جان دبلیو. داوسون پسر
برگردان: نادر حیدری

گودل و محدودیت‌های منطق

نابغه‌ی ریاضی کورت گودل کار خود را وقف عقلانیت کرد اما در زندگی خود با آن گرفتاری داشت.

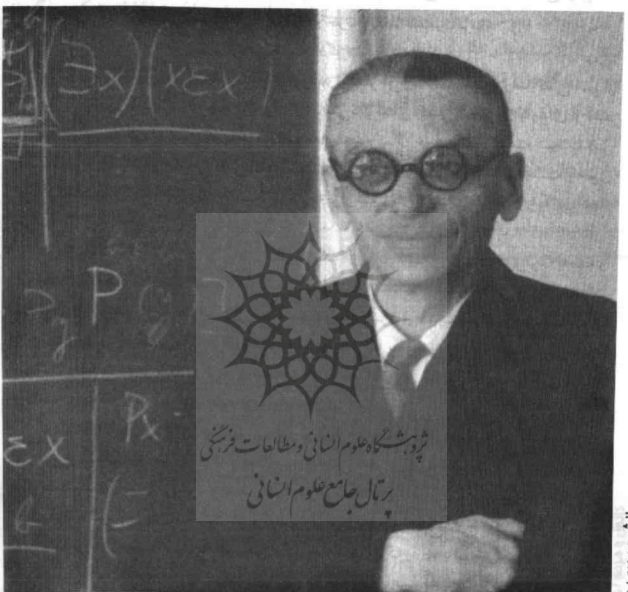
مردی که در تصویر می‌بینید رسمی و خوددار به‌نظر می‌رسد. به‌نظر می‌رسد کمی هم از کم‌غذایی رنجور باشد. به‌جز چند فیلسوف و ریاضی‌دانِ منطق، کسی با چهره و کارهای او آشنا نیست. او کورت گودل است که به‌خاطر قضیه‌های عدمِ کمال خود مشهور است. تبعاتِ این قضیه‌ها در ریاضیات و علوم رایانه پردامنه است. داستان کار و زندگی او، داستان جست و جوی عقلانیت است در همه چیز، اما جست‌وجویی که بر زمینه‌ای از پریشانی‌های مکرر روانی انجام می‌شود.

گودل ثابت کرد با روش‌های ریاضی تثبیت شده از زمان اقلیدس تاکنون، نمی‌توان به‌همه‌ی آن چه برای اعدادِ صحیح، حقیقت دارد دست یافت. این کشف او شالوده‌هایی را که ریاضیات تا سده‌ی بیستم بر آن‌ها استوار شده بود، ویران کرد و اندیشمندان را برانگیخت تا به‌جست‌وجوی جایگزین‌هایی برای شالوده‌ها درآیند که به‌بحثی زنده و فلسفی درباره‌ی سرشت حقیقت منجر شد. روش‌های ابتکاری او که به‌سادگی می‌توان آن‌ها را در الگوریتم‌های محاسبه‌ای به‌کار برد، زیربنای علوم نوین رایانه‌ای نیز شد.

گودل در ۲۸ آوریل ۱۹۰۶ در شهر برنوی موراویا به‌دنیا آمد. او فرزند دوم رودولف و ماریان گودل بود: آلمانی‌های مهاجری که با صنایع پارچه‌بافی شهر در ارتباط بودند. در پیشینیان گودل هیچ دانشمندی یافت نمی‌شود و تحصیلاتِ پدر او منحصر به‌تحصیلات مدارس حرفه‌ای بود. اما رودولف گودل مردی سخت‌کوش و بلندپرواز بود که به‌سرعت مدارج ترقی را طی کرد و به‌مقام مدیریت رسید و سرانجام در یکی از کارخانه‌های بزرگ پارچه‌بافی شریک شد و در این بین آن قدر ثروت اندوخت که بتواند ویلایی در محله‌ای اعیان‌نشین بخرد و فرزندانش را به‌مدارس خصوصی آلمانی زبان بفرستد. هر دو پسر او در درس‌های خود موفق بودند.

درواقع در دبستان و دبیرستان، کورتِ جوان تنها یک بار نمره‌اش از بیست کم‌تر شد (آن هم در ریاضیات!). با این همه در او هیچ نشانه‌ی زودرسی از نبوغ نبود. در کودکی زیاد پرسش

می‌کرد، آن قدر که به‌او لقب der Herr Warum (یعنی «جناب آقای چرا») داده بودند، اما در عین حال درون‌گراء حساس و کمی هم مریض‌احوال بود. در هشت سالگی به‌تب روماتیسم دچار شد. گرچه به‌نظر نمی‌رسد این بیماری، آسیبِ فیزیکی دایم به‌او رسانده باشد، اما او را مدتی از مدرسه دور نگه داشت و ممکن است آغازگرِ نگرانی بیش از حد او، درباره‌ی وضعیت سلامتی و خوراک خودکه طی سال‌های بعد برجسته‌تر شد، بوده باشد.



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

کورت گودل ثابت کرد سیستم‌های ریاضی در اساس ناکامل هستند: یعنی نمی‌توان هرچه را که درست است ثابت کرد. در اواخر عمر به‌مسایل گوناگون دیگری پرداخت از جمله نسبیت. این عکس را منطق‌دان فنلاندی ولی رالپولا در ماه مه ۱۹۵۸ در دفتر کار گودل در موسسه‌ی مطالعات پیشرفته از او گرفته است.

در ۱۹۲۴ پس از فارغ‌التحصیل شدن از رئال گیمنازیوم یا دبیرستان فنی در برنو، گودل سرزمین پدری خود را ترک کرد تا در دانشگاه وین ثبت‌نام کند. برادرش چهار سال پیش به‌آن‌جا رفته بود و پزشکی می‌خواند. در آن زمان وضع اقتصادی وین خراب بود اما دانشگاه اهمیت قبلی خود را حفظ کرده بود. بنابراین در بین دو جنگ جهانی با وجود دشواری‌های مادی، وین شاهد شکوفایی چشم‌گیر خلاقیت در علوم، فلسفه و هنر بود.

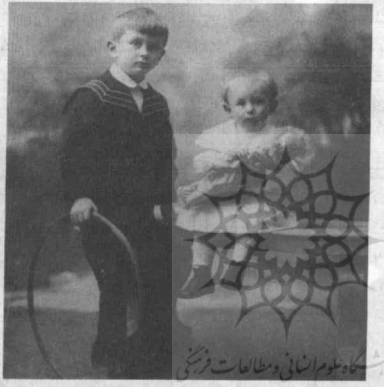
در آغاز گودل می‌خواست فیزیک بخواند اما کمی بعد تحت تاثیر درس‌های فیلیپ فورت‌وانگلر و هانس هان، به‌ریاضیات روی آورد. استعدادهای مثال‌زدنی او به‌زودی جلب توجه کرد به‌گونه‌ای که دو سال پس از ثبت‌نام در دانشگاه به‌جلسه‌های گروه بحث و گفت‌وگویی که دو سال پیش هان و موریتز اشلیکِ فیلسوف تشکیل داده بودند، دعوت شد. این گروه که بعدها به‌حلقه‌ی وین معروف شد تحت تاثیر نوشته‌های ارنست ماخ بود که پرچم‌دار عقل‌گرایی بود و باور داشت همه چیز را می‌توان بدون توسل به‌متافیزیک، با منطق و مشاهده‌ی تجربی توضیح داد.

حلقه‌ی وین، گودل را در تماس با دانشمندانی هم‌چون فیلسوف علم، رودولف کارناپ، و کارل منگر ریاضی‌دان قرار داد و با نوشته‌های فلسفه و منطقِ ریاضی آشنا کرد. به‌ویژه، حلقه‌ی وین غرق بررسی نوشته‌های لودویگ ویتگنشتاین بود. امکان دارد نگرانی‌های ویتگنشتاین در این باره که زبان تا چه حد می‌تواند درباره‌ی زبان سخن بگوید گودل را ترغیب کرده باشد به‌مسایل مشابه در ریاضیات بپردازد. برخی از اعضای حلقه‌ی وین شامل کارناپ، هان و هانس تیرینگِ فیزیک‌دان مشغول بررسی پدیده‌های پیرارواني (parapsychological) بودند و گودل به‌این موضوع‌ها هم علاقه‌ی زیاد داشت. (سال‌ها بعد گودل به‌دوست نزدیک خود اُسکار مورگنسترنِ اقتصاددان، گفت: در آینده مردم از این واقعیت که دانشمندان سده‌ی بیستم ذره‌های بنیادی فیزیکی را کشف کردند اما حتا به‌امکان وجود عامل‌های روانی بنیادی توجه نکردند، شگفت‌زده خواهند شد.)

اما گودل دیدگاه فلسفی تحصلی (positivistic) حلقه‌ی وین را که ادامه‌ی اندیشه‌های ماخ بود، نمی‌پذیرفت. او افلاتونی بود یعنی اعتقاد داشت علاوه بر اشیا، جهانِ مفهوم‌ها نیز وجود دارد و دسترسی انسان به‌این جهان از راه شهود است. در نتیجه برای او هر گزاره‌ای مستقل از این که بتوان با تجربه یا منطق آن را رد یا اثبات کرد، ارزش حقیقتی[1] (درستی یا نادرستی م.) مشخصی داشت. از دیدگاه گودل، این فلسفه در بینش ریاضی مثال‌زدنی او سهم بزرگی داشت.

1. truth value

با آن که گودل در همه مسایل دقت می‌کرد و نبوغ او درخشان بود به‌ندرت در بحث‌های حلقه‌ی وین شرکت می‌کرد مگر هنگامی که به‌ریاضیات مربوط می‌شد. او که خجالتی و گوشه‌گیر بود، دوستان نزدیک اندکی داشت. (اما مصاحبت زنان را دوست داشت و به‌ظاهر زنان هم او را جذاب می‌یافتند.) پس از ۱۹۲۸ او به‌ندرت در جلسه‌های گروه حاضر می‌شد اما در سمینار ریاضی که منگر ترتیب داده بود، فعال بود. مجموعه مقاله‌های این سمینارها در نشریه‌ای سالانه منتشر می‌شد که گودل در ویرایش آن سهم داشت و بعدها بیش از یک دوجین مقاله برای آن نشریه نوشت.



دو برادر کورت (سمت راست) و رودولف (سمت چپ) در جوانی به‌هم نزدیک بودند اما بعدها از هم دوری جستند. این عکس در ۱۹۰۸ در استودیوی عکاسی گرفته شده است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

نابغه‌ای کم‌حرف

در این دوران بود که گودل ناگهان به‌اهمیتی جهانی دست یافت. به‌ویژه دو مقاله بود که او را برجسته کرد: یکی پایان‌نامه‌ی دکترای او که در سال ۱۹۲۹ به‌دانشگاه وین ارایه شد و سال بعد منتشر شد. دیگری رساله‌ای بود با نام «درباره‌ی گزاره‌های سیستم پرینسیپیا متمتیکا و سیستم‌های مشابه که درستی یا نادرستی آن‌ها را به‌صورتِ دستوری (فرمولی) نمی‌توان تعیین کرد»[1] که به‌آلمانی در ۱۹۳۱ منتشر شد و سال بعد به‌عنوان **Habilitationsschrift** (پایان‌نامه‌ای که برای پذیرفته شدن در حرفه‌ی استادی دانشگاه نوشته می‌شود) ارایه شد.

1. On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems

پایان‌نامه‌ی دکترا با عنوان «کمال اصول موضوعه‌ی حسابان تابعی مرتبه‌ی اول»[1] یکی از مساله‌های حل نشده‌ای را که دیوید هیلبرت و ویلهلم آکرمن در کتاب درسی سال ۱۹۲۸ خود Grundzuge der theoretischen Logik (مبانی منطق نظری) طرح کرده بودند، حل کرد. مساله این بود که اگر قاعده‌های پذیرفته شده‌ای را که برای کار کردن با هم‌بند (connective)ها[2] و چندی‌ساز (quantifier)های منطقی[3] در کتاب شرح داده شده است با اصول موضوعه‌ی نظریه‌ای ریاضی ترکیب کنیم، آیا می‌توان با استنتاج، برای هر ساختاری که قانون‌های موضوعه را ارضا کند به‌همه گزاره‌های صحیح و تنها به‌گزاره‌های صحیح دست یافت. به‌زبان ساده، آیا می‌توان هر چه را که به‌ازای تمام تعبیرهای ممکنِ نمادها درست است، اثبات کرد؟

انتظار می‌رفت جواب مثبت باشد و گودل این انتظار را تایید کرد. در پایان‌نامه‌ی او اثبات شد آن اصل‌هایی که تا آن زمان برای منطق پرورانده بودند برای هدف مورد نظر کفایت می‌کند، یعنی هر آن چه بر اساس مجموعه‌ای دل خواه از اصل‌های موضوعه، حقیقت دارد می‌توان ثابت کرد. اما این اثبات به‌آن معنی نیست که هرچه را درباره‌ی عددهای طبیعی درست است، می‌توان با اصول موضوعه‌ی نظریه‌ی اعداد اثبات کرد.

این اصل‌های موضوعه را ریاضی‌دان ایتالیایی، جوزپه پیانو در ۱۸۸۹ پیش نهاده بود که اصل استقرا را نیز دربر می‌گیرد. اصل استقرا می‌گوید هر خاصیتی که برای صفر اثبات شود و با فرضِ درست بودن برای n، بتوان درستی آن را برای $n+1$ هم اثبات کرد، برای همه‌ی عددهای طبیعی درست است. این اصل که گاهی اصل دومینو هم خوانده می‌شود (اگر یکی از دومینوها را بیندازید بقیه هم می‌افتند)، ممکن است بدیهی به‌نظر برسد. اما ریاضی‌دانان با آن مشکل دارند چون مصداق آن تنها عددها نیست بلکه خواص عددهاست. چنین گزاره‌ی «مرتبه‌ی دوم»‌ای بیش از آن مبهم و بدتعریف به‌نظر می‌رسید که بتواند اساس نظریه‌ی عددهای طبیعی باشد.

در نتیجه، اصل استقرا در قالبِ طرحی نامتناهی از اصل‌های موضوعه درباره‌ی دستورهایی خاص و نه خواص عمومی عددهای طبیعی بازساختند. چند سال پیش از کارِ گودل، منطق‌دان نروژی تورالف اسکولم (Thoralf Skolem) نشان داد که بدبختانه این اصل‌های موضوعه، اعداد طبیعی را دیگر به‌طور یکتا مشخص نمی‌کنند: ساختارهای دیگری نیز وجود دارند که از این اصل‌ها تبعیت می‌کنند.

قضیه‌ی کمالِ گودل می‌گوید که هر گزاره‌ای را که از اصل‌های موضوعه نتیجه شود می‌توان

1. The Completeness of the Axioms of the First-Order Functional Calculus

۲. «و» و «یا»ی منطقی و غیره.

۳. «برای همه» و «دست کم یک نمونه وجود دارد» که درباره‌ی متغیرهای مجموعه‌ای یا عددی به‌کار می‌روند.

ثابت کرد. اما هشداری وجود دارد: اگر گزاره‌ای باشد که برای عددهای طبیعی درست باشد اما برای سیستمی متشکل از چیزهایی دیگر که همان اصل‌های موضوعه را ارضا کنند درست نباشد، آن‌گاه نمی‌توان آن را اثبات کرد. به‌نظر نمی‌رسید مشکلی جدی وجود داشته باشد، زیرا ریاضی‌دانان امید داشتند چنین چیزهایی که خود را به‌جای عدد جا بزنند اما در اساس با عدد متفاوت باشند، وجود ندارند. بنابراین، قضیه‌ی بعدی گودل برای همه تکان‌دهنده بود.

در مقاله‌ی سال ۱۹۳۱ خود، گودل نشان داد گزاره‌ای درباره‌ی عددهای طبیعی وجود دارد که درست است اما نمی‌توان آن را اثبات کرد. (یعنی اشیایی که از اصل‌های موضوعه‌ی نظریه‌ی عددها تبعیت می‌کنند اما از لحاظی دیگر مانند عدد نیستند وجود دارد.) می‌شد از این «قضیه‌ی عدم کمال» فرار کرد به‌شرطی که همه‌ی گزاره‌های صحیح را اصل موضوعه بگیریم. اما در آن صورت از پیش معین کردنِ گزاره‌های درست و نادرست، خود مشکلی می‌شود. گودل نشان داد هرگاه بتوان اصل‌های موضوعه را با تعدادی قاعده‌ی مکانیکی مشخص کرد دیگر اهمیتی ندارد کدام گزاره‌ها را اصل موضوعه بگیریم: اگر این گزاره‌ها برای عددهای طبیعی درست باشند، گزاره‌ی درستِ دیگری برای آن عددها پیدا خواهد شد که اثبات‌پذیر نیست.

از جمله اگر اصل‌های موضوعه با یکدیگر تناقض نداشته باشند، همین واقعیت را اگر به‌صورتی مناسب به‌شکلِ گزاره‌ای عددی درآوریم، درستی یا نادرستی آن براساس همان اصل‌های موضوعه «به‌صورت دستوری (فرمولی) تعیین‌ناپذیر»[1] است یعنی نه می‌توان آن را ثابت کرد و نه می‌توان آن را رد کرد. در نتیجه برای هرگونه اثباتِ سازگاری اصل‌های موضوعه، باید به‌اصل‌هایی قوی‌تر از خودِ آن اصل‌های موضوعه متوسل شد.

این نتیجه‌ی آخر به‌شدت داوید هیلبرت را مایوس کرد، هیلبرت برای استوار کردن شالوده‌های ریاضی خواب برنامه‌ای را دیده بود که با فرآیندی «خودساز» (bootstrapping) عملی شود و با آن بتوان سازگاری اصل‌های نظریه‌های پیچیده‌ی ریاضی را از نظریه‌هایی ساده‌تر و آشکارتر به‌دست آورد. اما از دیدگاه گودل، قضیه‌های عدم کمالِ او نشان نمی‌دهد روش مبتنی بر اصل‌های موضوعه به‌درد نمی‌خورد بلکه نشان می‌دهد اثبات قضیه‌ها را نمی‌توان ماشینی کرد و شهود در پژوهش ریاضی نقشی به‌سزا دارد.

مفهوم‌ها و روش‌هایی که گودل در مقاله‌ی عدم کمال خود ارایه کرد برای نظریه‌ی بازگشت (recursion theory) که شالوده‌ی علوم نوین رایانه‌ای‌ست اهمیت حیاتی دارد. تعمیم روش‌های او منجر به‌نتیجه‌های دیگری درباره‌ی محدودیت‌های روش‌های محاسبه‌ای شده است. یکی از

1. formally undecidable

این نتیجه‌ها، اثبات حل‌ناپذیر بودنِ «مساله‌ی توقف»[1] است یعنی این مساله‌ای که برای رایانه‌ی دلخواه با ورودی دلخواه بتوان ثابت کرد که رایانه در حلقه‌ای گیر نمی‌افتد و سرانجام توقف می‌کند و خروجی خواهد داشت. دیگریْ اثبات این مطلب است که برنامه‌ای وجود ندارد که سیستم عامل رایانه را دست‌کاری نکند و بتواند هر برنامه‌ای را که چنین می‌کند (ویروس رایانه‌ای) شناسایی کند.

پناهگاهی در امریکا

گودل سال تحصیلی ۱۹۳۳ - ۱۹۳۴ را در پرینستونِ نیوجرسی در موسسه‌ی تازه‌تاسیس مطالعات پیش‌رفته گذراند و نتیجه‌هایی را که درباره‌ی عدم کمال به‌دست آورده بود درس داد. او را دعوت کردند که سال بعد هم به‌آن جا برود اما کمی پس از بازگشت به‌وین دچار پریشانی روانی شد. سرعتِ بهبودی طوری بود که توانست در پاییز ۱۹۳۵ به‌پرینستون بازگردد، اما یک ماه بعد پریشانی روانی او بازگشت و تا بهار ۱۹۳۷ در وین، نتوانست به‌کار تدریس بازگردد.

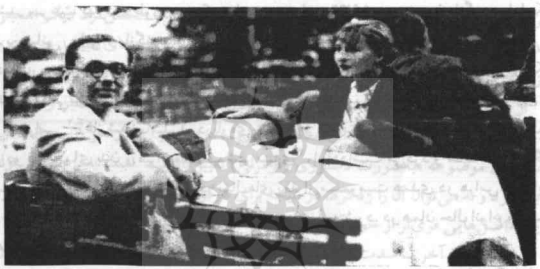
تا دست‌رسی به‌سابقه‌ی پزشکی سری گودل (در پرینستون او از مشاوره‌ی روان‌پزشک بهره‌مند بود) نمی‌توانیم از تشخیص پزشکی بیماری او مطلع شویم. به‌نظر می‌رسد دشواری او با بیماری هراسی[2] آغاز شده باشد: او درباره‌ی خوراک و عادات مزاجی خود وسواس داشت و بیش از دو دهه دمای بدن و میزان مصرف شیر منیزی[3] را یادداشت می‌کرد و سابقه‌اش را نگاه می‌داشت. او از مسمومیت تصادفی و در سال‌های بعد از مسمومیت عمدی در هراس بود. این هراس باعث شد از غذا خوردن پرهیز کند و دچار سوءتغذیه شود. در همان حال انواع و اقسام قرص‌ها را برای بیماری قلبی خیالی خود مصرف می‌کرد.

عجیب است که این دشواری‌های روانی به‌جز در مواقع بحرانی، جلوی کار گودل را نمی‌گرفت. شخصی که گودل را سر پا نگه می‌داشت آدل پورکرت (Adele Porkert) بود، گودل با او در یکی از کاباره‌های وین آشنا شده بود. آدل مطلقه‌ای کاتولیک و شش سال از گودل بزرگ‌تر بود، در کاباره‌ها می‌رقصید و روی صورتش لکه‌ای مادرزادی داشت. پدر و مادر گودل او را شخصی بدنام می‌دانستند اما گودل و آدل به‌هم علاقه داشتند و آدل بارها با چشیدن غذای گودل بر ترس فزاینده‌ی گودل از این که کسی می‌خواهد او را مسموم کند، غلبه کرد. پس از دوره‌ی طولانی آشنایی، آن دو در سپتامبر ۱۹۳۸ ازدواج کردند یعنی درست پیش از بازگشت گودل به‌امریکا برای تدریس نتیجه‌های هیجان‌انگیز جدید گودل در نظریه‌ی مجموعه‌ها در

1. halting problem
2. hypochondria
3. milk of magnesia

موسسه‌ی مطالعات پیش‌رفته و دانشگاه نوتردام.

دست‌یافت‌های گودل به‌یافتن جواب برای چند جنبه‌ی بحث‌انگیز نظریه‌ی گردایه (collection)های اشیا مربوط می‌شد. در اواخر سده‌ی نوزدهم، ریاضی‌دان آلمانی گئورگ کانتور مفهوم اندازه‌ی مجموعه‌های نامتناهی را مطرح کرد. براساس این مفهوم مجموعه‌ی A از مجموعه‌ی B کوچک‌تر است به‌شرطی که به‌هر ترتیبی که عنصرهای مجموعه‌ی A را به‌صورت یک به‌یک به‌عنصرهای مجموعه‌ی B ارتباط دهیم، باز هم مقداری از عنصرهای مجموعه‌ی B باقی بماند. با استفاده از این مفهوم، کانتور نشان داد که مجموعه‌ی عددهای طبیعی از مجموعه‌ی همه عددهای اعشاری کوچک‌تر است. علاوه بر این او این فرض را پیش نهاد که هیچ مجموعه‌ای وجود ندارد که اندازه‌اش بین اندازه‌ی این دو مجموعه باشد، این ادعا به‌فرض پیوستار (continuum hypothesis) معروف شد.



آدل پورکرت و گودل زوجی نامحتمل ولی دل‌باخته بودند. این عکس که در یکی از کافه‌های فضای باز وین گرفته شده به‌دوران طولانی آشنایی آن‌ها مربوط می‌شود. پورکرت، گودل را در برابر بسیاری از ترس‌های غیرمعقلانی‌اش، محافظت می‌کرد و اغلب تنها کسی بود که می‌توانست او را به‌غذا خوردن راضی کند. او بیش از هر کس دیگر، در زنده نگاه داشتن و ادامه‌ی فعالیت گودل نقش داشت.

در ۱۹۰۸ هم‌وطن کانتور، ارنست تسرملو (Ernst Zermelo) تعدادی اصل موضوعه برای نظریه مجموعه‌ها فرمول‌بندی کرد. در میان این اصل‌ها یکی هم اصل انتخاب (axiom of choice) بود که (یک روایت آن) می‌گوید برای هر گردایه‌ی نامتناهی از مجموعه‌ای که عضو مشترک ندارند، می‌توان مجموعه‌های ساخت که از هر مجموعه یک عضو داشته باشد. با آن که به‌نظر می‌رسد نمی‌توان به‌این اصل ایرادی گرفت (چرا نباید توانست از هر

مجموعه یکی از عضوهای آن را برگزید؟) اصل انتخاب به‌نتیجه‌هایی منجر می‌شود که به‌شدت با شهود عادی در تناقض‌اند. برای نمونه با استفاده از این اصل ثابت می‌شود که می‌توان کُره را به‌تعدادی متناهی تکه تقسیم کرد و با حرکت‌های صلب آن‌ها را از هم جدا کرد و دوباره کنار هم قرار داد و کره‌ی جدیدی ساخت که حجمش دو برابر کره‌ی نخستین است.

در نتیجه این اصل موضوعه بحث‌های بسیار برانگیخت. ریاضی‌دان‌ها (این گونه که بعدها معلوم شد به‌درستی) گمان می‌کردند که نه اصل انتخاب و نه اصل پیوستار را نمی‌توان از دیگر اصل‌های موضوعه‌ی نظریه‌ی مجموعه‌ها استنتاج کرد. آن‌ها هراس داشتند که استفاده از این اصل‌ها در اثبات قضیه‌های ریاضی منجر به‌تناقض شود. اما گودل ثابت کرد که هر دو اصل با اصل‌های موضوعه‌ی دیگر سازگارند.

نتیجه‌هایی که گودل در نظریه‌ی مجموعه‌ها به‌دست آورد، مسأله‌ای را که هیلبرت در سال ۱۹۰۰ در سخنرانی‌اش در برابر کنگره‌ی بین‌المللی ریاضی‌دانان مطرح کرده بود، پاسخ می‌گفت و به‌این ترتیب دست‌یافتی بزرگ بود. با این همه برای این‌که شغلی دایمی برای گودل دست و پا کند، کافی نبود. در طی سالی که در موسسه‌ی مطالعات پیش‌رفته و دانشگاه نوتردام به‌سر کرد، اجازه‌ی تدریس او در دانشگاه‌های اتریش منقضی شد. وقتی در سال ۱۹۳۹ به‌وین بازگشت و دوباره در کنار زنش بود، برای آزمایش جسمانی خدمت نظام احضار شد و برای خدمت در نیروهای مسلح نازی‌ها آماده تشخیص داده شد.

ترس‌های فزاینده

به‌نظر می‌رسد تا آن زمان گودل نسبت به‌تحول‌های وحشت‌آور اروپا بی‌اعتنا بود. او به‌سیاست علاقه داشت و وقایع را دنبال می‌کرد اما به‌گونه‌ای غریب نسبت به‌آن‌ها بی‌تفاوت بود. فقدان ارتباط عاطفی با دیگران ممکن است مانع شده باشد گودل اهمیت آن چه را می‌گذشت، درک کند. به‌نظر می‌رسید او متوجه سرنوشت همکاران و استادان دیگر که بسیاری‌شان یهودی بودند، نبود و غرق در کار خود بود تا این که دنیای دوروبر او از هم پاشید. سرانجام متوجه شد این دنیا دارد روی سر او هم خراب می‌شود.

در این وضعیت نومیدی‌آور، بیکار و در معرض احضار به‌خدمت نظام، او از موسسه‌ی مطالعات پیش‌رفته یاری خواست تا برای خود و زنش ویزای خروج دریافت کند. تلاش‌های او موفقیت‌آمیز بود و در ژانویه‌ی ۱۹۴۰ آن دو سفری طولانی به‌سمت شرق را از طریق راه‌آهن سیبری آغاز کردند. از یوکوهاما سفر خود را باکشتی ادامه دادند و به‌سان فرانسیسکو و از آن جا با قطار به‌پرینستون رفتند. در میانه‌ی ماه مارس به‌پرینستون رسیدند.

گودل دیگر ایالات متحد را ترک نکرد و پس از چند انتصاب سالانه سرانجام در سال ۱۹۴۶ عضو دایمی هیات علمی موسسه شد. دو سال بعد شهروند امریکا شد. (در مراسم ادای سوگند قاضی مسوولِ اجرای مراسم مرتکب این اِشتباه شد که نظر گودل درباره‌ی قانون اساسی ایالات متحد را جویا شد و سرِ دردِدل فروکوفته‌ی گودل را درباره‌ی تناقض‌های قانون اساسی باز کرد.) اما گودل تا سال ۱۹۵۳ به‌مقام استادی ارتقاء نیافت (در همان سال به‌عضویت فرهنگستان ملی علوم درآمد) و شاید یکی از دلایلش هراس او از نشست گازهای سمی از یخچالش بود که درباره‌ی تعادل روانی او تردید به‌وجود آورده بود. در آن سال‌ها دوست او آلبرت اینشتین، مراقبت از گودل به‌بهترین وجه ممکن را برعهده گرفته بود و هر روز با او به‌قدم زدن می‌پرداخت. گفت‌وگوهای آن دو به‌نظر می‌رسد به‌گودل آرامش می‌داد.

قدم زدن با آلبرت اینشتین در محوطه‌ی موسسه‌ی تحقیقات پیش‌رفته بخشی از برنامه‌ی روزانه‌ای بود که گودل را سرپا نگ می‌داشت. این عکس مربوط به‌سال ۱۹۵۴ است.

گودل پس از مهاجرت، کار روی نظریه‌ی مجموعه‌ها را کنار گذاشت و به‌فلسفه و نظریه‌ی نسبیت روی آورد. در ۱۹۴۹ او نشان داد عالم‌هایی که در آن‌ها می‌توان به‌زمان گذشته بازگشت، با معادله‌های اینشتین سازگار است. در سال ۱۹۵۰ او در کنگره‌ی بین‌المللی‌ی ریاضی‌دانان درباره‌ی این نتیجه‌ها صحبت کرد و سال بعد سخنرانی پراهمیت گیبز در همایش سالانه‌ی انجمن ریاضیات امریکا به‌او محول شد. اما در فاصله‌ی بین این دو سخنرانی نزدیک بود

به‌علت خون‌ریزی زخم معده‌اش بمیرد زیرا به‌پزشکان اعتماد نداشت و از درمان آن غفلت کرده بود.

آخرین مقاله‌ی منتشر شده‌ی گودل در سال ۱۹۵۸ ظاهر شد. پس از آن، گودل هرچه بیش‌تر گوشه‌گیر، تکیده، مالیخولیایی و بیماری هراس شد. در سال ۱۹۷۲ از دانشگاه راکفلر دکترای افتخاری دریافت کرد و این آخرین حضور او در برابرِ جمع بود. سه سال بعد هم مدال ملی علمی به‌او داده شد اما به‌علت بیماری از حضور در مراسم خودداری کرد.

در اول ژوئیه‌ی ۱۹۷۶ گودل ۷۹ ساله به‌سن اجباری بازنشستگی رسید و استاد ممتاز بازنشسته‌ی موسسه شد. اما مسوولیت‌های اوکم نشد زیرا همسرش که سال‌ها پرستار و مراقب او بود، چند ماه قبل سکته‌ای کرده بود که او را از کار انداخته بود. نوبت گودل بود که از همسرش مراقبت کند و صمیمانه چنین کرد تا این که در ژوئیه ۱۹۷۷ همسرش تحت عمل جراحی قرار گرفت و برای شش ماه بستری شد.

در همان زمان مورگنسترن، دوست گودل که پس از مرگ اینشتین در ۱۹۵۵ مراقبت از گودل را به‌عهده گرفته بود، از بیماری سرطان درگذشت. گودل در برابر مالیخولیای فزاینده‌ی خود تنها ماند و اوضاعش به‌سرعت بد شد. ترس او از مسموم شدن باعث شد به‌خودگرسنگی بدهد. او در ۱۴ ژانویه‌ی ۱۹۷۸ از گرسنگی مرد.

آدل گودل سه سال پس از مرگ شوهرش زنده ماند. هنگام مرگ در ۴ فوریه‌ی ۱۹۸۱، همه‌ی حقوق مربوط به‌کارهای گودل را به‌موسسه‌ی مطالعات پیشرفته بخشید. با این که آدل در جامعه‌ی افاده‌ای و فخرفروش پرینستون مطرود بود، به‌کارهای شوهرش افتخار می‌کرد و به‌احتمالی می‌دانست که اگر او شوهرش را سرپا نگه نداشته بود، گودل از پس خیلی از آن کارها برنمی‌آمد.

گودل در طول زندگی خود مقاله‌های اندکی منتشر کرد (درواقع کم‌تر از هر ریاضی‌دان دیگری به‌جز برنهارت ریمان)، اما تاثیر این مقاله‌ها عظیم بود که بر هر شاخه‌ی منطق نوین تاثیر گذاشته‌اند. در دهه‌ی گذشته چند مقاله‌ی دیگر او از دست‌خطی که گودل به‌آن عادت داشت یعنی سبک قدیمی و منسوخ تندنویسی آلمانی، ترجمه شده و در جلد سوم مجموعه کارهای او منتشر شده است. محتوای این مقاله‌ها، از جمله فرمول‌بندی استدلال معروف به‌برهان هستی‌شناختی (ontological)ی وجود خدا، نیز کم‌کم جلب نظر کرده است. سرانجام، گستردگی کارهای گودل برای کسانی که خارج از جامعه‌ی ریاضی هستند، روشن می‌شود.

گزاره‌های تعیین‌ناپذیر

مهم‌ترین کار گودل اثبات این موضوع بود که بعضی گزاره‌ها درباره‌ی عددهای صحیح، حقیقت دارند اما تعیین‌ناپذیرند. بدبختانه، تاریخ طولانی جست‌وجو برای چنین گزاره‌های تعیین‌ناپذیر (گزاره‌هایی که نه می‌توان اثبات کرد و نه می‌توان رد کرد) تنها چند نمونه‌ی ساده به‌دست داده است. یکی این جمله است:

این گزاره را نمی‌توان اثبات کرد.

این جمله را می‌توان با استفاده از دستوری که گودل ابداع کرد به‌صورت معادله‌ای عددی درآورد که قابل اثبات نیست[1] و در نتیجه درستی معنای گزاره‌ی فارسی را تایید می‌کند که به‌معنی حقیقت داشتنِ گزاره است.

نمونه‌ی غیربدیهی‌تر، به‌معادله‌های چند جمله‌ای مربوط می‌شود. می‌توان گفت که معادله‌ی چند جمله‌ای خاصی ریشه (جواب)ی ندارد که عدد صحیح باشد. بعضی از چنین گزاره‌هایی تعیین‌ناپذیرند.

اثبات گودل نشان داد اصل‌های موضوعه‌ی نظریه‌ی عددها کامل نیستند. یعنی گزاره‌هایی درست درباره‌ی عددهای صحیح وجود دارند که نمی‌توان تنها با استفاده از این اصل‌های موضوعه اثبات کرد. از استدلال او برمی‌آید که «عددهای غیراستاندارد» یعنی چیزهایی که از اصل‌های موضوعه‌ی یاد شده تبعیت کنند اما خاصیت‌های متفاوت با عددهای طبیعی داشته باشند، وجود دارند. از آن جاکه هرچه را بتوان با اصل‌های موضوعه‌ی مذکور ثابت کرد برای همه‌ی چیزهایی که از اصل‌های مزبور تبعیت کنند، درست است، باید بعضی گزاره‌های درست درباره‌ی عددهای طبیعی، اثبات‌ناپذیر باشند (به‌شکل توجه کنید).

۱. توضیح مترجم: قابل اثبات بودنِ معادله با محتوای جمله در تناقض است، در نتیجه قابل اثبات بودن معادله به‌معنی نادرست بودن آن است، اما نمی‌توان درست بودنِ معادله‌ای نادرست را اثبات کرد! نبوغ گودل این بود که تشخیص داد غنای سیستم عددهای صحیح چنان است که می‌توان گزاره‌های درباره‌ی عددها را به‌صورت معادله‌های عددی درآورد و با ابداع چنین نگاشتی، پارادوکس معروف کسی را که خود را دروغ‌گو معرفی می‌کند، به‌معادله‌ای عددی تبدیل کرد!