گفتاری درباره مثلث خیام

اکبر زمانی

خانه ریاضیات اصفهان

در مقالهٔ پربار پروفسور آلپای اوزدورال[1]، با "مثلث خیام" و موارد استعمال آن در معماری اسلامی آشنا شدیم. دانستیم که این مثلث یک مثلث قائم الزاویه‌ای است که وتر آن برابر با مجموع ضلع کوچکتر وارتفاع این مثلث است.

نیز دانستیم که ترسیم این مثلث به یک معادله درجه سوم منجر می‌شود که خیام با استفاده از مقاطع مخروطی به حل آن فائق آمده است.

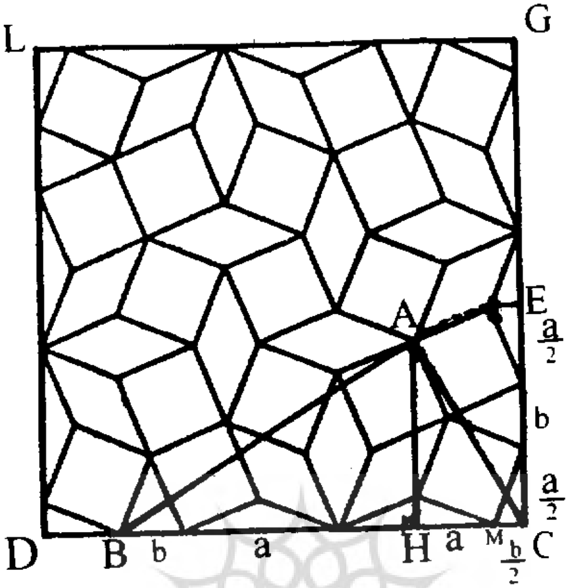
در این گفتار به چهار نقش تزئینی اسلامی که در آنها از "مثلث خیام" استفاده شده اشاره می‌شود.

نقش تزئینی شمارهٔ ۱

این نقش که احتمالاً از آن برای کاشیکاری و یا گچبری استفاده می‌شود از ترکیب دو شکل هندسی یعنی لوزی ومربعی که اضلاع آنها با هم مساوی باشند تشکیل یافته است.

---

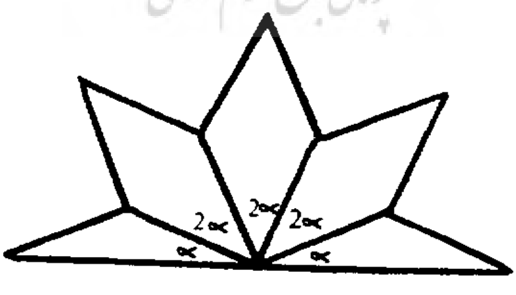
۱. آلپای اوزدورال، "خیام ومعماری" ترجمه ناصر کنعانی، **فرهنگ** سال چهاردهم شماره‌های سوم و چهارم ص ص ۱۸۹ - ۲۵۴



شکل ۱

هرگاه زاویه تنگ این لوزی‌ها را ۲α بنامیم مطابق شکل خواهیم داشت:

۸α =۱۸۰° ⇒ α = ۲۲/۵°



شکل ۲

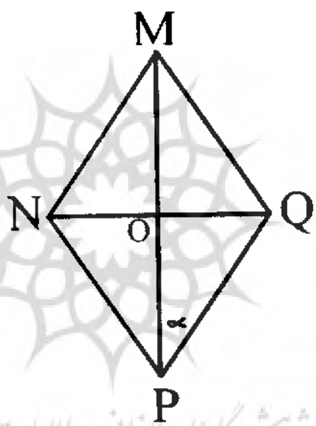
حال برای اندازه‌گیری نسبت دو قطر آن یکی از این لوزی‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. آنرا MNPQ نامیده واقطار آنرا نیز رسم می‌کنیم:

فرض می‌کنیم:

$$NQ=b, \quad MN=a$$

پس

$$OQ=\frac{b}{۲}, \quad OP=\frac{a}{۲}$$
$$\angle MPQ= \ =۲۲/۵^{\circ}$$
$$tg\alpha=\frac{OQ}{OP}=\frac{b}{a}=b=a\ tg\alpha = a tg\ ۲۲/۵^{\circ}$$
$$b=(./۴)a$$



شکل ۳

حال مطابق شکل ۱ نقاط A و C را در نظر می‌گیریم و به مرکزC و شعاعAC کمانی رسم می‌کنیم که ضلع CG از مربع CGL C را در نقطه E قطع کند. از روی شکل ۱ ملاحظه می‌کنیم که اندازهٔ CE برابر است با:

اما اندازه AH نیز مطابق شکل برابر است با:

$$CE=AC=a+b=a+(./۴)a=(۱/۴)a$$
$$AH=a+\frac{b}{۲}=a+(./۲)a=(۱/۲)a$$

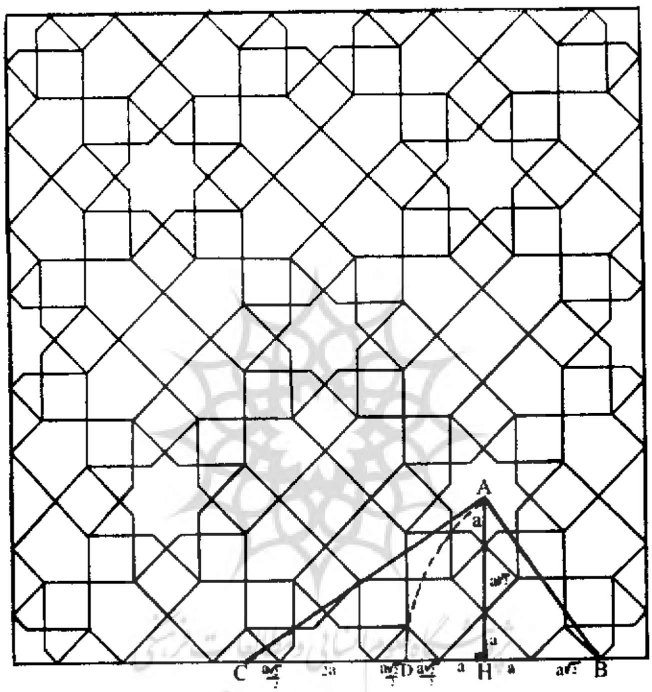
از طرف دیگر ضلع BC از مثلث ABC مطابق شکل مساوی است با:

$$BC=b+۲a+\frac{b}{۲}=(۲/۶)a=AC+AH$$

لازم به تذکر است که زاویهٔ A در مثلث ABC بسیار نزدیک به قائمه است.

نقش تزئینی شماره ۲

در این نقش هرگاه مثلث ABC را با ارتفاع AH آن مطابق با شکل ۴ در نظر بگیریم، این مثلث یک "مثلث خیام" خواهد بود.



شکل ۴

زیرا:

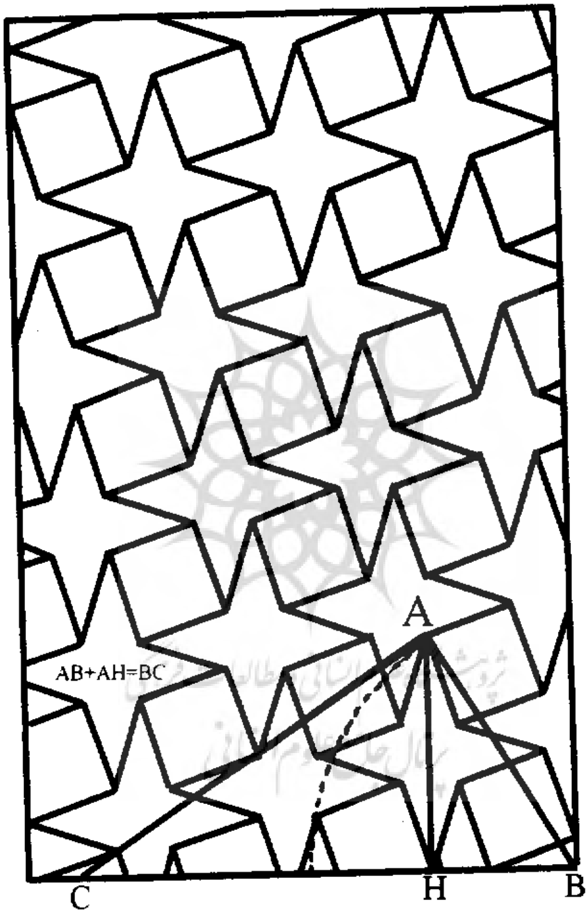
$$AB=BD=\frac{a\sqrt{۲}}{۲}+۲a+a\sqrt{۲}=۲a+\frac{۳a\sqrt{۲}}{۲}$$
$$AH=a+a\sqrt{۲}+a=۲a+a\sqrt{۲}$$
$$BC=\frac{a\sqrt{۲}}{۲}+۴a+۲a\sqrt{۲}=۴a+\frac{۵a\sqrt{۲}}{۲}$$
$$AB+AH=۴a+\frac{۳a\sqrt{۲}}{۲}+a\sqrt{۲}=۴a+\frac{۵a\sqrt{۲}}{۲}$$

پس

$$BC=AB+AH$$

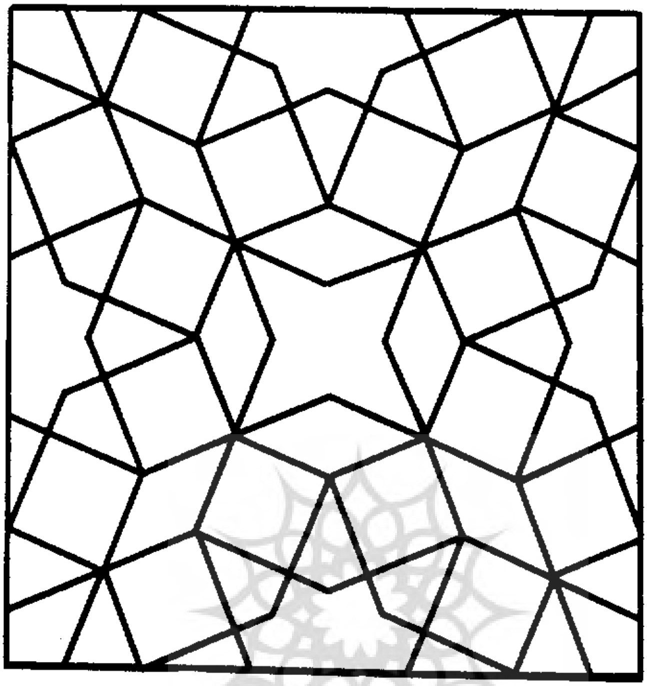
نقش تزئینی شماره ۳

در این نقش نیز باروش مشابهی می‌توان ثابت کرد که مثلث ABC یک "مثلث خیام" است.



شکل ۵

نقش تزئینی شماره ۴



شکل ۶

در این نقش مطابق با شکل ۶ با دو "مثلث خیام" متشابه مواجه می‌شویم که اثبات آنرا به عهده خواننده واگذار می‌کنیم.

بدیهی است که بااستفاده از مثلث خیام می‌توان به این چهارنقش تزئینی رسید، که این کار را نیز به عهده خواننده واگذار می‌کنیم.