

ویتگنشتاین:

منطق، ریاضیات و علوم طبیعی
در رساله منطقی-فلسفی

شاپور اعتماد

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرستال جامع علوم انسانی

لودویک ویتگنشتاین (۱۸۸۹ - ۱۹۵۱) شخصاً هرگز عضو هیچ جریان و گروه فلسفی نبوده است. هیچکدام از آثارش دارای زیرنویس یا بخش کتابشناسی نیست، و هرگاه به فیلسوف‌های دیگر اشاره می‌کند، اشاره اور در ارتباط با نکته یا مسئله‌ای خاص است بدون آنکه از کسی - حتی از خود - نقل قول آورد (او معتقد بود برای فهمیده شدن بررسی‌های فلسفی او باید کل رساله منطقی - فلسفی خود را همراه آن چاپ کند). آثار او رویهم رفته خارج از و نسبتاً با بی‌اعتنایی نسبت به جریانهای فلسفی معاصر و موجود نگاشته نشده است، لیکن نقش این آثار در انسجام یابی و قوام‌گیری جریانهای فلسفی معاصر از اهمیت

بسیار زیادی برخوردار است. شلیک^۱ بنیانگذار مiful وین از رساله منطقی - فلسفی به عنوان «نقطه عطفی» در تاریخ فلسفه پاد می‌کند، و خود اثر در سالهای ۱۹۲۵-۲۶ در مiful وین به طور گروهی خوانده می‌شد و مورد بحث قرار می‌گرفت. از سوی دیگر بررسیهای فلسفی او شاید مهمترین اثر در ایجاد گرایش فلسفی آکسفورد موسوم به «فلسفه مبتنی بر زبان متعارف»^۲ بود.

وینگشتاین بارها درباره ماهیت خود فلسفه سخن می‌گوید و رویه مرفته با هر گونه نظام سازی مخالف است. لیکن رساله منطقی - فلسفی او و قسمت اول بررسیهای فلسفی او جزو منسجم‌ترین آثار فلسفی است که اگر به عنوان یک کل واحد در نظر گرفته شوند اهمیت‌شان به اندازه کافی برجسته نخواهد شد.^۳ با همه این آنچه در اینجا مورد نظر است نه فلسفه وینگشتاین در مجموع بلکه (برای ما) فقط آن گوشش‌هایی از آن مطرح است که بر شکل‌گیری فکری جریانهای مختلف فکری در زمینه فلسفه علم تأثیر داشته است. باید توجه داشت که مجموعه گردآوری شده ما بیشتر متوجه علوم تجربی (بخصوص فیزیک) است در حالیکه علم شامل قسمتهایی صرفاً نظری چون ریاضیات و منطق هم است. در مورد وینگشتاین در واقع باید گفت که او بیشتر در واکنش به یک سلسله مسائل مطروحه در زمینه ریاضیات و منطق به فلسفه روی آورد. یادداشت‌هایی درباره منطق (سپتامبر ۱۹۱۳)، یادداشت‌هایی دیکته شده به مور (آوریل ۱۹۱۴)، یادداشت‌های ۱۹۱۴-۱۶، و نامه‌های او به راسل در فاصله زمانی ۱۹۱۲-۲۰، همه بیشتر متوجه مطالب منطقی و ریاضی است.^۴ اگر در رساله منطقی - فلسفی، او تحت تأثیر فکری فرگه و راسل بود، گفته می‌شود که او در اواخر سالهای سی، یعنی تقریباً پس از گذشت یک دهه از نگارش رساله منطقی - فلسفی، تحت تأثیر شنیدن یکی از سخنرانی‌های براؤنر (بنیانگذار مکتب شهودگرایی در ریاضیات) به فلسفه بازگشت. بعلاوه او در سالهای ۱۹۳۶-۳۷ یک سلسله کلاس‌هایی در کمبریج برگزار کرد که درس‌های آن بعداً تحت عنوان درس‌هایی در مبانی ریاضیات چاپ شده است.

بنابراین به تحقیق می‌توان گفت که حجم مطالبی که وینگشتاین در مورد فلسفه ریاضی و منطق بیان کرده است به مراتب بیشتر از حجم مطالبی است که پیرامون فلسفه علوم تجربی از او به جای مانده است. و احتمال دارد که در آینده آثار وینگشتاین برای فلسفه ریاضیات و منطق اهمیت بیشتر داشته باشد تا برای فلسفه علم. با همه این، از نظر تاریخی، رساله منطقی - فلسفی او بیشتر مایه الهام فلسفه و دانشمندانی، مانند کارناب، فایگل، شلیک، آیر... واقع شد تا مایه الهام متفکرین فلسفه ریاضی یا مبانی ریاضیات (مانند هیلبرت، گودل، تورینگ، به استثنای راسل).

با در نظر گرفتن نکات مذکور باید اذعان کنیم که گزینه هایی که در اینجا می آوریم در بیوند با کل فلسفه ویتنگشتاین نیست بلکه تعبیری است از اینکه چگونه گوشه هایی از فلسفه او دریافت شده است.

برخی از مفسرین آثار ویتنگشتاین معتقدند که او نه دو فلسفه مختلف، بلکه تنها یک فلسفه واحد را داده است بطوریکه آثار بعد از رساله منطقی -فلسفی بطور پیوسته ای، یعنی بدون هیچگونه گستاخی، تکامل و ضمایم آن هستند (برای نمونه مراجعه کنید به کتاب آنتونی کنی و کتاب دیوید پیرز^۵). شاید چنین تفسیری درست باشد. اینکه نتیجه قطعی این اختلاف نظرها چه خواهد بود هنوز معلوم نیست. لیکن از نظر تاریخی روشن است که ویتنگشتاین به عنوان فیلسوفی شهرت یافته است که در طول زندگی خود نه یک بلکه دو فلسفه ارائه داده است. مضامینا بر این، نحوه دریافت این دو فلسفه از سوی فلاسفه علم به اندازه کافی از یکدیگر متمایز است که بتوانیم دلالتی در تأیید آن اقامه کنیم.

فلسفه، «تقد زبان» است

قبل از آنکه توجه خود را به گوشه هایی از فلسفه ویتنگشتاین معطوف کنیم که موارد علاقه ماست، نگاهی اجمالی به کل و منشاء آن می انکشیم.

ویتنگشتاین رساله خود را چنان آغاز می کند که گویی به این پرسش پاسخ می گوید که «جهان چیست؟»

۱. جهان همه آن است که وضع واقع است.
 ۲. آنچه وضع واقع است - یعنی واقعیت - بودن امور واقع است.
 ۳. تصویر منطقی واقعیتها، اندیشه است.
 ۴. اندیشه، گزاره معنا دار است.
 ۵. گزاره، تابع ارزشی گزاره های بنیادی است.
 ۶. صورت کلی تابع ارزش، این است [N(F), F, P]
 ۷. آنچه درباره اش نتوان سخن گفت باید درباره اش خاموش ماند.
- (رساله از این هفت تر تشکیل شده است و بقیه مطالب آن به کمک دستگاهی اعشاری میان این هفت تر شماره گذاری و گنجانده شده است). دو تر نخست، اساس هستی شناختی فلسفه او را بیان می کند (جهان، امر واقع، واقعیت). تر سوم نحوه گذر از هستی شناسی به معرفت شناسی او را بیان می کند (اینکه ارتباط میان جهان و افکار درباره جهان چگونه است). تر چهارم بررسی زبان را آغاز می کند (گزاره های معنی دار به عنوان وسیله

صورت‌بندی کردن افکار)، تز پنجم و ششم به ساختمان درونی زبان می‌پردازد و قالبی را طراحی می‌کند که بتوان به کمک آن هر جمله معنی‌داری را بیان کرد؟ ولی تز هفتم که فقط همان یک جمله است و بس به بینش فلسفی و استعلایی اشاره دارد که کل اثر را به اثربنده «اخلاقی» تبدیل می‌کند:

«زمانی در این اندیشه بودم که چند کلمه درباره این مطلب در مقدمه آن بنویسم، که البته در مقدمه کوتني آن نیست، لیکن اکنون آنرا برای شما می‌نویسم چون ممکن است موجب راهنمایی شما شود؛ می‌خواستم بنویسم که کتاب من از دو قسمت تشکیل شده است: یک قسمت همان است که می‌بینید ولی قسمت دیگر قسمتی است که نتوشته‌ام، و دقیقاً همین قسمت دوم است که مهم است. زیرا کتاب من حدود امر اخلاقی یا آنچه اخلاقی است را گویی که از درون تعیین می‌کند؛ و من یقین دارم که این حدود را به سخن دقیق فقط از همین طریق می‌توان تعیین کرد. خلاصه کنم، به اعتقاد من: همه آنچه امروزه بسیاری طوطی وار می‌گویند من در اثر خود با خاموش ماندن درباره آن، تعریف کرده‌ام... توصیه می‌کنم که فعلاً مقدمه و نتیجه را بخوانید چون آنها نکه مذکور را بسیار روشن بیان می‌کنند.

«نتیجه» همان نظر استعلایی شماره هفت است که در بالا آوردیم. و اما «مقدمه» رساله: بنا بر آن، موضوع و مفهوم رساله دو چیز است. یکی بررسی گسترده زبان: «هر آنچه گفتشی است روشن توان گفت...» دیگری بررسی حدود آن: «و هر آنچه درباره اش نتوان سخن گفت باید درباره اش خاموش ماند». به کمک این بررسی، و تکنگشتاین تلاش می‌کند تا مسائل فلسفه را از سر راه بردارد تا آنکه آنها را حل کند: چون به اعتقاد او پدید آمدن مسائل فلسفه ناشی از «کزفهمی منطق زبان است» و از آنجا که فلسفه خود از به کار برندگان زبان بوده‌اند و هستند، حدود آن مایه محدودیت آنان نیز بوده است و هست. به این ترتیب «هدف کتاب ترسیم حد و مرزی برای اندیشه است، یا به عبارت دیگر نه برای اندیشه بلکه برای بیان اندیشه‌ها: چون برای آنکه بتوان برای اندیشه مرزی ترسیم کرد هر دو سوی این مرز باید اندیشیدنی باشد (یعنی آنکه باید بتوان آنچه نیاندیشیدنی است اندیشید)... بنابراین ترسیم چنین مرزی فقط در زبان امکان‌پذیر است و آنچه در دگرسوی این مرز واقع است صرفاً بمعنی [یا بی دلالت] است.^{۱۰۱}

مسئله ضرورت (منطقی)

در نیمه دوم قرن نوزدهم تحولاتی در علم منطق پدید آمد که حاصل آن همان چیزی است که امروزه منطق جدید یا منطق ریاضی می‌خوانیم. یکی از برجسته‌ترین نمایندگان این جریان فکری فرگه بود که «حساب مفاهیم»^{۱۱} او تلاشی بود برای تامین نظامی علامتی به عنوان قالب هرگونه استنتاج منطقی: «ریاضیات نقطه شروع کار من بود. ولی استبطاط من از آن این بود که این علم نیاز مبرمی به مبانی بهتر دارد... اما نقص منطقی زیان [متعارف] مانع تحقیق در این زمینه بود. در «حساب مفاهیم» تلاش کردم تا این نقص را رفع کم. در نتیجه از ریاضیات به منطق روی آوردم»^{۱۲}. بررسی اینکه چه عواملی در سیر تحول ریاضیات در قرن نوزدهم ضرورت تحقیق در مبانی آن را ایجاد کرد از حوصله این مقدمه خارج است. لیکن آثار بعدی فرگه - مبانی حساب (۱۸۸۲) و قوانین بنیادی حساب (۱۸۹۳-۱۹۰۳) تلاش بود برای تامین بنیادی استوار و متقن برای بازگرداندن یقین از دست رفته ریاضیات.

از سوی دیگر برتراند راسل نیز تحت تأثیر برنامه پتانو برای استنتاج ریاضیات از چند اصل منطقی و قیاسی تلاش کرد تا در کتاب خود به نام اصول ریاضیات^{۱۳} نشان دهد چگونه همه ریاضیات به کمک چند اصل قیاسی از چند اصل منطقی استنتاج پذیر است:

«ریاضیات محض مجموعه گزاره‌هایی است به شکل « p مستلزم q است»، که در آن p و q گزاره‌هایی هستند که شامل یک یا چند متغیر می‌باشند، یعنی تعداد متغیرها برابر است با تعداد متغیرهای موجود در گزاره‌ها، و p و q هیچکدام شامل ثابتی جز ثابت‌های منطقی نیست.»

(اصول ریاضیات، ص ۵).

لیکن راسل در حین تحقیقات خود متوجه پارادوکسی منطقی شد و آن را بلافارسله با فرگه در میان گذاشت.

«در نوشته‌های شما مطالب، تعابرات و تعاریفی یافت می‌شود که جستجوی آنها در آثار منطقدانان دیگر کاری بیهوده است... بروزی کتابی را در زمینه اصول ریاضیات تمام می‌کنم که قصد دارم در آن آثار شما را نیز به تفصیل شرح دهم... لیکن فقط در یک مورد دچار مشکل شده‌ام... و آن تناقض زیر است: فرض کید \mathbb{W} می‌تواند محمول خود واقع شود؛ هر پاسخی مستلزم خلاف خود هم هست. بنابراین باید نتیجه گرفت که \mathbb{W} محمول نیست. و بهمین دلیل رده‌های یک سلسه کل‌هایی که شامل خود نیستند وجود ندارد. از این نتیجه می‌گیرم که

تحت شرایط خاصی یک مجموعه تعریف‌پذیر، کلی را تشکیل نمی‌دهد.^{۱۵.۱۶}

راسل پس از کشف این تناقض آن را به اشکال گوناگون صورت‌بندی کرد؛ به صورت تناقض دروغگو، به زبان نظریه مجموعه‌ها، و به زبان منطق محمولات. این و تناقض‌های دیگر را دیگران (بخصوص رمزی^{۱۷}) به دو دسته تقسیم کردند: یک دسته را ناشی از زبان متعارف دانستند در حالیکه دسته دیگر را ناشی از منطق یافتند. راه حلی که راسل برای گریز از این تناقض پیشنهاد کرد این بود که:

«برای تعیین معنای یک تابع گزاره‌یی... باید گستره اشیایی که نامزد صدق آن تابع هستند مشخص کرد. از این نتیجه می‌شود که این نامزدها نمی‌توانند به گونه معنی داری شامل چیزی باشند که بر حسب خود تابع تعریف می‌گردد. نتیجه این است که توابع گزاره‌یی، و گزاره‌های متناظر آنها، به صورت یک سلسله مراتب در می‌آیند. اشیای نامزد صدق توابع متعلق به یک مرتبه معین یک نوع را تشکیل می‌دهند. و قاعدة حاکم براین انواع این است که آنچه به صورت صادق یا کاذب درباره یک نوع توان گفت نمی‌توان به صورت معنی داری در مورد اشیای نوعی دیگر گفت. در نتیجه در مورد مجموعه مجموعه‌هایی که عضو خود هستند این گفته که باید یا عضو خود باشد یا نباشد گفته‌ای است که نه صادق است و نه کاذب، بلکه گفته‌ای یعنی است.^{۱۸}

از نظر تاریخی اثری که این راه حل در نهایت داشت این بود که نشان داد چگونه بررسی‌های زبانی می‌تواند وسیله‌ای برای رسیدن به نتایج فلسفی و منطقی باشد.^{۱۹} لیکن ادغام این نظریه در چارچوب نظام قیاسی اصول ریاضیات^{۲۰} راسل و وايتها، به قول پاسمور کتاب مقدس منطقیون قرن بیستم، خالی از دشواری نبود. با ورود این نظریه در چارچوب این نظام راسل مجبور شد تا به دو اصل - اصل تحويل پنیری^{۲۱} (انواع به یکدیگر) و اصل بی‌نهایت^{۲۲} (اینکه تعداد اشیای موجود در جهان متنهای نیست) - متول شود. اما اینکه این دو اصل، اصولی صرفاً منطقی هستند یا نه به هیچ وجه بدیهی نبود. مسئله ریاضی بود (اینکه اعداد را چگونه می‌توان به کمل مقاهم صرفاً منطقی تعریف کرد)، منشاء آن منطقی بود (پارادوکس راسل)، و راه حل پیشنهادی، اصلی چون اصل بی‌نهایت که اصلی تجربی به نظر می‌آمد. اما اثری که این راه حل داشت در ارتباط با اهمیت زبان بود:

راسل موفق شده بود نشان دهد که چگونه بررسیهای زبانی می‌تواند وسیله‌ای برای تبایع منطقی و فلسفی باشد.

نقطه شروع ویتگشتاین این بود که بررسیهای زبانی را مانند راسل وسیله تحقیق تعبیر نکند بلکه خود زبان را موضوع تحقیق قرار دهد («زبان غیر منطقی امری محال است»)؛ و در نتیجه زبان را چنان تعبیر کند که مانع از پیدایش انواع شود.

«آنچه من به آن ایمان کامل دارم نحوه کنونی تحلیل نیست بلکه این امر است که نظریه انواع باید به کمک نظریه‌ای درباره علامت یا نمادها به کل کار گذاشته شود، چنین نظریه‌ای باید نشان دهد که آنچه همچون انواع مختلف چیزها به نظر می‌آید توسط انواع مختلف علامت یا نمادهایی قابل نمایش است که نمی‌توانند جایگزین یکدیگر گردند.»^{۲۳}

فرگه و راسل می‌خواستند بحران ریاضیات را به کمک یقین منطقی (ضرورت منطقی) از میان بردارند. ولی اکنون منطق خود مبتلا به تناقض شده بود. منطق قرار بود به داد ریاضیات رسد ولی اکنون می‌باشدست به داد خود منطق رسید. پرسشی که ویتگشتاین با آن رویرو بود این بود که به داد منطق که می‌رسد؟ پاسخ ویتگشتاین صریح بود: خود منطق؛ «منطق خود باید به داد خود رسد». بهمین دلیل «منطق باید در نهایت علمی از آب درآید که با علوم دیگر کاملاً فرق داشته باشد». ^{۲۴} چون «مشخصه منحصر بفرد (و از همه مهمتر) گزاره‌های غیر منطقی در این است که صدق آنها از خود علامت به تنهایی قابل تشخیص نیست. برای مثال، وقتی می‌گوییم «آقای مایر احمد حق است» تو نمی‌توانی به صرف نگاه کردن به این جمله بگویی که این گزاره صادق است یا کاذب. اما گزاره‌های منطق - و فقط آنها - این خاصیت را دارند که صدق، یا کذب شان، در همان علامت‌شان بیان شده است.

بهمین دلیل «.. اکنون مسأله اساسی این است: چگونه باید دستگاهی نمادی بنا کرد که هر همانگویی به نحو یکسان و واحدی به عنوان همانگویی قابل تشخیص باشد؟ این مسأله اساس منطق است.» ^{۲۵} چون «مسأله اساسی کل منطق مسأله همانگویی‌ها است.»^{۲۶}

منطق

۶-۱ گزاره‌های منطق همانگویی هستند.

۶-۱۱ پس گزاره‌های منطق، هیچ نمی‌گویند. (تنها گزاره‌های تحلیلی هستند)

۶-۱۱۱ همه نظریه‌هایی که گزاره‌های منطق را با محتوى تعبیر می‌کنند غلط

هستند. امکان دارد که به عنوان مثال چنین فکر کیم که کلمات «صادق» و «کاذب» بر دو خاصیت از میان خواص دیگر دلالت کنند، آنگاه به نظر می‌آید اینکه هر گزاره‌ای یکی از این دو خاصیت را دارد واقعیت حیرت‌آوری باشد. بر مبنای چنین نظریه‌ای، این امر همچنان بهمان اندازه غیر بدیهی است که مثلاً گزاره، «همه رُزها یا زردند یا قرمز»، غیر بدیهی است، حتی اگر راست باشد. در حقیقت، طبق چنین تعبیری، گزاره منطقی خصلت یک گزاره علوم طبیعی را پیدا می‌کند و این علامتی قطعی است برای غلط بودن این تصور.

۶-۱۱۲ تبیین درست گزاره‌های منطق باید برای آنها، در مقایسه با گزاره‌های دیگر، مقام منحصر به فردی قائل شود.

۶-۱۱۳ خصوصیت منحصر بفرد گزاره‌های منطقی این است که می‌توان صدق آنها را از خود نمادها به تنها یعنی تشخیص داد، و این امر به تنها یعنی کل فلسفه منطق را شامل است. افزون براین، این نیز واقعیت بسیار مهمی است که صدق یا کذب گزاره‌های غیرمنطقی را نمی‌توان از خود گزاره‌ها به تنها یعنی تشخیص داد.

۶-۱۱۴ این امر که گزاره‌های منطق همانگویی هستند خواص - منطقی - صوری زبان و جهان را نشان می‌دهد.

این امر که چنانچه مؤلفه‌های آن به این نحوه خاص ترکیب شوند حاصل یک همانگویی است، منطق مؤلفه‌های آن را مشخص می‌کند. برای آنکه گزاره‌ها وقتی به نحو خاصی ترکیب شدند حاصل یک همانگویی باشد، آنها باید خواص ساختاری معینی داشته باشند. اینکه ترکیب آنها به این نحو خاص یک همانگویی است نشان می‌دهد که آنها دارای چنین خواص ساختاری هستند.

۶-۱۱۵ برای مثال، اینکه گزاره‌های 'p' و 'p~' در ترکیب '(p~p)' یک همانگویی بدست می‌دهند نشان می‌دهد که آنها یکدیگر را نقض می‌کنند. اینکه گزاره‌های 'p~p'، 'p'، و 'q' وقتی به شکل '(q):(p~p)'، با یکدیگر ترکیب شوند یک همانگویی بدست می‌دهند نشان می‌دهد که 'q' از 'p~p' نتیجه می‌شود. اینکه 'fa:(x)' یک همانگویی است نشان می‌دهد که 'fa' از '(x)' نتیجه می‌شود. غیره و غیره.

۶-۱۱۶ روش است که با کاربرد تناقض به جای همانگویی می‌توان بهمین نتیجه رسید.

۶-۱۱۷ گزاره‌های منطق خواص منطقی گزاره‌ها را با ترکیب کردن آنها به شکل گزاره‌هایی که هیچ نمی‌گویند نشان می‌دهند.

این روش را روش صفر هم می‌توان نامید. در یک گزاره منطقی، گزاره‌ها در حالت تعادل

نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند، و این حالت تعادل نشان می‌دهد که مولفه منطقی این گزاره‌ها چه باید باشد.

۱۲۲-۶ از این نتیجه می‌شود که ما در واقع به گزاره‌های منطقی نیازی نداریم؛ زیرا در یک نظام علامتی مناسب می‌توانیم خواص منطقی گزاره‌ها را به صرف بررسی خود گزاره‌ها تشخیص دهیم.

۱۲۲-۷ برای مثال، اگر دو گزاره ' p ' و ' q ' در ترکیب ' $p \rightarrow q$ ' یک همانگویی بدست دهنده. آنگاه روشن است که q از p نتیجه می‌شود.

برای مثال، می‌بینیم که از خود همان دو گزاره، ' q ' از ' $p \rightarrow q$ ' نتیجه می‌شود، اما ممکن است آن را به این نحو نشان دهیم: آنها را به شکل ' $q \rightarrow p$ ' ترکیب می‌کنیم، و آنگاه نشان می‌دهیم که این یک همانگویی است.

۱۲۲-۸ این امر این مساله را روشن می‌کند که چرا گزاره‌های منطقی نه می‌توانند توسط تجربه تصدیق شوند و نه آنکه توسط آن تکذیب شوند. یک گزاره منطقی نه تنها باید توسط هر تجربه ممکنی تکذیب ناپذیر باشد، بلکه باید توسط هر تجربه ممکنی، هم تصدیق ناپذیر باشد.

۱۲۲-۹ اکنون روشن است که چرا غالباً چنین احساس شده است که گویی «صدق‌های منطق» را ما خود فرض می‌کیم. دلیل آن این است که ما آنها را ناآنجا می‌توانیم فرض کنیم که نظام علامتی معینی را می‌توانیم فرض کنیم.

۱۲۲-۱۰ همچنین اکنون روشن است که چرا منطق را نظریه صورت‌ها و قیاس می‌نامیدند.

۱۲۲-۱۱ روشن است که قوانین منطق دیگر نمی‌توانند خود تابع قوانین منطق باشند. (برخلاف نظر راسل، برای هر «نوع» معین، یک قانون نقض خاص وجود ندارد؛ یک قانون کنایت می‌کند، زیرا در مورد خود به کاربردنی نیست).

۱۲۲-۱۲ مشخصه گزاره منطقی اعتبار کلی نیست. کلی بودن صرفاً یعنی که در همه موارد به طور تصادفی معتبر است. یک گزاره غیرکلی به همان اندازه می‌تواند همانگویی باشد که یک گزاره کلی.

۱۲۲-۱۳ اعتبار کلی منطق را می‌توان ذاتی نامید درحالیکه اعتبار کلی گزاره‌هایی چون «همه انسانها فانی هستند» تصادفی است. گزاره‌هایی چون «اصل تحويل پذیری» راسل گزاره‌های منطقی نیستند، و این توضیح این امر است که چرا ما احساس می‌کنیم که حتی اگر آنها صادق باشند، صدق‌شان فقط نتیجه یک تقارن تصادفی است.

۶-۱۲۳۳ می توان جهانی را تصور کرد که اصل تحویل پذیری در آن صادق نباشد. لیکن، روشن است که منطق کاری به این ندارد که آیا جهان ما آن گونه است یا آن گونه نیست.

۶-۱۲۴ گزاره های منطق داربست جهان را توصیف می کنند، یا حتی، آن را نمایش می دهند. آنها «موضوعی» ندارند. آنها مفروض دارند که نامها مدلول و گزاره های بنیادی معنی، دارند؛ و ارتباط آنها با جهان همین است. روشن است که اینکه ترکیبها معینی از نمادها... همانگویی هستند باید به چیزی درباره جهان اشاره داشته باشد. این نکته، نکته تعیین کننده است. گفتیم که کاربرد نمادها توسط ما از بعضی لحاظ اختیاری است و از بعضی لحاظ اختیاری نیست. در منطق فقط این جنبه دوم بیان می گردد؛ اما این به معنی آن است که، منطق مبحшу نیست که در آن ما هرچه بخواهیم به کمک علامت بیان می کنیم، بلکه مبحшу است که در آن ماهیت علامت مطلقاً ضروری خود بیانگر خود هستند. اگر در مورد هر زبان علامتی، نحو آن را بدانیم، آنگاه همه گزاره های منطق را هم به صورت داده شده می دانیم.

۶-۱۲۵ می توان - در واقع حتی بر مبنای تصور قدیم از منطق - از پیش توصیفی از همه گزاره های منطقی «صادق» بدست داد.

۶-۱۲۵۱ به همین دلیل در منطق هرگز نمیتوان شکفت زده شد.

۶-۱۲۶ اینکه یک گزاره معین به منطق تعلق دارد یا نه، می توان محاسبه کرد، یعنی می توان از طریق محاسبه خواص منطقی نماد تعیین کرد. و این درست همان کاری است که ما در هنگام «اثباتات» یک گزاره منطقی انجام می دهیم. زیرا گزاره منطقی مورد نظر را، بدون توجه به معنی و مدلول، فقط به کمک قواعدی در مورد علامت از گزاره های دیگر می سازیم.

اثباتات گزاره های منطقی تشکیل شده است از زوند زیر؛ آنها را از طریق کاربرد متوالی و مکرر اعمال معینی می سازیم، اعمالی که همواره همانگویی هایی از همانگویی های اولیه پدید می آورند. (و در واقع، از همانگویی فقط همانگویی نتیجه می شود.)

البته این شیوه نشان دادن همانگویی بودن گزاره های منطق، بهیچوجه برای منطق ضروری نیست. چون گزاره هایی که سراغاً اثبات را تشکیل می دهند باید خود بدون هیچگونه اثباتی نشان دهند که همانگویی هستند.

۶-۱۲۶۱ در منطق، روند [استنتاج] با نتیجه معادل است. (فقدان شکفت زدگی هم به همین دلیل است.)

۱۲۶۲ - ۶ اثبات در منطق صرفاً وسیله کمکی ماشینی بی است که تشخیص همانگویی‌ها را در موارد پیچیده تسهیل می‌کند.

۱۲۶۳ - ۶ در حقیقت، بسیار حیرت‌آور بود اگر میشد یک گزاره معنی‌دار را بصورت منطقی به کمک گزاره‌های دیگر اثبات کرد - به همچنین در مورد یک گزاره منطقی. از همان آغاز روشن است که اثبات منطقی یک گزاره معنی‌دار و اثبات در منطق باید دو چیز کاملاً متفاوت باشد.

۱۲۶۴ - ۶ گزاره‌ای که معنی‌دارد حکم به چیزی می‌کند که اثبات آن نشان می‌دهد چنین است. [اما] در منطق هر گزاره‌ای شکل اثبات را دارد. هر کدام از گزاره‌های منطق استدلالی قیاسی است که بگونه علامتی نمایش داده شده است. (و استدلال قیاسی را نمی‌توان به کمک یک گزاره بیان کرد.)

۱۲۶۵ - ۶ همواره می‌توان منطق را چنان تصور کرد که هر گزاره‌ای اثبات خود هم باشد.

۱۲۷ - ۶ گزاره‌های منطق همه از یک مقام و مرتبه هستند؛ چنین نیست که برخی از آنها گزاره‌های اولیه باشند و بقیه گزاره‌های استنتاج شده. هر همانگویی خود نشان می‌دهد که همانگویی است.

۱۲۷۱ - ۶ روشن است که تعداد گزاره‌های اولیه منطق، اختیاری است، چون می‌توان منطق را از یک گزاره اولیه و واحد، برای مثال از ترکیب عطفی گزاره‌های اولیه فرگه، استنتاج کرد. (فرگه احتمالاً خواهد گفت که در آن صورت ما دیگر با یک گزاره اولیه‌ای که بطور بلاواسطه بدیهی باشد موافق نیستیم. لیکن حیرت‌آور است که منفکر دقیقی چون فرگه درجه بدافت را معیار گزاره منطقی داند.)

۱۳ - ۶ منطق مجموعه‌ای از تعالیم نیست، بلکه تصویر جهان است. منطق استعلائی است.

ریاضیات

۲ - ۶ ریاضیات یک روش منطقی است.

گزاره‌های ریاضیات معادله هستند، و در نتیجه شبه گزاره هستند.

۲۱ - ۶ گزاره ریاضی بیانگر اندیشه‌ای نیست.

۲۱۱ - ۶ در حقیقت در زندگی روزانه هیچگاه نیازی به گزاره ریاضی نداریم. آنها را فقط به این دلیل بکار می‌بریم که از گزاره‌هایی که به ریاضیات نعلق

ندارند گزاره‌های دیگری استنتاج کنیم که باز به ریاضیات تعلق ندارند.
(در فلسفه این پرسش که «این کلمه یا این گزاره را واقعاً به چه منظوری بکار می‌بریم؟» مکرراً به بصیرتهای بالارزشی منجر می‌شود).

۲۲ - ۶ منطق جهان، که در منطق توسط همانگویی‌ها نشان داده می‌شود، در ریاضیات توسط معادلات نشان داده می‌شود.

۲۳ - ۶ اگر دو عبارت توسط علامت مساوی با یکدیگر ترکیب شده باشند، معنی آن این است که آنها را می‌توان جایگزین یکدیگر کرد. اما اینکه آیا چنین است یا نه، خود دو عبارت باید آن را نشان دهد.

این امر که دو عبارت می‌توانند جایگزین یکدیگر شوند صورت منطقی آنها را مشخص می‌کند.

۶.۲۳۱ خاصیت تصدیق این است که می‌توان آن را توسط دو نقض تبیین کرد.
خاصیت '۱+۱+۱+۱' این است که می‌توان آن را توسط '(۱+۱)+(۱+۱)' تبیین کرد.
۶.۲۳۲ فرگه می‌گوید هر دو عبارت مدلول واحدی ولی معنای متفاوتی دارند.
لیکن نکته مهم در مورد یک معادله این است که آن ضروری نیست تا نشان دهد دو عبارتی که توسط علامت مساوی ترکیب شده اند مدلول واحدی دارند، چون این را می‌توان در خود دو عبارت دید.

۶.۲۳۲۱ - ۶ و امکان اثبات گزاره‌های ریاضیات به معنای آن است که صحت آنها را می‌توان درک کرد بدون آنکه نیازی به این باشد که آنچه بیان می‌کنند برای تعیین صحت شان با واقعیتها مقایسه شود.

۶.۲۳۲۲ - ۶ محال است که بتوان حکم به وحدت معنای دو عبارت کرد، زیرا برای آنکه بتوان حکم به چیزی درباره معنای آنها کنم، باید معنای آنها را بدانم، و نمیتوانم آنها را بدانم بدون آنکه بدانم معنای آنها یکی است یا نه.

۶.۲۳۲۳ - ۶ این پرسش که آیا برای حل مسائل ریاضی نیازی به شهود است یا نه باید چنین پاسخ داده شود که در این مورد زبان خود شهود لازم را تأمین می‌کند.

۶.۲۳۲۴ - ۶ عمل محاسبه، این شهود را پدید می‌آورد.

محاسبه، آزمایش نیست.

۶.۲۳۴۱ - ۶ مشخصه روش ریاضی این است که با معادلات سر و کار دارد. درست

بر مبنای همین روش است که هر گزاره ریاضی باید بخودی خود فهمیدنی باشد.

۶ - ۶ روش ریاضیات برای رسیدن به معادلات خود، روش جایگزینی است. زیرا معادلات جایگزین پذیری دو عبارت را بیان می کنند و ما با شروع از یک دسته معادله، و از طریق جایگزین کردن عبارات مختلف طبق معادلات، به معادلات جدید دیگری می رسیم.

علوم طبیعی

۳ - ۶ پژوهش منطق به معنای پژوهش هر نوع قانونمندی است.

۳۱ - ۶ قانون معروف به استقراء به هیچ وجه نمی تواند قانونی منطقی باشد، چون آشکار است که آن گزاره ای معنی دار است.

درنتیجه نمی تواند هم قانونی مقدم بر تجربه باشد.

۳۲ - ۶ قانون علیت قانون نیست بلکه صورت قانون را دارد.

۳۲۱ - ۶ «قانون علیت» - این یک نام کلی است. درست همانگونه که در مبحث مکانیک، برای مثال، «اصول کمینه»^{۱۸} مانند قانون کمترین کش وجود دارد، به همان گونه در فیزیک قوانینی علی وجود دارند، قوانینی که صورت علی دارند.

۳۲۱۱ - ۶ در حقیقت، به وجود «قانون کمترین کش» پیش از صورتی دقيق آن پی برده شده بود. (در اینجا، مثل همیشه، آنچه مقدم بر تجربه متقن است چیزی صرفاً منطقی از آب درمی آید).

۳۳ - ۶ ما به قانون بقا، باوری مقدم بر تجربه نداریم، بلکه ما از امکان چنین صورت منطقی دانشی مقدم بر تجربه داریم.

۳۴ - ۶ همه گزاره هایی چون قانون دلیل کافی، قوانین پیوستگی در طبیعت، قوانین کمترین کش در طبیعت، غیره و غیره - همه آنها بصیرتهایی مقدم بر تجربه درباره قالب های گزاره های علوم طبیعی است.

۳۴۱ - ۶ مکانیک نیوتونی، بعنوان مثال، صورت واحدی به توصیف جهان می بخشد. صفحه سفیدی را مجسم کنید که روی آن لکه های سیاه نامنظمی قرار گرفته باشند. آنگاه می توانیم بگوییم که: این لکه ها هر نوع تصویری بسازند من همواره می توانم به هر تقریبی که بخواهم آن را توصیف کنم، به این صورت که آن را به وسیله شبکه باندازه کافی چهارخانه بندی شده می پوشانم و آنگاه درمورد هر مربعی می پرسم که آیا سیاه است یا سفید. به این ترتیب به توصیف این صفحه صورت واحدی می بخشم. این صورت اختیاری است، چون به کمال یک شبکه مثلث بندی شده یا شش ضلعی بندی شده هم می توانستم به این نتیجه رسم.

احتمال دارد که استفاده از یک شبکه مثلث بندی شده توصیف را ساده تر کنند: یعنی آنکه، کاملاً ممکن است که این صفحه به وسیله یک شبکه نامنظم مثلث بندی شده دقیقتر از یک شبکه ریز و منظم مثلث بندی شده قابل توصیف باشد (یا بالعکس)، وغیره. این شبکه‌های مختلف متناظرند با دستگاه‌های مختلفی برای توصیف جهان. مکانیک یک شکل توصیف جهان را تعیین می‌کند، آنهم به این صورت که می‌گوید همه گزاره‌های بکار بردشده در توصیف جهان باید از طریق معینی از مجموعه معینی از گزاره‌ها- اصول موضوع مکانیک- بدست آیند. به این ترتیب سنگ بنا یا مصالحی برای بنای کل ساختمان علم فراهم می‌کند، و می‌گوید: هر ساختمانی که بخواهید بسازید - فرق نمی‌کند چه باشد - باید به نحوی از انحصار به کمک همین، و فقط همین، مصالح بسازید.

(درست همانگونه که در دستگاه اعداد باید بتوانیم هر عددی را که می‌خواهیم بنویسیم، درست به همان گونه در دستگاه مکانیک هم باید بتوانیم هر گزاره فیزیکی که می‌خواهیم بنویسیم).

۶-۳۴۲ اکنون به موقعیت متقابل و نسبی منطق و مکانیک پی می‌بریم. (شبکه همچنین می‌تواند بیش از یک الگو باشد: برای مثال، می‌توانیم هم از مثلث و هم از شش ضلعی استفاده کنیم.) امکان توصیف یک تصویر مانند تصویر مذکور، توسط شبکه‌ای به شکل معین به ما هیچ چیز در باره خود تصویر نمی‌گوید. (زیرا آن در مورد همه چنین تصویرهایی صادق است). اما آنچه تصویر را مشخص می‌کند این است که آن توسط یک شبکه معین با اجزایی در اندازه معین کاملاً قابل توصیف است.

مشابهًا امکان توصیف جهان توسط مکانیک نیوتونی بما چیزی در باره جهان نمی‌گوید: اما آنچه به ما چیزی در باره آن می‌گوید روش دقیقی است که می‌توان به کمک آن، آن را توصیف کرد. چیز دیگری هم که به ما در باره جهان گفته می‌شود این است که توصیف آن به کمک یک دستگاه مکانیک ساده‌تر از توصیف آن به کمک دستگاه دیگری است.

۶-۳۴۳ مکانیک تلاشی است برای ساختن همه گزاره‌های صادق، طبق نقشه‌ای واحد، همه گزاره‌هایی که برای توصیف جهان نیاز داریم.

۶-۳۴۳۱ قوانین فیزیک، با همه آن دستگاه منطقی که در اختیار دارند، باز در باره امیای جهان سخن می‌گویند.

۶-۳۴۳۲ نباید فراموش کرد که هر گونه توصیف جهان بوسیله مکانیک توصیفی کاملاً کلی خواهد بود. برای مثال، هیچگاه سخنی از جرم معینی در میان نیست: همیشه از این یا آن جرم سخن است.

۶-۳۵ با آنکه لکه‌های تصویر ما اشکالی هندسی هستند، واضح است که هندسه نمی‌تواند چیزی در باره شکل و موضع واقعی آنها به ما بگوید. لیکن شبکه صرفاً هندسی است؛ همه خواص آنرا می‌توان مقدم بر تجربه تعیین کرد. قوانینی چون قانون دلیل کافی، وغیره، در باره خود شبکه هستند نه در باره آنچه شبکه توصیف می‌کند.

۶-۳۶ اگر قانون علیت وجود داشت، عبارت بندی آن احتمالاً چنین بود: قوانین طبیعت وجوددارند.

اما این را نمی‌توان گفت: این خود را آشکار می‌سازد.

۶-۳۶۱ با استفاده از اصطلاحات هرتز می‌توان گفت: فقط روابط قانونمند قابل تصور هستند.

۶-۳۶۲ آنچه توصیف پذیر است رخدادنی هم است: و آنچه قانون علیت باید کنار گذارد حتی نمی‌توان توصیف کرد.

۶-۳۶۳ روش استقراء عبارتست از فرض کردن ساده‌ترین قانونی که با تجربیات ما انطباق دارد.

۶-۳۶۳۱ اما این روش هیچ نوع توجیه منطقی ندارد بلکه فقط توجیهی روانشناسی دارد.

روشن است که هیچ نوع دلیلی برای این باور وجود ندارد که واقعاً ساده‌ترین مورد باید تحقق پذیرد.

۶-۳۶۴۱۱ اینکه فردا خورشید طلوع می‌کند یک فرضیه است: و این به معنای آن است که ما نمی‌دانیم طلوع خواهد کرد یا نه.

۶-۳۷ هیچ ضرورتی وجود ندارد که چون آن رخ داده است پس این هم باید رخ دهد. تنها ضرورت موجود ضرورت منطقی است.

۶-۳۷۱ کل تصور جدید از دنیا بر این توهمند استوار است که قوانین باصطلاح طبیعت تبیین پذیده‌های طبیعی هستند.

۶-۳۷۲ در نتیجه همه وقتی به قوانین طبیعت می‌رسند دیگر توقف می‌کنند، و آنها را به عنوان چیزی مقدس قلمداد می‌کنند، درست همانگونه که قدمًا خدا و سرنشست را قلداد می‌کردند.

و در واقع هر دو هم حق دارند هم خطای می‌کنند: ولی دید قدمًا تا این اندازه روشن تر است که انتهای واضحی را می‌پذیرند، در حالیکه در نظام جدید چنین وانمود می‌شود که

همه چیز تبیین شده است.

- ۶-۳۷۵ همان‌گونه که تنها ضرورتی که وجود دارد ضرورت منطقی است درست بهمان‌گونه تنها عدم امکانی که وجود دارد عدم امکان منطقی است.
- ۶-۳۷۵۱ برای مثال، وجود دو رنگ در آن واحد و در نقطه واحدی از میدان دید امری محال است، در حقیقت از نظر منطقی محال است، چون ساخت منطقی رنگ آنرا سلب می‌کند.

بینیم در فیزیک این تناقض چگونه طرح می‌شود: تقریباً به این صورت که - یک ذره نمی‌تواند در آن واحد دو سرعت داشته باشد؛ یعنی نمی‌تواند در آن واحد دو جا باشد؛ یعنی، نراتی که در مکان‌های مختلفی هستند نمی‌توانند یکی باشند...

* ضمیمه

در بالا اشاره کردیم که محفل وین بسیار تحت تأثیر رساله ویتگشتاین قرار گرفت. این تأثیر دو مؤلفه داشت: یکی دید ویتگشتاین در مورد زبان بود دیگری بصیرت ویتگشتاین در مورد گزاره؛ (بخصوص گزاره‌های منطق). مؤلفه دوم را تا اندازه‌ای در بالا روشن کردیم، لیکن به مؤلفه نخست نپرداختیم. دلیل آن این است که اهمیت آن بیشتر در ارتباط با نظام فلسفی ویتگشتاین است، و بررسی تأثیر آن بر دیدگاه محفل وین هم غیر مستقیم تر است و هم اینکه مارا به فلسفه زبان هدایت می‌کند. برای گریز از دور افتادن از مطلب در زیر دریافت یکی از اعضای (در آن هنگام جوان) محفل وین را که مروج دیدگاه‌های محفل وین در انگلستان بود نقل می‌کیم. او آن‌فرد. ج. آیر است که کتابش به نام زبان، حقیقت و منطق به فارسی ترجمه شده است. ضمناً این فشرده ترین تفسیری است که از رساله ویتگشتاین به عمل آمده است، در نتیجه خواننده‌ای که مطالب بالا را نتوانسته است دنبال کند اکنون می‌تواند رشته کلام را باز یابد.

«جهان مجموعه‌ای از واقعیتهاست که خود از وجود اموری واقع تشکیل یافته‌اند. این امور واقع مرکب از اشیایی ماده هستند و توسط گزاره‌های بنیادی نمایش داده می‌شوند، گزاره‌هایی که مستقل از یکدیگرند. برای آنکه جمله‌ای معنی دار باشد باید گزاره بنیادی صادق یا کاذبی را بیان کند در غیر اینصورت باید مرکب از توزیع معنی از گزاره‌های بنیادی صادق و کاذب باشد. در چنین حالتی، می‌گوییم گزاره مرکب تابع ارزشی گزاره‌های بنیادی مورد نظر می‌باشد. دو حالت حدی وجود دارد. گزاره‌ای می‌تواند خلاف همه امکانات صدقی

بنیادی باشد که در آن صورت یک تناقض است، یا آنکه موافق با همه آنها باشد که در آن صورت یک همانگویی است. گزاره‌های صادق منطق همه به این معنی همانگویی هستند. گزاره‌های ریاضیات محض هم اینهمانی^{۲۰} هستند. همانگویی‌ها اینهمانی‌ها فایده‌شان این است که نتیجه‌گیری‌های قیاسی را تسهیل می‌کنند اما به خودی خود چیزی درباره جهان نمی‌گویند. هر گزاره واقعی یک امر واقع ممکن را تصویر می‌کند. این تصاویر بتوپه خود واقعیتها‌یی هستند که در یک چیز با آنچه نمایش می‌دهند مشترک هستند و آن صورت تصویری و شکل منطقی است. این نمایش هنگامی، یادرمواردی، مختلف می‌شود که جمله‌ای که مدعی صدق یا کذبی است هیچ امر واقع ممکنی را، چه بسیط چه مرکب، نشان ندهد. احکام متافیزیکی از آنجا که نه گزاره‌های بنیادی هستند نه تابع ارزشی گزاره‌های بنیادی، چیزی نمایش نمی‌دهند. آنها بی معنی (یا بی دلالت) هستند. در بهترین حالت آنها تلاش برای گفتن چیزی هستند که نشان‌دانی است نه گفتند. این مطلب هم در مورد اخلاق صادق است هم در مورد زیبایی شناختی. همچنین در مورد هرگونه تلاشی برای توصیف شروط نمایش نیز صادق است، به طوری که گزاره‌های رساله نیز خود بی معنی یا بی دلالت هستند.^{۲۱}

** بی‌نوشته‌ها و مأخذ:

1. Schlick

2. ordinary language philosophy

۳- «حدود یک سال قبل ... کارم در مورد تأثیف اثری فلسفی که برای مدت هفت سال به آن اشتغال داشتم به پایان رسید. این اثر ارائه یک نظام - به معنای دقیق کلمه - است.»

in C. G. Luckhardt, Wittgenstein: sources and perspectives, Letter to Ficker, p 92.

۴- همه این مراجع در کتاب زیر گردآوری شده است:

L. Wittgenstein, *Notebooks 1914-16*, Translated by Q. E. M. Anscombe, Black well, 1961.

5. Anthony Kenny, *Wittgenstein*, Penguin, 1973.

David Pears, *Ludwig Wittgenstein*, Fontana, 1969.

6. cf. E. Stenius, *Wittgenstein's Tractatus*, Oxford, 1960, and W. Stegmüller, Main Currents in Contemporary German, British and American Philosophy, Dordrecht, 1969, p394 ff.

7. Wittgenstein's Letter to Ficker (undated), in C. G. Luckhardt(ed), *Wittgenstein: sources and perspectives*, The Harvester Press, 1979, pp94-5.

۸- برای ترجمه دیگری از این دو جمله مراجعه کنید به: ادب سلطانی، رساله وین، مرکز ایرانی مطالعه فرهنگها، ص ۶۰. برای ترجمه دیگری از هفت تر مذکور هم، همانی، ص ۵۹.

9. L. Wittgenstein, *Tractatus Logico - Philosophicus*, Perface.

۱۰- همچنین مقایسه کنید با ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶ و ۱۱۷.

11. "Begriffschrift"

12. Quoted in H. Sluga, *Frege*, p 42.

13. B. Russel, *Principles of Mathematics*, 1903.

14. class of classes

15. Russel, letter to Frege, June 16, 1902

۱۶- اهمیت این تاقض در این نهفته است که راسل نلاش می کرد تا مفهوم عدد را برحسب مفهوم منطقی رده یا مجموعه تعریف کند. خاصیتی را در نظر گیرید. آنگاه عده ای از چیزها این خاصیت را دارند و عده دیگر فاقد این خاصیت هستند. حال تصور کنیم این خاصیت، خاصیت تعلق به یک مجموع باشد. در چنین حالتی برخی از مجموعه ها عضو خود هستند و برخی دیگر عضو خود نیستند. برای مثال، مجموعه انسانها عضو خود نیست. زیرا آن یک مجموعه است و نه یک انسان؛ در حالیکه مجموعه غیر انسانها عضو خود هم می باشد. حال این بررسی بیش می آید که آیا مجموعه همه مجموعه هایی که عضو خود نیستند عضو خود است یا نه. اگر باشد آنگاه نیست؛ و اگر نباشد آنگاه هست.

17. Ramsey

18. A. J. Ayer, *Philosophy in Twentieth Century*, R 30.

19. I. Passmore, *A Hundred Years of Philosophy*, p 225.

20. *Principia Mathematica*

21. Principle of reducibility

22. Principle of infinity

23. Wittgenstein's letter to Russel, 16. 1. 1913.

24. 'Logic must take care of itself.'

25. L. Wittgenstein, Letter to Russel, 22. 6. 12, in L. Wittgenstein, Notebooks 1914 - 16, p. 119.

26. L. Wittgenstein, Letter to Russel, Norway, 1913.

27. L. Wittgenstein, Letter to Russel, Skjolden, 15. 12. 13.

28. minimum principles

29. law of least action

30. identity

31. A. J. Ayer, *Philosophy in Twentieth Century*, 1982, pp 111- 2. Cf. A. J.

Ayer, *Wittgenstein*, 1985, pp 17 - 19.