سنجش از دور

GIS ایران

سنجش از دور و GIS ایران
Iranian Remote Sensing & GIS

سال اول، شماره دوم، تابستان ۱۳۸۸
Vol.1, No.2, Summer 2009

۶۳-۷۶

تعیین عدم قطعیت حاصل از داده ورودی در خروجی آنالیزهای مسیریابی

جواد صابریان*[۱]، علی منصوریان[۲]

۱. دانشجوی دکتری GIS، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۲. استادیار گروه مهندسی GIS، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۶/۲۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۸۸/۱۲/۱۹

چکیده

یکی از مهم‌ترین کاربردهای سامانه‌های اطلاعات مکانی در زمینه مدیریت بهینه فراهم آوردن تسهیلاتی در حمل‌ونقل است. قابلیت‌های تجزیه و تحلیل شبکه در سامانه‌های اطلاعات مکانی، از جمله محاسبهٔ کوتاه‌ترین مسیر، می‌تواند بسیار مفید واقع شود. تا کنون معیارهای مختلفی از قبیل مسافت، زمان سفر، راحتی مسیر، زیبایی مسیر و مانند اینها برای انجام آنالیز کوتاه‌ترین مسیر در تجزیه و تحلیل شبکه در سامانه‌های اطلاعات مکانی در نظر گرفته شده‌اند. اما یکی از موضوعاتی که تا کنون در مورد این مسیریابی‌ها به آن توجه چندانی نشده، مسئله عدم قطعیت حاصل از خطای داده ورودی در مسیر خروجی است. به‌عنوان مثال در مورد معیار طول، خطای موقعیت که تابعی از روش جمع‌آوری داده و مقیاس داده است می‌تواند در نتیجهٔ آنالیزهای مسیریابی تأثیرگذار شود و نتایج آنالیزهای مسیریابی را تغییر دهد. این عدم قطعیت در مورد معیارهای دیگر مسیریابی نیز وجود دارد. در پژوهش حاضر کوشش شده است که راه‌حلی برای تعیین میزان عدم قطعیت در مسیریابی‌های براساس معیار فاصله و زمان ارائه شود. برای این منظور از قوانین انتشار خطا برای مدل کردن عدم قطعیت معیار طول و از نظریه مجموعه‌های فازی برای مدل کردن عدم قطعیت معیار زمان استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با استفاده از قوانین انتشار خطا و نظریه مجموعه‌های فازی در مدل‌سازی عدم قطعیت معیارهای طول و زمان می‌توان به‌جای ارائه مسیری واحد به عنوان خروجی، چندین مسیر مجزا را که هر کدام دارای طول‌ها و عدم قطعیت‌های متفاوتی هستند، به کاربر ارائه داد. آنگاه کاربر براساس نیاز خود مسیر مناسب را انتخاب خواهد کرد. نظریه‌ها و روش‌های ارائه شده در این مقاله در مطالعه‌ای موردی اجرا شده است. نتایج به‌دست آمده در مطالعه مذکور نشان داد که مدل کردن عدم قطعیت در آنالیزهای مسیریابی براساس معیار فاصله و زمان می‌تواند منجر به مسیرهایی هر چند کمی طولانی‌تر، اما مطمئن‌تر شود.

کلیدواژه‌ها: عدم قطعیت، گراف فازی، الگوریتم دایجسترا، دیوئید، الگوریتم گوس سیدل.

* نویسنده مکاتبه‌کننده: تهران، خیابان ولیعصر (عج)، تقاطع میرداماد، دانشکده نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
تلفن: ۸۸۷۷۹۴۷۵، فاکس: ۸۸۷۶۶۲۱۳

Email: javadsaberian@yahoo.com

۱- مقدمه

امروزه با گسترش شهرها و افزایش جمعیت شهری، یکی از مهم‌ترین دغدغه‌های مردم پیدا کردن راه‌حلی برای کم کردن طول و زمان سفرهای درون‌شهری است. در این میان نقش سامانه‌های اطلاعات مکانی ـ با توجه به قابلیت‌هایی که برای رسیدن به راه‌حل‌های بهتر در این مورد در اختیار مردم قرار می‌دهد ـ روز به روز گسترده‌تر و بااهمیت‌تر می‌شود. در این زمینه قابلیت‌های تجزیه و تحلیل شبکه در سامانه‌های اطلاعات مکانی ـ از جمله محاسبه کوتاه‌ترین مسیر ـ می‌تواند بسیار مفید واقع شود. با توجه به استفاده روزافزون از سامانه‌های اطلاعات مکانی در مسائل مهم و حیاتی ـ نظیر مسیریابی حرکت ماشین‌های آتش‌نشانی و آمبولانس‌ها ـ محاسبهٔ میزان دقت مسیر در این سامانه‌ها امری لازم و انکارناپذیر به نظر می‌رسد. با وجود این تاکنون تلاش‌های چندانی در این زمینه انجام نشده است. این در حالی است که بنا به گفته Frank خطای داده ورودی همیشه وجود دارد و می‌تواند به نتایج غیرقابل اطمینان منجر شود (Frank, 2007).

تلاش برای بیان چگونگی تأثیر کیفیت داده ورودی در دقت و صحت نتایج، یکی از اهداف اصلی برنامه‌های NCGIA و محققان اولیه در این زمینه بوده است (NCGIA, 1989; Goodchild and Jeansoulin, 1998; Frank, 2008). تحقیقات Feder و Chen از معدود مواردی هستند که در آنها به موضوع خطای داده ورودی در خصوص کوتاه‌ترین مسیر پرداخته شده است. البته در پژوهش آنها نیز به عدم قطعیت مسیر پرداخته نشده است، بلکه هدفشان کم کردن خطای داده ورودی و به‌دست آوردن تخمینی از وزن دقیق یال‌ها بوده است (Feder et al., 2007; Chen and Zhaowang, 2005). در زمینه مسیریابی معیار زمان نیز کارهایی انجام گرفته است که هدف آنها بیشتر مسیریابی با توجه به متغیرهای کلامی از قبیل زیاد، متوسط و کم برای زمان و ترافیک یال‌ها بوده است. در برخی پژوهش‌ها نیز ضمن اشاره به فازی بودن زمان سفر، به مسئله کوتاه‌ترین مسیر فازی پرداخته شده است، بدون اینکه چگونگی استخراج مجموعه‌های فازی زمان سفر بررسی گردد. (Boulmakoul, 2004; Okada, 2004; Okada and Soper, 2000). البته لازم به ذکر است که در هیچ یک از این تحقیقات، یک نمونه عملی اجرا شده وجود ندارد.

معمولاً تنها یک مسیر به عنوان خروجی الگوریتم‌های مسیریابی ارائه می‌شود، اما پژوهش حاضر نشان می‌دهد که چگونه می‌توان به‌جای ارائه تنها یک مسیر خوب، چندین مسیر خوب را به کاربر پیشنهاد داد که در آنها معیار عدم قطعیت مسیر نیز در نظر گرفته شده است. پس از آن، کاربر خواهد بود که براساس نیاز خود مسیر بهینه را از بین مسیرهای معرفی شده انتخاب می‌کند. در این تحقیق، هدف مورد نظر در خصوص معیار طول، درواقع وارد کردن خطای داده ورودی در الگوریتم‌های کوتاه‌ترین مسیر با استفاده از قوانین انتشار خطاست و هدف مورد نظر در خصوص معیار زمان نیز یافتن راه‌حلی برای بیان عدم قطعیت معیار زمان کمّی‌شده با استفاده از مجموعه‌های فازی است. ساختار مقاله برای دستیابی به اهداف گفته شده چنین تنظیم شده است: در بخش دوم، مبانی و نظریه گراف و الگوریتم‌های کوتاه‌ترین مسیر مطرح شده است. بخش سوم، به تشریح چگونگی محاسبه میزان عدم قطعیت مسیریابی براساس معیار طول با استفاده از قوانین انتشار خطا می‌پردازد. در این بخش نشان داده می‌شود که چگونه دقت مکانی در شبکه چگونه می‌تواند نتایج آنالیزهای کوتاه‌ترین مسیر را تحت تأثیر قرار دهد. بخش چهارم به مسئله عدم قطعیت مسیریابی معیار زمان اختصاص دارد. در این بخش چگونگی استفاده از نظریه مجموعه‌های فازی برای مدل کردن عدم قطعیت زمان سفر هر یال شبکه در مسیریابی براساس معیار زمان توضیح داده شده است. بخش پنجم به یک نمونه موردی می‌پردازد که در آن روش‌ها و الگوریتم‌های پیشنهادی در بخش‌های پیشین، پیاده‌سازی و بررسی گردیده‌اند. بخش ششم نیز به نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی اختصاص دارد.

۲- مبانی و نظریه پایه

۲-۱- نظریه گراف

مفهوم گراف را اویلر در سال ۱۷۳۶ با طرح راه‌حلی برای مسئله پل‌های کونیگسبرگ ارائه داد که به تدریج شرح و بسط یافت (Ore, 1990; Barnett, 2005). در دنیای اطراف ما، وضعیت‌ها و حالت‌های فراوانی وجود دارد که می‌توان آنها را از طریق مجموعه گره‌ها و یال‌ها مدل‌سازی کرد. گراف G مجموعه‌ای شامل دو مؤلفه (N , E) است که در آن N مجموعه‌ای است متناهی و ناتهی از گره‌ها و E مجموعه‌ای از ارتباطات دودویی بین گره‌هاست. درواقع N، مجموعه گره‌ها در گراف و E مجموعه یال‌های گراف است (Boundy and Murty, 1999).

۲-۱-۱- گراف جهت‌دار

گراف جهت‌دار گرافی است که به هر یال آن یک جهت اختصاص یافته باشد. در مواردی از قبیل آنالیز شبکه لازم است به منظور مدل‌سازی دنیای واقعی از گراف‌های جهت‌دار برای نشان دادن جهت حرکت مجاز در خیابان‌ها (یال‌ها) استفاده شود (Keshtiarast et al., 2006).

۲-۱-۲- گراف وزن‌دار

گراف وزن‌دار گرافی است که به هر یال آن وزنی نسبت داده شده باشد. در آنالیزهای شبکه این وزن می‌تواند نشان‌دهندهٔ فاصلهٔ دو رأس زمان عبور از یال گراف در شبکه باشد.

۲-۱-۳- مسیر

مسیر P دنباله‌ای از رأس‌ها $< V_1, V_2, V_3, \ldots, V_n >$ است، به گونه‌ای که زوج (V_i, V_{i+1}) عضو مجموعه E (یال‌ها) باشد. در صورتی که گراف وزن‌دار باشد، کوتاه‌ترین مسیر از Vi به Vj مسیری است که جمع کل وزن یال‌های آن کمترین مقدار ممکن در مقایسه با سایر مسیرهای از Vi به Vj باشد (بین دو نقطه از هر گراف تعداد زیادی مسیر ممکن وجود دارد (Keshtiarast et al., 2006).

۲-۲- الگوریتم‌های محاسبهٔ کوتاه‌ترین مسیر

مسئله کوتاه‌ترین مسیر همواره یکی از کاربردی‌ترین موضوعات در آنالیزهای مکانی در حمل‌ونقل و همچنین سامانه‌های خدماتی مکان‌مبنا بوده است. با توسعه و پیشرفت روزافزون این سامانه‌ها و به کمک پیچیدگی‌های مدل‌های ریاضی و ساختار شبکه‌ای، الگوریتم‌های مختلفی برای مسیریابی بهینه با توجه به پارامترها و خصوصیات و ساختار شبکه ارائه شده است. با توجه به تنوع مسائل مسیریابی از لحاظ ساختار گراف و پارامترها، هیچ‌گاه تنها یک الگوریتم بهینه برای کلیه مسائل مسیریابی وجود نداشته است و هر مسئله با الگوریتم متناسب خود می‌تواند بهترین نتیجه را بدهد.

الگوریتم‌های مسیریابی، به دو دسته اصلیِ الگوریتم‌های ماتریسی و الگوریتم‌های با ساختار درختی تقسیم‌بندی می‌شوند (Preygel, 1999). الگوریتم‌های ماتریسی، کوتاه‌ترین فاصله بین همهٔ جفت رأس‌ها در شبکه را با عملیات تکراری پیدا می‌کنند. اساس کار این الگوریتم‌ها چنین است که شبکه را به صورت یک ماتریس در نظر می‌گیرند. اما الگوریتم‌های با ساختار درختی، کوتاه‌ترین مسیر را از رأس مبدأ به سایر رأس‌ها می‌یابند. در این الگوریتم‌ها، درختی از کوتاه‌ترین مسیرها با شاخه‌هایی منشعب‌شده از مبدأ تولید می‌شود. از الگوریتم‌های درختی می‌توان به الگوریتم دایجسترا (Cormen et al., 2001). بلمن فورد، و *Dechter and Pearl, 1985)A*) و از الگوریتم‌های ماتریسی می‌توان به الگوریتم فلوید ـ وارشال و جانسون (Gosper, 1998) اشاره کرد.

معیارهای مختلفی برای انجام آنالیز کوتاه‌ترین مسیر در تجزیه و تحلیل شبکه در سامانه‌های اطلاعات مکانی در نظر گرفته شده‌اند؛ معیارهایی از قبیل مسافت، زمان سفر، راحتی مسیر، زیبایی مسیر و مانند آن. برای انجام آنالیز کوتاه‌ترین مسیر، براساس هر یک از این معیارها، لازم است که به هر یک از یال‌های

شـبکه، وزنــی براســاس آن معیــار نــسبت داده شــود. محاسبه این وزن مستلزم در اختیار داشتن دادهٔ مناسب مربوط به آن است. بدون شک هیچ داده‌ای صد در صـد درست نیست و دارای خطاسـت. بنـابراین خطـای داده ورودی برای محاسبه وزن یال می‌تواند نتایج آنالیزهـای کوتاه‌ترین مسیر را تحت تأثیر قرار دهد. در بخش‌هـای بعدی، نحوه محاسبه میزان تأثیر خطای داده ورودی در نتایج آنالیزهای مسیریابی برمبنای معیار طـول و زمـان توضیح داده شده است.

۳- عدم قطعیت معیار طول

هنگامی که هدف، یـافتن کوتـاه‌تـرین مـسیر از لحـاظ مسافت بین دو نقطه باشد لازم است که ابتدا دو مرحله زیر انجام شود:

- تبدیل شبکه راه شهری به گراف، و
- اختصاص دادن طول هر یال به عنوان وزن آن.

مرحله اول با در نظر گرفتن چهارراه‌ها و سه‌راه‌ها به عنوان گره‌های گراف و راه‌هـای اتـصال آنهـا بـه عنـوان یال‌های گراف انجام می‌شود. در مرحله دوم، طـول هـر یال در شبکه‌های شهری از روی مختصات گره‌هـای دو سر آن استخراج می‌شود. به عنوان مثـال اگـر شـکل ۱ یال گراف را نشان دهد، طول آن از رابطه (۱) محاسـبه می‌شود.

رابطه (۱)

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

اما همان‌طور کـه واضـح اسـت مختـصات نقـاط در شبکه، همراه با خطاست و این خطا در طول یال، طبـق قانون انتشار خطا به صورت رابطه (۲) تأثیر می‌گذارد.

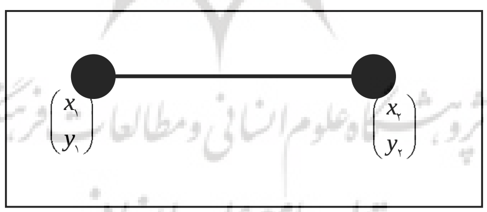
رابطه (۲)

$$\sigma_l^2 = \left(\frac{\partial l}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial y_1}\right)^2 \sigma_{y_1}^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial y_2}\right)^2 \sigma_{y_2}^2$$

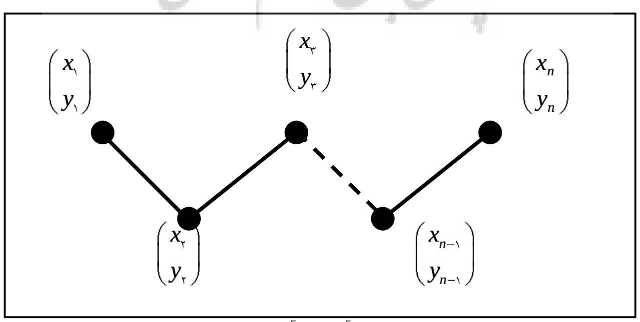
در این رابطه $\sigma_l, \sigma_y, \sigma_x$ به ترتیب خطـای موقعیـت در جهت x ، خطای موقعیت در جهت y و خطای طول است. در نهایت اگـر براسـاس گـراف وزن‌دار اسـتخراج شده از مراحل قبل، آنالیز کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه انجام شود، میزان ایـن خطـا در کـل مـسیری هماننـد شکل ۲، از رابطه (۳) به‌دست می‌آید.

رابطه (۳)

$$D = l_1 + l_2 + l_3 + \ldots + l_m \Rightarrow$$
$$\sigma_D^2 = \sigma_{l_1}^2 + \sigma_{l_2}^2 + \sigma_{l_3}^2 + \ldots + \sigma_{l_m}^2$$



شکل ۱. یال گراف



شکل ۲. مسیر به‌دست آمده از آنالیز کوتاه‌ترین مسیر

بنابراین با توجه به مطالب بیان شده، می‌توان میزان خطای ناشی از داده ورودی را در آنالیزهای کوتاه‌ترین مسیر تأثیر داد. اهمیت این مسئله زمانی مشخص می‌شود که میزان خطای مسیر نیز به‌عنوان یک پارامتر در محاسبات مسیریابی وارد شود. برای روشن شدن موضوع به مثال زیر توجه کنید:

فرض کنیم که همانند شکل ۳، شبکه دارای ۵ گره و ۵ یال باشد و هدف یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین گره ۱ و گره ۵ باشد.

پس از انجام محاسبات، طول مسیرها بین مبدأ و مقصد و خطاهای آنها خواهیم داشت:

$$D_{Black} = ۱۵/۲۹ + ۱۵/۶۲ + ۷/۰۷ = ۳۷/۹۸$$

$$\sigma_{D_{Black}} = \sqrt{۰/۴ + ۰/۴ + ۰/۴} = ۱/۰۹m$$

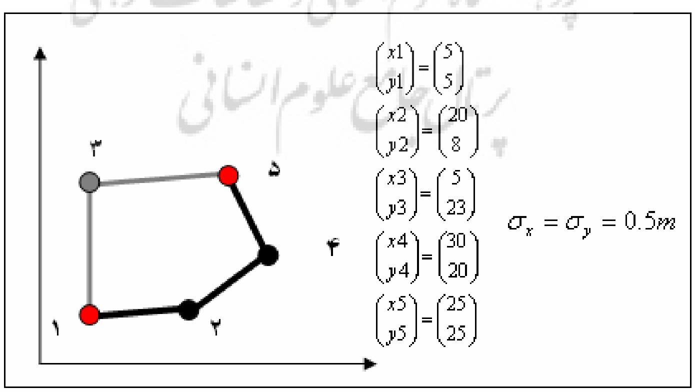
$$D_{Gray} = ۱۸ + ۲۰/۰۹ = ۳۸/۰۹$$

$$\sigma_{D_{Gray}} = \sqrt{۰/۴ + ۰/۴} = ۰/۸۹m$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، طول مسیر سیاه کوتاه‌تر از مسیر خاکستری است، اما میزان خطای مسیر سیاه بیشتر از مسیر خاکستری است، به نحوی که اگر خطای مسیرها را با طول آنها جمع کنیم، مسیر خاکستری کوتاه‌تر می‌شود. اینجاست که به‌نظر می‌رسد مسیر خاکستری با وجود طولانی‌تر بودن، مسیر بهتر و مطمئن‌تری است.

۴- عدم قطعیت معیار زمان

در مورد معیار زمان نیز همانند معیار طول باید به هر یک از یال‌های گراف، وزنی براساس معیار زمان نسبت داده شود. محاسبه زمان عبور از هر یال بسیار پیچیده‌تر از محاسبه طول یال است، زیرا در اینجا برخلاف معیار فاصله که تنها طول مسیر در آن تأثیر داشت، مسائلی از قبیل طول مسیر، ترافیک مسیر، عرض مسیر، نوع وسیله نقلیه، نوع پوشش راه و موارد دیگر تأثیرگذار هستند و تمامی آنها باید به طور مناسب برای محاسبهٔ وزن یال در نظر گرفته شوند. بعضی از مسائلی که به مشخصات هندسی راه برمی‌گردد، مانند عرض مسیر، نوع پوشش و مانند اینها را می‌توان با توجه به قوانین راهنمایی و رانندگی مدل کرد. زیرا در قوانین راهنمایی و رانندگی حداکثر سرعت با توجه به این مشخصات تعیین شده است. اما معیار مناسبی برای بیان میزان ترافیک وجود ندارد. در عمل با استفاده از دو روش ثابت و متحرک، داده‌های ترافیکی جمع‌آوری می‌شوند (Thompson, 2003). در روش نخست از سنجنده‌های ثابت در مکان‌های مشخصی استفاده می‌شود، در صورتی‌که روش دوم متکی بر سنجنده‌های متحرک است. جمع‌آوری داده‌های ترافیک به‌وسیله سنجنده‌های ثابت از دیرباز مورد استفاده قرار می‌گرفته است. در این



شکل ۳. شبکه مورد نظر به همراه مختصات گره‌های آن و میزان خطای مختصات

روش داده‌های ترافیکی تنها در مکان‌های خاصی از شبکه و در زمان‌های معینی از روز اندازه‌گیری و جمع‌آوری می‌شوند. روش‌های مبتنی بر سنجنده‌هایی را که از حلقه‌های القایی، سنجنده‌های راداری، آشکارسازهای صدا و دید رایانه‌ای استفاده می‌کنند، می‌توان در این دسته طبقه‌بندی کرد (Azizi, 2003).

برای محاسبه پارامتر زمان سفر به‌وسیله این سنجنده‌ها، محاسبات پیچیده‌ای مورد نیاز است (Guhnemann et al., 2004). بنابراین به‌منظور به‌دست آوردن اطلاعات ترافیکی در هر زمان و در هر مکان از شبکه و به‌دست آوردن زمان سفر با دقت مناسب، روش جمع‌آوری داده‌های ترافیکی به‌وسیلهٔ سنجنده‌های متحرک مناسب‌تر است. این روش جدید با جمع‌آوری پویای داده‌های ترافیکی به‌وسیله مجموعه‌ای از سنجنده‌های توزیع‌یافتهٔ متحرک، و در بستر شبکه همراه است. مزیت این روش بر روش‌های دیگر جمع‌آوری داده، پوشش وسیع زمانی و مکانی داده‌های جمع‌آوری‌شده و دقت نسبتاً بالای آنهاست (Thompson, 2003). این سنجنده‌ها با ثبت سرعت لحظه‌ای خودرو و یا با ثبت لحظه ورود و خروج خودرو در هر یال، مدت زمان عبور از هر یال را تخمین می‌زنند.

مشکلی که در اینجا وجود دارد، انتخاب یک زمان سفر از بین چندین زمان سفر ثبت‌شده به‌وسیلهٔ سنجنده‌های مختلف است. برای یک یال مشخص ممکن است زمان سفرهای مختلفی به‌وسیلهٔ سنجنده‌های متحرک ثبت شده باشد. بنابراین مسئله اساسی در اینجا چگونگی انتخاب زمان سفر یال از بین زمان سفرهای متعدد و مختلف و در نظر گرفتن آن به عنوان وزن یال است. راهکاری که در اینجا برای این مسئله پیشنهاد شده، استفاده از نظریهٔ مجموعه‌های فازی است؛ زیرا نظریه مذکور برای مدل کردن عدم قطعیت در داده‌های غیرقطعی و خطادار شرح و بسط داده شده است (Krivoruchko and Carol, 2003).

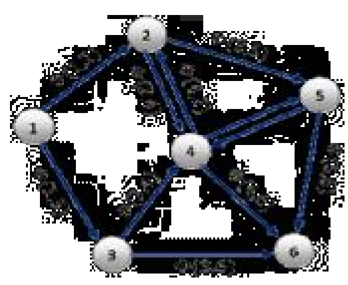
در نظریه مجموعه‌های کلاسیک یا دقیق، هر مؤلفه از مجموعه جهانی، یا صد در صد به مجموعه‌ای مثل A متعلق است و یا صد در صد متعلق نیست. اگر میزان تعلق با تابع $A(x)$ نشان داده شود، در نظریه مجموعه‌های کلاسیک برد این تابع برابر با $A(x) = \{۰,۱\}$ است؛ اما در نظریه مجموعه‌های فازی، هدف تبدیل برد تابع $A(x)$ به بازه $[۰,۱]$ است. در این حالت میزان تعلق یک مؤلفه از مجموعه جهانی به مجموعه‌ای نظیر A می‌تواند عددی بین صفر تا یک باشد.

در بسیاری از موارد می‌توان به‌منظور نزدیک‌تر شدن به واقعیت، از مجموعه‌های فازی به‌جای مجموعه‌های دقیق استفاده کرد. از جمله این موارد تعیین وزن یال‌های گراف در مسئله مسیریابی است، که با استفاده از گراف فازی مقداری محاسبه‌شدنی است.

۴-۱- گراف فازی مقدار

ساختار $G(V,E,\Phi)$، گراف فازی مقدار نامیده می‌شود که در آن:

- V مجموعه‌ای متناهی و شمارش‌پذیر است که از مجموعهٔ رأس‌ها یا گره‌ها $\{v_۱, v_۲, ..., v_n\}$، تشکیل شده است.
- Φ نگاشتی از زوج مرتب‌های $V \times V$ بر روی مجموعه‌های فازی است، و
- E زیرمجموعه‌ای از $V \times V$ است که به آنها مجموعه یال‌ها گفته می‌شود (Boulmakoul, 2004).



شکل ۴. گراف فازی مقدار

به‌عنوان مثال شکل ۴ شمایی از یک گراف فازی مقدار را نمایش می‌دهد که در آن پارامترهای معرف گراف اینها هستند:

$$V = \{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$$
$$E = \{(۱,۲),(۱,۳),(۲,۴),(۲,۵),(۳,۴),(۳,۶),(۴,۲),(۴,۵),(۴,۶),(۵,۴),(۵,۶)\}$$

یال‌های گراف به‌وسیلهٔ Φ می‌توانند به‌صورت مجموعه‌های فازی مانند زیر نگاشت شوند.

$$\Phi(۱,۲) = \{۱/۱, ۲/۲, ۳/۳\}$$

به‌عبارتی می‌توان در مسئله انتخاب زمان سفر هر یال، به‌جای انتخاب یک عدد ثابت به‌عنوان وزن هر یال، مجموعه فازی‌ای را به عنوان وزن آن در نظر گرفت که از مشاهدات سنجنده‌های متحرک و ثابت به‌دست می‌آید. به عنوان مثال اگر مجموعه زمانی سفرهایی که برای یال e_i به‌وسیلهٔ سنجنده‌های مختلف ثبت شده است برابر با {۱۰،۱۰،۱۱،۹،۱۰،۱۱،۱۱،۱۰،۹،۱۰} باشد، در این صورت با استفاده از تابع عضویتِ رابطه (۴) که از روی فراوانی اعداد به‌دست آمده است، می‌توان یک مجموعه فازی زمانی را به یال e_i نسبت داد:

$$A(x) = \begin{cases} ۰/۲ & \text{if} \quad x = ۹ \\ ۰/۵ & \text{if} \quad x = ۱۰ \\ ۰/۳ & \text{if} \quad x = ۱۱ \end{cases} \qquad \text{رابطه (۴)}$$

در این صورت وزن یال e_i به صورت مجموعه فازی $\Phi(e_i) = (۲/۹,\ ۵/۱۰,\ ۳/۱۱)$ خواهد شد.

پس از انتخاب نظریهٔ مجموعه‌های فازی به‌عنوان راه‌حل مسئله عدم قطعیت در داده‌های زمانی شبکه، حال نوبت به یافتن راه‌حلی برای مسئله کوتاه‌ترین مسیر در این شبکه با توجه به مجموعه‌های فازیِ نسبت داده شده به یال‌ها می‌رسد.

۴-۲- کوتاه‌ترین مسیر فازی

تاکنون روش‌های مختلفی برای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر فازی بیان شده است. راهبرد به کار گرفته شده در پژوهش حاضر، برای مسئله کوتاه‌ترین مسیر فازی، برمبنای جبر مسیری و با استفاده از دیوئیدهای مربوط به کوتاه‌ترین مسیر فازی است. علت انتخاب این روش از بین تمامی روش‌های موجود، درک راحت‌تر و سادگی محاسبات در آن بوده است. جبر مسیری، فضایی برای تعریف مسائل مربوط به شبکه‌ها از قبیل مسئله کوتاه‌ترین مسیر است. این جبر با استفاده از دیوئیدها و با ساختار جبری متشکل از یک مجموعه پایه و دو عملگر باینری معرفی می‌شود. ساختار جبری دیوئید برای تعمیم نتایج به‌دست آمده در جبر ماتریسی به نظریه گراف توسعه یافته است. دیوئیدها نوع خاصی از ساختار جبری شبه‌حلقه[1] هستند که معمولاً برای مدل‌سازی مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌شوند (Gondran and Minoux, 2007). از آنجا که مسئله کوتاه‌ترین مسیر فازی نیز در زمره مسائل بهینه‌سازی قرار می‌گیرد، استفاده از دیوئیدها برای حل مسئله به‌عنوان راهبرد پژوهش حاضر در نظر گرفته شده است.

یک دیوئید با نماد $(\Omega,\oplus,\otimes,\varepsilon,e)$ به صورت زیر تعریف می‌شود (Boulmakoul, 2004):

- Ω مجموعه پایه‌ای است که دیوئید بر آن تعریف می‌شود.
- $\oplus$ و $\otimes$ به ترتیب عملگرهای باینری جمع و ضرب دیوئید هستند.
- ε و e به‌عنوان مقادیر ثابت و به ترتیب اعضای خنثی برای عملگرهای $\oplus$ و $\otimes$ هستند.

۴-۲-۱- عملگرهای باینری دیوئید برای کوتاه‌ترین مسیر فازی

دیوئیدها براساس نحوهٔ تعریف عملگرها و مقادیر ثابت‌شان در مسائل مختلف کاربرد دارند. دیوئید فازی، دیوئیدی است که عملگرها و مقادیر ثابت آن برای اعمال بر مجموعه‌های فازی تعریف شده‌اند. در مسئله کوتاه‌ترین مسیر فازی برای مجموعه‌های فازی

1. Semiring

$\tilde{A} \in V_k$ و $\tilde{B} \in V_k$ عملگرهای باینری دیوئید مورد نظر براساس روابط (۵) و (۶) تعریف می‌شوند (Boulmakoul, 2004):

رابطه (۵) $\quad \tilde{A} \oplus \tilde{B} = [\tilde{A} \breve{\cup} \tilde{B}]_k$

رابطه (۶) $\quad \tilde{A} \otimes \tilde{B} = [\tilde{A} \mp \tilde{B}]_k$

در روابط (۵) و (۶)، $\breve{\cup}$ و $\mp$ به ترتیب بیانگر عملگرهای اجتماع و جمع بر روی مجموعه‌های فازی‌اند. همچنین عملگر $[\tilde{A}]_k$ به عنوان عملگری انتخابگر، kتا از کوچک‌ترین اعضای مجموعه فازی $\tilde{A}$ را برمی‌گرداند. مقادیر ثابت عملگرهای دیوئید نیز براساس رابطه (۷) تعریف می‌شود تا تعریف پنج‌تایی دیوئید موردنظر ($\langle \Omega, \oplus, \otimes, \varepsilon, e \rangle$) تکمیل گردد:

رابطه (۷) $\quad e = \{۱/۰\}$ و $\varepsilon = \phi$

به‌عنوان مثال، اگر $\tilde{A} = \{۱/۱,\ ۵/۲,\ ۸/۳\}$ و $\tilde{B} = \{۲/۱,\ ۵/۲,\ ۶/۳\}$ باشد، آنگاه طبق تعاریف بالا خواهیم داشت (Boulmakoul, 2004):

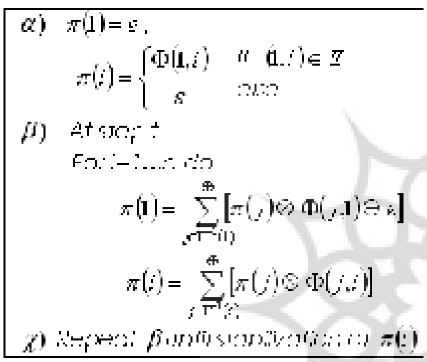
$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = [\tilde{A} \breve{\cup} \tilde{B}]_۳ = [\{۲/۱,\ ۵/۲,\ ۸/۳\}]_۳ = \{۲/۱,\ ۵/۲,\ ۸/۳\}$$

$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} \cong [\tilde{A} \mp \tilde{B}]_۳ = [\{۱/۲,\ ۲/۳,\ ۵/۴,\ ۵/۵,\ ۵/۶\}]_۳ = \{۱/۲,\ ۲/۳,\ ۵/۴\}$$

۴-۲-۲- الگوریتم گوس ـ سیدل برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر فازی

با معرفی گراف فازی به عنوان عامل مورد بررسی و نیز توسعهٔ ساختار دیوئید مربوط به کوتاه‌ترین مسیر، در واقع فضای مسئله مورد نظر ایجاد می‌شود و نوبت به توسعهٔ الگوریتمی به‌منظور حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر فازی می‌رسد. همان‌طور که بیان شد، تا کنون چندین الگوریتم برای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر فازی پیشنهاد شده است اما تنها الگوریتمی که بر پایه جبر مسیری و دیوئید شرح و بسط یافته، الگوریتم گوس ـ سیدل است که در ادامه به مراحل اجرای آن اشاره می‌شود.

فرض می‌شود که $G(V,E,\Phi)$، گراف فازی مقدار مورد نظر باشد. در این الگوریتم که در شکل ۵ نشان داده شده است، $\pi(i)$ نشان‌دهندهٔ هزینه کوتاه‌ترین مسیر از رأس مبدأ (اینجا ۱) به رأس i است. همچنین تابع $\Gamma(i)$، کلیه رأس‌های متصل به یال‌های خروجی از i و عکس آن، رأس‌های متصل به یال‌های ورودی به i را برمی‌گرداند (Boulmakoul, 2004).



شکل ۵. الگوریتم گوس سیدل

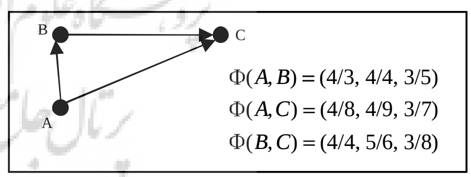
منبع: Boulmakoul, 2004

الگوریتم گوس ـ سیدل (شکل ۵) پس از مقداردهی اولیه در α، هزینه کوتاه‌ترین مسیر به هر رأس i را از طریق ضرب ($\otimes$) هزینه فازی کلیه رئوس قبل از آن ($\pi(j)$) با هزینه از j تا i ($\Phi(j,i)$) به‌دست می‌دهد. همچنین با توجه به jهای برگزیده شده هنگام اعمال عملگر $\oplus$ می‌توان به مسیر متناظر با هزینهٔ به‌دست آمده پی برد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در این الگوریتم امکان تعریف مقصد وجود ندارد و مسیریابی از مبدأ به تمامی گره‌ها انجام می‌شود. همچنین الگوریتم تا جایی ادامه می‌یابد که در دو مرحله متوالی تمامی مسیرهای از گره مبدأ به بقیه گره‌ها تغییری نکنند. بدیهی است که این الگوریتم پیچیدگی زیادی دارد و سرعت رسیدن

به جواب در آن بسیار پایین است، به‌ویژه زمانی که حجم شبکه زیاد باشد.

بنابراین با توجه به معایب ذکر شده در مورد الگوریتم گوس ـ سیدل تصمیم گرفته شد که این الگوریتم به‌گونه‌ای تغییر یابد که سرعت رسیدن به جواب در آن افزایش یابد. پس از تحقیق و بررسی مشخص شد که در این الگوریتم نیز می‌توان از تکنیک الگوریتم دایجسترا استفاده کرد. با توجه به اینکه در این الگوریتم برای هر گره تعداد k مسیر بهینه معرفی می‌شوند، پس در هر مرحله از محاسبهٔ هزینهٔ گره‌ها، گرهی را که یکی از k هزینه محاسبه شده برای آن از تمامی هزینه‌های گره‌های دیگر کمتر باشد، انتخاب می‌کنیم و مسیریابی را از آن ادامه می‌دهیم. در مراحل بعدی برای گره انتخاب شده به تعداد k-۱ هزینه محاسبه می‌گردد، یعنی یکی از محاسبات گره کم می‌شود. همین‌طور در مراحل بعدی که باز هم یکی از k-۱ هزینه این گره حداقل شد، به تعداد k-۲ هزینه برای این گره باید محاسبه شود. اگر کم شدن محاسبه هزینه برای گره مورد نظر تا جایی ادامه یابد که هزینه k ام آن نیز حداقل شود، آنگاه محاسبات گره موردنظر به پایان می‌رسد و آن گره از فرایند محاسبات بعدی خارج می‌شود. در ادامه، مسیری برای روند اجرای این الگوریتم شرح داده شده است (شکل ۶).



شکل ۶. گراف مورد نظر به همراه مجموعه وزن فازی یال‌های آن

اگر هدف، یافتن کوتاه‌ترین مسیر از گره A به گره C باشد خواهیم داشت:

مرحله اول:

$$W(A) = e$$
$$W(B) = (۴/۳,\ ۴/۴,\ ۳/۵)$$
$$W(C) = (۴/۸,\ ۴/۹,\ ۳/۷)$$

مرحله دوم: چون (۴/۳) گره B از همه کمتر است مسیر از آن ادامه می‌یابد:

$$W(B) = (۴/۴,\ ۳/۵)$$
$$W(C) = (۴/۷,\ ۴/۷,\ ۴/۹,\ ۴/۹,\ ۳/۱۰,\ ۳/۱۱) = (۴/۷,\ ۴/۷,\ ۴/۹)$$

مرحله سوم:

$$W(B) = (۳/۵)$$
$$W(C) = (۴/۷,\ ۴/۷,\ ۴/۸)$$

مرحله چهارم:

$$W(C) = (۴/۷,\ ۴/۷,\ ۴/۸)$$

در این مراحل W نشان‌دهندهٔ هزینه سفر از مبدأ تا گره مرتبط است. در اینجا چون گراف تنها از ۳ گره و ۳ یال تشکیل شده بود، فواید الگوریتم چندان آشکار نشد. اما بدون شک هنگامی که حجم شبکه بالا می‌رود ارزش این روش در مقایسه با الگوریتم گوس ـ سیدل مشخص‌تر می‌شود. زیرا در این روش هر گره بعد از اینکه ۳ بار حداقل شد، از جستوجوی مراحل بعد حذف می‌شود. در مثال گذشته، این مسئله در مورد گره B واقع شده است.

۵- مطالعه موردی

در این بخش نحوه و چگونگی پیاده‌سازی اهداف تحقیق در یک مطالعه موردی تشریح شده است. برای این منظور قسمتی از منطقه ۱۰ شهر تهران به عنوان منطقه مطالعاتی برگزیده شد (شکل ۷). منطقه تقریباً به شکل مربع به ابعاد تقریبی ۲ کیلومتر است.

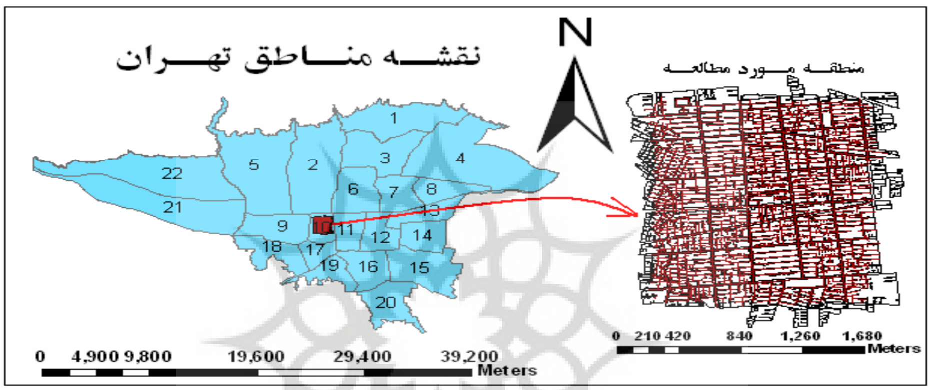
۵-۱- محاسبهٔ عدم قطعیت معیار طول

با توجه به نظریه‌های بیان شده در بخش ۳، ابتدا میزان خطای تمامی یال‌های گراف براساس دقت نقشه محاسبه گردید و در محدوده‌ای جدا ذخیره شد. سپس برای مسیریابی در شبکهٔ انتخاب‌شده، دو گزینهٔ جدا در نظر گرفته شد. گزینه اول ـ همان‌طور که در شکل ۸ نشان داده شده است ـ به‌منظور محاسبهٔ کوتاه‌ترین مسیر، بدون در نظر گرفتن خطای دادهٔ ورودی در نظر

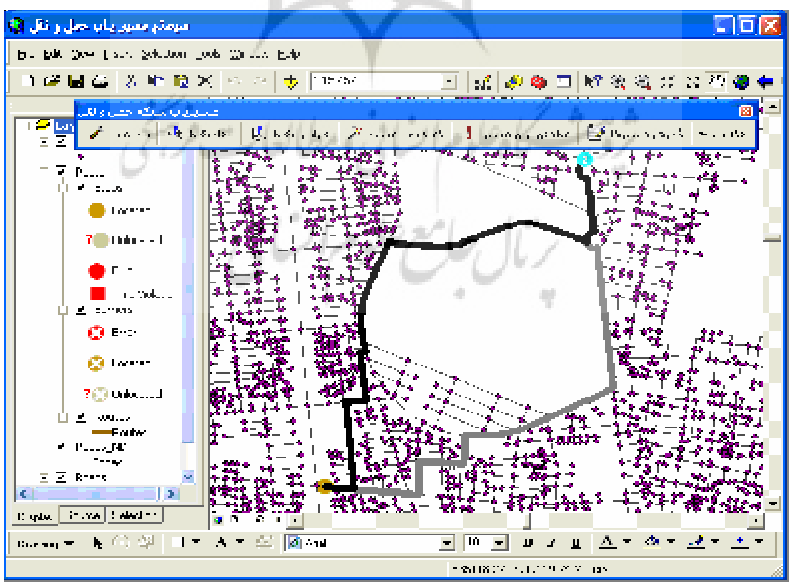
گرفته شده و گزینه دوم به‌منظور محاسبهٔ مطمئن‌ترین مسیر که در آن خطای دادهٔ ورودی نیز اعمال‌شده، در نظر گرفته شده است.

شکل ۸ نتیجهٔ مسیریابی را با توجه به دو گزینهٔ مطرح‌شده، نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است، کوتاه‌ترین و مطمئن‌ترین مسیر کاملاً از یکدیگر مجزا هستند.

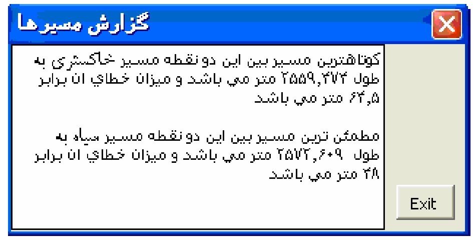
شکل ۹ نتیجهٔ گزارش‌گیری از دو مسیر به‌دست آمده به‌وسیلهٔ نرم‌افزار را نشان می‌دهد. همان‌طور که در گزارش آمده است، مسیر سیاه‌رنگ با وجود طولانی‌تر بودن، به دلیل خطای کمتر بسیاری که دارد، مسیر مطمئن‌تری است. پس از بررسی دو مسیر به‌دست آمده، مشخص شد که مسیر مطمئن‌تر از یال‌های با طول بیشتر عبور می‌کند و تعداد یال‌های آن کمتر از تعداد یال‌های کوتاه‌ترین مسیر است.



شکل ۷. منطقه مورد مطالعه



شکل ۸. مسیر خاکستری‌رنگ کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه و مسیر سیاه‌رنگ مطمئن‌ترین مسیر بین دو نقطه

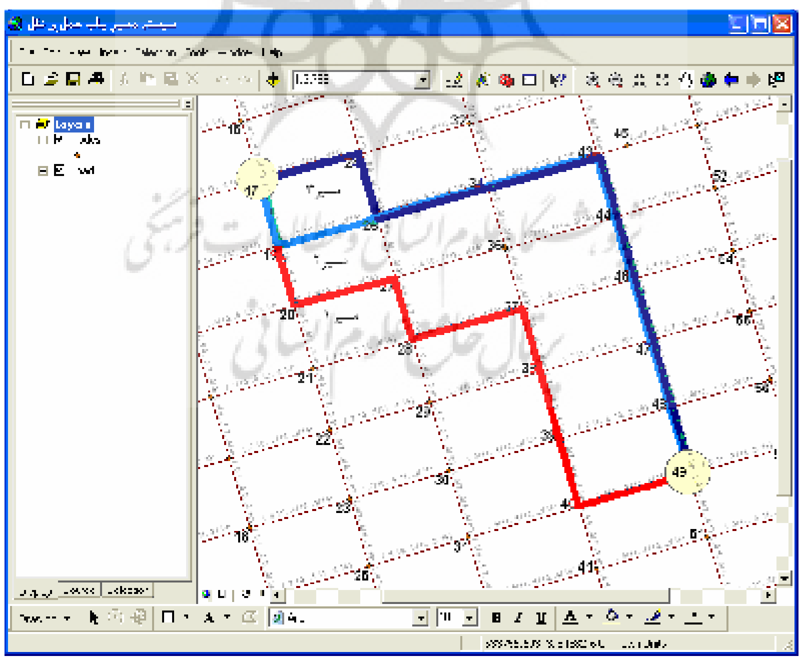


شکل ۹. گزارش کوتاه‌ترین و مطمئن‌ترین مسیر

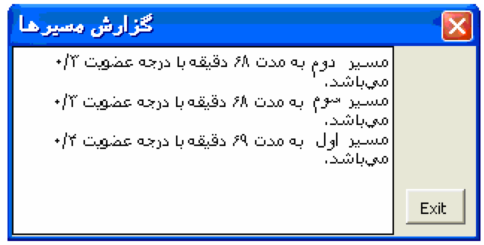
۵-۲- محاسبه عدم قطعیت معیار زمان

به‌منظور اجرای نظریه‌های بیان شده در مورد محاسبهٔ عدم قطعیت معیار زمان، به دلیل پیچیدگی کار و حجم نسبتاً بالای محاسبات، محدودهٔ کوچک‌تری در مقایسه با منطقه ۱۰ شهر تهران به‌عنوان منطقه مطالعاتی برگزیده شد. با توجه به نظریه‌های بیان شده در بخش ۴، ابتدا زمان سفرهای مختلفی برای هر یک از یال‌های شبکه شبیه‌سازی شد. این کار با در نظر گرفتن نسبت طول به عرض یال‌ها به‌عنوان معیار تأثیرگذار در زمان سفر هر یال انجام گرفت. فراوانی و زمان سفرهای مختلف هر یال نیز به صورت تصادفی و با کم یا زیاد کردن نسبت طول به عرض یال شبیه‌سازی شدند. سپس از بین اعداد شبیه‌سازی شده، سه عدد با فراوانی بیشتر انتخاب شدند. سپس با تعریف توابع عضویت برای هر یک از یال‌ها با توجه به فراوانی هر عدد، به هر یال شبکه یک مجموعه وزن فازی نسبت داده شد. آنگاه الگوریتم پیشنهادی در بخش ۴-۲-۲ به‌عنوان الگوریتم مسیریاب فازی در آن معرفی گردید. در این الگوریتم عدد k برابر ۳ در نظر گرفته شد، یعنی سه مسیر بهینه بین مبدأ و مقصد در خروجی نشان داده می‌شوند.

شکل ۱۰ خروجی ناشی از این الگوریتم را بین دو گروه ۱۷ و ۴۹ نشان می‌دهد. شماره گره‌ها در کنار آنها مشخص شده است. مجموعه وزن فازی هر یک از یال‌ها نیز در شکل نشان داده شده است. سه مسیر مجزا به عنوان کوتاه‌ترین مسیرها از لحاظ زمانی بین دو نقطه در شکل مشخص شده‌اند.



شکل ۱۰. سه مسیر کوتاه از لحاظ زمانی بین دو گره ۱۷ و ۴۹ استخراج شده از الگوی مسیریاب فازی



شکل ۱۱. گزارش مسیرهای به‌دست آمده از الگوریتم مسیریاب فازی

شکل ۱۱ گزارش سه مسیر به‌دست آمده از الگوریتم به‌وسیلۀ نرم‌افزار را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این گزارش آمده است، سه مسیر دارای مدت‌های زمانی مختلف و درجه عضویت‌های مختلفی هستند. به‌عنوان مثال، مسیر ۲ و ۳ مدت زمان کمتری در مقایسه با مسیر ۱ دارند، اما به دلیل درجه عضویت کمتر، میزان اطمینان‌شان در مقایسه با مسیر ۱ کمترست. به عبارت دیگر مسیر ۱ مطمئن‌تر از دو مسیر دیگرست.

در نهایت با توجه به دو مطالعه موردی انجام‌گرفته، می‌توان گفت که مدل کردن عدم قطعیت در آنالیزهای مسیریابی براساس معیار فاصله و زمان می‌تواند کاربران را به انتخاب مسیرهایی هرچند کمی طولانی‌تر، اما مطمئن‌تر سوق دهد و به این ترتیب بر میزان اطمینان و استفادۀ کاربران از سامانه‌های اطلاعات مکانی افزوده می‌شود.

۶- نتیجه‌گیری

سامانه‌های اطلاعات مکانی در زمینه مدیریت بهینۀ تسهیلاتی همچون حمل‌ونقل دارای اهمیت بسزایی هستند. با توجه به گسترش روزافزون استفاده از سامانه‌های اطلاعات مکانی در مسائل مهم و حیاتی نظیر مسیریابی حرکت ماشین‌های آتش‌نشانی و آمبولانس‌ها، نیاز به محاسبۀ میزان دقت مسیر در این سامانه‌ها امری لازم و انکارناپذیر به نظر می‌رسد. در مقالۀ حاضر کوشش شد که دو راهکار متفاوت برای محاسبۀ میزان عدم قطعیت ناشی از خطای دادۀ ورودی در خروجی الگوریتم‌های مسیریابی براساس دو معیار مختلف ـ یعنی فاصله و زمان سفر ـ ارائه شود. با توجه به مطالب شرح داده شده، می‌توان با استفاده از قوانین انتشار خطا، میزان خطای نهایی مسیر ناشی از خطای موقعیت را در محاسبات معیار طول به‌دست آورد و در نتیجه با در نظر گرفتن میزان خطا می‌توان مسیرهایی را انتخاب کرد که خطای کمتری دارند و یا به عبارت دیگر مطمئن‌ترند.

در مطالعه موردی‌ای که در این زمینه تشریح شد، چگونگی تأثیر خطای دادۀ ورودی در نتایج آنالیزهای مسیریابی به‌خوبی نمایان گردید. به‌منظور مدل کردن خطای دادۀ ورودی در مورد مسیریابی براساس معیار زمان نیز همان‌طور که بیان شد، اگر خطای داده ورودی را ناشی از تکثر مشاهدات زمانی هر یک از یال‌های شبکه در نظر گرفته شود، می‌توان از نظریه مجموعه‌های فازی که روشی برای بیان عدم قطعیت و ابهامِ داده است، استفاده کرد. در این صورت، می‌توان با استفاده از الگوریتم‌های مسیریابی فازی، کوتاه‌ترین مسیرها را به همراه میزان قطعیت آنها مشخص کرد تا با توجه به کاربرد و نیاز مسیر بهینه با درجۀ اطمینان مناسب انتخاب شود.

مطالعۀ موردیِ انجام گرفته در این زمینه نیز، دستیابی به نتایج بسیار مفید را با در نظر گرفتن خطای داده ورودی در مسیریابی برمبنای معیار زمان به خوبی نشان داد.

در نهایت می‌توان گفت که در سامانه‌های اطلاعات مکانی با در نظر گرفتن خطای داده ورودی و عدم قطعیت خروجی، می‌توان میزان اطمینان و استفادۀ کاربران را از سامانه‌های اطلاعات مکانی افزایش داد. به این ترتیب کاربران می‌توانند با توجه به نیاز خود، مسیر مناسب را با دقت مناسب برگزینند. در این مسیر می‌توان موارد زیر را به عنوان نتیجۀ حاصل از تحقیق پیشنهاد کرد:

- مدل کردن عدم قطعیت در دیگر معیارهای مسیریابی.

- اجرای مدل‌ها به گونه‌ای که کاربر بتواند مشخصات دلخواهش در مورد مسیر را از طریق یک واسط کاربری به سامانه معرفی کند.
- مدل کردن میزان اطمینان به مشاهده سنجنده‌های اندازه‌گیری زمان سفر. به عبارت دیگر چون سنجنده‌های محاسبه‌کنندهٔ زمان سفر، هوشمند نیستند، نیازی به وارد کردن تمامی مشاهداتی که از طریق آنها دریافت می‌شوند در محاسبات نیست.

۷- منابع

Azizi, A., 2003, **Network Analysis for Urban Traffic in a GIS**, MSc. Thesis, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

Barnett, H. J., 2005, **Early Writings on Graph Theory: Euler Circuits and The Konigsberg Bridge Problem, A Historical Project**, Colorado State University – Pueblo Pueblo.

Boulmakoul A., 2004, **Generalized Path-finding Algorithms on Semirings and the Fuzzy Shortest Path Problem**, Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 162, pp. 263-272.

Boundy, J.A. and U.S.R. Murty, 1999, **Graph Theory with Applications**, ISBN: 964-6761-57- 7.

Chen A., Zhaowang J., 2005, **Path Finding under Uncertainty, Journal of Advanced Transportation**, ISSN 0197-6729 CODEN JATRDC, Vol. 39, pp. 19-37.

Cormen T.H., Leiserson C.E., Rivest R.L., Stein C, 2001, **Introduction to Algorithms**, MIT Press and McGraw-Hill, pp. 588-601.

Dechter R., Pearl J., 1985, **Generalized Best-first Search Strategies and the Optimality of A***, Journal of the ACM; Vol. 32, No. 3, pp. 505-536.

Feder T., Motwani R., Ocallaghan L., Olston C. & Panigrahy R., 2007, **Computing Shortest Paths with Uncertainty,** Journal of Algorithms, Vol. 62, Pages 1-18.

Frank A.U., 2008, **Analysis of Dependence Decision Quality on Data Quality**, Springer, Verlag.

Frank A.U., 2007, **Data Quality Ontology: An Ontology for Imperfect Knowledge**, In: Winter S., Duckham M., Kulik L., Kuipers B. (eds) Spatial Information Thoery (COSIT 2007), Springer, Berlin.

Gondran M., Minoux M., 2007, **Dioïds and Semirings: Links to Fuzzy Sets and Other Applications, Fuzzy Sets and Systems**, Vol. 158, pp. 1273-1294.

Goodchild M., Jeansoulin R. (eds), 1998, **Data Quality in Geographic Information from Error to Uncertainty**, Hermes, Paris.

Gosper, J., 1998, **Floyd-Warshall all Pairs Shortest Path Algorithm**, Brunel University.

Guhnemann A., Schafer R.P., Theissnhusen K., Wagner P., 2004, **Monitoring Traffic and Emissions by Floating Car Data**, Institue of Transport Studies, The University of Sydney and Monash University.

Keshtiarast A., Alesheikh A.A., Kheirbadi A., 2006, **Best Route Finding Based on Cost in Multimodal Network with Care of Networks Constraints**, Map Asia 2006, India.

Krivoruchko, K, Carol A., 2003, **Assessing the Uncertainty Resulting from Geoprocessing Operations**, Environmental Research Institute, Centers for Disease Control, Redlands, CA USA.

NCGIA, 1989, The U.S. National Center for Geographic Information and Analysis: An Overview of the Agenda for Research and Education. IJGIS 2(3):117–136.

Okada S., 2004, **Fuzzy Shortest Path Problems Incorporating Interactivity among Paths**, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 142, pp. 335-357.

Okada S., Soper T., 2000, **A Shortest Path Problem on a Network with Fuzzy Arc Lengths**, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 109, pp. 129-140.

Ore O., 1990, **Graphs and Their Uses**, New Mathematical Library(34), The Mathematical association of America.

Preygel, A., 1999, **Path Finding: A Comparison of Algorithms**, Management Science pd, Matthews.

Thompson. E, 2003, **Integrating PDA, GPS and GIS Technologies for Mobile Traffic Data Acquistion and Traffic Data Analysis**, M.Sc Thesis, IT University of Goteborg.