حضور خود. کتاب «ماتیکان گجستک ابالیش» که به‌زبان پهلوی و به‌وسیله‌ی «آذر فرنبغ» نوشته شده و شرح مباحثه‌ی او با دیگران در حضور مامون است، از این نمونه است (این کتاب به‌فارسی ترجمه شده است). همین روحیه‌ی علمی زمان، موجب شد تا معتزله رونق گیرد و از حمایت مامون برخوردار شود (معتزله، برای اثبات اعتقادهای خود، به‌فلسفه و استدلال عقلانی، استناد می‌کردند). در ضمن، همین امر سبب شد که مامون، در میان عامه‌ی متعصبان، به «امیر الکافرین» ملقب شود.

بعد از مامون، معتصم بر سر کار آمد (۲۱۸-۲۲۷ هجری قمری) و کارها را به‌گردش دیگری انداخت. ترکان لشکری صاحب مقام شدند. به‌جای پسران برمک و سهل، «فضل فرزند مروان» و «احمد فرزند عماد» به‌وزارت رسیدند که «تحصیل دانش نکرده بودند، سیرت بد داشتند و برون شدن کارها نمی‌دانستند». خلیفه هم، از بیم شورش مردم، بغداد را ترک گفت و در میان غلامان ترک پناه گرفت. «واثق» (۲۲۷ - ۲۳۲ هجری قمری) نیز که می‌خواست به‌دنبال راه مامون

برود، دولتی مستعجل داشت.

کارهای خوارزمی در زمینه‌ی اخترشناسی و جغرافی

نخستین اثری که خوارزمی در بغداد به‌وجود آورد، تنظیم جدول سینوس‌ها بود. خوارزمی این اثر خود را، با توجه به‌کارهای بتلمیوس و جدول‌های دانشمندان هندی (در کتاب مشهور به«سیدهانتا») تنظیم کرد. ولی خود، آن‌ها را مورد تحقیق قرار داد و مقابله کرد و در نتیجه، جدول‌های او به‌مراتب دقیق‌تر از جدول‌های یونانی و هندی است.

در واقع، سه اثر خوارزمی (کتاب الزیج الاول ـ کتاب الزیج الثانی ـ السِند هند الصغیر) به‌رصدهایی که در زمان مامون صورت گرفت و به«سید هانتا» (Sidhanta) مربوط می‌شود. زیرا «سید هند» (Sidhend) همان «سید هانتا» هندی است.

«سید هانتا» یک دسته کتاب‌های اخترشناسی و ریاضی است که در هند تنظیم شده است و قدیمی‌ترین آن‌ها را مربوط به‌نیمه‌ی نخست سده‌ی پنجم میلادی می‌دانند. یکی از این کتاب‌ها، در زمان منصور خلیفه‌ی دوم عباسی، به‌بغداد آورده شد «ابراهیم فرزند حبیب فزاری» به‌یاری «مانکا» (یا به‌روایتی «لانکا») سفیر هند در بغداد، آن را به‌عربی ترجمه کرد و اخترشناسان و ریاضی‌دانان حوزه‌ی خلافت بغداد، به‌وسیله‌ی آن، برای نخستین بار با دانش ریاضی و اخترشناسی هند آشنا شد. و برخی از آنان، کارها و محاسبه‌های اخترشناسی خود را، بر مبنای روش‌های هندی قرار دادند. ترجمه‌ی «فزاری» تا روزگار خوارزمی، مبنای کار اخترشناسان بود ولی بعد از آن‌که خوارزمی، دوزیج خود را ارایه کرد، مرجع مطمئن‌تری برای اخترشناسان پدید آمد، خوارزمی در تنظیم این دوزیج به‌احتمال قوی، روش تلفیقی خود را با استناد به‌دانش‌های یونانی، هندی و ایرانی به‌کار برده است.

هندی‌ها، در ابتدا، تمام وتر و بعدها، نیم‌وتر (که طول آن برابر است با سینوس کمان تمام وتر) را «جیا» می‌نامیدند. در ترجمه‌ی «فزاری»، برای مفهوم سینوس واژه‌ی «جیب» به‌کار رفته است که دو دیدگاه در این باره وجود دارد: دیدگاه اول می‌گوید: «فزاری» در ترجمه‌ی خود، واژه‌ی «جیا» را به‌واژه‌ی «جیب» تبدیل کرد. این کار او دو دلیل داشت. یکی این که «جیا» به‌معنی وتر بود و به‌کار بردن آن برای سینوس (نیم‌وتر) جایز نبود و دوم این که، فزاری می‌خواست واژه‌های عربی به‌کار برد و در عین حال، پاس نام‌گذاری هندی‌ها را نگه‌داشته باشد. دیدگاه دوم می‌گوید فزاری از واژه‌ی «جیپ» فارسی (به‌معنی «تیرک» و «شاخص») برای مفهوم سینوس استفاده کرده است که در طول زمان، و به‌وسیله‌ی کاتبان (که حرف «پ» فارسی برایشان نامانوس بود) به«جیب» تبدیل شد. در هر حال، «جیب» که از لحاظ معنای خود در زبان عربی،

هیچ ربطی به‌مفهوم «سینوس» (یا نیم‌وتر) نداشت، بعدها از طریق ترجمه‌ی کتاب‌های عربی در اروپای غربی، «سینوس» نامیده شد. که همان معنای واژه‌ی عربی «جیب» را در زبان فرانسوی دارد («جیب» در زبان عربی به‌معنای «گریبان» است، در سده‌ی چهاردهم میلادی، جرارد کرموسیس، مترجم معروف ایتالیایی واژه‌ی لاتین «سینوس» را برای نخستین بار، به‌جای «جیب» به‌کار برد).

خوارزمی، از راه ترجمه‌ی «سیدهانتا» با مکتب ریاضی و اخترشناسی هند و از راه ترجمه‌ی «مجسطی» بطلمیوس (اول بار به‌وسیله‌ی سهل طبری و بعد، به‌وسیله‌ی حجاج فرزند یوسف) و ترجمه‌هایی که از نوشته‌های ارستو و اقلیدس (نخستین ترجمه‌ی ادب «مقدمات» اقلیدس به‌زبان عربی، نیمه‌ی دوم سده‌ی هشتم میلادی و به‌وسیله‌ی حجاج فرزند یوسف استحکام گرفت) و دیگران شده بود، با مکتب یونانی آشنا شد و علاوه بر آن، به‌خاطر بستگی‌هایی که با پاسداران فرهنگ ایرانی داشت، کم و بیش از دانش نیاکان خود باخبر بود. رساله‌های زیج اول و زیج الثانی خوارزمی، به‌احتمال زیاد براساس دو رصدی که اولی در بغداد (۲۱۴ هجری قمری) و دومی در دمشق (۲۱۷ هجری قمری) انجام گرفت، نوشته شده است.

نوشته‌های خوارزمی در زمینه‌ی اخترشناسی و جغرافیای ریاضی، اثر زیادی در کارهای دانشمندان بعدی داشته است (چه در شرق و چه در غرب) در واقع، «مسلمه مجریطی» (در حدود سال ۳۵۸ هجری قمری)، صورت تازه‌ای از جدول‌های فلکی را، براساس کارهای خوارزمی، تنظیم کرد و همین جدول‌های مجریطی است که اساس کار اخترشناسان اروپای غربی قرار گرفت.

کتاب «صورت‌الارض» خوارزمی را، باید نخستین اثر علمی در دوران تازه‌ی شکوفایی دانش در زمینه‌ی جغرافیا دانست. خوارزمی، واژه‌ی «صورت‌الارض» را به‌همان معنایی به‌کار برده است که ما امروز را واژه‌ی «جغرافی» می‌فهمیم. گرچه این کتاب، براساس جغرافیای بطلمیوس تنظیم شده است، ولی به‌هیچ وجه نمی‌توان آن را ترجمه‌ای از جغرافیای او دانست. خوارزمی، در این کتاب، تقسیم‌بندی مطالب را به‌صورتی غیر از جغرافیای بطلمیوس انجام داده است و تحت تاثیر فرهنگ ایرانی، به‌تقسیم‌بندی اقلیم‌های هفت‌گانه گرایش دارد (در حالی که بطلمیوس، از بیست و یک ناحیه نام می‌برد)، با وجود همه‌ی این‌ها، باید گفت که خوارزمی، برای نوشتن کتاب «صورت‌الارض» خود، کتاب جغرافیای بطلمیوس را، پیش روی خود داشته است.

کارهای خوارزمی در زمینه‌ی حساب و جبر

کارهای ریاضی خوارزمی (در زمینه‌ی حساب و جبر)، در تاریخ ریاضیات و از دیدگاه مسیر تکاملی ریاضیات، اهمیت بسیار زیادی دارد.

تالیف خوارزمی درباره‌ی حساب (کتاب «حساب الهند») تنها از طریق ترجمه‌ی لاتین آن به‌ما رسیده است. نسخه‌ی منحصر به‌فرد این ترجمه، به‌زبان لاتین و با عنوان

Algorithmi numero indorum

در کتاب‌خانه دانشگاه کمبریج نگهداری می‌شود.

این کتاب، در پیشرفت بعدی ریاضیات در اروپای غربی، نقشی بسیار داشته است، زیرا اروپایی‌ها، به‌وسیله‌ی آن، «روش هندی عددنویسی» یعنی نمادهای ده‌گانه‌ی هندی، با به‌کار بردن صفر و استفاده از نظام موضعی بودن رقم‌ها، آشنا شدند. از آن‌جا که اروپای غربی، این شکل عددنویسی را از کتابی یاد گرفت که به‌زبان عربی نوشته شده بود و نویسنده‌ی آن هم در کشورهای عربی‌زبان زندگی می‌کرد، رقم‌های هندی دستگاه عددنویسی دهدهی را به‌اشتباه «رقم‌های عربی» نامیدند. (امروز هم، این اصطلاح نادرست را، در برخی از کتاب‌ها و فرهنگ‌ها به‌کار می‌برند).

خوارزمی، مساله‌هایی راکه به‌معادله‌های درجه اول منجر شود، از راه حساب و با روش‌های «یک فرضی» و «دوفرضی» حل می‌کند.

روش «یک فرضی»، همان روشی است که هنوز هم، به‌نام «راه حل فرضی» مورد استفاده قرار می‌گیرد و خوارزمی، آن را از هندی‌ها گرفته است.

روش دوم، یعنی «روش دوفرضی»، به‌این ترتیب بود که با فرض دو عدد دلخواه برای مجهول، هر بار میزان اشتباه نتیجه را به‌دست می‌آورد و به‌کمک آن‌ها، مقدار واقعی مجهول را پیدا می‌کند.

اگر به‌زبان نمادهای امروزی جبر صحبت کنیم، «روش دوفرضی» را می‌توان به‌این ترتیب، توضیح داد.

فرض کنید $f(x)=p$، که در آن، $f(x)$ تابعی خطی نسبت به x و p مقداری ثابت باشد. ابتدا $x=a$ و بعد $x=b$ می‌گیریم و به‌دست می‌آوریم:

$$f(a)=A,\ f(b)=B$$

$p-A$ را E و $p-B$ را k می‌نامیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$x=\frac{bE-ak}{E-k}$$

البته، به‌گمان خوارزمی، رابطه‌ای که در این جا به‌دست می‌آید و به‌کمک آن می‌توان مقدار

مجهول را پیدا کرد، تصادفی است.

کتاب جبر خوارزمی (کتاب المختصر فی حساب الجبر والمقابله)، نقشی بسیار اساسی در تاریخ ریاضیات داشته و نمونه‌ی مشخصی است از پژوهش‌های ریاضی‌دانان ایرانی، در دوره‌ی مهم تکامل ریاضیات، که سمت‌گیری کاربردی داشته است. این کتاب بعدها، به‌زبان لاتین ترجمه شد و برای مدتی طولانی، تنها کتاب درسی ریاضی، و اروپای غربی بود. برخی از مطالب این کتاب، کارهای دیوفانت و دانشمندان هندی را به‌خاطر می‌آورد و به‌همین مناسبت، بعضی‌ها گمان می‌بردند که خوارزمی از این سرچشمه‌ها استفاده کرده است. درست است، بعضی از روش‌هایی که خوارزمی برای حل معادله‌ها به‌کار می‌برد، ما را به‌یاد دیوفانت می‌اندازد، ولی خوارزمی به‌هیچ‌وجه از کوتاه‌نویسی که خاص جبر دیوفانت است، استفاده نمی‌کند و اصطلاح‌های او را به‌کار نمی‌برد. علاوه بر این، بررسی‌های تاریخی نشان داده که آشنایی دانشمندان دربار خلیفه‌ی عربی با کارهای دیوفانت، بعد از تنظیم کتاب خوارزمی بوده است. به‌همین ترتیب، به‌علت اختلاف‌هایی که بین روش‌های خوارزمی با روش‌های دانشمندان هندی، در حل معادله‌ها، وجود دارد، می‌توان نتیجه گرفت که او در کتاب «جبر و مقابله» خود، از روش‌های هندی هم استفاده نکرده است.

خوارزمی، علاوه بر آن که، در مقدمه‌ی کتاب جبر و مقابله‌ی خود، می‌گوید: «... من بر سر شوق آمدم، برای روشن ساختن مساله‌های مبهم و آسان کردن دشواری‌های علمی به‌پا خاستم و کتابی در تعریف حساب جبر و مقابله تالیف کردم...» و در آغاز کتاب هم می‌نویسد: «چون به‌دشواری‌ها و نیازمندی‌های مردم و علم حساب نگریستم، دریافتم...» و این واژه «دریافتم» در بسیاری از جاهای کتاب تکرار می‌شود و این را می‌رساند که بیشتر مطالب کتاب جبر و مقابله از خود خوارزمی است.

جبر خوارزمی، حتا از نظر دیدگاهی که دنبال می‌کند، ارتباطی با جبر یونانی ندارد. یونانی‌ها در بخش عمده‌ای از کارهای خود هیچ ضرورتی نمی‌دیدند که به کاربرد مفهوم‌های عملی توجه کنند. (یونانی‌ها، در بحث‌های ریاضی خود سمت‌گیری نظری داشتند)، در حالی که خوارزمی، درست برعکس عمل می‌کرد و تلاش او در این جهت بود که علم را به‌خدمت زندگی بگمارد «هدف‌های عملی آن را بشناسد و بشناساند. جبر خوارزمی، بخش‌های ویژه‌ای درباره‌ی تجارت و تقسیم ارث دارد، برخلاف یونانی‌ها که همه چیز را به‌هندسه منجر می‌کردند، خوارزمی برخی از مساله‌های هندسی را به‌کمک معادله حل می‌کند (مانند محاسبه‌ی ارتفاع مثلث برحسب ضلع‌های آن).

ارزش عملی کار خوارزمی در این است که کتاب او، تنها، رساله‌ای درباره‌ی حل مساله

نیست (آن گونه که در نوشته‌های ریاضی‌دانان هندی دیده می‌شود) بلکه خوارزمی الگوریتم حل معادله‌ها را مطرح می‌کند، کاربرد آن را می‌دهد و هر جا لازم می‌بیند، از روش‌های هندسی هم استفاده می‌کند.

کتاب خوارزمی، در اساس، مربوط به‌روش حل معادله‌ها است و به‌این ترتیب، مسیر اصلی شاخه‌ی تازه‌ای از ریاضیات (یعنی جبر) را مشخص می‌کند، و می‌دانیم که مضمون اصلی جبر، دست‌کم تا سده‌ی نوزدهم میلادی، عبارت از حل همین معادله‌هاست: «تعمیم و تکمیل این علم [یعنی علم حساب] با این همه شرف و تمیز، موقوف است به‌معرفت علم جبر و مقابله و استخراج مجهولات از روی حل معادله‌ها، به‌طریقی که مورد مقرر است» [اصول علم جبر و مقابله، آقای خان مهندس، چاپ ۱۳۰۵ هجری].

خود واژه‌ی «الجبر»، که خوارزمی برای نامیدن این شاخه از دانش ریاضی انتخاب کرد، معرف درستی است که او در کتاب خود، به‌کار برده است. خوارزمی «جبر» را به‌معنای «جبران کردن» می‌گرفت [«که جبر خاطر مسکین بلا بگرداند» ـ سعدی]، که به‌زبان امروزی، به‌معنای انتقال یک عدد منفی، از یک طرف به‌طرف دیگر معادله است، که این عدد منفی را به‌عددی مثبت تبدیل می‌کند.

در کنار واژه‌های «جبر» به‌واژه‌ی «مقابله» برمی‌خوریم که معرف عمل دیگری در حل معادله است: مقابل قرار دادن دو عبارت برابر «دو طرف معادله».

«عباءالدین آملی» معروف به«شیخ بهایی»، ریاضی‌دان آغاز سده‌ی یازدهم هجری قمری (سده‌ی شانزدهم میلادی)، خیلی خوب دو واژه‌ی «جبر» و «مقابله» را تعریف کرده است. شیخ بهایی می‌گوید: «قسمتی از معادله را که شامل مقداری منفی است، نمی‌توان حذف کرد و به‌طرف دیگر معادله اضافه کرد. این عمل «جبر» نامیده می‌شود. جمله‌های متشابه را می‌توان از دو طرف معادله حذف کرد. این عمل را هم «مقابله» گویند».

اگر علامت‌ها و نمادهای امروزی را در نظر بگیریم این دو عمل را می‌توان روی نمونه زیر روشن کرد. این معادله را در نظر می‌گیریم.

$$۵x-۱۲=۴x-۹$$

اگر به‌دو طرفِ برابری، ۱۲ و ۹ را اضافه کنیم، عمل جبر را انجام داده‌ایم، زیرا عددهای منفی را به‌صورت عددهای مثبت درآورده‌ایم:

$$۵x+۹=۴x+۱۲$$

و اگر از دو طرف برابری ۴x و ۹ را حذف کنیم، عمل مقابله را انجام داده‌ایم، که در نتیجه، به‌دست می‌آید:

به‌این ترتیب، عمل‌های جبر و مقابله، به‌زبان امروزی، عبارتند از، انتقال جمله‌ای از یک طرف به‌طرف دیگر معادله، و جمع جبری جمله‌های متشابه.

در کتاب جبر خوارزمی، راه حل معادله‌های درجه اول و درجه دوم شرح داده شده است.

درست است که خوارزمی، برای حل معادله‌های درجه دوم، به‌ظاهر راه حل کلی نمی‌دهد و با تقسیم معادله‌های درجه دوم به‌پنج نوع مختلف، برای هر نوع راه‌حلی جداگانه ارایه می‌کند، ولی ضمن نمونه‌های عددی، اغلب، همان دستوری را دنبال می‌کنید که امروز برای حل معادله درجه دوم می‌شناسیم.

به‌عنوان نمونه، مساله ۲۸ از باب هفتم (باب مساله‌های گوناگون) و راه‌حل خوارزمی را، از ترجمه‌ی زنده‌یاد حسین خدیو جم می‌آوریم و آن را با دستور امروزی حل معادله‌ی درجه دوم مقایسه می‌کنیم.

ابتدا یادآوری می‌کنیم که خوارزمی، جمله‌ی درجه‌دوم را «مال» می‌نامد و همه جا ضریب آن را واحد می‌گیرد. بنابراین معادله‌ی کلی درجه دوم، از دیدگاه خوارزمی، چنین می‌شود:

$$x^{۲}+bx=c \qquad (۱)$$

که دستور محاسبه‌ی ریشه‌های آن، بانمادهای امروزی، به‌این صورت است:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^{۲}+۴c}}{۲}$$

این دستور را می‌توان این طور نوشت:

$$x=-\frac{b}{۲}\pm\sqrt{\frac{b^{۲}}{۴}+c}$$

در ضمن، خوارزمی به‌ریشه‌ی منفی معادله توجهی ندارد و برای محاسبه‌ی ریشه‌ی مثبت از این دستور استفاده می‌کند.

$$x=-\frac{b}{۲}=\sqrt{\frac{b^{۲}}{۴}+c} \qquad (۲)$$

اکنون مساله‌ی مورد نظر، و راه حل خوارزمی را (ضمن مقایسه با دستور (۲)) می‌آوریم.

مساله‌ی ۲۸ از باب هفتم کتاب جبر و مقابله‌ی خوارزمی. اگر کسی بگوید یک درهم را بر چند مرد تقسیم کردم، به‌هر یک چیزی رسید، سپس، یک مرد به‌گروه آنان افزودم و بار دیگر یک درهم را میان آنان تقسیم کردم. سهم هر یک در مرتبه‌ی دوم، به‌اندازه‌ی یک ششم درهم از

۱

مقدار قسمت اول کمتر شد. [خوارزمی، می‌خواهد تعداد مردان را در نوبت اول پیدا کند.]

در راه حل خوارزمی، که می‌آوریم، «شیء» به‌معنای مجهول (یعنی x و در این مساله تعداد مردان در نوبت اول)، «جذر» به‌معنای توان اول مجهول (x) و «مال» به‌معنای توان دوم مجهول (x^2) است. ضمن راه حل خوارزمی، جابه‌جا و در داخل کروشه، توضیح لازم را با زبان نمادهای امروزی جبر، آورده‌ایم.

راه حل خوارزمی. تعداد مردان نوبت اول را، که عبارت است از شیء [x]، در نقصانی که میان آنان ایجاد شده [$\frac{1}{6}$] ضرب می‌کنی، آن‌گاه حاصل ضرب را در تعداد مردان نوبت دوم [$x+1$] ضرب می‌کنی [$\frac{1}{6}x(x+1)$]، دارایی تقسیم شده [یک درهم] به‌دست می‌آید.

$$\left[\frac{1}{6}x(x+1) = 1\right]^{*}$$

پس از آن، تعداد مردان نوبت اول را، که عبارت است از شیء [x]، در یک ششم، که میان آنان اختلاف بود، ضرب می‌کنی، می‌شود یک ششم جذر [$\frac{x}{6}$]، سپس آن را در تعداد مردان نوبت دوم یعنی شیء به‌اضافه‌ی یک [$x+1$] ضرب می‌کنی، در نتیجه چنین می‌شد: یک ششم مال به‌اضافه‌ی یک ششم جذر

$$\left[\frac{1}{6}x(x+1) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x\right]$$

که برابر است با یک درهم

$$\left[\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x = 1\right]$$

دارایی را که در اختیار داری، تکمیل می‌کنی، یعنی آن را در شش ضرب می‌کنی می‌شود مال به‌اضافه‌ی جذر [$x^2 + x$]؛ پس یک درهم را در شش ضرب می‌کنی، می‌شود شش درهم و حاصل آن یک مال و یک جذر است که برابر با شش درهم است [$x^2 + x = 6$] آن‌گاه، تعداد جذر [یعنی ضریب x] را پس از نصف کردن، در مانند خودش ضرب کن می‌شود یک چهارم [$\left(\frac{1}{2}\right)^2$ یا $\frac{1}{4}$]، آن را بر شش بیفزا [$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6$] و جذر حاصل جمع را بگیر [$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6}$] و نصف تعداد جذری را که در مانند خودش ضرب کرده بودی و عبارت بود از نصف [$\frac{1}{2}$]، از آن کم کن

$$\left[-\frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6}\right]$$

باقی مانده، عبارت است از تعداد مردان نوبت اول که، در این مساله دو مرد است.

می‌بینیم، خوارزمی، مساله را منجر به‌حل معادله، درجه دوم

$$x^2 + x = 6$$

---

* . این معادله، از این طریق هم به‌دست می‌آید، اگر تعداد مردان نوبت اول برابر x و در نتیجه، تعداد مردان نوبت دوم $x+1$ باشد، سهم هر مرد در نوبت اول برابر $\frac{1}{x}$ و در نوبت دوم برابر $\frac{1}{x+1}$ خواهد شد و بنا بر صورت مساله باید داشته باشیم: $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6}$ که به‌سادگی به‌همان معادله‌ی متن، منجر می‌شود: $\frac{1}{6}x(x+1) = 1$

یعنی معادله‌ای به‌صورت معادله‌ی (۱) می‌کند و سپس، برای پیدا کردن ریشه‌ی مثبت آن، گام به‌گام از دستور (۲) استفاده می‌کند.

خوارزمی شش نوع معادله‌ی درجه دوم را، مورد بررسی قرار می‌دهد و برای هر کدام، راه حل خاصی ارایه می‌کند این شش نوع معادله را، به‌زبان نمادهای امروزی، می‌توان این طور نوشت:

۳) $ax=b$	۲) $x^2=b$	۱) $x^2=x$
۶) $ax+b=x^2$	۵) $x^2+b=ax$	۴) $x^2+ax=b$

(و اگر در جایی ضریب درجه‌ی دوم، برابر واحد نباشد، ابتدا آن را به‌معادله‌ای تبدیل می‌کند که در آن ضریب درجه‌ی دوم، واحد باشد)

در واقع، در حالت سوم، با معادله‌ای درجه‌ی اول سر و کار داریم، ولی خوارزمی در تقسیم کلی خود، به‌این اساس عمل می‌کند: در معادله‌ی درجه دوم، سه جمله وجود دارد (جمله‌ی درجه‌ی دوم، جمله‌ی درجه‌ی اول و مقدار ثابت). در ترکیب معادله، ممکن است یکی از سه جمله وجود نداشته باشد و تنها با دو جمله سروکار داشته باشیم (حالت‌های ۱، ۲ و ۳) و یا هر سه جمله (حالت‌های ۴، ۵ و ۶). در ضمن، وقتی هر سه جمله وجود دارد، ممکن است جمله‌های درجه اول و درجه دوم در یک طرف و مقدار ثابت در طرف دیگر باشد (حالت ۴). یا جمله‌ی درجه دوم و مقدار ثابت در یک طرف و جمله‌ی درجه اول در طرف دیگر باشد (حالت ۵) و یا، سرانجام، جمله‌ی درجه اول و مقدار ثابت در یک طرف و جمله‌ی درجه دوم در طرف دیگر باشد (حالت ۶).

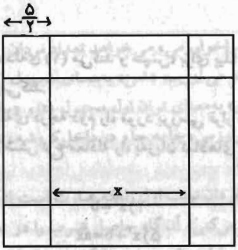
همان‌گونه که ضمن راه‌حل مساله‌ی نمونه دیدیم، خوارزمی برای حل معادله، نه از فرمول و نماد بلکه از بیان توصیفی استفاده می‌کند و، در ضمن، در حالت‌هایی که دو ریشه‌ی معادله مثبت باشند هر دو ریشه را به‌دست می‌آورد و از این بابت، بر جبر دیوفانتی برتری دارد.

خوارزمی، برای حل معادله‌ها، از روش‌های هندسی هم استفاده می‌کند. برای نمونه در باب دوم کتاب خود (باب جذر و مال عدد)، زیر عنوان «استدلال درباره‌ی یک مال و ده جذر برابر با سی و نه درهم می‌شود»، یعن برای حل معادله‌ی

$$x^2 + 10x = 39$$

ابتدا راه حل جبری و سپس، دو راه حل هندسی می آورد که در این جا، یکی از راه حل‌های هندسی او را می آوریم:

مربعی به‌ضلع x می‌سازیم، سپس، روی ضلع‌های آن، مستطیل‌هایی به‌ضلع‌های x و $\frac{5}{2}$ اضافه می‌کنیم. بعد تمام شکل را به‌صورت یک مربع کامل درمی آوریم.



روی شکل دیده می‌شود که، مساحت مربع بزرگ برابر است با مساحت مربع به‌ضلع x به‌اضافه‌ی مساحت چهار مستطیل به‌ضلع‌های x و $\frac{5}{2}$ و سرانجام، مساحت چهار مربع به‌ضلع برابر $\frac{5}{2}$ بنابراین، مساحت مربع بزرگ، برابر است با

$$x^2 + 10x + 25$$

و چون $x^2 + 10x$ برابر ۳۹ بود بنابراین مساحت مربع بزرگ، برابر ۲۵+۳۹، یعنی ۶۴ می‌شود. به‌این ترتیب ضلع این مربع برابر ۸ و در نتیجه ضلع مربع کوچکتر یعنی مقدار مجهول x برابر ۵-۸ یعنی ۳ می‌شود.

پایان بحث

«دانشمندان روزگاران گذشته و خردمندان ملت‌های پیشین، پیوسته سرگرم نگارش و تصنیف بوده‌اند؛ آنان به‌اندازه‌ی توانایی و بینش خود، برای مردم پس از خود، در انواع دانش و گزیده‌های حکمت و فلسفه، کتاب‌ها تالیف و تصنیف کرده‌اند، بدان امید که در دیگر سرای پاداشی یابند و در این جهان از آنان نام نیک بر جای بماند، نام نیکی که همه‌ی ثروت‌ها و پیرایه‌های مادی ـ که با رنج بسیار به‌دست می‌آیند ـ در برابرش ناچیز است و به‌شوق رسیدن به آن، رنج کشف رازهای دانش و زحمت حل دشواری‌های علمی آسان می‌نماید.

[دانشور به‌سه گونه است]

یا مردی است که برای نخستین بار، دانشی ناشناخته را می‌شناسد و می‌شناساند و آیندگان را میراث‌خوار علمی خود می‌سازد.

یا مردی است که آثار بر جای مانده‌ی پیشینیان را شرح و تفسیر می‌کند و مطالب مبهم و پیچیده‌ی کتاب‌ها را روشن می‌سازد؛ برای بیان مطلب راه ساده‌تری نشان

می‌دهد و نتیجه‌گیری را آسان می‌کند.

یا مردی است که در برخی از کتاب‌ها به‌نادرستی و آشفتگی برمی‌خورد، و نادرستی را اصلاح می‌کند و آشفتگی‌ها را سامان می‌بخشد. با خوش‌بینی به‌کار مولف می‌نگرد، بر او خرده نمی‌گیرد و از این که متوجه خطا و اشتباه دیگران شده، بر خود نمی‌بالد...

«از مقدمه‌ی خوارزمی بر کتاب جبر و مقابله»

نام خوارزمی، ابتدا با ترجمه‌ی کتاب «حساب الهند» او به‌اروپا رفت و به‌صورت لاتین شده‌ی «خوارزمی»، آلگوریتموس درآمد به‌تدریج در تمامی اروپای غربی با نام «الگوریتموس» و بعدها «آلگوریتم» از طریق عددنویسی هندی (یعنی عددنویسی به‌همین صورت امروزی آشنا شدند. ولی به‌تدریج این اصطلاح (یعنی «الگوریتم») به‌هر دستگاه یا دنباله‌ای از محاسبه داده شد (مانند آلگوریتم ضرب، که روش ضرب عددهای چندرقمی در یکدیگر را به‌صورت ستونی توضیح می‌دهد؛ «الگوریتم اُقلیدس» برای پیدا کردن بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک دو یا چند عدد؛ «الگوریتم حل معادله‌ی درجه دوم» و غیره)

[به‌این مطلب توجه کنیم که واژه‌ی «لگاریتم»، هیچ ربطی با واژه‌ی «الگوریتم» و در نتیجه با نام خوارزمی ندارد.]

به‌جز این، نامی که خوارزمی بر کتاب خود گذاشت، امروز در همه‌ی زبان‌های زنده‌ی دنیا باقی مانده است: در زبان فرانسوی «Algebre» در زبان انگلیسی «algebra» در زبان روسی «آلگبر» و غیره. می‌بینیم حتا حرف تعریف «اَل» هم از ابتدای آن حذف نشده است: «الجبر» (تا نیم سده‌ی پیش در ایران کتاب‌های درسی و غیردرسی جبر را زیر عنوان «جبر و مقابله» می‌نوشتند):

در واقع، یکی از کارهای پرارزش خوارزمی پیدا کردن واژه‌ها و اصطلاح‌های مناسب بود.

برای نمونه، برای «مجهول» از واژه‌ی «شی ء» استفاده می‌کرد و آن را درست به‌همان مفهومی که امروز از «x» استفاده می‌کنیم، به‌کار می‌برد. انتقال این واژه به‌اروپا و نوشتن آن به‌صورت «xi» ابتدای نماد x و سپس، سایر نمادها را برای بیان مقدارهای مجهول به‌وجود آورد.

از کتاب‌های خوارزمی، تنها کتاب جبر و مقابله‌ی او، به‌همت زنده‌یاد حسین خدیوجم، به‌فارسی ترجمه شده است.