مثلث حسابی خیام (یا پاسکال ؟)
دستور دو جمله‌ای خیام (یا نیوتن ؟)

(جدول ۱)

سطراول	۱									
سطردوم	۱	۱								
سطرسوم	۱	۲	۱							
سطرچهارم	۱	۳	۳	۱						
سطرپنجم	۱	٤	٦	٤	۱					
سطرششم	۱	۵	۱۰	۱۰	۵	۱				
سطرهفتم	۱	٦	۱۵	۲۰	۱۵	٦	۱			
سطرهشتم	۱	۷	۲۱	۳۵	۳۵	۲۱	۷	۱		
سطرنهم	۱	۸	۲۸	۵٦	۷۰	۵٦	۲۸	۸	۱	
سطردهم	۱	۹	۳٦	۸٤	۱۲٦	۱۲٦	۸٤	۳٦	۹	۱

بجدول مثلث شکل بالا توجه فرمایید . این مثلث از ده سطرو ده ستون تشکیل شده است . سطراول فقط شامل عدد ۱ است و سطردوم شامل اعداد ۱و ۱ می‌باشد . اگر فرض کنیم که درسمت راست وسمت‌چپ هرسطر ، حتی سطراول ، یك صفرنوشته شده باشد این جدول را می‌توان برطبق قاعدهٔ زیرتشکیل داد :

درزیرهرعدد مجموع همان عدد وعدد سمت چپ آن راباید نوشت

مثلاً سطردوم شامل‌اعداد ۱=۱+۰ و۱=۰+۱ است وسطرسوم شامل اعداد ۱=۱+۰ و ۲=۱+۱ و ۱=۰+۱ می‌باشد وسطرچهارم شامل اعداد ۱=۱+۰ و۳=۲+۱ و۳=۱+۲ و۱=۰+۱ است وبهمین روش می‌توان سطرهای بعدی‌جدول را نوشت (می‌توانید سطرهای یازدهم و دوازدهم جدول را بنویسید وتا هر کجا که حوصلهٔ شما یاری می کند عمل را ادامه دهید) .

اعداد این جدول دارای خاصیت‌هایی هستند کـه عده‌ای ازآنها را در اینجا شرح می دهیم :

۱ـ مجموع اعداد هرسطرمساویست بادوبرابر مجموع اعداد سطرقبل‌ازآن

مثلاً مجموع اعداد سطرچهارم مساویست با ۸ واین دو برابر مجموع اعداد سطر سوم است که ٤ می‌باشد .

۲ـ مجموع اعداد سطر n ام (انم) مساویست با 2^{n-1} (دوبتوان ۱ـn)

مثلاً مجموع اعداد سطر دوم مساویست با ۲ = 2^1 و مجموع اعداد سطر سوم مساویست با ٤ = 2^2 ومجموع اعداد سطرچهارم مساویست با ۸ = 2^3 وغیره .

۳ـ در هرسطر مجموع اعدادی‌که ازسمت چپ در ستونهای زوج واقع هستند مساویست با مجموع اعدادی‌که در ستونهای فرد قراردارند .

مثلاً درسطرچهارم مجموع اعدادی که از سمت چپ در ستونهای دوم وچهارم قرار دارند مساویست با ٤ = ۱ + ۳ و مجموع اعدادی هم که در ستونهای اول و سوم (از سمت چپ) قرار دارند باز مساویست ٤ = ۳ + ۱ .

۴ـ هرعدد ازجدول مساویست بامجموع اعدادی‌که درستون سمت چپ آن عدد ودر سطرهای بالای‌آن واقع هستند .

مثلاً عدد ۱۵ از سطرهفتم (درستون سوم) مساویست با مجموع اعداد ٥ و ٤ و ۳ و۲ و ۱ که درستون سمت چپ ۱۵ (یعنی ستون دوم) و در سطرهای ششم وپنجم وچهارم و سوم و دوم و اول واقع هستند . (مورد استعمال اعداد این جدول را بعداً خواهیم دید) .

این‌جدول درهمهٔ کتابهای درسی اروپایی **مثلث حسابی پاسکال*** نامیده شده است . باید دید که آیا ریاضی دانان مشرق زمین قبل از پاسکال این مثلث را می‌شناختهاند یا نه ؟ یادآوری می کنیم که پاسکال از ۱۶۲۳ تا ۱۶۶۲ میلادی یعنی‌از ۱۰۳۳تا۱۰۷۳ هجری قمری می‌زیسته .

قبل‌ازپاسخ دادن باین‌سؤال نظرخوانندهٔ گرامی را بدستورهای زیرجلب می کنیم :

(جدول ۲)

$$(a+b)^1 = a+b$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$
$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + a^5$$

اگر این پنج دستور را با سطرهای دوم وسوم وچهارم وپنجم وششم مثلث حسابی (جدول ۱) مقایسه کنیم در می‌یابیم که در هریك از این دستورها ضرائب عددی جمله ها همان اعداد سطرنظیرخود از مثلث حسابی هستند .

مثلاً در دستور پنجم ضرائب عددی جمله‌ها عبارتند از ۱ و۵ و۱۰ و۱۰ و ۵ و۱ واین اعداد همان اعدادی هستند که درسطرششم مثلث حسابی ثبت شده است . این قاعده کلی است ومثلاً سطردهم مثلث حسابی‌ضرائب عددی بسط $(a+b)^9$ هستند که عبارتند از:

۱ و۹ و۳۶ و ۸٤ و ۱۲٦ و ۱۲٦ و ۸٤ و ۳٦ و ۹ و۱

* بهزبان فرانسوی Triangle arithmétique de Pascal وبه‌انگلیسی Pascal Triangle وبه‌آلمانی Pascalsches Dreick

فایده و مورد استعمال مثلث حسابی اینست که ضرائب عددی بسط دو جمله‌ای $(a+b)^n$ را بازاء مقادیر مختلف n بدست می‌دهد.

صورت کلی دستورهای فوق را بیشتر اروپاییان دستور دو جمله‌ای نیوتن✲ می نامند حال باید دید که آیا ریاضی دانان مشرق زمین قبل از نیوتن این دستور را می‌شناخته‌اند یا نه؟ یادآوری می کنیم که نیوتن از ۱۶۴۲ تا ۱۷۲۷ میلادی یعنی از ۱۰۵۲ تا ۱۱۴۰ هجری قمری می‌زیسته.

***

ریاضی دان بزرگ ایرانی غیاث الدین جمشید کاشانی کتاب مفتاح الحساب را در سال ۸۳۰ هجری قمری یعنی تقریباً دویست سال قبل از تولد پاسکال و دویست و بیست سال قبل از تولد نیوتن نوشته است و از مقدمهٔ مفتاح الحساب پیداست که این کتاب شامل مطالبی است که درآن زمان برای یك نفرمحاسب لازم بوده یعنی کتاب مفتاح یك کتاب درسی است ونه یك رسالهٔ تحقیقی.

اکنون قسمتی‌ازباب پنجم ازمقالهٔ اول مفتاح‌الحساب راترجمه وتلخیص می کنیم ونشان می‌دهیم که «دستور دوجمله‌ای» و«مثلث حسابی» قرنها پیش از زمان پاسکال و نیوتن برریاضی دانان ایرانی‌معلوم بوده وتقریباً دویست سال پیش‌ازآنکه این دانشمندان پابعرصهٔ وجود بگذارند مطالب مزبور در کتابهای درسی اسلامی نوشته شده و طالبان علم آنها را می‌آموخته‌اند و برای آنکه ذهن خوانندهٔ گرامی دراین باره روشن تر شود متذکرمی‌شویم که اولاً موضوع باب پنجم مقالهٔ اول مفتاح الحساب استخراج ریشه های اعداد است مثل جذروکعب و ریشهٔ چهارم وغیره وثانیاً قدما بجای اصطلاحات ریاضی کنونی اصطلاحات دیگری بکار می‌برده‌اند که در بیشتر موارد با اصطلاحات امروزی تفاوت کلی دارد. برای مثال چند اصطلاح قدیمی را با اصطلاحات معادل آنها در اینجا می‌نویسیم تا قسمتی را که ازمفتاح الحساب ترجمه می کنیم برای خواننده بهترمفهوم شود.

اصطلاح قدیمی	اصطلاح کنونی	علائم قراردادی فعلی
مال یا مجذور یا مربع عدد	مربع عدد	a^2
کعب یا مکعب عدد	قوهٔ سوم عدد	a^3
مال مال عدد	قوهٔ چهارم عدد	a^4
مال کعب عدد	قوهٔ پنجم عدد	a^5

✲ به زبان‌فرانسه Farmule de binôme de Newton

کعب کعب عدد	قوهٔ ششم عدد	a^6
مال مال کعب عدد	قوهٔ هفتم عدد	a^7
ضلع اول	ریشه (اسم عام)	
ضلع اول مال مال	ریشهٔ چهارم	$\sqrt[4]{8}$
مضلع	قوه (اسم عام)	a^n یا $(a+1)^n$
عدد منزل	نمای قوه	
مضلع	عددی که باید ریشه‌اش گرفته شود	
مضلع منطق	عدد گویا	مثل $\sqrt{9}$
مضلع اصم	عدد گنگ	مثل $\sqrt{11}$

درمقام مقابله باقوهٔ چهارم عدد a قوهٔ چهارم دوجمله‌ای $(a+1)$ یعنی $(a+1)^4$ را **منزلت مال مال** می‌نامیده‌اند وضرائب عددی جمله‌ها را دربسط عبارت $(a+1)^n$ **اصول منازل مضلعات** می گفته‌اند. مثلاً ضریب عـددی جملهٔ a^2 در بسط $(a+1)^5$ **اصل صف مال ازمنزلت مال کعب** نامیده می‌شده است . در دستور :

$$(a+1)^4 = a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1$$

اعداد ٤ یعنی ضرائب a^3 و a را **اعداد دوطرف این منزلت** وعدد ٦ را **عدد وسط این منزلت** می‌نامیده‌اند .

***

اینك ترجمه وتلخیص یك قسمت ازباب پنجم از مقالهٔ اول مفتاح الحساب (رجوع کنید به صفحات ۳۷و۳۸و۳۹ از مفتاح الحساب چاپ تهران در ۱۳۰٦ هجری قمری) :

راه دیگر برای بدست‌آوردن تفاضل یك قوه ازدوعدد صحیح متوالی یعنی محاسبهٔ $(a+1)^n - a^n$ برای این باید اعدادی را کـه به اصول منازل مضلعات موسوم هستند بشناسیم . . . بدانکه اصل منزلت مال [یعنی ضریب a دربسط $(a+1)^2$] فقط یك عدد است وآن ۲ می‌باشد واصول منزلت کعب [یعنی ضرایب a^2 و a دربسط $(a+1)^3$] دوعدد است که عبارتند از ۳و۳ وبرای هریك ازمنزلت‌های بعدی اعداد دو طرف رایك واحد بازاء هرصف زیاد می کنیم واگرهردو عدد مجاور از اصول یك منزلت را باهم جمع کنیم یکی از اعداد وسط از منزلت بعدی بدست می‌آید مثلاً اعداد منزلت مکعب ۳و۳ است که‌مجموعشان ٦ می‌شود پس ٦ عدد وسط منزلت چهارم‌است واصول منزلت چهارم ٤و٦و٤ می‌باشند ومجموع ٤و٦ یعنی ۱۰ یکی از دوعدد وسط منزلت پنجم است و مجموع ٦ و٤ وسط دیگراست وبهمین قیاس‌اصول منازل‌تا بی‌نهایت بدست می‌آید . همانطور که درجدول

زیر دیده می‌شود :

(جدول ۳)

اصول قوهٔ دوم	اصول قوهٔ سوم	اصول قوهٔ چهارم	اصول قوهٔ پنجم	اصول قوهٔ ششم	اصول قوهٔ هفتم	اصول قوهٔ هشتم	اصول قوهٔ نهم	صفوف
							۹	صف قوهٔ هشتم
						۸	۳۶	صف قوهٔ هفتم
					۷	۲۸	۸٤	صف قوهٔ ششم
				٦	۲۱	۵٦	۱۲٦	صف قوهٔ پنجم
			۵	۱۵	۳۵	۷۰	۱۲٦	صف قوهٔ چهارم
		٤	۱۰	۲۰	۳۵	۵٦	۸٤	صف مکعب
	۳	٦	۱۰	۱۵	۲۱	۲۸	۳٦	صف مربع
۲	۳	٤	۵	٦	۷	۸	۹	صف ریشه

وهر گاه بخواهیم تفاضل بین یك قوه از دوعدد صحیح متوالی [یعنی $(a+1)^n - a^n$] رابدست آوریم عدد کوچکتر یعنی a را دراصل صف ضلع متعلق به آن قوه ضرب می کنیم و مربع a یعنی a^2 را دراصل صف مربع و a^3 را دراصل صف مکعب ضرب می کنیم وبهمین طریق عمل را ادامه می‌دهیم تا اینکه جمیع قوای a که از قوهٔ مفروض کوچکترند در اصول منازل مربوطه ضرب شوند وهمهٔ حاصلها را باهم جمع می کنیم ویك واحد بر آن می‌افزاییم تفاضل مطلوب بدست می‌آید .

مثلاً می‌خواهیم $4^5 - 5^5$ را حساب کنیم . صفوفی را که کوچکتر از قوهٔ پنجم هستند رسم می کنیم و در آنها اصول مربوط بخودشان را در یك ستون می‌نویسیم و عدد کوچکتر یعنی ٤ را درصف ضلع ومربع آن یعنی ۱٦ را درصف قوهٔ دوم ومکعب آن یعنی ٦٤ را درصف قوهٔ سوم وقوهٔ چهارم آن یعنی ۲۵٦ را درصف قوهٔ چهارم می‌نویسیم وبین آنها وبین اصول یك خط قائم رسم می کنیم سپس هرعدد را که در صف اصول واقع شده در عدد نظیرخود ازستون قوا ضرب می کنیم و حاصل‌ها را در ستون قائم دیگری از جدول قرار

می‌دهیم.سپس اعدادی را که در جدول حاصل ضرب‌ها نوشته‌ایم با هم جمع می کنیم ویک واحد به‌آن می‌افزائیم ۲۱۰۱ حاصل می‌شود واین عدد مساویست با $5^5 - 4^5$.

(جدول ۴)

صفوف	اصول قوهٔ پنجم	قوای عدد که باید دراصول ضرب شوند	حاصل ضربها
صف قوهٔ چهارم	۵	۲۵۶	۱۲۸۰
صف قوهٔ سوم	۱۰	۶۴	۶۴۰
صف قوهٔ دوم	۱۰	۱۶	۱۶۰
صف ضلع	۵	٤	۲۰

وهر گاه بخواهیم تفاضل دوقوه ازدوعدد غیرمتوالی (یعنی $b^5 - a^5$) مثلاً $7^5 - 4^5$ را حساب کنیم ستون دیگری به‌جدول فوق اضافه می کنیم و درآن قوای متوالی تفاضل دو عدد یعنی ۳ = ٤−۷ را می نویسیم بطوریکه تفاضل یعنی ۳ درصف قوهٔ چهارم و مربع ۳ یعنی ۹ درزیر آن وقوهٔ چهارم آن درصف ریشه واقع شود . سپس اعدادی را که درصف حاصل ضربها واقع شده‌اند دراعداد نظیر آنها ازستون قوای تفاضل ضرب می کنیم وحاصل‌ضربهای اخیررا دریک ستون قائم دیگرمی‌نویسیم وسپس آنچه را درجدول اخیر نوشته‌ایم باهم جمع می کنیم وبه‌آن قوهٔ پنجم تفاضل یعنی $243 = 3^5$ را می‌افزاییم عدد ۱۵۷۸۳ حاصل می‌شود واین عدد همان عدد مطلوب یعنی $7^5 - 4^5$ است .

(جدول ۵)

صفوف	اصول قوهٔ پنجم	قوای عدد که باید دراصول ضرب شوند	حاصل ضربها	قوای تفاضل که درحاصل‌ها ضرب شده‌اند	حاصل ضربهای دوم
صف قوهٔ چهارم	۵	۲۵۶	۱۲۸۰	۳	۳۸٤۰
صف قوهٔ سوم	۱۰	٦٤	٦٤۰	۹	۵۷٦۰
صفت قوهٔ دوم	۱۰	۱٦	۱٦۰	۲۷	٤۳۲۰
صف ضلع	۵	٤	۲۰	۸۱	۱٦۲۰

***

باکمی دقت معلوم می‌شود که اولاً جدول شمارهٔ ۲ همان جدول شمارهٔ ۱ یعنی مثلث حسابی است بااین تفاوت که وضع قرار گرفتن اعداد درآنها متفاوت است وجدول ۲

ستون آحاد را ندارد وثانیاً اگر درجدول شمارهٔ ۳ دوعدد صحیح متوالی را $a+1$ و a بنامیم مفهوم این جدول باعلائم قرار دادی کنونی دستور زیراست :

$$(a+1)^5 - a^5 = 5a^4 + 10a^3 + 10a^2 + 5a + 1$$

وازآنجا
$$(a+1)^5 = a^5 + 5a^4 + 10a^3 + 10a^2 + 5a + 1$$

وثالثاً اگر درجدول شمارهٔ ٤ دوعدد صحیح غیرمتوالی را a و b بنامیم مفهوم این جدول با علائم قرار دادی کنونی دستور زیراست :

$$(a+b)^5 - a^5 = 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5$$

وازآنجا
$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5$$

یعنی درست دستور دو جمله‌ای که امروز در مدارس ما تدریس می‌شود . البته این دستور برای قوهٔ پنجم داده شده ولی قاعدهٔ متن مفتاح الحساب کلی است و می‌توان آنرا برای هرقوهٔ دیگری نیزبکار برد . این نکته شایستهٔ توجه است که برطبق آنچه در مفتاح الحساب نوشته شده مثلاً برای بدست آوردن ضرائب بسط دوجمله‌ای $(a+b)^7$ باید هفت سطراول مثلث حسابی رانوشت تا سطرهفتم آن که همان ضرایب مذکور است بدست آید اما ریاضی‌دان دیگر ایرانی ملامحمدباقر یزدی (قرن هفدهم میلادی) در کتاب عیون‌الحساب* قاعده‌ای بیان می کند که این ضرائب را مستقیماً وبدون اینکه احتیاج بنوشتن شش سطر اول مثلث حسابی باشد بدست می‌دهد .

نکتهٔ بسیار مهم دیگر این است که غیاث‌الدین جمشید در مقدمهٔ مفتاح الحساب بصراحت می‌نویسد که تمام جداولی که درآن کتاب هست خودش استنباط کرده مگرهفت جدول که جداول شمارهٔ ۳ و ٤ که غیاث‌الدین جمشید آنها را جداول اصول منازل نامیده است جزء همین هفت جدول است یعنی غیاث‌الدین جمشید آنها را از پیشینیان خود اقتباس کرده ودر کتاب مفتاح نوشته است . بنابراین « مثلث حسابی » و« دستور دوجمله‌ای » مدتها قبل از غیاث‌الدین جمشید شناخته شده بود .

طبیعی است که ازخود بپرسیم که این مطالب که در زمان غیاث‌الدین جمشید در زمرهٔ مطالب معمولی وجاری ریاضیات بوده از کجا آمده وچه کسی این دستورها رابدست آورده است . برای پیدا کردن جواب این سؤال باید بکتابهای حساب و جبری که پیش از زمان غیاث‌الدین جمشید تألیف شده ومخصوصاً بمباحثی ازین کتب که مربوط باستخراج

---

* چند نسخهٔ خطی از کتاب عیون الحساب در کتابخانهٔ مجلس موجود است و یك نسخهٔ خطی از آن که در تاریخ ۱۲٦٤ هجری قمری نوشته شده متعلق به‌استاد محترم آقای دکتربیژن است که برای مطالعه در اختیار بنده گذاشته‌اند .

ریشهٔ اعداد ویا حل معادلات درجهٔ سوم به بالاست رجوع کنیم . در کتاب **جبرومقابلهٔ خیام** که استاد گرامی جناب آقای دکتر غلامحسین مصاحب در سال ۱۳۱۷ هجری شمسی باضمام تاریخ علوم ریاضی تازمان خیام منتشر کرده‌اند (صفحهٔ ۲۳۱) این عبارت هست : « هندیها برای استخراج جذر و کعب طرقی دارند که مبنی براندك تفحص است وآن عبارتست از دانستن مربعات ارقام نه گانه و حاصل ضرب آنها در یکدیگر **ومن در اثبات صحت این طرق و چگونگی نیل به مقصود از روی آنها کتابی تألیف کرده ام .** در این کتاب برانواعی که هندیان ذکر کرده‌اند انواع دیگری از قبیل استخراج ریشه های چهارم وپنجم وششم وبالاتر افزوده‌ام **و قبل از من کسی این مطالب را ذکر نکرده .** براهین این کتاب عددی است وبرقسمتهای مربوط‌به حساب از کتاب اصول مبتنی می‌باشد»

کتابی که خیام‌به‌آن اشاره می کندبه‌احتمال قوی عبارتست از **رساله در صحت طرق‌هندی برای استخراج‌جذر وکعب** و شاید رسالهٔ **مشکلات الحساب** باشد . متأسفانه‌ازین دو کتاب فقط نامی باقی مانده وهنوز نسخه‌ای ازآنها بدست نیامده است. نگارنده برای بدست آوردن این دورساله تحقیقاتی کرده‌ام که انشاءالله نتایج آنها را بعداً خواهم نوشت .

از اینکه خیام به صراحت در کتاب‌جبر ومقابلهٔ خود می گوید که استخراج‌ریشه های‌چهارم وپنجم وبالاتررا به طرق هندی‌افزوده وقبل‌ازو کسی‌این‌مطالب‌را ذکرنکرده‌است ونظر باینکه مطالب مذکور بعداز خیام در کتب ریاضی نوشته شده و بعدها جزء مطالب درسی در آمده است می‌توان دانست که مخترع واقعی **مثلث حسابی و دستور دوجمله‌ای** (البته در حالت‌خاصی که قوهٔ دوجمله‌ای عدد صحیح مثبت باشد) همان ریاضی دان‌بزرگ ایران حکیم عمر خیام است که در قرن یازدهم میلادی یعنی در حدود شش قرن قبل از پاسکال و نیوتن می‌زیسته و باید این‌ها را به نام خیام نامید و گفت **مثلث حسابی خیام و دستور دوجمله‌ای خیام**

خواننده تصور نکند که نویسندهٔ این‌مقاله برای بزرگ جلوه دادن ریاضی دانان ایرانی خدای‌نخواسته در پی‌آنست که‌به دانشمندان بزرگی همچون‌نیوتن وپاسکال‌جسارتی کند . مقام‌شامخ این‌ستارگان قدراول عالم‌علم‌خیلی‌عالیترازآنست که اگربگوییم‌فلان‌دستور را دانشمندان‌دیگری قبل‌از زمان‌آنان می‌دانسته‌اند چیزی ازآن‌کاسته شود . این‌مطلب‌هم ناگفته‌نماند که ریاضیون‌مشرق زمین دستور دوجمله‌ای را فقط درحالتی که قوهٔ دوجمله‌ای عدد صحیح مثبت باشد بدست‌آورده‌اند ونیوتن‌آنها را بصورت کلی وجامع درآورده و تعمیم داده است .

اینك بـرای مزید اطلاع خوانندهٔ گرامی قسمتی ازآنچه را در کتابهای خارجی راجع باین موضوع دیده‌ام در اینجا ترجمه می کنم :

از کتاب **ریاضیات برای همه** تألیف هگبن *

« بی‌شك فریبندگی اعداد مثلث شکل موجب شده است که کسانی به‌فکر مثلث حسابی پاسکال بیفتند و اینکه این مثلث حسابی را مثلث حسابی پاسکال می نامند برای آنست که پاسکال اول ریاضی‌دان فرانسوی است که باحتمالات ریاضی که اساس تئوری جدید علم آمار است توجه کرد . در واقع سلسلهٔ مثلث حسابی را عمر خیام بدست آورد . این سلسله درکتاب **آئینهٔ قیمتی چهار عنصر** ** معرفی شد واین کتاب درحدودسال ۱۳۰۰ میلادی بوسیلهٔ ریاضی‌دان چینی **چوشی‌که** *** در زمانی که امپراطوری مغول دراروپای شرقی پیش می‌رفت نوشته شده است »

مؤلف کتاب ریاضیات برای همه پس از تشریح این مطلب همه‌جا مثلث حسابی را به نام **مثلث حسابی خیام** می نامد ودر جای دیگر همان کتاب می‌نویسد :

عمر خیام که **دستور دوجمله‌ای** را کشف کرد یك ماتریالیست با ایمان بود که می‌خواست حکمت را در عالم واقعی بکار برد وآنرا موافق میل خود از نو بسازد .

از کتاب تاریخ ریاضیات تألیف **اسمیث** **** (جلد دوم صفحهٔ ۵۰۷):

« **قضیهٔ دوجمله‌ای**ـ بسط عبارت $(a+b)^n$ بازاء مقادیر صحیح n یا لااقل وسیلهٔ بدست آوردن ضرائب آن مدتها پیش از آنکه به‌اروپا برسد ، درمشرق زمین شناخته شده‌بود حالت $n = 2$ را اقلیدس (۳۰۰ سال قبل ازمیلاد) می‌دانست . امـا تعمیم قاعده بازاء مقادیر دیگر n تا آنجا که اطلاع داریم در کتاب جبر عمر خیام (۱۱۰۰ میلادی) آمده است . »

« ... تعمیم قضیهٔ دوجمله‌ای بازاء مقادیر منفی و کسری n ازنیوتن است » (از صفحهٔ ۵۱۱ کتاب تاریخ ریاضیات).

ابوالقاسم قربانی

* Lancelot Hogben
** Précieux Miroir des Qautre Éléments
*** Chu Shi kei
**** History of Mathematics تألیف David Eugene Smjth.